UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

FACULTAD DE CIENCIAS

Diseño de un examen auto calificable para evaluar alumnos de la Licenciatura en Física a través de la plataforma DidacTIC.

TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
LICENCIADO EN FÍSICA

PRESENTA:

PENÉLOPE DE IESUS PONCE GONZÁLEZ

BAJO LA DIRECCIÓN DE:

DR. CÉSAR GABRIEL GALVÁN PEÑA

DR. ALESSIO PALAVICINI CRUZ

FACULTAD DE CIENCIAS, UASLP

SAN LUIS POTOSÍ, MÉXICO, AGOSTO 2022

Resumen

En los últimos dos años tuvimos un problema global por la propagación de la COVID-19, una de las formas para frenar los contagios fue cancelar las clases presenciales y hacerlas a distancia, donde la Universidad Autónoma de San Luis Potosí ya contaba con herramientas virtuales para realizarlo, entre ellas la plataforma educativa *DidacTIC*. Esta plataforma puede ser útil para carreras de humanidades; pero no necesariamente para las carreras de ciencias factuales y formales, en las cuales la solución a un problema suele evaluarse desde el desarrollo de este, y no sólo la respuesta obtenida. En esta tesis nos planteamos el objetivo de utilizar las herramientas proporcionadas por DidacTIC para generar un examen que se pudiese aplicar a la población de nuestro interés (estudiantes de Física) y que a su vez fuese auto calificable.

Con la finalidad de encontrar una forma de adaptar las herramientas de la plataforma a un uso conveniente en la Licenciatura en Física, se realizaron una serie de exámenes a manera de experimentos. Los resultados fueron favorables y, con ayuda de estos, se sintetizó una forma de utilizar los tipos de reactivos de la plataforma para realizar un examen en Física de forma representativa, objetiva y justa. El diseño que se propone para la aplicación de un examen para estudiantes de Física es desglosar la solución de problemas abiertos en pequeñas preguntas cerradas que se puedan programar en la plataforma. Este tipo de pruebas son factibles mayormente si se implementa el uso de academias, debido a que se necesita del apoyo de más de un experto en la materia para conseguir desglosar la solución de un problema en pequeñas preguntas auto calificables.

Agradecimientos

A mis padres, por su apoyo incondicional a lo largo de toda mi formación académica. Gracias por su esfuerzo, paciencia y por brindarme siempre las herramientas necesarias para seguir adelante. Este logro también es suyo.

A mi familia y amigos, quienes me acompañaron durante este proceso, ofreciéndome ánimo, comprensión y motivación en los momentos más exigentes. Su presencia ha sido fundamental para llegar hasta aquí.

A mi asesor, el Dr. César Galván, por su guía, dedicación y por compartir sus conocimientos durante el desarrollo de este trabajo. Su orientación y apoyo fue clave para la culminación de esta tesis, y el inicio de mi vida profesional.

Finalmente, agradezco a Creative Commons por proporcionar herramientas que permiten la correcta difusión del conocimiento. Este trabajo se distribuye bajo la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0), disponible en: https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/

Contenido

Capítulo 1 Aplicación de exámenes en modalidad presencial 4
1.1 Exámenes presenciales 4
1.2 Tipos de exámenes en la Licenciatura en Física a comparación de otras facultades. 11
1.3 Conclusiones acerca de los exámenes presenciales 20
Capítulo 2 Aplicación de exámenes en modalidad virtual 22
2.1 Exámenes en DidacTIC 27
2.2 Uso de DidacTIC en la Licenciatura en física a comparación de otras carreras 33
2.3 Conclusiones acerca de los exámenes virtuales 37
Capítulo 3 Propuesta de examen utilizando DidacTIC 40
3.1 Elaboración, programación y resultados de los exámenes 42
3.2 Discusión de los experimentos 52
3.3 Propuesta final para realizar un examen auto calificable en DidacTIC 53
Conclusiones 70
Apéndices 71
Apéndice A. Acceso a DidacTIC. 71
Apéndice B: Tarea 1 73
Apéndice C: Tarea 2 74
Apéndice D: Tarea 3 77
Apéndice E: Tarea 4 79
Apéndice F: Tarea 5 80
Apéndice G: Examen 1 84
Apéndice H: Examen 2 86
Apéndice I: Examen 3 86
Apéndice J: Solución Examen 1 87
Apéndice K: Solución Examen 2 92
Apéndice L: Solución Examen 3 98
Apéndice M: Solución Examen Momento Angular 104
Apéndice N: Borrador Examen Momento Angular 111
Apéndice O: Examen 1 en DidacTIC 115
Apéndice P: Examen 2 en DidacTIC 120
Apéndice Q: examen 3 en DidacTIC 129
Bibliografía 141

Capítulo 1 Aplicación de exámenes en modalidad presencial

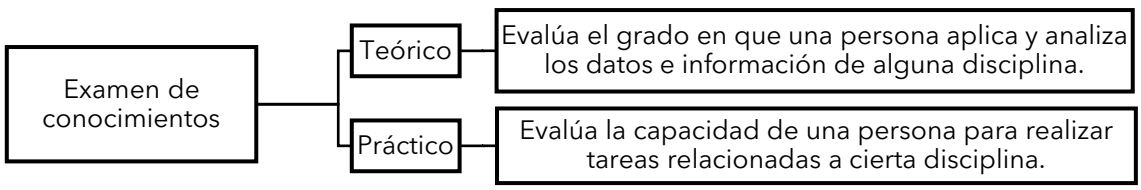
Para iniciar la escritura de este capítulo consideramos importante anotar algunos acontecimientos históricos. En 1923 el Gobernador Rafael Nieto Compeán creó la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP). A partir de este momento esta institución ha formado centenares de profesionales y es reconocida como una de las mejores instituciones de educación superior de la República Mexicana, ya que cuenta con quince Facultades, dos Unidades Académicas Multidisciplinarias y numerosas afiliaciones que van desde preparatorias a nivel nacional hasta universidades ubicadas en el extranjero. Es importante remarcar que cada facultad tiene características únicas de acuerdo con las carreras que alberga, entre ellas podemos destacar a la Facultad de Ciencias, la cual nació a partir de la Escuela de Física fundada por Candelario Pérez hace más de 50 años, y actualmente cuenta con 11 carreras enfocadas a distintas áreas de las ciencias formales y naturales.

Así como cada facultad enseña acorde con las retículas de sus carreras, también los evalúa conforme a los perfiles de egreso de sus alumnos. Es decir, cada facultad utiliza las herramientas de evaluación que más le convenga. Entre las técnicas para la evaluación del desempeño académico encontramos: estudios de caso, proyectos, ensayos, exámenes, etc.

La evaluación es el proceso de recolección, síntesis e interpretación de información para facilitar al maestro la toma de decisiones y otorgar una calificación [Airasian, 2002]; es decir, no es un fin en sí misma, sino que proporciona información al docente para identificar los logros alcanzados frente a los objetivos iniciales y reconsiderar aquellos aspectos que deben reforzarse en el aprendizaje. Siendo los exámenes la forma más común de evaluación independientemente de la facultad y carrera, es recomendable tener un panorama bien enfocado de lo que se requiere evaluar al momento de elaborarlo, pues dependiendo de este panorama, será la presentación del examen.

1.1 Exámenes presenciales

Por décadas la forma de evaluar a los alumnos fue similar en su mayoría: la aplicación de un examen de conocimientos. Estos se caracterizan por ser de dos tipos:



Esquema 1.1 *División de los exámenes de conocimientos.*

Aunque, dependiendo de la orientación que tenga la carrera es el tipo de herramientas de evaluación utilizada, algo que coincide en todos los casos es que por lo menos se les asigna un examen de conocimientos teórico para la evaluación de alguna asignatura.

La aplicación de un examen de conocimientos presencial consta de tres fases: Preparación, elaboración y calificación. La preparación corresponde al acercamiento académico que se tendrá, la elaboración, de la parte estructural y la calificación, del puntaje que le corresponderá a cada parte.

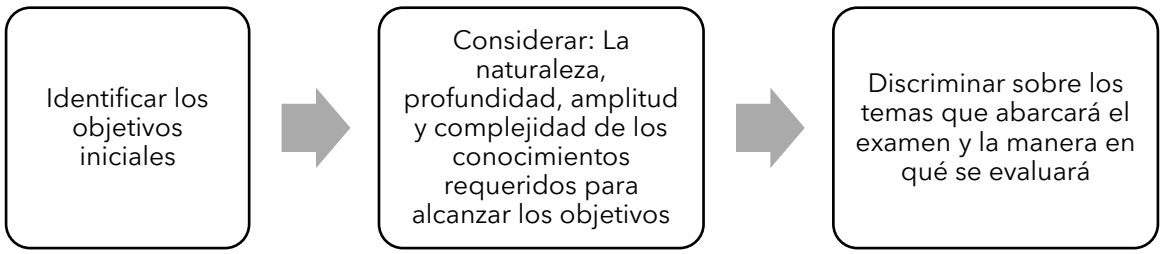
Preparación de un examen de conocimientos presencial

Para preparar un buen examen, debemos cuidar que cubra las siguientes condiciones [Rojano, 1978]:

Debe ser representativo	Nos debe proporcionar una evaluación del logro de los objetivos del tema, unidad y semestre.
Debe ser objetivo	La calificación no dependerá de la opinión del evaluador, sino del resultado acordado por un grupo de especialistas en el tópico.
Debe ser justo	El grado de dificultad del examen debe ser adecuado al grado de dificultad con que se trabajó en clase.

Esquema 1.2 *Condiciones para la elaboración de un examen.*

En otras palabras, lo que el Esquema 1.2 sugiere es: Definir qué, para qué y cómo se evaluará. Podemos, entonces, definir un proceso para la adecuada selección del contenido. Primero deben delimitarse los temas que abarcará ese examen, enseguida prever cual información fundamental previa puede incluirse y cual puede usarse a futuro, y finalmente, el Esquema 1.3 muestra el proceso adecuado para lograrlo.



Esquema 1.3 *Proceso de planeación de temas que abarcará un examen.*

Tras haber delimitado los temas habrá que definir la forma en que se presentará la información, esta parte le concierne a la elaboración.

Elaboración de un examen de conocimientos presencial: Tipos de reactivos.

Primero que nada, los exámenes de conocimientos pueden ser orales o escritos. El cómo se evaluará es a través de reactivos. Un reactivo es un formato que alienta a un estudiante a emitir una respuesta observable, al expresarse o comportarse en tal sentido que permita inferir el grado de dominio de un conocimiento [Hernández, 2021]; puede proceder de dos índoles y denominarlo: *Objetivo* y/o *Conceptual*. Un *reactivo objetivo* será aquel que trate de respuestas imparciales, es decir, la respuesta será siempre la misma, es por ello por lo que esta parte se dedica a evaluar la habilidad numérica del alumno. Por otro lado, tenemos la parte *conceptual*, la cual evaluará la línea de pensamiento o la teoría adquirida por el alumno. En muchos casos los reactivos de un examen pueden ser tanto *objetivos* como *conceptuales*. Una vez definida la índole de un reactivo habrá que definir su estructura. Las estructuras o tipos de reactivo más comunes para exámenes escritos son: opción múltiple, Falso/Verdadero (Sí/No), de correlación o relación de columnas, de complemento, jerarquización u ordenamiento, elección de elementos de un listado y de ensayo; y de ser oral habrá que redactar las preguntas y tener en cuenta los conceptos clave que esperamos escuchar por parte de los alumnos.

A continuación, se enlistan los tipos de reactivos de exámenes teóricos escritos.

1. Opción múltiple.

Un reactivo de este tipo se constituye de cuatro partes: Planteamiento (pregunta), alternativas (respuestas que se proponen), respuesta (opción que se debe elegir) y distractores (opciones que no se deben elegir) [Hernández, 2021].

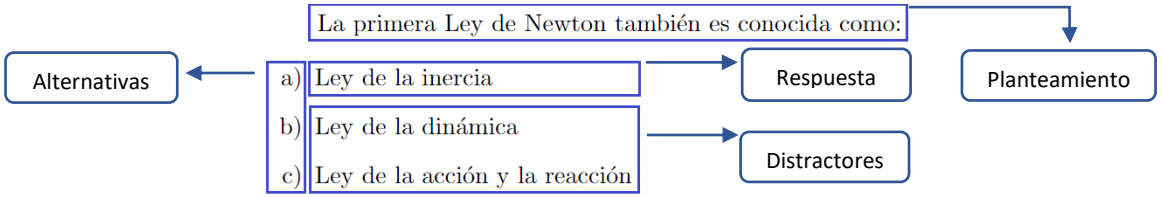


Figura 1.1 *Ejemplo: Opción múltiple.*

Ventajas	Desventajas
Este tipo de reactivos son útiles cuando las respuestas que se desea evaluar un tema amplio, el resultado es objetivo y se desea reducir el tiempo de calificado.	Su redacción es muy compleja debido a que se requiere de una alta comprensión del tema y su elaboración conlleva más tiempo.

Tabla 1.1 *Ventajas y Desventajas: Opción múltiple.*

2. Verdadero/Falso (Sí/No).

Se pueden utilizar al discriminar afirmaciones, analizar principios y conocer las habilidades de los estudiantes, para distinguir características, hechos, comprensión de conceptos, distinción entre hechos y opiniones, afirmaciones, causas, efectos o aspectos de simple lógica. Su estructura está conformada por el enunciado y un espacio para determinar si es falso o verdadero [Gonzal, 2015].

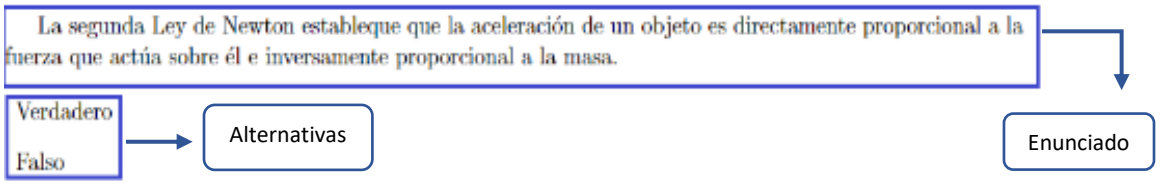


Figura 1.2 *Ejemplo: Verdadero/Falso.*

Ventajas	Desventajas
Este tipo de reactivos estimula la observación, el juicio crítico y el raciocinio.	Se puede caer en ambigüedades y se presta al fraude, pues las posibilidades son 50/50 de que realmente sepa la repuesta o se escogiese al azar.

Tabla 1.2 *Ventajas y Desventajas: Verdadero/Falso.*

3. Correlación o Relación de Columnas

Se presentan dos listados de elementos. La tarea consistirá en relacionar (de acuerdo con el criterio especificado) los elementos de un listado con los del otro. Se deberá de seleccionar la opción que contenga exactamente el conjunto de relaciones que identifiques como correcto [secretaria de Educación de Jalisco, 2008].

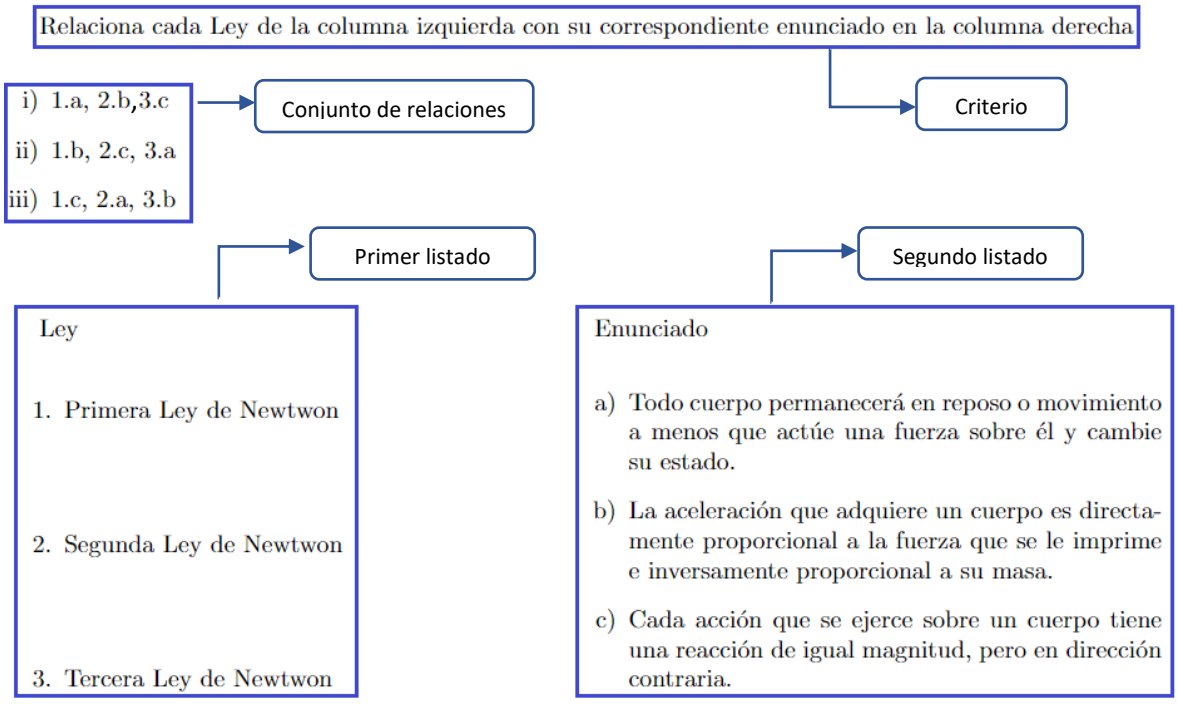


Figura 1.3 *Ejemplo: Relación de columnas.*

Ventajas	Desventajas
Son rápidos de calificar y sencillos de construir	Se presta a que el alumno adivine la respuesta, sin embargo, las probabilidades de que acierte disminuyen entre más opciones anidemos.

Tabla 1.3 *Ventajas y Desventajas: Relación de columnas.*

4. Complemento

Los reactivos de este tipo adoptan la forma de enunciados en los que se han omitido una o dos palabras. Las omisiones pueden estar al principio, en medio o al final. En las opciones de respuesta se encuentran palabras que pueden completar dichos enunciados, estas son llamadas alternativas [Secretaria de Educación de Jalisco, 2008].

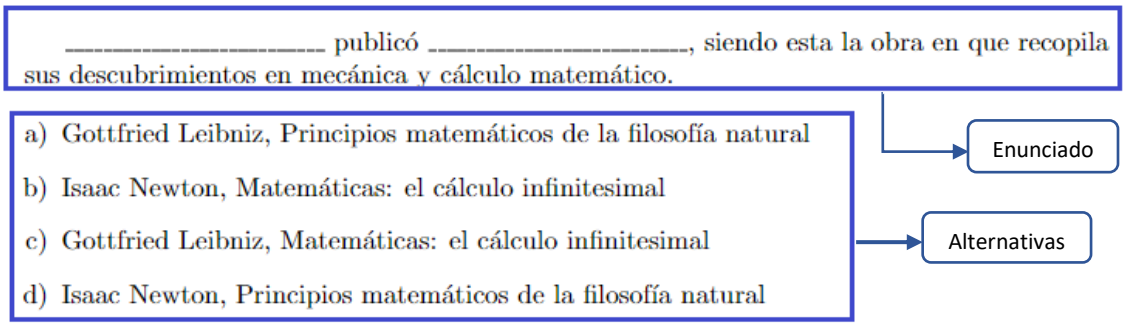


Figura 1.4 *Ejemplo: Complemento.*

Ventajas	Desventajas
Es muy útil para reducir la posibilidad de adivinar la respuesta	Sin embargo, puede ser más tardada la revisión.

Tabla 1.4 *Ventajas y Desventajas: Complemento.*

5. Jerarquización

Consiste en presentar varias proposiciones (serie de hechos, conceptos o datos) a las cuales el alumno deberá dar un orden lógico o cronológico. Debe presentarse una lista de elementos que formen parte de un proceso, procedimiento o evento histórico [Hernández, 2021].

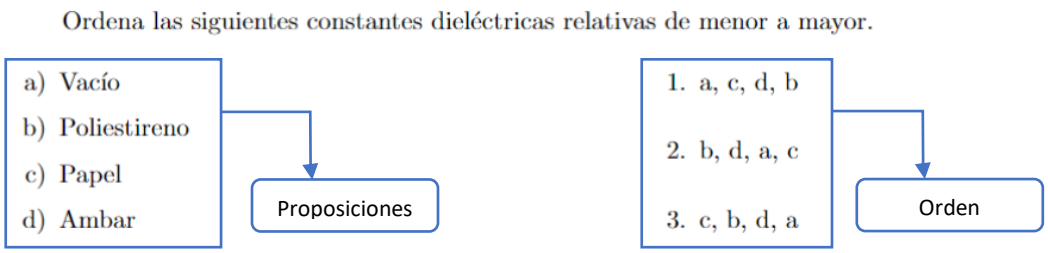


Figura 1.5 *Ejemplo: Jerarquización.*

Ventajas	Desventajas
Se evidencia la capacidad de observación, de reflexión y de asimilación de los conocimientos, se puede conocer el análisis y la discriminación que el alumno realiza	Se requiere tiempo y capacidad de síntesis para la elaboración de estas preguntas.

Tabla 1.5 *Ventajas y Desventajas: Jerarquización.*

6. Elección de elementos de un listado

Este tipo de reactivos presenta un grupo de conceptos o elementos que acompaña a la pregunta y de los cuales, deben elegirse algunos de ellos tomando como base el criterio de discriminación señalado en la base de la pregunta [Hernández, 2021].

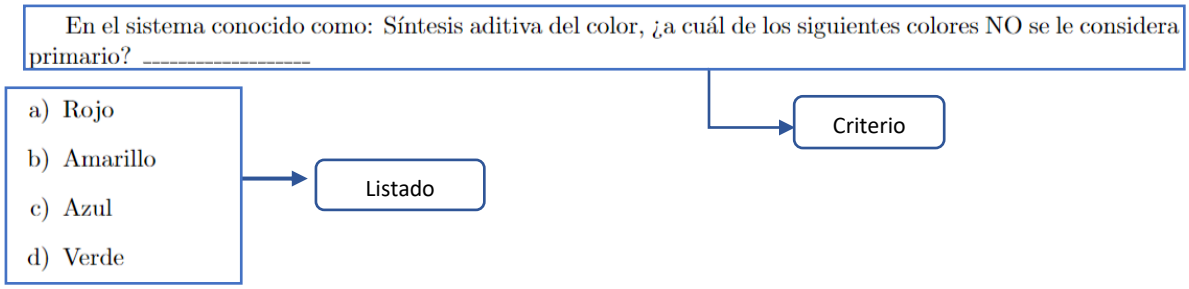


Figura 1.6 *Ejemplo: Elementos de un listado.*

Ventajas	Desventajas
Con la inclusión de varias alternativas de respuestas es posible detectar las deficiencias más comunes de los alumnos.	La selección requiere de memorización. Los reactivos evalúan una sola idea y miden con mayor efectividad los conocimientos que no están sujetos a discusión dentro de un aprendizaje.

Tabla 1.6*. Ventajas y Desventajas: Elementos de un listado.*

7. Ensayo

Son exámenes escritos de respuesta libre en los cuales el alumno desarrolla un tema libremente según sus criterios mínimos de elaboración. Se puede evaluar a través de dos formas: holístico y analítico [López, 2000].

Método holístico para evaluación de reactivos tipo ensayo: Consiste en observar la impresión global del ensayo, ver la calidad de la respuesta en general con relación a un estándar relativo o absoluto. En caso de ser relativo se comparará con otros alumnos, y de ser absoluto, se comparará con un ejemplo que representa grados de calidad predeterminada; la Tabla 1.7 muestra un ejemplo de estos grados de calidad.

5	Incluye los tres aspectos con los ejemplos relevantes
4	incluya al menos 2 de los 3 aspectos, ambos con ejemplos relevantes
3	incluya al menos 2 de los 3 aspectos, y al menos un ejemplo relevante
2	incluya 1 de los 3 aspectos con ejemplos relevantes
1	incluya al menos 1 de los 3 aspectos sin ejemplos
0	ninguna respuesta o respuesta irrelevante

***Tabla 1.7**. Estándares de revisión.*

Método analítico para evaluación de reactivos tipo ensayo: Consiste en que los elementos cruciales de la respuesta ideal deben ser identificados y calificados por separado. Para calificar de manera objetiva se puede:

- Calificar pregunta por pregunta en lugar de alumno por alumno. La concentración de la atención en una pregunta ayuda a desarrollar habilidad e independencia al evaluar.
- De ser posible evite ver la identidad del estudiante que está calificando. Para reducir la posibilidad de influencia en el puntaje. Idealmente las respuestas deben ir en diferentes hojas, identificadas con un numero (ej. matrícula).

Ventajas	Desventajas
Fomentan la capacidad creativa. Se obtiene información suficiente acerca de la demostración del conocimiento esencial. Evalúa la capacidad del alumno para transmitir su mensaje. Puede ser objetivo en su calificación si se explicó claramente los aspectos que se evaluarían. La utilización de ciertos estándares permite mayor objetividad en la evaluación.	Admite diversidad de respuestas por lo que es importante tener un patrón base de las respuestas esperadas. Requiere de mucho tiempo para su realización y revisión.

***Tabla 1.8**. Ventajas y Desventajas: Ensayo.*

Evaluación, ponderación y retroalimentación

Finalmente, para concluir con el proceso de un examen, es necesario dar una evaluación y dar retroalimentación a los alumnos después de calificar sus exámenes.

La evaluación se concibe como un proceso compuesto por una diversidad de acciones orientadas a comprender y mejorar sistemáticamente el aprendizaje de los estudiantes [Castro, 2020]. Esta parte es complicada debido a que el origen de las preguntas puede ser *objetivo* o *conceptual*, así mismo, dependiendo el tipo de reactivo también incrementa o disminuye la dificultad como se mencionó en el apartado anterior. Al momento de evaluar, en necesario tener en cuenta la rúbrica previamente mencionada en el Esquema 1.2, y la evaluación sea de la forma más asertiva posible, es decir, la

calificación otorgada al alumno sea congruente con los objetivos presentados durante clase y los temas abordados.

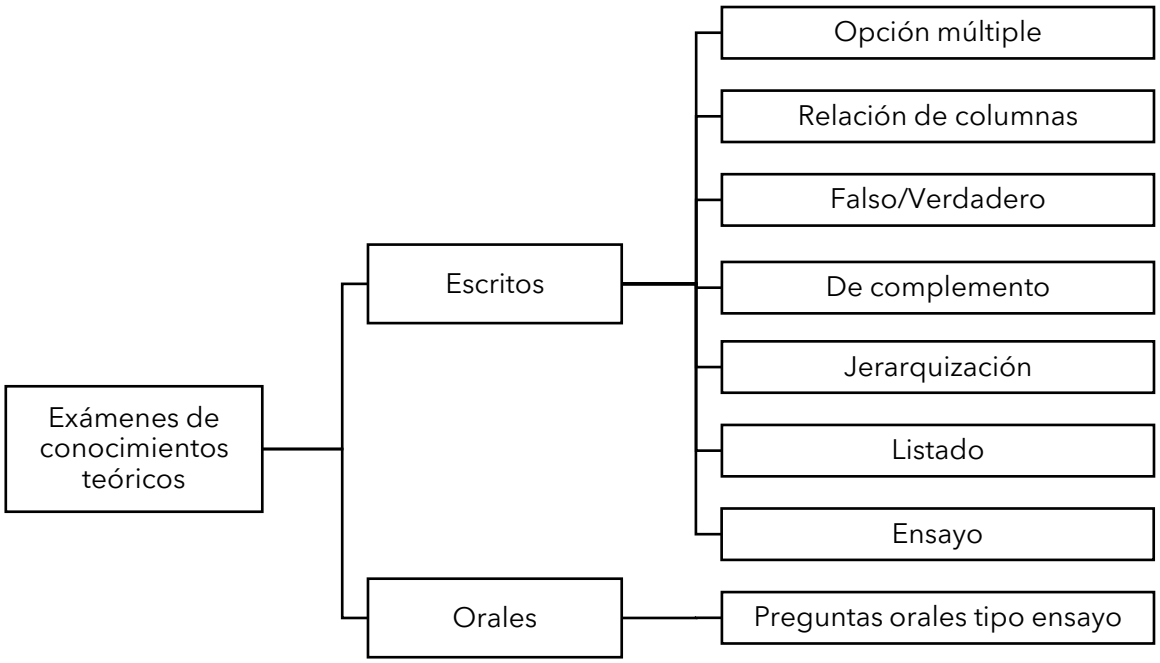
Aunque la evaluación nos otorga un resultado cualitativo, es necesario asignarle un resultado cuantitativo, para ello se debe hacer una ponderación, es decir, asignar un peso a cada reactivo dependiendo de la dificultad o importancia que tenga este en nuestro examen.

Finalmente, tenemos la retroalimentación, esta se refiere al hecho de proporcionar información y análisis del desempeño académico, del avance y proceso en la formación del alumno, permitiéndole una apertura para mejorar sus debilidades y transformándose en apoyo para sus fortalezas [Castro, 2020]. En otras palabras, tras regresar un examen evaluado a un alumno es necesario hacer hincapié en las metas del curso para que se enfoque a mejorar en las debilidades que se identificaron y, a su vez, incitarlo a utilizar sus fortalezas para obtener mayores beneficios.

1.2 Tipos de exámenes en la Licenciatura en Física a comparación de otras facultades.

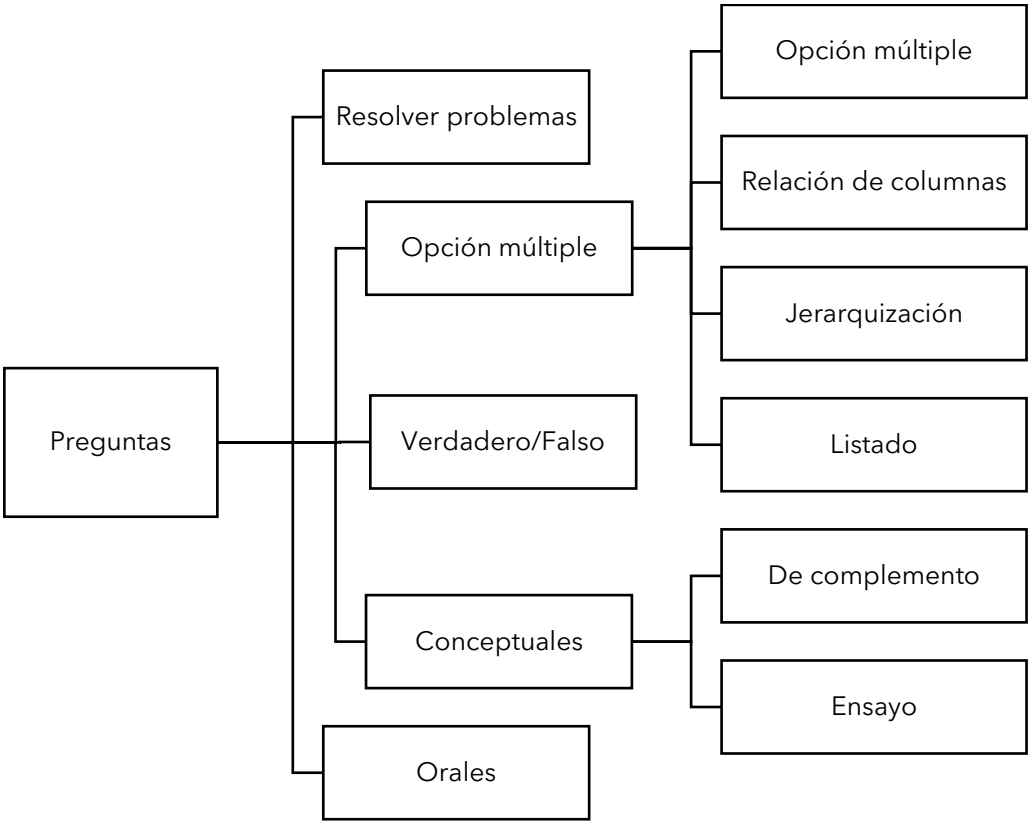
Anteriormente se estableció, la forma de preparar un examen, la forma de estructurarlo y el cómo otorgar una calificación objetiva. En esta sección utilizaremos lo ya mencionado para comparar la estructuración (presentación) de cada examen de acuerdo con la carrera en que se aplica.

Hasta el momento se estableció que un examen se puede estructurar de la siguiente forma:



Esquema 1.4 *División de los tipos de reactivos contenidos en exámenes de conocimientos teóricos escritos.*

Podemos reformular el esquema anterior para fijar un nuevo formulario de preguntas más concreto y que incluya varios tipos de reactivo en uno mismo. Imaginemos que tenemos sólo 5 tipos de preguntas que podemos hacer en un examen sin importar si es escrito u oral. Podemos sugerir el siguiente agrupamiento:



Esquema 1.5 *Reagrupación de los tipos de reactivos contenidos en exámenes*

Para analizar la diferencia que existe entre los exámenes aplicados en la Licenciatura en Física, otras carreras de la Facultad de Ciencias y de facultades externas, se realizó una encuesta. Primero se buscaron carreras que tuvieran materias que implicarán física o matemáticas en su programa. Y posteriormente con ayuda de la retícula de cada carrera se eligieron cuatro: dos carreras pertenecientes a la Facultad de Ciencias y dos de otras facultades.

Enseguida, se realizó una encuesta dirigida tanto a alumnos como profesores de las carreras elegidas. La aplicación fue por medio de la plataforma *Forms de Microsoft* (cuenta gratuita a través de la cuenta institucional), la cuál es útil puesto que se tiene la opción de que sólo personas de la institución la realicen, tiene una interfaz amigable y realiza el cómputo (gráficas y análisis de resultados).

Retículas

Para comenzar, se muestran las retículas de cada carrera elegida para tener un antecedente de las materias que la conforman, podemos observar que tanto las matemáticas como la física se encuentran implicadas en varias de ellas, como lo es

álgebra lineal (Economía), geometría (Arquitectura), biomecánica (Lic. En Ing. Biomédica), e introducción a física moderna y mecánica cuántica (Lic. En Ing. En Nanotecnología y Energías Renovables).

Facultad de Economía: Lic. En Economía.

Figura 1.7 *Retícula Economía*

Facultad de Estudios Profesionales Zona Huasteca (FEPZH): Lic. En Arquitectura

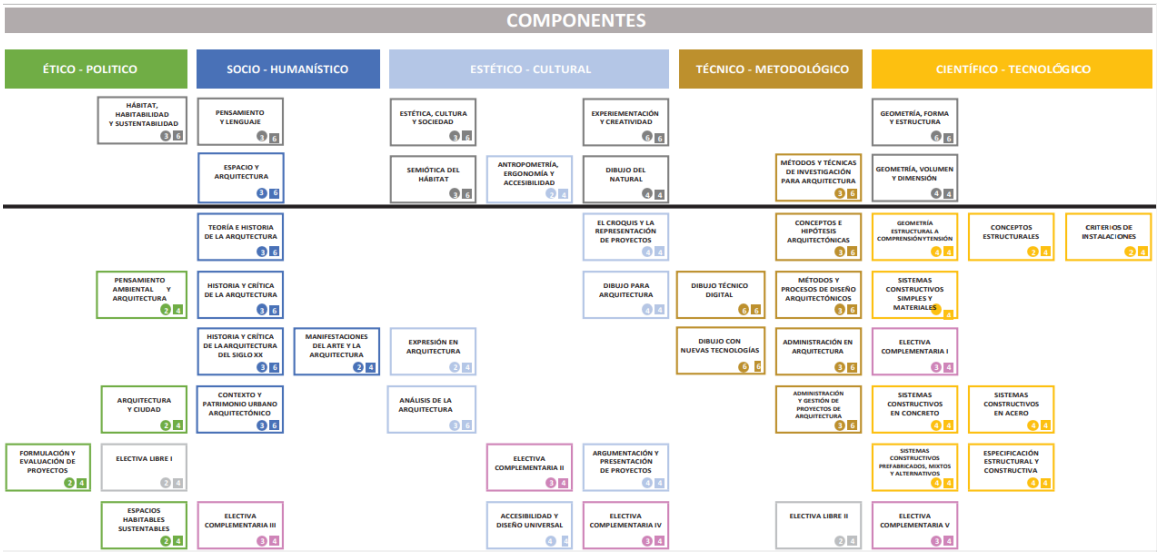


Figura 1.8 *Retícula Arquitectura*

Lic. En Ing. Biomédica

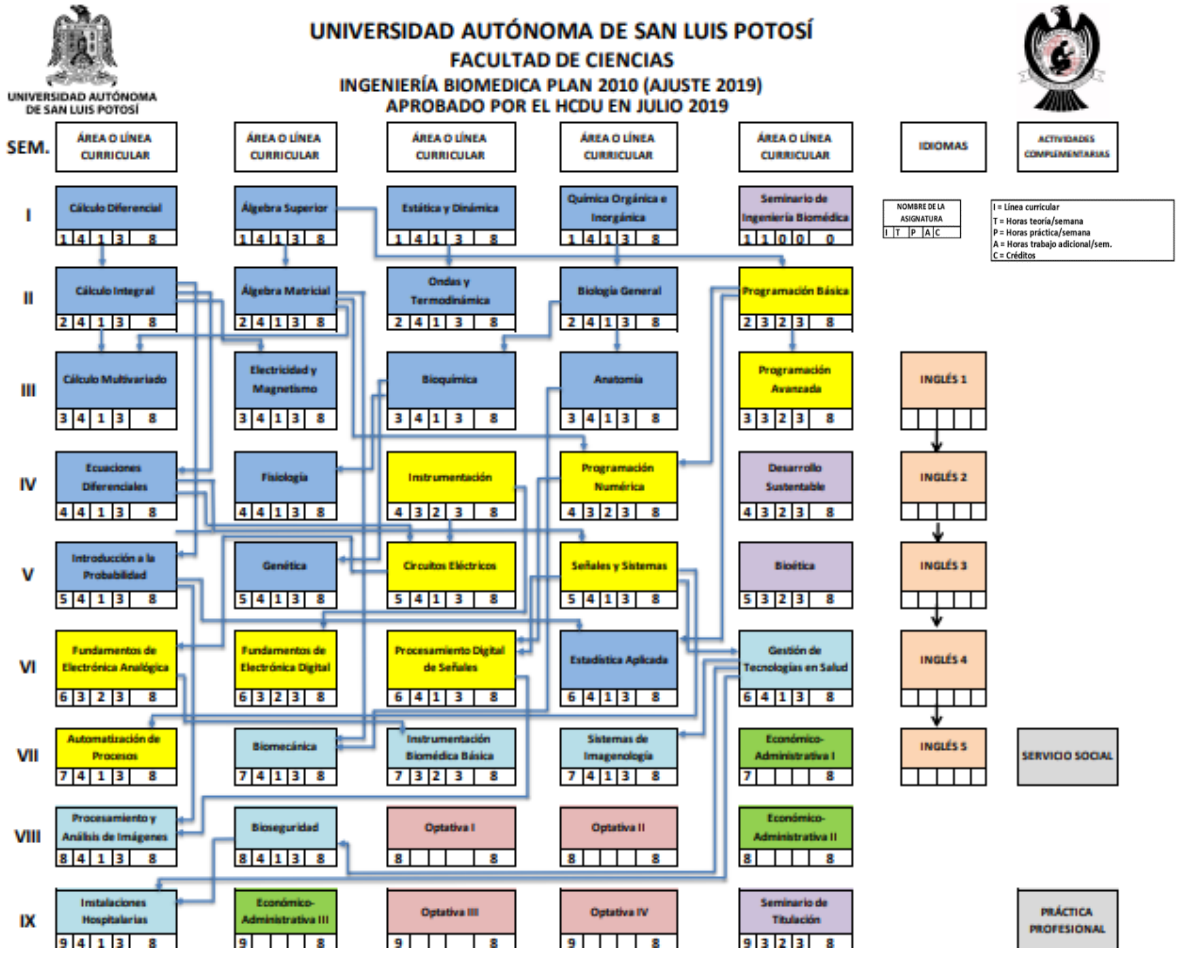


Figura 1.9 *Retícula Ing. Biomédica*

Lic. En Ing. En Nanotecnología y Energías Renovables

SEMESTRE I	SEMESTRE II	SEMESTRE III	SEMESTRE IV	SEMESTRE V	SEMESTRE VI	SEMESTRE VII	SEMESTRE VIII	SEMESTRE IX
Cálculo Diferencial	Cálculo Integral	Cálculo Multivariado	Ecuaciones Diferenciales	Métodos Matemáticos	*Electiva de énfasis I*	*Electiva de énfasis II**	*Electiva de énfasis IV**	Estancia Industrial o en Laboratorio de Investigación
Algebra Superior	Algebra Matricial	Ondas y Termodinámica	Electricidad y Magnetismo	Calor y Termodinámica	Óptica Física	*Electiva de énfasis III*	*Electiva de énfasis V*	
Química General	Química Orgánica	Introducción a Física Moderna y Mecánica Cuántica	Síntesis Química de Nanoestructuras	Electroquímica	Nanotecnología en Energías Renovables	Ciencia de Materiales	*Electiva de énfasis VI*	
Introducción a las Energías Renovables	Estática y Dinámica	Introducción probabilidad y estadística	Ingeniería Fotovoltaica	Ingeniería Fototérmica	Taller Integrador de la Profesión	Técnicas Avanzadas de Caracterización	Taller Integrador Multidiciplinario	
Introducción a la Nanotecnología	Fundamentos de Programación	Programación Numérica	***Optativa I:*** *Ciencias Sociales y Humanidades I***	Temas Selectos de Electrónica	***Optativa II:*** *Económico-Administrativa I****	***Optativa III:*** *Ciencias Sociales y Humanidades II***	***Optativa IV:*** *Económico-Administrativa II****	
Seminario INER								
INGLÉS I	INGLÉS II	INGLÉS III	INGLÉS IV	INGLÉS V		SERVICIO SOCIAL		

Figura 1.10 *Retícula INER*

Lic. En Física

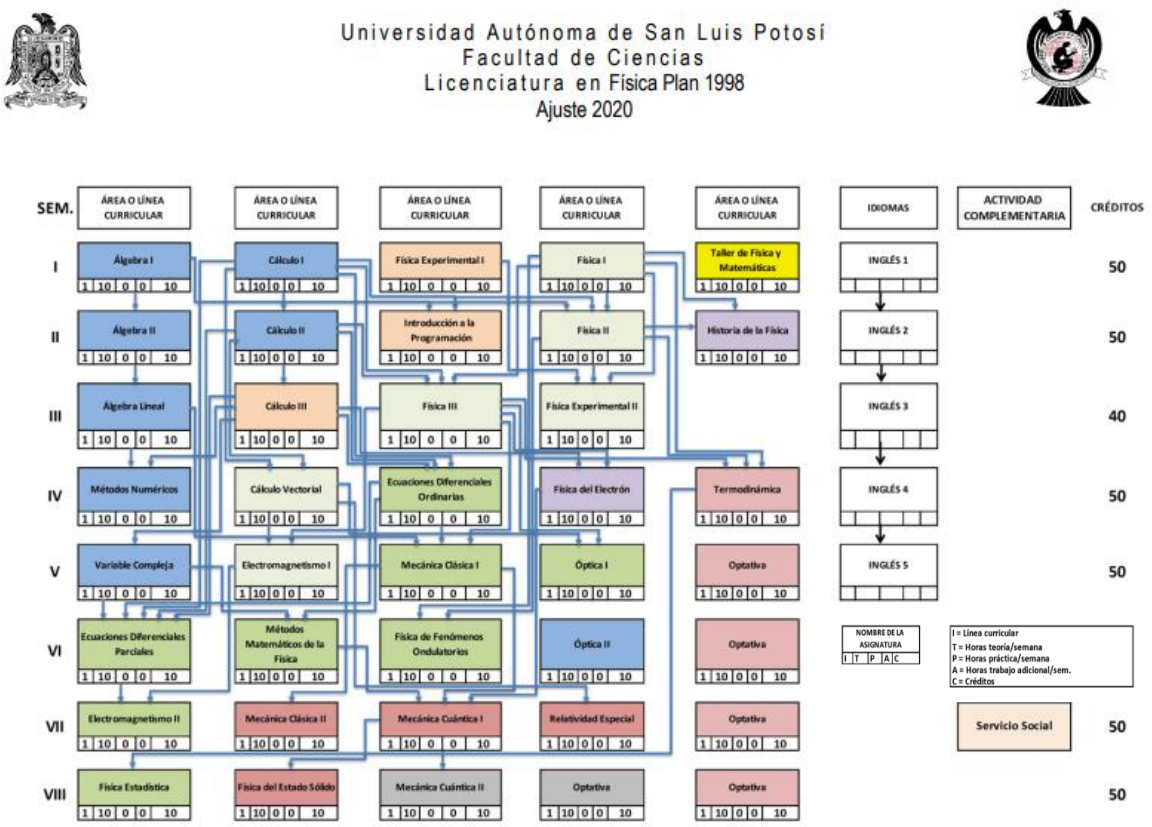


Figura 1.11 *Retícula Lic. En Física.*

Preguntas

Las encuestas se realizaron a través de la plataforma Forms (incluida en office 365 de la cuenta institucional). Se elaboraron dos preguntas principales con sus respectivas respuestas, la población a quien se aplicó se especifica en la tabla 1.9.

1. ¿Qué tipos de reactivos contenían sus exámenes cuando tomaba clases presenciales?

   R. Resolver problemas, opción múltiple, Verdadero/Falso, Preguntas conceptuales, Preguntas orales.

2. ¿Cómo entregaba la solución del examen cuando estaba en clases presenciales?

   R. Desarrollaba la solución en hojas y se las entregaba al profesor. Contestaba en la hoja de respuestas que entregaba el profesor. Respondía en una plataforma electrónica. Oralmente.

Facultad	Carrera	Alumnos
Ciencias	Lic. En Física	24
	Lic. En Ing. Biomédica	29
	Lic. En Ing. Nanotecnología y Energías Renovables	23
Economía	Lic. En Economía	13
FEPZH	Lic. En Arquitectura	19

Tabla 1.9 *Población encuestada.*

El propósito de estas preguntas fue conocer la forma en que se evaluaba durante las clases presenciales, tanto a las otras carreras como a la Lic. En física, qué tipos de preguntas eran las más utilizadas, conocer la diferencia de uso y poder hacer la respectiva comparación.

Resultados

Lic. En Economía

Figura 1.12 *Pregunta 1.1 Eco.*

Figura 1.13 *Pregunta 1.2 Eco.*

Lic. En Arquitectura

Figura 1.14 *Pregunta 1.1 Arq.*

Figura 1.15 *Pregunta 1.2 Arq.*

Lic. En Ing. Biomédica

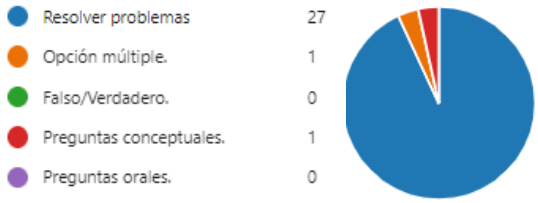


Figura 1.16 *Pregunta 1.1 Biome.*

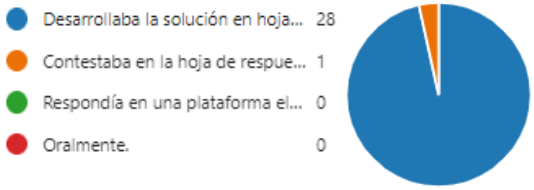


Figura 1.17 *Pregunta 1.2 Biome.*

Lic. En Ing. En Nanotecnología y Energías Renovables

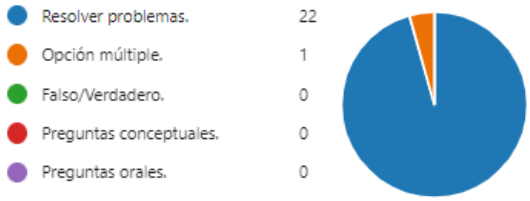


Figura 1.18 *Pregunta 1.1 INER.*

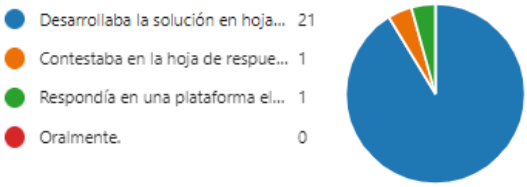


Figura 1.19 *Pregunta 1.2 INER.*

Lic. En Física

Figura 1.20 *Pregunta 1.1 Fís.*

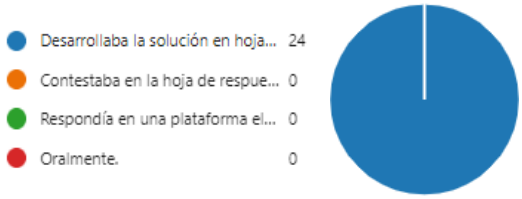


Figura 1.21 *Pregunta 1.2 Fís.*

En las Figuras 1.12 a 1.21 se muestran el número de encuestados que eligió cada respuesta con su respectiva gráfica. Para tener una mejor perspectiva de los porcentajes se añaden las tablas 1.10 y 1.11.

Carrera	Resolver Problemas	Opción Múltiple	Verdadero/ Falso	Preguntas Conceptuales	Preguntas Orales
Lic. En Economía	38%	15%	23%	9%	15%
Lic. En Arquitectura	32%	32%	16 %	20%	0%
En Ing. Biomédica	93%	3.5%	3.5%	0%	0%
Lic. En Ing. Nanotecnología y Energías Renovables	96%	4%	0%	0%	0%
Lic. En Física	96%	0%	0%	4%	0%

Tabla 1.10 *Resultados en porcentaje Pregunta 1.1.*

Carrera	Desarrollaba la solución en hojas y se las entregaba al profesor	Contestaba en la hoja de respuestas que entregaba el profesor	Respondía en una plataforma electrónica	Oralmente
Lic. En Economía	14.5%	54.5%	0%	31%
Lic. En Arquitectura	31%	53%	16%	0%
Lic. En Ing. Biomédica	96.5%	3.5%	0%	0%
Lic. En Ing. Nanotecnología y Energías Renovables	92%	4%	4%	0%
Lic. En Física	100%	0%	0%	0%

Tabla 1.11 *Resultados en porcentaje Pregunta 1.2.*

Las Figuras 1.22 y 1.23 muestras las gráficas comparando sólo la primera respuesta con un conglomerado de todas las demás. Se identifica sencillamente como es en otras facultades, incluso en la misma facultad en otras carreras a menor nivel, el uso de otro tipo de preguntas es más frecuente, existe una mayor diversidad en cuanto a la estructura de los exámenes aplicados.

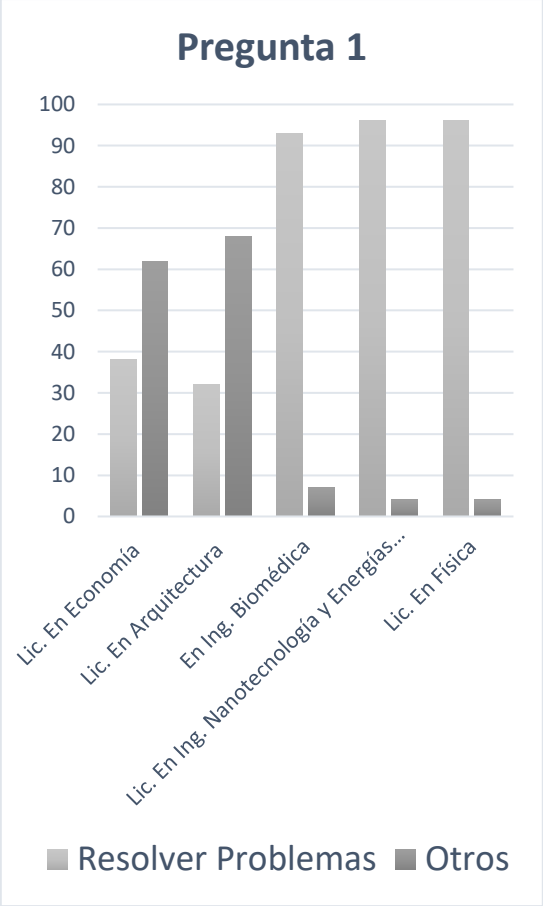


Figura 1.22 *Gráfica pregunta 1.1.*

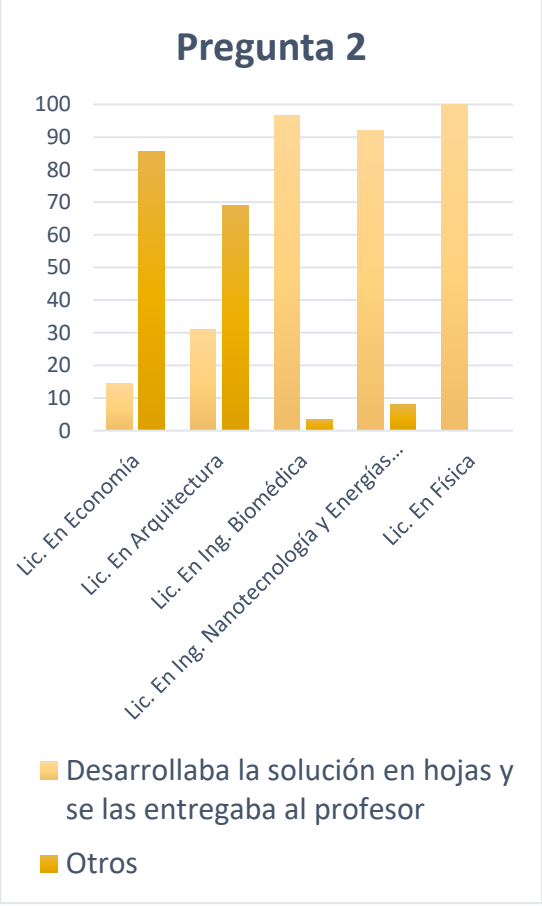


Figura 1.23 *Gráfica pregunta 1.2.*

1.3 Conclusiones acerca de los exámenes presenciales

Tras analizar la forma en que debe estructurarse un examen (sección 1.1) y las encuestas realizadas (sección 1.2), discutiremos los pros y los contras encontrados de las demás carreras a comparación de física, los tipos de preguntas en Física y las implicaciones que conlleva esto.

Ventajas y desventajas de las preguntas utilizadas por otras carreras a comparación de física

El enfoque principal es conocer la frecuencia con que se utilizan los reactivos propuestos en la primera sección, así como la forma en que se entrega la solución al examen. Específicamente si comparamos Física con las otras carreras en las figuras 1.20 y 1.21 podemos observar la diferencia entre la repetición con que se pide desarrollar un problema y el uso de otros tipos de reactivos (ya sea abiertos o cerrados) en la carrera de física a diferencia de las otras que tomamos como prueba. La variedad de los tipos de reactivos, abiertos o cerrados, que se usan en otras carreras es más considerable a comparación de física en donde se suele utilizar sólo el desarrollo de problemas; por ello es pertinente especificar cómo se aplica y evalúa cada reactivo en un examen de física.

Reactivos utilizados en la Licenciatura en Física

Resolver problemas

Este tipo de reactivos se consideraría una *Pregunta abierta* de tipo *Ensayo*. En su mayoría evalúa la parte numérica, aunque suele venir implícita la parte conceptual para lograr hacer un desarrollo numérico adecuado, en este caso se puede hacer el uso de una rúbrica para otorgar el puntaje al reactivo. A continuación, se adjunta un ejemplo:

•El desarrollo NO es claro, ordenado y limpio. •NO justifica cada paso •NO Existe un análisis físico y matemático, y NO llega al resultado correcto. •NO discute casos límite	•El desarrollo es claro, ordenado y limpio. •NO justifica cada paso •Existe un análisis físico y matemático, pero NO llega al resultado correcto. •NO discute casos límite	•El desarrollo es claro, ordenado y limpio. •Justifica cada paso •Existe un análisis físico y matemático, pero NO llega al resultado correcto. •NO discute casos límite	•El desarrollo es claro, ordenado y limpio. •Justifica cada paso •Existe un análisis físico y matemático, pero NO llega al resultado correcto. •Discute casos límite	•El desarrollo es claro, ordenado y limpio. •Justifica cada paso •Existe un análisis físico y matemático y llega al resultado correcto. •Discute casos límite
0 pts	2 pts	5 pts	8 pts	10 pts

Tabla 1.12 *Rúbrica de evaluación en física propuesta por el grupo de trabajo del Dr. César Galván.*

Preguntas conceptuales y preguntas orales

Estos reactivos también se consideran *Preguntas abiertas* de tipo *Ensayo*. Las utilizan los profesores para verificar que la teoría haya sido comprendida. Usualmente se elabora una pregunta y el alumno debe responder únicamente con lo que recuerde, no se dan pistas en absoluto.

Preguntas cerradas: Opción múltiple y Verdadero/Falso

En cuanto a todos los tipos de reactivos concernientes a esta categoría, no existe evidencia de que en alguna ocasión se haya elaborado un examen en la Licenciatura en Física utilizando alguno de estos reactivos.

Ahora, sería bueno plantearnos cuál es el enfoque de los problemas o preguntas que se encuentran en estos exámenes. Se busca conocer su capacidad de interpretación de problemas, modelado de soluciones a través de conceptos físicos y destreza matemática, descripción de fenómenos, demostración a través del uso de las matemáticas y vinculación de conocimientos previos con lo nuevo.

¿Qué implican estos resultados?

En el siguiente capítulo se abordará la transición de este tipo de exámenes, a la elaboración de exámenes en línea. ¿Qué tipo de reactivos son más favorables al momento de aplicar un examen en línea? ¿Cuáles de estos reactivos conllevan una programación sencilla y veraz en una plataforma? ¿Existen todos los tipos de preguntas en una plataforma para exámenes en línea? En pocas palabras, qué tan difícil fue la adaptación de los exámenes que se efectuaban de forma presencial a la aplicación de estos de forma virtual.

Capítulo 2 Aplicación de exámenes en modalidad virtual

Durante mucho tiempo se llevó a cabo la evaluación de la forma en que se menciona a lo largo del Capítulo 1, sin embargo, en marzo de 2020 la facultad de Ciencias emitió un comunicado anunciando que las clases presenciales se suspenderían de forma temporal debido a los contagios que se presentaban en el país por el virus SARS-CoV-2; esto ocasionó que profesores buscaran alternativas de comunicación con sus alumnos, algunos crearon grupos de *WhatsApp* o Facebook, otros mandaron documentos a través del correo, unos más incluso subieron sus clases a canales de *YouTube* para que sus alumnos no perdieran clases; la creatividad de los profesores fue asombrosa, y la tuvieron que seguir utilizando después de que anunciaron que las clases presenciales quedarían suspendidas por tiempo indefinido.

Lamentablemente no existía un protocolo a seguir cuando inició el aislamiento y más allá de un protocolo, no se tenía desarrollada la habilidad para el uso de herramientas electrónicas proporcionadas por la UASLP. Dos dudas surgieron: ¿Cómo darían los temas a los alumnos? y ¿cómo se evaluaría?

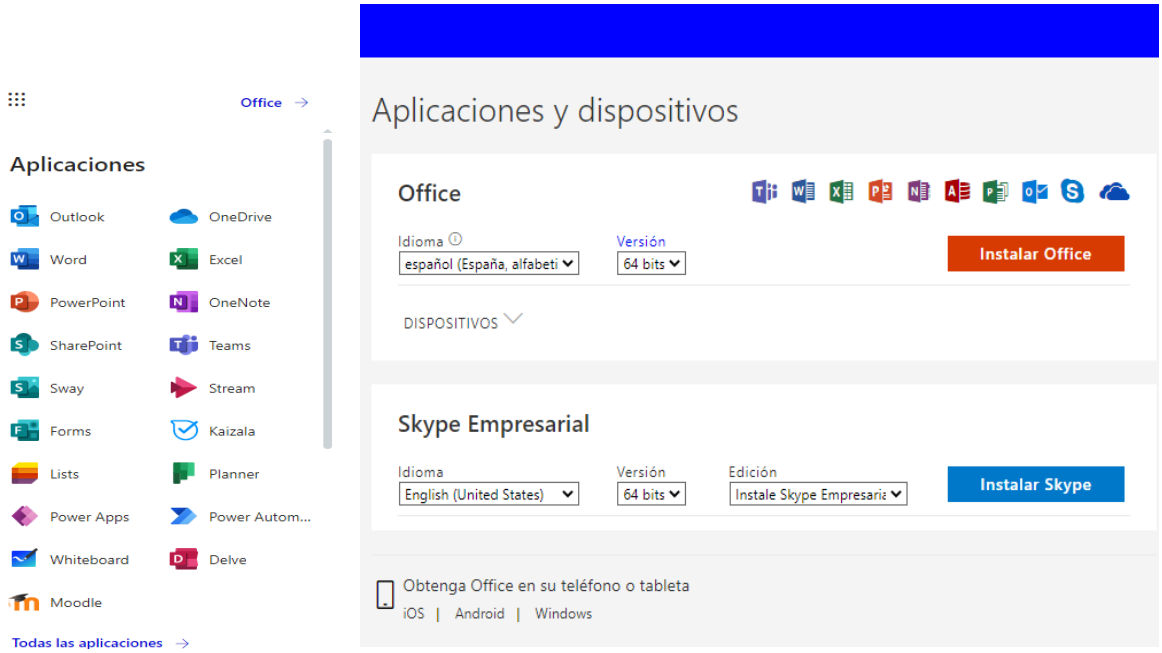


Figura 2.1 *Recursos electrónicos UASLP 1.*

A través de Office 365 se tiene acceso a una cuenta institucional la cual nos brinda un servicio ilimitado en plataformas como Skype, Teams, Stream, entre otras (Figura 2.1), se pueden utilizar a través del navegador de preferencia o descargar las aplicaciones de escritorio. Tanto docentes como alumnos se adaptaron de forma satisfactoria a estas plataformas para dar y tomar clases en ellas respectivamente.

Sin embargo, la otra pregunta continuaba ¿cómo se evaluaría a los alumnos? La mayoría de los profesores optaron por hacer exámenes similares a como se efectuaban en clases presenciales: Mandaban un PDF con problemas a resolver, los alumnos los resolvían en hojas, escaneaban y mandaban el archivo.

Un entorno de clases presenciales es distinto a uno de clases virtuales, por ende, la forma de evaluar también debería cambiar. La cuestión es: ¿cuál es una forma adecuada de evaluar en un entorno virtual?

Entre las herramientas electrónicas que proporciona la universidad existe una que incluye distintas opciones para evaluar a los alumnos y que incluso fue desarrollada por personal de la universidad: DidacTIC. A diferencia de las Herramientas mencionadas previamente, si no se tiene conocimiento de ésta, es un poco más complicado acceder a esta. Una opción es escribir en el navegador la URL http://didac-tic.uaslp.mx/ o a través del apartado PROFESORES (Figura 2.2), es importante mencionar que a través del de ALUMNOS no hay forma de acceder, una vez ahí en la pestaña CURSOS Y TALLERES (Figura 2.3) se abre la página de ACADÉMICA, una vez en ACADÉMICA damos clic sobre la imagen de DidacTIC (Figura 2.4), lo que nos redirigirá a una página (Figura 2.5) que a su vez contiene una breve introducción de lo que es la plataforma, así como los recursos que se encuentran en ella; se puede notar que se encuentra el enlace para ingresar directamente, así como una guía de ingreso dirigida a alumnos y profesores. Finalmente, al dar clic sobre el enlace abre el portal de DidacTIC (Figura 2.6) y basta con ingresar el usuario y contraseña como se indica en la guía de profesores o alumnos respectivamente (el Apéndice A contiene una pequeña serie de instrucciones para acceder, pero se sugiera descargar las guías completas de la página principal de ser necesario).

Figura 2.2 *Recursos electrónicos UASLP 2.*

Figura 2.3 *Recursos electrónicos UASLP 3.*

Figura 2.4 *Recursos electrónicos UASLP 4.*

Figura 2.5 *Recursos electrónicos UASLP 5.*

Figura 2.6 *Recursos electrónicos UASLP 6.*

La Secretaría académica de la UASLP creó una serie de vídeos tutoriales para entender lo básico de la programación en DidacTIC a través de su cuenta de YouTube, en este sitio se encuentran la mayoría de las herramientas explicadas con sus aplicaciones generales, sin embargo, es necesario aprender a adaptarlo para cada facultad/carrera/materia. Una vez ingresando los datos correctos se abre la página principal de DidacTIC y escogemos un curso (Figura 2.7).

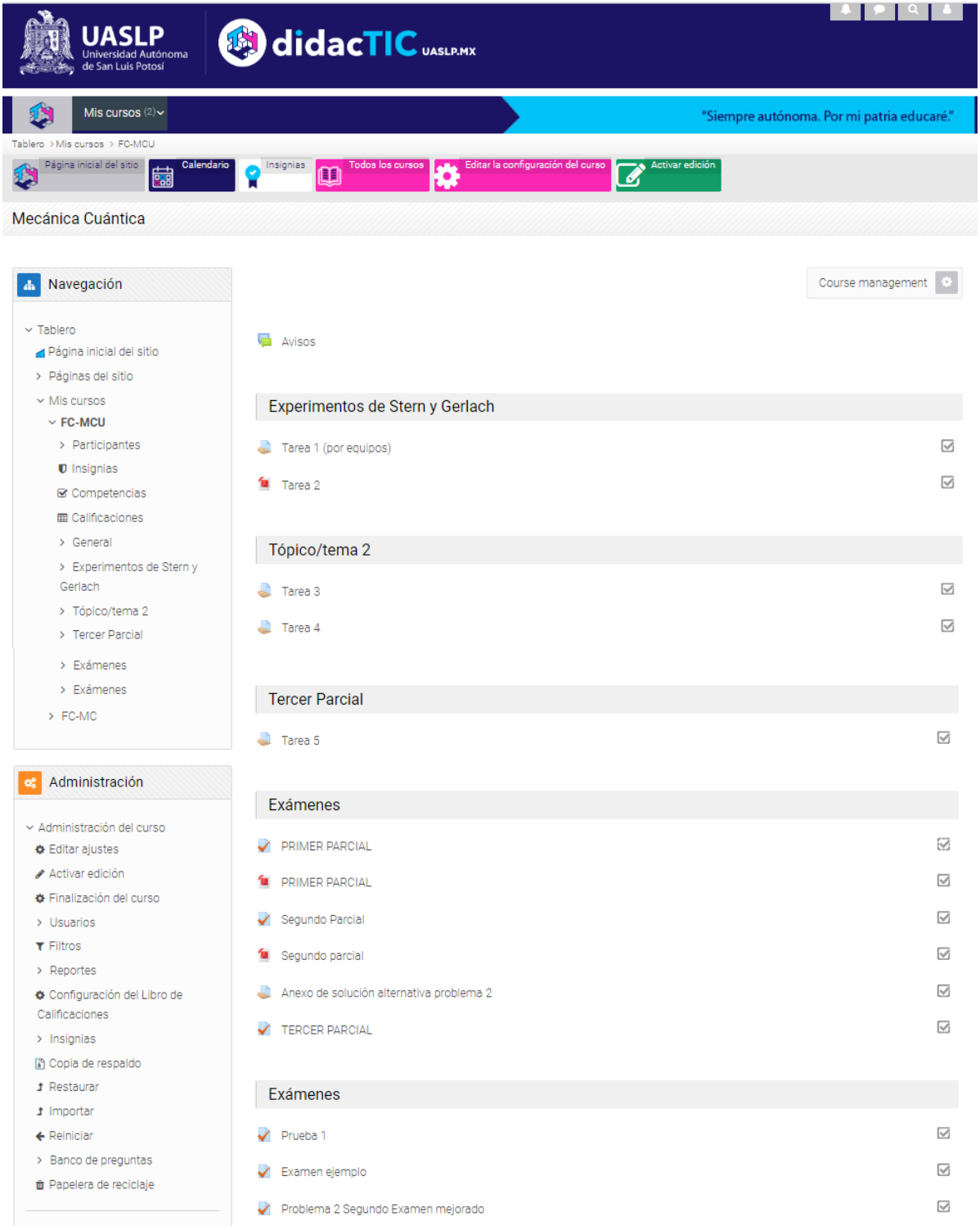


Figura 2.7 *Vista de la página principal de una asignatura en DidacTIC.*

2.1 Exámenes en DidacTIC

Entre los recursos que nos ofrece DidacTIC, tenemos la opción de crear una actividad tipo examen. Para ello podemos agregar un Tópico llamado Exámenes (Figura 2.7a) e ir agregando ahí los exámenes correspondientes a cada parcial (Figura 2.7b), se pueden modificar en cualquier momento (Figura 2.7c), siempre y cuando aún no lo haya hecho ningún alumno, al momento de programarlo se puede elegir a partir de qué momento será visible para los alumnos, aunque igual existe la opción para ocultar todo el tópico (Figura 2.7d), así los alumnos no lo verán hasta que se cambie nuevamente el estado, y finalmente, al hacer clic en el botón Añadir una actividad o recurso (Figura 2.7e) se despliega una barra de Actividades (Figura 2.8) en donde se encuentra la actividad Examen (Figura 2.8a), y para comenzar a programarlo se da clic en el botón Agregar (Figura 2.8b).

Figura 2.8 *Agregar exámenes en DidacTIC.*

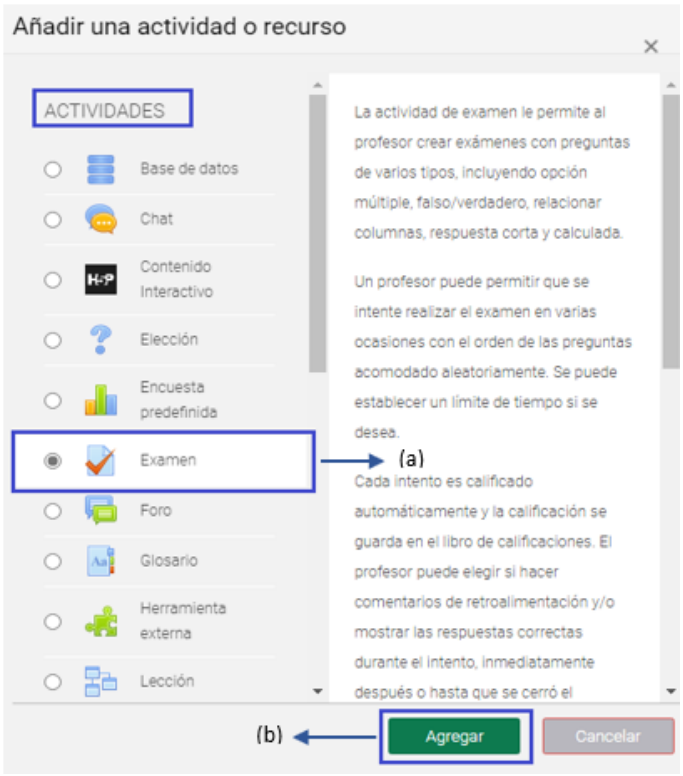


Figura 2.9 *Recurso examen.*

Entre los vídeos creados por la Secretaría Académica se encuentra uno específicamente para la creación de una actividad tipo examen (Cómo crear una actividad tipo examen | DidacTIC UASLP - YouTube, https://youtu.be/hyhr_GMDtFY), los vídeos explican el procedimiento desde cómo generarlo, hasta cómo editar la parte estructural y cómo programar los reactivos.

El proceso para crear un examen en DidacTIC consiste en tres partes: Definir la estructura con la que se presenta, programar los reactivos que se responderán y definir la retroalimentación que se les dará a los alumnos junto con su calificación. Lo primero se define en la pestaña *Editar Ajustes* (en la pestaña de Administración Figura 2.7), lo segundo en *Editar Examen* (en la pestaña de Administración Figura 2.7), y lo último se definirá con ayuda de ambas pestañas.

Presentación

La Figura 2.10 muestra las pestañas que pertenecen al apartado *Editar Ajustes*. Todos estos apartados nos ayudaran a darle el formato externo al examen. Los vídeos previamente mencionados incluyen instrucciones de cómo usar cada sección.

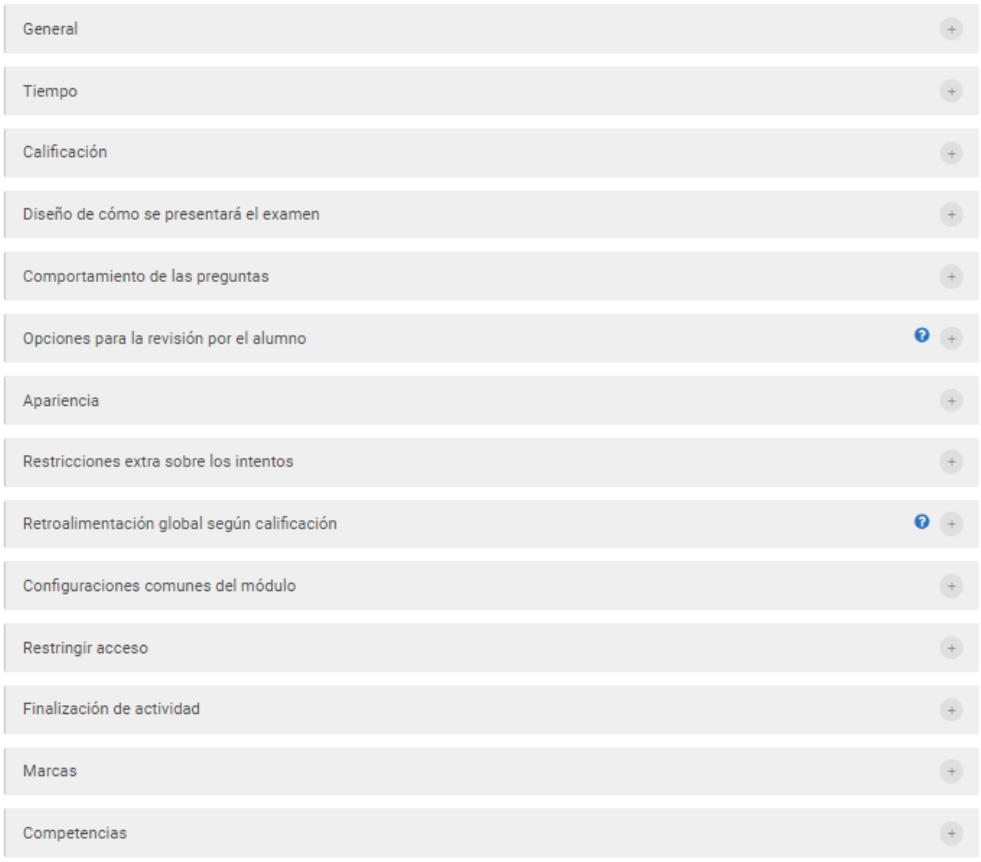
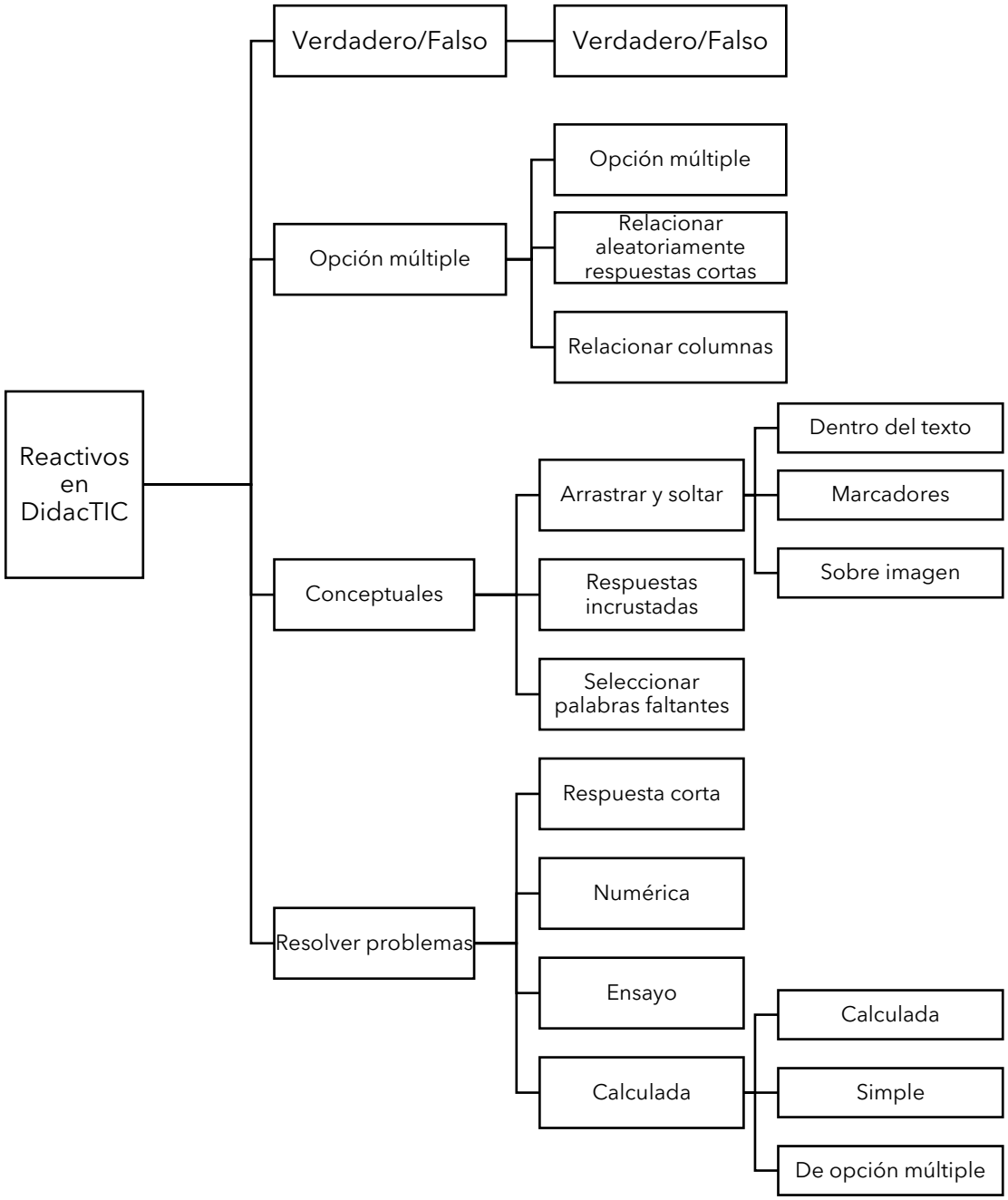


Figura 2.10 *Editar Ajustes de un examen*

En la parte de comportamiento de las preguntas se definirán los tipos de alimentación que se le puede dar a un alumno, se específica cada uno de ellos más adelante.

Programación

En la sección *Editar Examen* (Figura 2.11) se añaden los reactivos que contendrá el examen. El esquema 2.1 muestra una relación entre el esquema 1.5 y los tipos de reactivos de DidacTIC, recordemos que se había hecho una agrupación con 5 categorías de los tipos de preguntas que podía contener un examen escrito teórico, en este caso se muestran nuevamente esas 5 clasificaciones, pero ahora agrupando los tipos de reactivos existentes en la plataforma.



Esquema 2.1 *Reactivos en DidacTIC.*

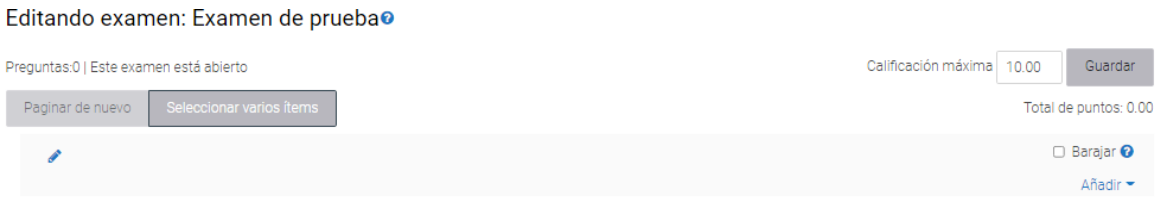


Figura 2.11 *Editar examen.*

Cada reactivo tendrá una función específica. La tabla 2.1 agrupa los tipos de reactivos con los que se puede programar el examen y define el uso que debería tener cada uno.

Clasificación esquema 1.5	Reactivo en DidacTIC	Uso
Verdadero/Falso	Verdadero/Falso	Una forma simple de pregunta de opción múltiple con solamente dos opciones: 'Falso' o 'Verdadero'.
Opción múltiple	Opción múltiple	Permite seleccionar una o varias respuestas de una lista pre-definida.
	Relacionar aleatoriamente respuestas cortas	Como una pregunta de relacionar columnas, pero creada aleatoriamente a partir de preguntas de respuesta corta en una categoría particular.
	Relacionar columnas	La respuesta a cada una de un número de sub-preguntas debe ser seleccionada de una lista de posibilidades.
Conceptuales	Arrastrar y soltar dentro del texto	Las palabras faltantes en el texto de la pregunta son llenadas usando arrastrar-y-soltar.
	Arrastrar y soltar marcadores	Los marcadores se arrastran y sueltan sobre una imagen de fondo. Nota: Este tipo de pregunta no es accesible para usuarios con discapacidad visual.
	Arrastrar y soltar sobre imagen	Las imágenes o etiquetas de texto son arrastradas y soltadas dentro de zonas para soltar sobre una imagen de fondo. Nota: Este tipo de pregunta no es accesible para usuarios con discapacidad visual.
	Respuestas incrustadas	Crea preguntas incrustadas de opción múltiple, de respuestas cortas y numéricas.
	Seleccionar palabras faltantes	Las palabras faltantes en el texto de la pregunta son llenadas usando menús desplegables.
Ensayo	Respuesta corta	Permite una respuesta de una o varias palabras que es calificada al compararla contra varias respuestas modelo, que pueden contener comodines.
	Numérica	Permite una respuesta numérica (con posibilidad de especificar las unidades) que es calificada comparándola con distintas respuestas modelo (es posible incluir márgenes de tolerancia).

	Ensayo	Permite una respuesta de subir un archivo o texto en -línea. Esto debe de ser después calificado manualmente.
	Calculada	Las preguntas calculadas son similares a preguntas numéricas, pero con números seleccionados aleatoriamente de un conjunto cuando se intenta hacer el examen
	Calculada simple	Una versión más simple de preguntas calculadas, que son como las preguntas numéricas, pero con los valores seleccionados aleatoriamente de un conjunto cuando se hace el examen.
	Calculada de opción múltiple	Las preguntas calculadas de opción múltiple se parecen a las preguntas de opción múltiple en las que se pueden incluir resultados numéricos de fórmula a partir de valores numéricos que son elegidos aleatoriamente de un conjunto cuando se presente el examen.

Tabla 2.1 *Función de reactivos en DidacTIC.*

Una vez añadida una pregunta, en la pestaña Editar Ajustes, del lado izquierdo aparecerá un recuadro en el cual le podemos dar el valor que deseemos. Una vez finalizado el examen la plataforma nos arrojará en automático las en el apartado *Navegación* (Figura 2.12), en Calificaciones.

Retroalimentación

Es importante mencionar que la plataforma DidacTIC se elaboró a través de una de las más utilizadas actualmente en educación: Moodle. En la página oficial de la plataforma podemos encontrar todos los comportamientos de las preguntas [Comportamientos de preguntas, 2020], que se indican en *Comportamiento de las preguntas* en *Editar Ajustes* (Figura 2.12).

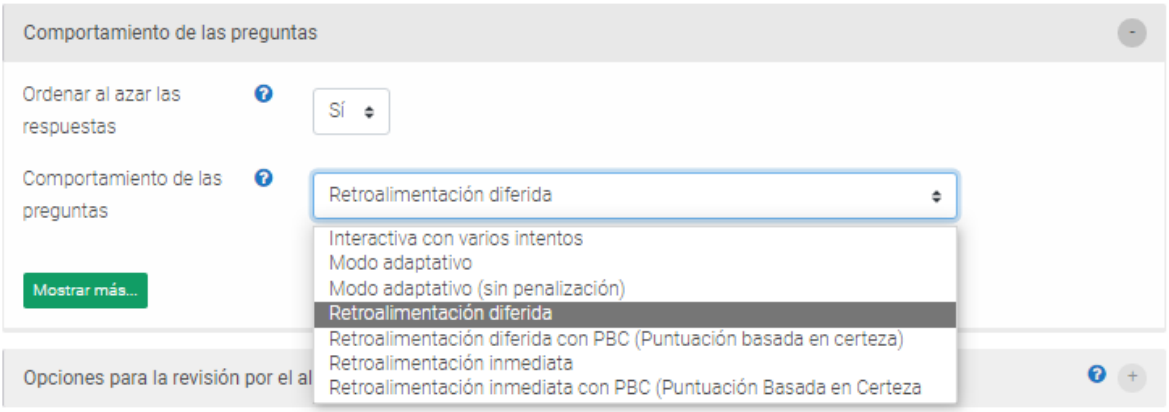


Figura 2.12 *Comportamiento de las preguntas.*

Los tipos de comportamiento de las preguntas son:

Interactiva con varios intentos

Después de enviar una respuesta, y de leer la retroalimentación, el estudiante tiene que elegir el botón para 'Intentarlo de nuevo' antes de que pueda intentar una nueva respuesta. Se les pueden dar pistas para ayudarles. Una vez que el estudiante consigue tener la respuesta correcta, ya no pueden cambiar su respuesta. Una vez que el estudiante haya tenido la respuesta equivocada demasiadas veces, se les califica como equivocada (o parcialmente correcta) y se les muestra la retroalimentación y ya no pueden cambiar su respuesta. Puede haber retroalimentaciones diferentes después de cada intento realizado por el estudiante. El número de intentos permitidos para el estudiante es el número de pistas de la definición de la pregunta más uno.

Modo adaptativo y Modo adaptativo (sin penalización)

Les permite a los estudiantes tener múltiples intentos de responder la pregunta antes de avanzar a la siguiente pregunta. La pregunta puede auto adaptarse a la respuesta del estudiante; por ejemplo, dándole alguna pista antes de pedirle que lo intente de nuevo. Este comportamiento requiere que esté activada la casilla de "Si estuviera correcta" debajo de "Durante el intento" en la sección de "Opciones para Revisar", como mínimo.

Retroalimentación diferida

Los estudiantes deben de escribir una respuesta a cada pregunta y después enviar todo el examen, antes de que nada pueda calificarse o de que tengan alguna retroalimentación.

Retroalimentación inmediata

Similar al modo interactivo, en cuanto que el estudiante puede enviar su respuesta inmediatamente durante el intento del examen, y tener su calificación. Sin embargo, ellos solamente pueden enviar una respuesta y no pueden cambiarla después.

Retroalimentación diferida o inmediata con (PBC)

Con CBM (Certainty-Based Marking) por sus siglas en inglés, el estudiante no solamente responde a la pregunta, sino que también tiene que indicar qué tan seguro está de tener correcta la respuesta. La calificación se ajusta según la elección de la certeza, de forma tal que los estudiantes tienen que reflejar honestamente su propio nivel de conocimiento para obtener la mejor puntuación.

Nivel de certeza	C=1	C=2	C=3	Sin respuesta or 'No Tengo Idea'
Puntuación si estuviera correcta	1	2	3	(0)
Puntuación si estuviera equivocada	0	-2	-6	(0)
Probabilidad de correcto	< 67%	67–80%	>80%	-
Descripción	Inseguro	Medio	Bastante seguro	-

Figura 2.13 *Puntaje PBC:*

La Figura 2.13 muestra la puntuación que se le otorga a los alumnos dependiendo del grado de certeza que indicaron y si la respuesta fue correcta o no.

¿Cómo funciona este tipo de evaluación? Si un alumno está seguro de su respuesta y elige C=3, obtendrá 3 puntos, sin embargo, de no estarlo realmente y errar en la respuesta la penalización le restará 6 puntos, de esta forma el alumno deberá considerar el factor riesgo/beneficio, y si realmente vale la pena; por otro lado, si el alumno tiene la respuesta correcta, pero se siente inseguro de sus conocimientos (elige C=1) obtendrá una calificación inferior, esto deberá incentivarlo en el futuro a arriesgarse por certeza más elevada y eventualmente ganar confianza en sí mismo y sus conocimientos.

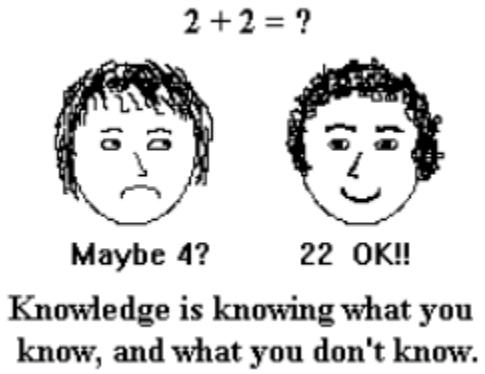


Figura 2.14 *Figura de Moodle, calificaciones PBC.*

La Figura 2.14 hace referencia a que debemos estar conscientes de qué sabes y que no sabemos realmente, de creer que sabemos algo y no indagar en más información nos hará quedarnos en la ignorancia; por el otro lado, podríamos tener algo muy claro, pero de dudar de ello, no le sacaremos todo el provecho que podríamos. Este es el fin del tipo de calificación PBC, ayudarnos a descifrar en donde estamos parados en una escala de conocimiento.

Si específicamente se utilizó la retroalimentación PBC se debería arrojar la calificación normalizada [Usando Puntuación Basada en Certeza, 2020] en el apartado *Calificaciones*, sin embargo, al utilizar esta calificación en DidacTIC, no se normaliza. Supongamos un examen base 10, un alumno aspira a una calificación máxima de 30, en caso de haber acertado todos los reactivos con C=3, y una calificación mínima de -60, de haber errado todas las respuestas con C=3; en este caso el docente tendría que normalizar manualmente las calificaciones.

2.2 Uso de DidacTIC en la Licenciatura en física a comparación de otras carreras

Una vez establecidos los tipos de reactivos que usualmente se usan en las carreras (Sección 1.2) y los tipos de reactivos que se tienen en DidacTIC (Sección 2.1) se puede hacer una comparación entre lo que se requiere y lo que se tiene, en otras palabras, hacer una comparación de los tipos de preguntas que se hacen en cada carrera y las que

existen en la plataforma para concluir qué tan factible es el uso de la plataforma en cada una de las carreras.

Preámbulo

Al final de la sección 1.3 se aclara que uno de los inconvenientes ocurridos debido a la pandemia, fue la aplicación de exámenes virtuales. Existen herramientas para trasladar los exámenes de la forma en que ya se efectuaban presencialmente a virtualmente. Sin embargo ¿Qué tan factible es hacer este cambio? ¿cuáles son los inconvenientes? ¿se pueden sacar ventajas de ello? Para responder esto primero se aplicó una encuesta a la misma población que en la sección 1.2, sólo cambió el número de física que se elevó a 38, para conocer de qué forma se les evaluó una vez establecido el ambiente a distancia.

Preguntas

1. ¿Qué tipos de reactivos han contenido sus exámenes durante las clases virtuales?

   R. Resolver problemas, opción múltiple, Verdadero/Falso, Preguntas conceptuales, Preguntas orales.

2. ¿Cómo entrega/pide la solución del examen de manera virtual?

   R. Desarrollo la solución en hojas, las escaneo y mando la solución en un PDF al profesor. Contesto a través de una plataforma electrónica. Oralmente.

Resultados

Lic. En Economía

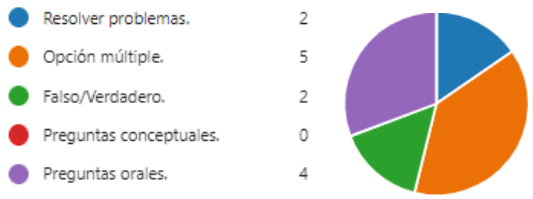


Figura 2.15 *Pregunta 2.1 Eco.*

Figura 2.16 *Pregunta 2.2 Eco.*

Lic. En Arquitectura

Figura 2.17 *Pregunta 2.1 Arq.*

Figura 2.18 *Pregunta 2.2 Arq.*

Lic. En Ing. Biomédica

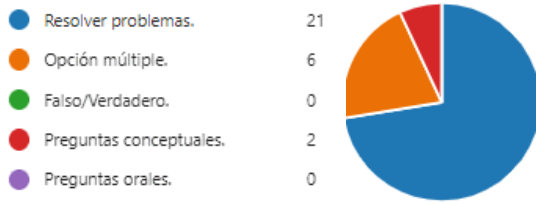


Figura 2.19 *Pregunta 2.1 Biome.*

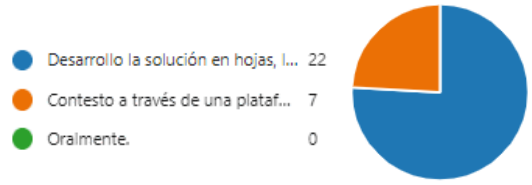


Figura 2.20 *Pregunta 2.2 Biome.*

Lic. En Ing. En Nanotecnología y Energías Renovables

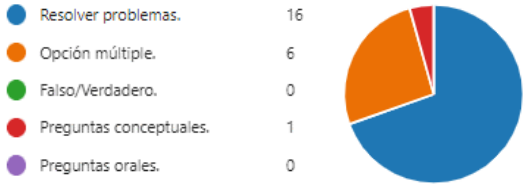


Figura 2.21 *Pregunta 2.1 INER.*

Figura 2.22 *Pregunta 2.2 INER.*

Lic. En Física

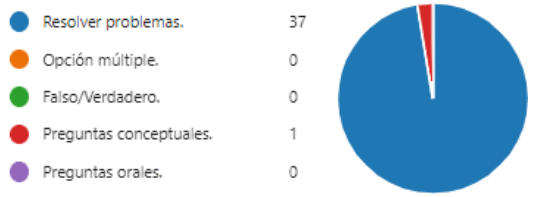


Figura 2.23 *Pregunta 2.1 Fís.*

Figura 2.24 *Pregunta 2.2 Fís.*

En las Figuras 2.15 a 2.24 se muestra cuantos alumnos eligieron cada opción, así como la gráfica correspondiente. En las tablas 2.2 y 2.3, se puede tener una mejor perspectiva de los porcentajes correspondientes.

Carrera	Resolver Problemas	Opción Múltiple	Verdadero/ Falso	Preguntas Conceptuales	Preguntas Orales
Lic. En Economía	15	38	15	0	32
Lic. En Arquitectura Lic.	5	42	21	26	5
En Ing. Biomédica	72	21	0	7	0
Lic. En Ing. Nanotecnología y Energías Renovables	70	26	0	4	0
Lic. En Física	97	3	0	0	0

Tabla 2.2 *Resultados en porcentaje Pregunta 2.1*

Carrera	Desarrollaba la solución en hojas y se las entregaba al profesor	Contesto a través de una plataforma electrónica.	Oralmente
Lic. En Economía	14.5	54.5	31
Lic. En Arquitectura	31	53	16
En Ing. Biomédica	96.5	3.5	0
Lic. En Ing. Nanotecnología y Energías Renovables	92	4	4
Lic. En Física	100	0	0

Tabla 2.3 *Resultados en porcentaje Pregunta 2.2.*

De la misma forma que en el capítulo 1 las Figuras 2.25 y 2.26 muestran las gráficas comparando sólo la primera respuesta correspondiente a cada pregunta contra la suma del resultado de las demás respuestas. Se identifica sencillamente como en otras facultades, incluso en la misma facultad en otras carreras, pero en menor nivel, se utilizaron otros métodos aparte del más popular en física.

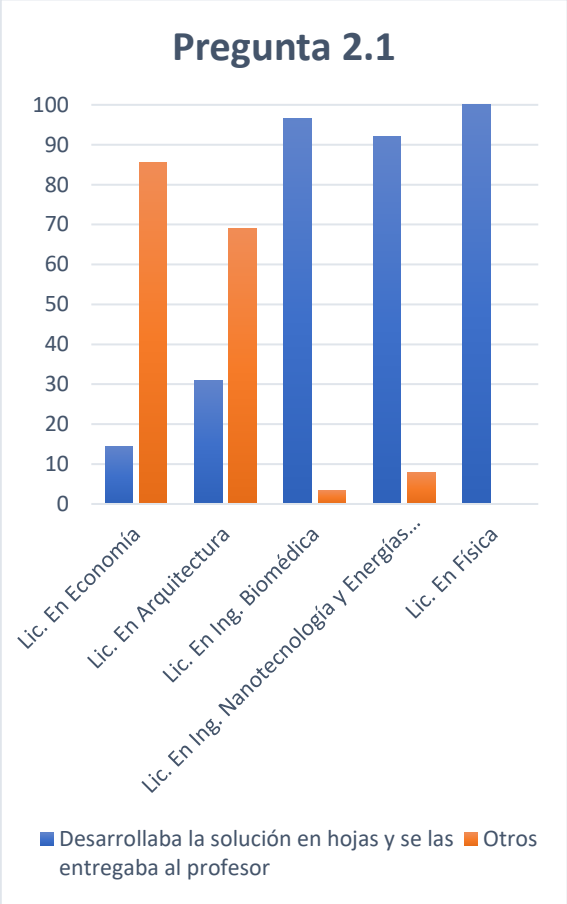


Figura 2.25 *Gráfica pregunta 1.1.*

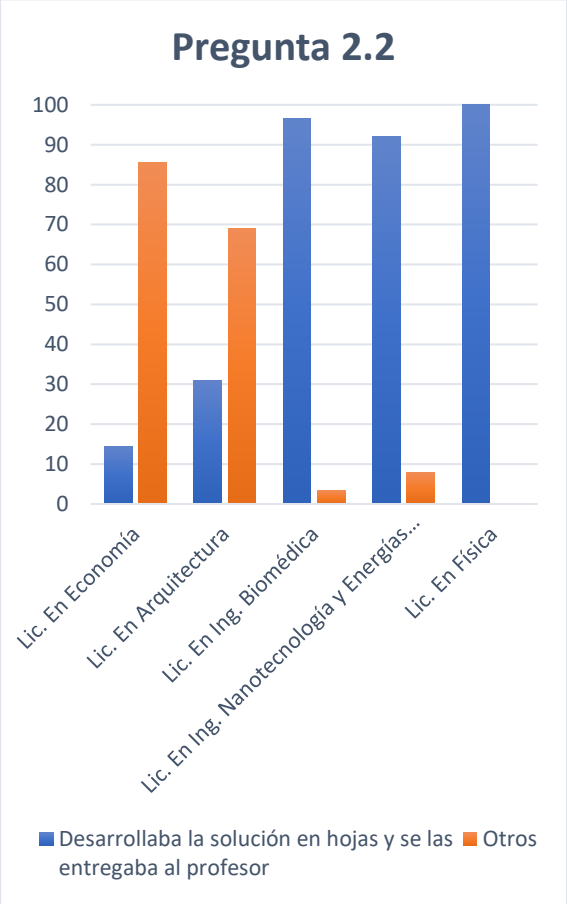


Figura 2.26 *Gráfica pregunta 1.2.*

2.3 Conclusiones acerca de los exámenes virtuales

Para concluir este capítulo se harán tres cosas: la ejemplificación de lo mencionado en el capítulo anterior utilizando retroalimentación PBC, traslación de un examen presencial a uno virtual y expectativas.

Ejemplificación

En la Figura 2.27 se muestra la vista preliminar para acceder al examen. Al estar en esta vista podemos acceder a Editar Ajustes o Editar Examen y hacer los cambios necesarios, en este caso el examen ya se ha agregado a los tópicos del curso y basta con ocultarlo a los alumnos o elegir la fecha de elaboración para que los alumnos no lo puedan abrir.

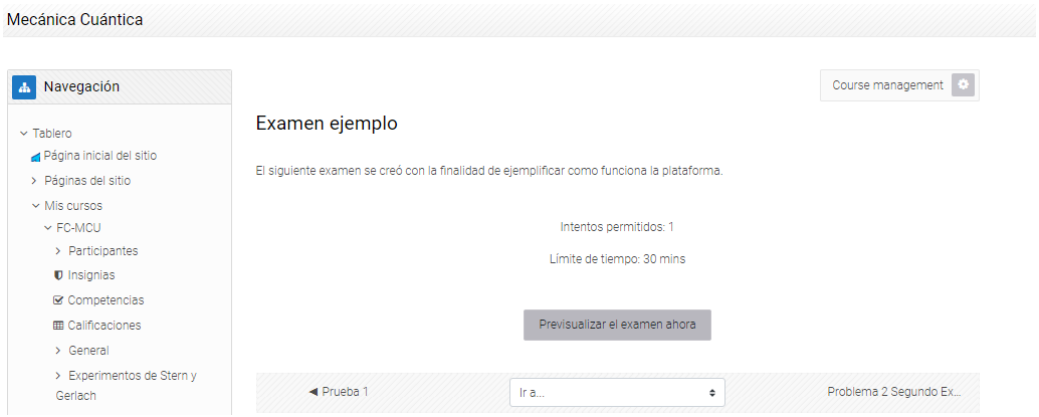


Figura 2.27 *Examen agregado.*

En la Figura 2.28 muestra la ventana de Editar Examen, observamos que se le asignó un puntaje distinto a cada reactivo, y aunque el total de puntos es 9, el examen está normalizado a base 10.

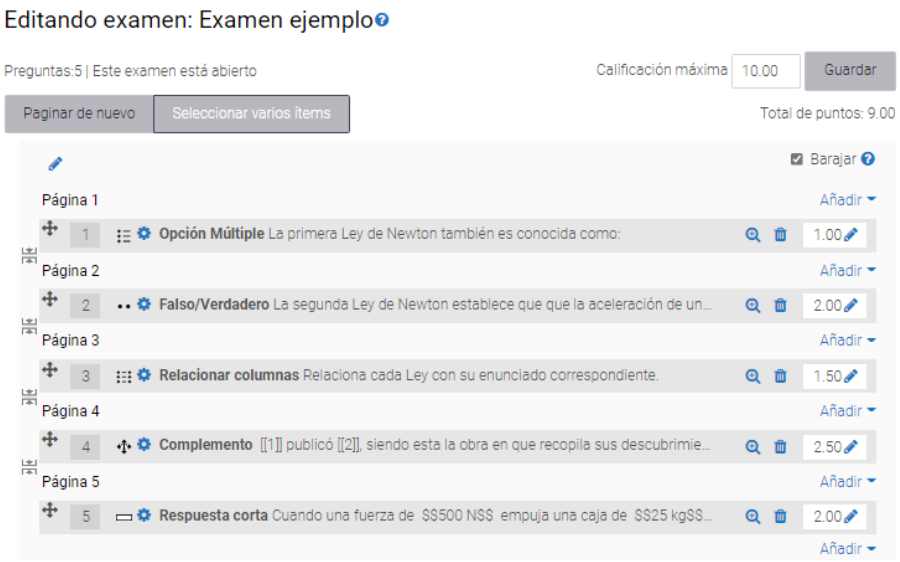


Figura 2.28 *Editando examen.*

Si al estar en la vista preliminar le damos en Previsualizar el examen en vez editar examen, se puede realizar una prueba para saber cómo se les presentará el examen a los alumnos, la Figura 2.22 muestra la forma en que se les indica la calificación mientras que la 2.23 muestra la retroalimentación que recibirán.

Figura 2.29 *Ejemplo calificación PBC*

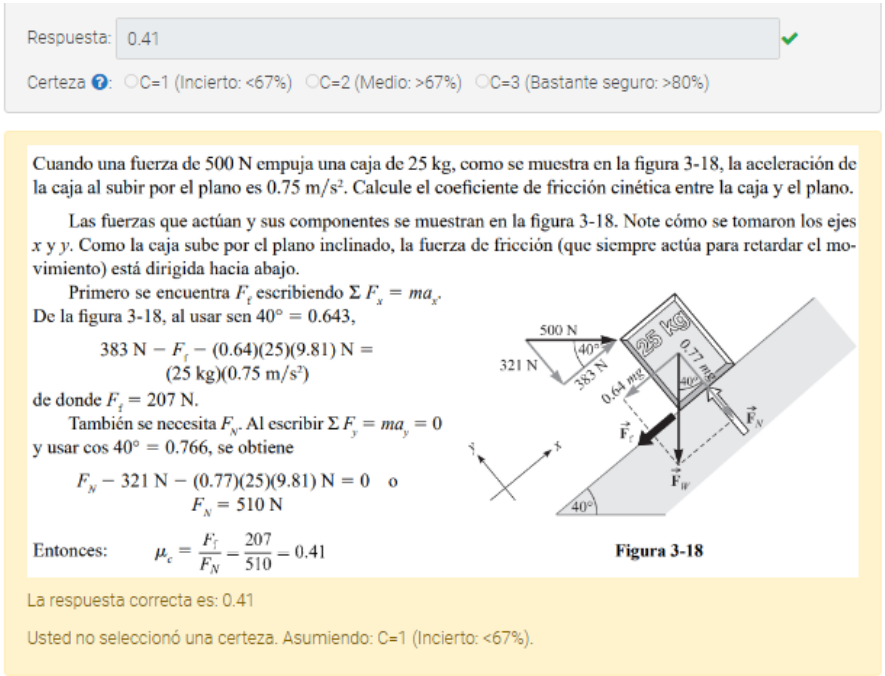


Figura 2.30 *Ejemplo retroalimentación.*

Traslación de un examen presencial a uno virtual

Con los datos obtenidos en la sección anterior y comparando con las secciones 1.3 y 2.1 podemos llegar a varias conclusiones.

La plataforma no está diseñada para exámenes con un enfoque de desarrollo de solución explícita matemática, como lo son los que se ocupan en física, sin embargo, notamos que en otras carreras (para las materias que no buscan el desarrollo entero matemático), puede optarse por preguntas de opción múltiple, Verdadero/falso, etc. Preguntas que se adaptan perfectamente a las opciones que existen en DidacTIC. Un beneficio adicional es el hecho de que el docente ya no tiene que calificar de forma manual, esto conlleva una mejora en el tiempo de entrega de calificaciones, y al mismo tiempo puede regresar la calificación con comentarios a modo de retroalimentación que crea pertinente.

El reactivo tipo ensayo de DidacTIC podría adaptarse para la entrega de exámenes en donde se requiere la solución detallada de problemas debido a que se pueden subir pdf (forma en que se pidió la entrega de los exámenes en física) y calificar en la misma plataforma; sólo habría que tener en cuenta una rúbrica de evaluación.

Por otro lado, lamentablemente el proceso de revisión puede ser exhaustivo, pues primero habría que descargar el archivo, luego calificar a través de algún programa que permita hacer anotaciones como se haría de forma usual, o imprimirlo y calificar manualmente, y luego volver a escanear y finalmente reenviar el archivo. Esto abre la incógnita: ¿Es posible cambiar un examen de este tipo por uno hecho en una plataforma y que se califique de forma automática?

Expectativas

Entonces, ¿qué se puede esperar de DidacTIC al aplicarlo a exámenes virtuales?

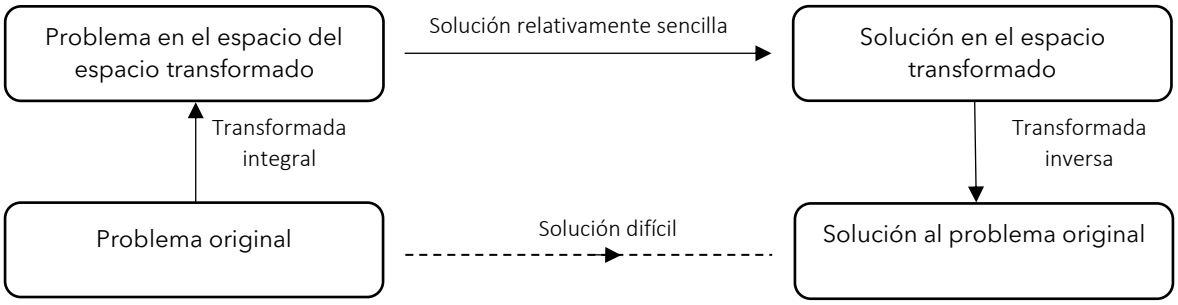
Por un lado, puede ser realmente útil para evaluar materias meramente conceptuales o en donde el desarrollo matemático requiera ser verificado rigurosamente y se pueda hacer un examen de opción múltiple. Sin embargo, la expectativa que tenemos es lograr transcribir un examen típico de físico a uno que se pueda resolver a través de DidacTIC utilizando los tipos de reactivos que contiene.

Capítulo 3 Propuesta de examen utilizando DidacTIC

El objetivo de esta tesis fue elaborar un examen que, además de ser representativo, objetivo y justo (esquema 1.2), cumpliera con las siguientes características:

- Ser auto calificable.
- Que la calificación obtenida refleje lo aprendido

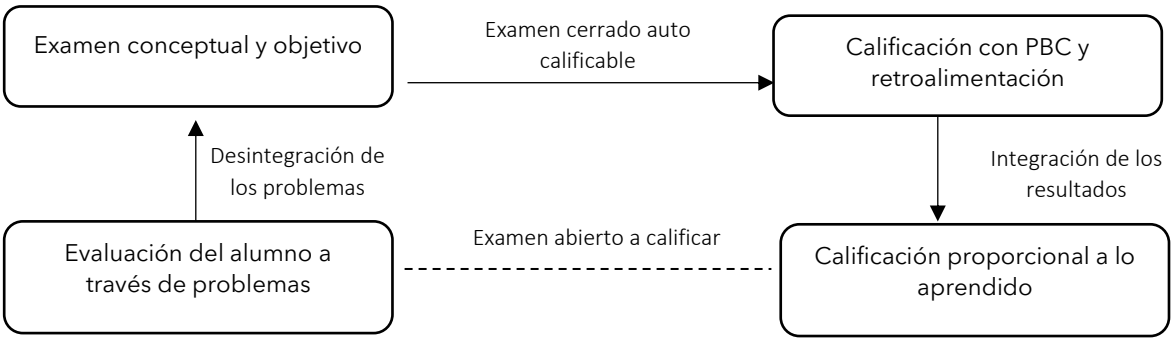
Como se comentó en el capítulo anterior, una de las ventajas de hacer exámenes a través de plataformas virtuales es que la plataforma califica automáticamente los exámenes, sin embargo, el que tenga un carácter de este tipo implica el uso exclusivo de preguntas cerradas; por esto, uno de los mayores retos al momento de hacer un examen auto calificable es la certeza de que la calificación realmente esté asociada al porcentaje de lo que el alumno aprendió y es difícil saber si el alumno acertó la respuesta o si realmente la conocía. Esto planteo un problema difícil, como se explica en el Capítulo 1.2, debido a que en toda materia en donde se involucren las matemáticas y la física es necesario evaluar el desarrollo de la solución numérica al mismo tiempo que la parte conceptual asociada estos exámenes son totalmente abiertos. Entonces ¿Cómo transformar un examen de preguntas abiertas a uno de preguntas cerradas de forma que no se pierda la información esencial que debe ser analizada a través de la evaluación? Esto puede recordarnos a la idea del uso de las transformadas de Fourier. De acuerdo con el capítulo 20 del Mathematical Methods for physicists, Arfken, una transformada de Fourier funciona de la siguiente forma:



Esquema 3.1

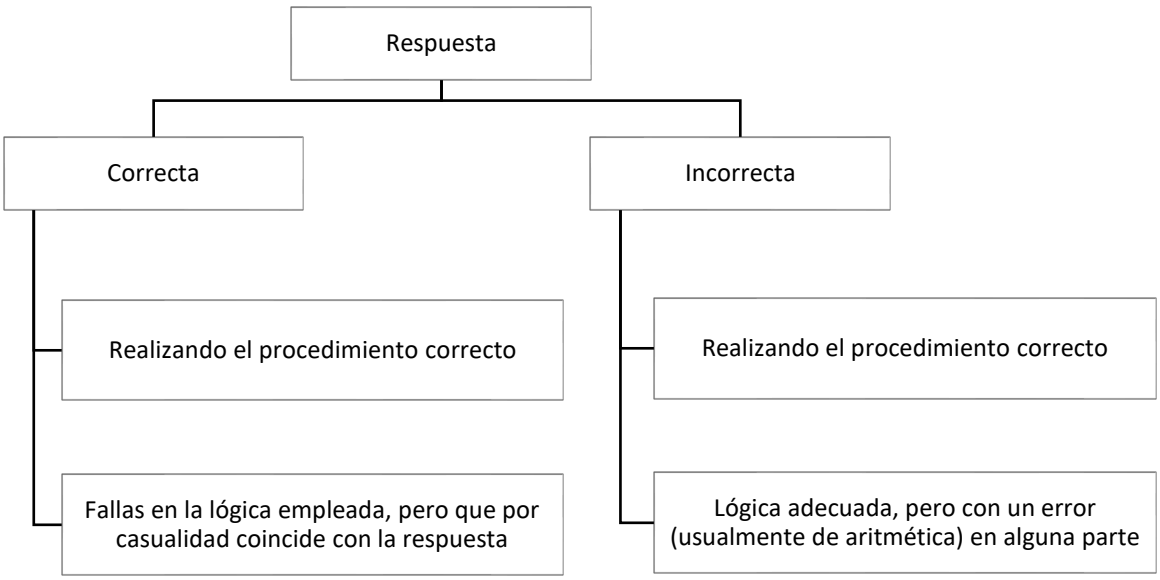
Utilizando el esquema 3.1 hagamos una analogía para un examen auto calificable (virtual) comparado con uno manual abierto (presencial). En este caso, el problema a resolver equivaldría al examen que esperamos generar, tenemos dos opciones: presencial o virtual, siendo el presencial un examen abierto que conlleva que el alumno plasmará sus ideas (no necesariamente en orden y no necesariamente correctas) y que el profesor deberá calificar parte por parte; por el otro lado el examen virtual implica uno cerrado que lleve al alumno a través de un una serie de preguntas ordenas (bien planteadas) con el fin de que entienda qué se espera que responda y que le indica al profesor si realmente está consciente de sus respuestas, además la plataforma calificará por sí misma, e incluso

les puede regresar retroalimentación de lo que se esperaba que hicieran en esa parte. Todo esto se simplifica en el esquema 3.2.



Esquema 3.2

Otra cosa que considerar en el examen auto calificable es el factor de que, aunque un alumno llegue a la respuesta correcta, el procedimiento puede ser erróneo, o que a pesar de que la respuesta sea incorrecta es posible que el resto haya sido desarrollado de forma adecuada. A continuación, se esquematizan los distintos caminos que pueden llevar a estos resultados.



Esquema 3.3

Teniendo en cuenta los esquemas anteriores se elaboraron 3 exámenes a través de los cuales se recabaría información para determinar si existe o no alguna forma de crear un examen con las cualidades previamente mencionadas, y así, proponer un examen que las posea para evaluar a alumnos perteneciente a la Licenciatura en Física.

3.1 Elaboración, programación y resultados de los exámenes

A continuación, se explicarán los 3 exámenes realizados a manera de experimento para después teniendo en cuenta la siguiente estructura:

1. Problemas de tarea para preparación del examen.
2. Objetivos de los temas a evaluar.
3. Selección de los problemas que se aplicaran.
4. Edición en didacTIC.
5. Resultados obtenidos por los alumnos.
6. Conclusiones del experimento.

Las tareas, exámenes y sus soluciones, se anexan como apéndices. Es importante remarcar que la bibliografía principal del curso fue el libro A Modern Approach to Quantum Mechanics por John Townsend.

Experimento 1 (Examen 1)

Para el primer examen se asignaron 2 tareas (Apéndices B y C) cuyos temas fueron: Experimentos Stern-Gerlach y Mecánica matricial. A continuación, se enlistan los objetivos de cada tema.

Experimentos Stern-Gerlach

i. El experimento Stern-Gerlach.
ii. Variantes del experimento.
iii. Descripción de un estado cuántico.
iv. Los estados $|x\rangle$ y $|y\rangle$.
v. Fases relativas y globales.

Mecánica matricial

i. Bases de la mecánica matricial.
ii. Operadores de rotación.
iii. Los operadores de identidad y proyección.
iv. Representaciones matriciales de operadores.
v. Cambio de representaciones.
vi. Valores esperados.

A partir de los problemas que se asignaron, se hizo una recopilación de aquellos que englobaran la mayoría de los objetivos de los temas, o por lo menos aquellos que fuesen fundamentales para temas futuros, y con ayuda de estos se formaron nuevos problemas con incisos, y nuevos tipos de reactivos. Lo ideal es resolver primero toda la tarea y con ayuda de ello seleccionar los que se aplicaran el examen, en el Apéndice J se anexa la solución de los problemas que pertenecen al primer examen el cuál se anexa en el Apéndice G.

En el apéndice O se observa la estructura que tomó el examen una vez programado en DidacTIC. Se armaron secciones para cada problema. En el primer problema la primera sección juntó aquellos problemas relacionados a obtener la probabilidad, la segunda la incertidumbre, la tercera un problema de relación de conceptos, mientras para el segundo problema se hizo una sección de Verdadero/Falso dividida en cinco partes concernientes a una demostración de los operadores de proyección.

La ponderación se hizo de la siguiente forma: Del problema 1, el inciso a) del examen (preguntas 1-6) tuvo un valor de 5.0 puntos, la mitad consistía en dar el resultado correcto a través de la plataforma y la otra mitad se otorgaba al justificar los resultados subiendo el desarrollo manual efectuado, el inciso b) (preguntas 7-10) tuvo un valor de 2.0 puntos con la misma condición que en el caso anterior, finalmente el inciso c) (pregunta 11) con valor de 1.0 puntos; el problema 2 tuvo un valor total de 2.0 puntos. La distribución del puntaje se hizo de acuerdo con la dificultad que implicaba resolver el problema de forma manual, así como las pistas que se podría dar en las opciones de respuesta. El inciso a) del problema 1 tenía todas las opciones posibles, sin embargo, habría que subir el desarrollo lo cual era un procedimiento muy elaborado y por ello tiene más peso, el inciso b) no era tan elaborado y era aún más sencillo elegir entre las opciones dadas, por ello disminuyó su ponderación. El inciso c) a pesar de no tener opciones de respuestas consistía en un procedimiento sumamente sencillo a comparación del resto; finalmente, el problema dos, pese a ser una demostración a las cuales les damos más peso, ya estaba totalmente desarrollado y era más fácil discernir, por lo tanto, aunque sí tuvo relevancia en el peso, no fue tan pesado como los otros conceptos. Así mismo, podemos notar que los reactivos aparecen en distintas páginas, esto ayuda a que los alumnos disciernan en el cambio de sección o de inciso de la misma sección.

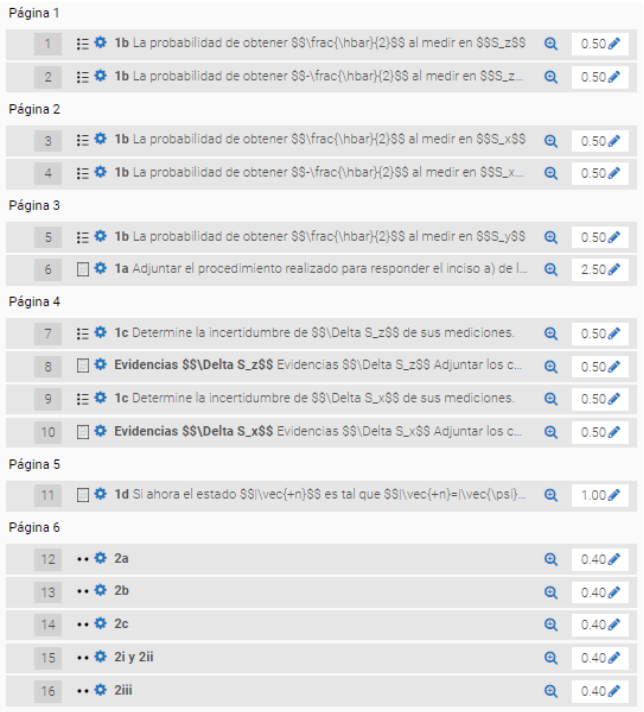


Figura 3.1 *Ponderaciones examen 1.*

Una vez definida la ponderación y presentación de los reactivos procedemos a la edición de los reactivos en la plataforma.

Problema 1

Este problema se encuentra dividido en 11 preguntas. Primero se presenta el enunciado para responder las preguntas 1 a 5, las cuales corresponden a las respuestas numéricas del inciso a), y son preguntas tipo *opción múltiple*; mientras que la pregunta 6 es de tipo *ensayo* y sirve para justificar las respuestas señaladas previamente. Las preguntas 1 a 5 son de opción múltiple; debido a que se propusieron las mismas respuestas podría pensarse que era mejor idea utilizar un reactivo tipo relación de columnas, sin embargo este tipo de reactivo no permite el uso de escritura tipo Latex. La plataforma cuenta con la oprción de barajar respuestas, por ello, a pesar de que era la misma gama de opciones las respuestas se reacomodaban de forma aleatoria. Para la programación del inciso b) se realizó un procedimiento similar, las preguntas 7 y 9 son de opción múltiple, pero se pedía la justificación de la respuesta en las preguntas 8 y 10 respectivamente. Finalmente en el inciso c), se esperaba una respuesta argumentativa, por lo que se añadió un reactivo tipo *ensayo* para quer el alumno tuviera libertad al responder.

Problema 2

Este problema es meramente conceptual, se dividió en 5 preguntas tipo Verdadero/Falso. En ocasiones se puede hacer más de un tipo de demostración para ciertos teoremas, identidades, o en este caso, relaciones de operadores. En este caso se optó por hacer la demostración y mostrarla al alumno y que simplemente dijera si el procedimiento era correcto o no, esto como primer acercamiento de cómo se podrían preguntar demostraciones en un examen auto calificable.

Una parte importante del primer examen era analizar el desenvolvimiento de los alumnos en la plataforma, la Figura 3.2 se muestra una gráfica de las calificaciones obtenidas por los alumnos, y la Figura 3.3 el cómo se muestra la calificación por reactivo. La calificación se elaboró de forma semi automática, aunque algunos problemas fueron auto calificados, debido a que era el primer examen se eligió aún calificar algunos de forma manual (los tipos ensayo). Esto disminuyó el tiempo invertido por parte del evaluador al momento de calificar, y también de dar retroalimentación, pues al momento de regresar la calificación también le indica al alumno cual era la respuesta correcta y puede identificar aquellos conocimientos que debe reforzar.

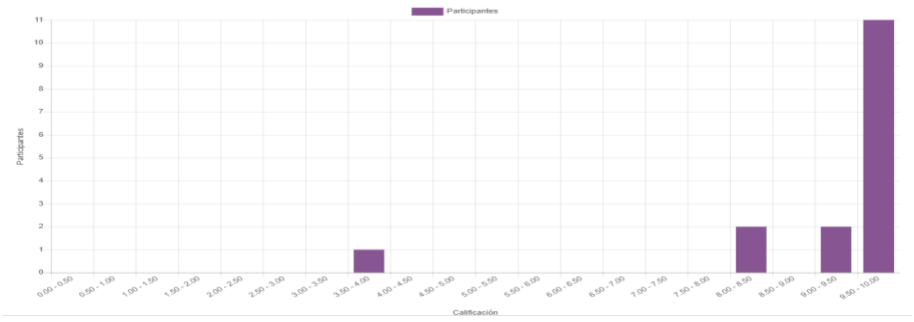


Figura 3.2 *Calificaciones examen 1.*

Finalizado	Tiempo empleado	Calificación/10.00	Q. 1 /0.50	Q. 2 /0.50	Q. 3 /0.50	Q. 4 /0.50	Q. 5 /0.50	Q. 6 /2.50	Q. 7 /0.50	Q. 8 /0.50	Q. 9 /0.50	Q. 10 /0.50
7 de October de 2021 09:30	1 hora 4 mins	**3.70**	✔ 0.50	✔ 0.50	✖ 0.00	✖ 0.00	✖ 0.00	✖ 0.00	✖ -	✔ 0.50	✖ 0.00	✔ 0.50
7 de October de 2021 09:11	1 hora 6 mins	**8.20**	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✖ 0.00	✔ 2.50	✔ 0.50	✖ 0.00	✔ 0.50	✔ 0.50
7 de October de 2021 09:51	1 hora 42 mins	**8.20**	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 2.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50
7 de October de 2021 09:55	1 hora 48 mins	**9.00**	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	☑ 1.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50
7 de October de 2021 09:42	1 hora 14 mins	**9.15**	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 2.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50	✔ 0.50

Figura 3.3 *Calificaciones desglosadas por alumno.*

Conclusiones

- Se le siguió dando un peso importante al desarrollo debido a que la probabilidad de atinarle a las respuestas era alta.
- Los reactivos tipo *ensayo* son útiles para evaluar el desarrollo del alumno. Tanto como evidencia de los reactivos tipo opción múltiple, como por sí mismos en caso de que se quiera hacer una pregunta conceptual que sólo se pueda responder si se conoce realmente la teoría.
- Las demostraciones son una parte importante que evaluar en Física, una opción viable es utilizar reactivos tipo *Falso/Verdadero*, en donde una demostración entera se divide en secciones y se pregunta a los alumnos si el procedimiento es adecuado o no.
- En vez de categorizar en problemas objetivos y conceptuales sería mejor desarrollar un problema completo, resolverlo y señalar las partes objetivas y las conceptuales necesarias para su solución.
- Observamos que estas no son las calificaciones usualmente obtenidas por los alumnos en exámenes convencionales, por un lado, podemos decir que la interfaz es amigable al usuario, por otro lado, que al ser tan amigable se puede elevar el nivel de las preguntas que se presenta.
- Así mismo, la forma de calificar del docente se facilita y se reduce el tiempo.

Experimento 2 (Examen 2)

Para el segundo examen se asignaron 2 tareas (Apéndices D y E) cuyos temas fueron: Momento angular y Evolución temporal. A continuación, se enlistan los objetivos de cada tema.

Momento angular

i. Las rotaciones no conmutan y los generadores tampoco.
ii. Operadores.
iii. Los valores y los estados propios del momento angular.
iv. Los elementos de la matriz de los operadores descenso y descenso.
v. Relaciones de incertidumbre y cantidad de movimiento angular.
vi. El problema de valor propio de espín-$\frac{1}{2}$.
vii. Un experimento de Stern-Gerlach con partículas Spin-1.

Evolución temporal

i. El hamiltoniano y la ecuación de Schrödinger.
ii. Dependencia del tiempo de los valores esperados.
iii. Precesión de una partícula con espín-$\frac{1}{2}$ en un campo magnético.
iv. Resonancia Magnética.
v. La molécula de amoníaco y el máser de amoníaco.
vi. La relación de incertidumbre energía-tiempo.

Se siguió el mismo procedimiento que el examen anterior, se resolvieron problemas de las tareas y con base en ello se eligieron los del examen. El examen se encuentra en el Apéndice H, la solución en el Apéndice K, y la previsualización en DidacTIC en el Apéndice P. Para este caso las preguntas se nombraron numéricamente. En la explicación utilizaremos el nombre dado a los reactivos en la plataforma para referirnos a ellos, como se muestra en la tabla 3.1. A su vez en la Figura 3.4 se observa cómo aparecen las preguntas en la edición del examen en la plataforma con los respectivos nombres de las preguntas y su ponderación.

Para la programación en didacTIC de cada reactivo se hizo un algoritmo de tal forma que se guiara al alumno a través de preguntas conceptuales y objetivas, y simular la línea de pensamiento que sigue un alumno al realizar el desarrollo de un problema. Al momento de calificar el desarrollo de un problema evaluamos tanto el dominio de la teoría como la destreza numérica que tienen los alumnos, si fragmentamos el problema en parte conceptual y objetiva podemos hacer preguntas auto calificables del desarrollo. Así mismo, en este experimento se utilizaron preguntas con comportamiento de tipo *Retroalimentación diferida con PBC (Puntuación Basada en Certeza)*, lo que (como se explica en la sección 2.1) no sólo otorga una calificación, sino que podemos obtener un sondeo de seguridad en el tema por parte del alumno.

Pregunta	Nombre	Pregunta	Nombre	Pregunta	Nombre	Pregunta	Nombre
1	1.1	7	1.7	13	2.4	19	4.1
2	1.2	8	1.8	14	2.5	20	4.2
3	1.3	9	1.9	15	2.6	21	4.3
4	1.4	10	2.1	16	2.7	22	4.4
5	1.5	11	2.2	17	3.1	23	4.5
6	1.6	12	2.3	18	3.2	24	4.6

Tabla 3.1 *Relación pregunta-reactivo.*

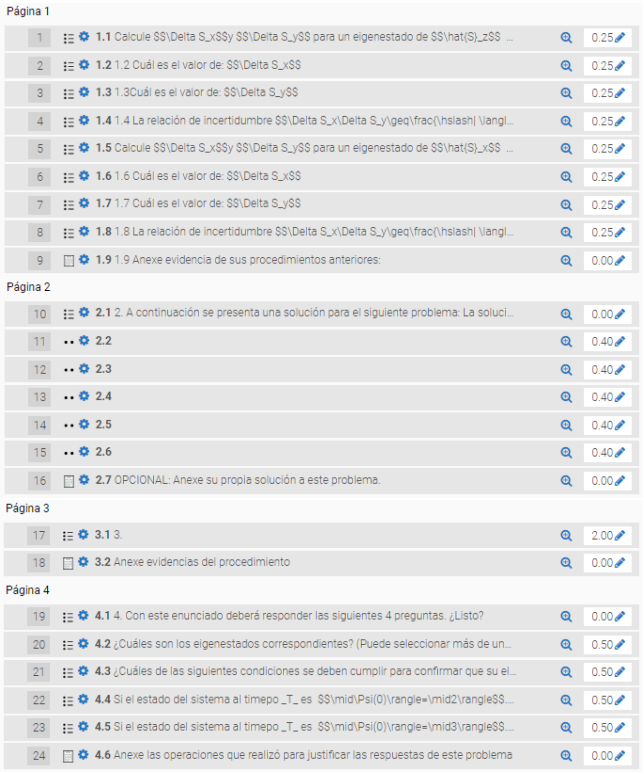


Figura 3.4 *Ponderaciones examen 1.*

Problema 1

Podemos observar que el enunciado del primer problema se escribe en tan sólo dos renglones, sin embargo, a la hora de armar el algoritmo para la programación en didacTIC se distribuyó en 8 preguntas que aparecen en una misma página y cuya ponderación fue de 0.25 cada uno. La pregunta 1.1 está relacionada al concepto de valor esperado cuando formalizamos la definición de la relación de incertidumbre, y de esta forma nos aseguramos que el alumno haya entendido ambos, las preguntas 1.2 a 1.4 consisten en elaborar los cálculos requeridos, y repetimos, la pregunta 5 es lo mismo que la 1, pero con otra medición, así como las preguntas 1.6 a 1.8 son análogas a las 1.2 a 1.4. Se siguió la misma lógica que en el inciso a) del problema 1 del primer examen, debido a que compartían resultados, o podrían ser similares, se programaron preguntas tipo *opción múltiple*. Finalmente, la pregunta 1.9 pide evidencia del desarrollo, sin embargo, es importante remarcar que esta pregunta tiene valor de 0.0 puntos, lo cual es el primer acercamiento al examen 100% auto calificable que buscamos, sólo que aún creemos necesario el envío de evidencias en este punto pues aún no se encuentra el algoritmo ideal.

Problema 2

La pregunta 2.1 se incluyó a forma de enunciado para este problema en una pregunta *no calificada*, su desarrollo era considerablemente largo para el tiempo del examen, se trabajó la solución y se escribió en un archivo con el procedimiento resumido. La forma de evaluación fue en tipo *Falso/Verdadero*, el procedimiento se dividió en cinco partes

concernientes a las preguntas 2.2 a 2.6, en algunas partes se omitió la escritura de ciertos factores para que este procedimiento fuera *incorrecto*, los alumnos que no tuvieran dificultades con la parte numérica serían capaces de notarlo sin dificultad. Finalmente, la pregunta 2.7 se añadió para que los alumnos adjuntaran de forma opcional su procedimiento y no limitar su creatividad para encontrar una solución.

Problema 3

Si el alumno tenía conocimiento del tema podía enfocarse directamente a la solución numérica de la pregunta 3.1, aunque necesaria para el entendimiento, no se preguntó de forma explícita la parte conceptual. Debido a que la longitud era mucho menor que el del problema anterior en este caso sí era obligatorio adjuntar el procedimiento. El tipo de pregunta opción múltiple nuevamente fue útil para asignar respuestas similares con factores de diferencia, esto debido a que al momento de hacer operaciones los errores se comenten en el álgebra y de esta forma nos aseguramos de que los alumnos sean cautelosos al momento de hacer las operaciones y responder pues al ser una respuesta cerrada no existe lugar a que al verificar el procedimiento les demos algún puntaje proporcional al desarrollo, aun así, se añadió la pregunta 3.2 para que el alumno anexara el desarrollo, claro, sin puntaje.

Problema 4

La pregunta 4.1 es no calificable y se añadió a manera de enunciado del problema final. Para poder responder las preguntas 4.4 y 4.5, cuya respuesta es numérica, es necesario efectuar los cálculos solicitados en la pregunta 4.2 y comprender la teoría de la pregunta 4.3, estas dos preguntas complementan parte conceptual y objetiva. Finalmente, se le solicita al alumno anexar evidencias de lo que realizó en la 4.6.

Al hacer uso de la calificación PBC DidacTIC no arroja una gráfica como la de la Figura 3.2, en este caso nos arroja porcentajes. Como se señaló en el capítulo 2, Moodle cuenta con la opción de incluso normalizar las calificaciones, pero lamentablemente no se añadió esta característica en la plataforma institucional. Por ello es necesario hacer un vaciado de las calificaciones y normalizar manualmente. Debido al tipo de evaluación tenemos 2 datos que nos interesaran: Primero, si la respuesta fue correcta o incorrecta, segundo, la seguridad de la respuesta. El rango de calificación va desde -60.00 puntos hasta 30.00, sin embargo, un alumno que obtenga un valor por debajo de -10.00 debería retomar el examen, por lo tanto, nuestro rango irá de -10.00 a 30.00 normalizamos utilizando la siguiente ecuación: $C = \frac{(x+10)(100)}{40}$, siendo C la calificación normalizada y x la calificación PBC obtenida en el examen. Así las calificaciones de este parcial fueron:

x	C
11.58	53.95
20.63	76.58
21.63	79.08
23.33	83.33
24.56	86.40
24.81	87.03
27.08	92.70
27.13	92.83
27.5	93.75
27.88	94.70
28	95.00
29.38	98.45
30	100.00
30	100.00
30	100.00

Tabla 3.2 *Calificaciones examen 2.*

Conclusiones

- Se debe elaborar el desarrollo entero de cada problema que se piense poner en el examen para dividirlo en parte conceptual y objetiva, y así formar nuevas preguntas específicas y explícitas de lo que se quiere asegurar que el alumno domina.
- En caso de que se quiera evaluar la habilidad numérica de los alumnos se puede escribir el procedimiento y que los alumnos elijan si es correcto o incorrecto, así sea por un simple signo o una exponencial.
- Dar libertad de expresión al alumno dando opción a su propio planteamiento, aunque este sea opcional.
- Hay que normalizar la calificación obtenida en PBC.
- Si un alumno saca un puntaje inferior a -10.00 deberá volver a tomar el examen.

Experimento 3 (Examen 3)

Para el tercer examen se asignó una tarea (Apéndice F) cuyo tema fue: Mecánica ondulatoria en una dimensión, y los objetivos fueron:

i. Estados propios de posición y la función de onda.
ii. El operador de traducción.
iii. El Generador de Traducciones.
iv. El operador de momento en la base de posición.
v. Espacio de impulso.
vi. Un paquete de ondas gaussianas.
vii. El experimento de la doble rendija.
viii. Propiedades generales de las soluciones de la ecuación de Schrödinger en el espacio de posición.

ix. La partícula en una caja.
x. Dispersión en una dimensión

Una opción que se agregó en este examen fue *descripción*, una descripción nos permite dar indicaciones o información necesaria para resolver los problemas sin tener que asignar un valor. Y en cuanto a la presentación de las preguntas y la ponderación se muestra como quedaron asignados en la tabla

Pregunta	Nombre	Pregunta	Nombre	Pregunta	Nombre	Pregunta	Nombre
*Descripción	1	*Descripción	2.a	11	2.b.i	15	3.b.i
1	1.a	6	2.a.i	12	2.b.ii	16	3.b.ii
2	1.b	7	2.a.ii	*Descripción	3	17	3.b.iii
3	1.c	8	2.a.iii	*Descripción	3.a	*Descripción	3.c
4	1.d	9	2.a.iv	13	3.a.i	18	3.c.i
5	1.e	10	2.a.v	14	3.a.ii	19	3.c.ii
*Descripción	2	*Descripción	2.b	*Descripción	3.b	20	3.c.iii

Tabla 3.3 *Relación pregunta-reactivo.*

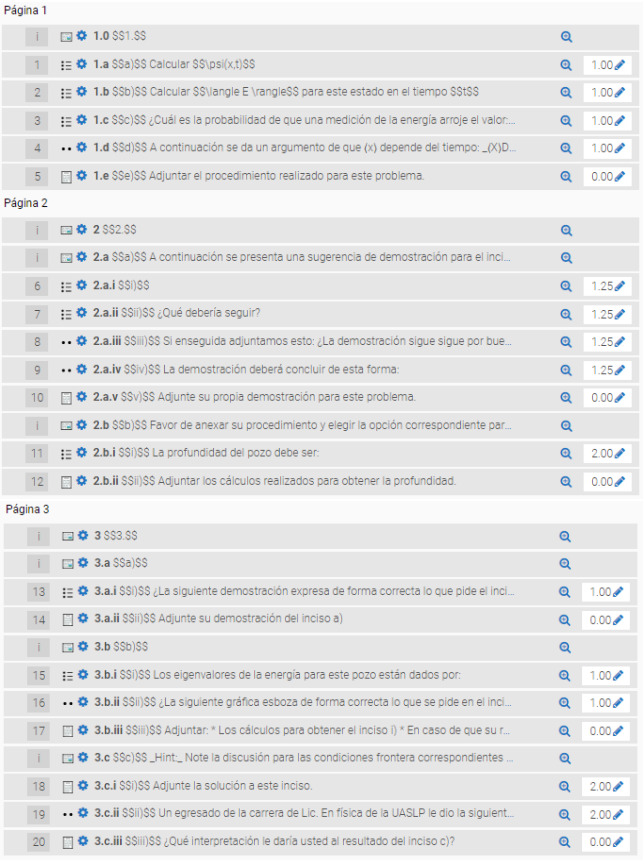


Figura 3.5 *Ponderaciones examen 3.*

En caso de requerir el respaldo el adjunto del examen se encuentra en el Apéndice I, la solución en el Apéndice L, y la previsualización en DidacTIC en el Apéndice Q.

Problema 1

Para comenzar se da una breve descripción de lo que tratará el primer problema, se dividió en 5 reactivos, los primeros cuatro ya pertenecían al problema original de los cuales 3 son totalmente objetivos y se adjunta uno conceptual los reactivos objetivos se escribieron una forma de opción múltiple debido a que las respuestas podrían confundirse fácilmente si la persona no está enteramente relacionada con el tema Asimismo se incluyó la pregunta conceptual con un argumento el cual el alumno debía identificar si era correcto o falso finalmente el quinto reactivo es para adjuntar evidencias pero ya no es calificable.

Problema 2

Este problema, el cual originalmente consta de 2 incisos, se pudo subdividir en distintos reactivos de opción múltiple, en el caso del primer inciso que era una demostración se optó por varias la opción de verdadero o falso por opción múltiple a manera de reactivo tipo complemento aunque se intentó programar de esta forma debido a que es muy extenso la interfaz de la plataforma no se comportó amigablemente, los alumnos tenían que elegir la opción que completara de forma adecuada la demostración sugerida, Asimismo se dejó un reactivo para que los alumnos pudieran subir su propia demostración y demostrar su capacidad y creatividad al momento de demostrar. El segundo inciso consistía simplemente en efectuar las operaciones para dar el resultado que se pedía Y se dejó un reactivo para evidencias.

Problema 3

Este problema que originalmente constaba de 2 problemas de la tarea, de los cuales uno ya consistía en 2 incisos, se armó con el propósito de evaluar la parte que compartían. El primer inciso es una demostración sencilla y sólo hay que identificar si está elaborada de manera correcta o no, es decir, es una pregunta conceptual; la segunda parte era parcialmente objetiva y parcialmente conceptual tras haber elaborado las operaciones necesarias para responder la parte objetiva se debía confirmar qué se entendía tan bien la teoría que había detrás con la gráfica que se usaba en el inciso relacionado a este, y como en los otros casos se añadió un reactivo para que los alumnos pudieran adjuntar su propia respuesta. Finalmente, la última pregunta era conceptual de verdadero o falso y consistía en determinar si la interpretación que le dio un alumno a un problema era correcta o no, los alumnos debían de justificar su respuesta argumentando desde su propia perspectiva cuál sería una respuesta adecuada, a los alumnos que ni siquiera adjuntaron una respuesta para justificar esto se les anuló el reactivo.

Analizaremos las calificaciones de los alumnos utilizando la formula ya utilizada en el examen anterior: $C = \frac{(x+10)(100)}{40}$, las calificaciones se presentan en la tabla 3.4. Podemos notar que a diferencia del primer examen el rango de calificaciones es más amplio, esto gracias a la calificación.

x	C
13.75	59.38
14.72	61.8
18.75	71.875
20.56	76.4
22.36	80.9
22.36	80.9
22.5	81.25
22.86	82.15
24.44	86.1
24.72	86.8
25	87.5
25	87.5
25.42	88.55
27.78	94.45
27.78	94.45

Tabla 3.4 *Calificaciones examen 3.*

Conclusiones:

- Es necesario insertar más preguntas de sondeo al momento de verificar un concepto para asegurar que está realmente comprendido.
- Podemos adaptar a otros usos los reactivos de DidacTIC, como el caso de la pregunta que era tipo complemento, pero se elaboró en una de opción múltiple.

3.2 Discusión de los experimentos

Al concluir con la aplicación de los exámenes se plantearon ciertas preguntas para descubrir con qué objetivos se había cumplido.

La primera pregunta fue: ¿los tipos de preguntas que nos ofrece DidacTIC realmente son útiles para evaluar física a nivel licenciatura?

No enteramente, pero, podemos readaptar los distintos tipos de reactivos que existen en DidacTIC para que funcionen con un propósito ajeno al original, es decir, le podemos asignar el propósito de otro reactivo a este que sea conveniente para un físico. Comparando con el esquema *Reactivos en DidacTIC*, podemos fácilmente visualizar como se relacionan los tipos de preguntas de *DidacTIC* con los reactivos que encontramos en exámenes presenciales (en el capítulo 1 se menciona el fin de cada uno de estos), no obstante las herramientas que nos proporciona *DidacTIC* limita mucho los enfoques que nos gustaría tomar por ello se toma la decisión de readaptar las preguntas en DidacTIC para que funcionen como si fueran otro tipo de reactivos que se adapte mejor a lo que buscamos.

¿Qué enfoques podemos tomar a través de las preguntas que se encuentran en la plataforma?

En la sección 1.2 se mencionan algunos de los enfoques que tienen los problemas que se hallan en un examen de la licenciatura en física, tomando eso en cuenta procedemos a realizar más preguntas para responder esta:

¿Es posible analizar demostraciones? Relativamente

Se puede utilizar una pregunta tipo: opción múltiple, verdadero/falso o de complemento. Y pedir al alumno que complemente esta parte, podemos evaluar su nivel de comprensión de una demostración, incluso de continuación de hacerla, pero no que parte de una base en ceros.

¿Es posible conocer la capacidad de interpretación y/o modelado de soluciones que tiene un alumno? Sí

Se propone un examen convencional con problemas que abarquen los objetivos que se requieren evaluar, se resuelve de forma manual, en el desarrollo se debe discernir entre las partes conceptuales necesarias para su solución, como se relaciona con la parte numérica y las operaciones necesarias a desarrollar; una vez que el problema haya sido separado en estas partes más pequeñas se pueden diseñar preguntas específicas con las opciones proporcionadas por DidacTIC.

3.3 Propuesta final para realizar un examen auto calificable en DidacTIC

Después de comparar los resultados positivos y negativos de los exámenes, es posible hacer una propuesta de un examen auto calificable cuyo resultado cuantitativo sea objetivo, sin embargo, para un mejor sondeo de la comprensión por parte del alumnado, es conveniente hacer a la par un análisis cualitativo de certeza sobre su respuesta.

Para dar una mejor explicación de cómo será posible crear un examen auto calificable haremos una analogía con cálculo, específicamente con la definición de integral definida.

2 Definición de la integral definida Si f es una función continua definida para $a \leq x \leq b$, dividimos el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos de igual ancho $\Delta x = (b - a)/n$. Sean $x_0 (= a), x_1, x_2, \ldots, x_n (= b)$ los puntos extremos de estos subintervalos y sean $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$ los **puntos muestra** en estos subintervalos, de modo que x_i^* se encuentre en el i-ésimo subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$. Entonces la **integral definida de f, desde a hasta b**, es

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\,\Delta x$$

siempre que este límite exista y dé el mismo valor para todos las posibles elecciones de los puntos muestra. Si existe, decimos que f es **integrable** sobre $[a, b]$.

Figura 3.6 *Definición de integral definida, [Stewart, 2010].*

La analogía que se puede hacer con la estructura de nuestro examen será la siguiente:

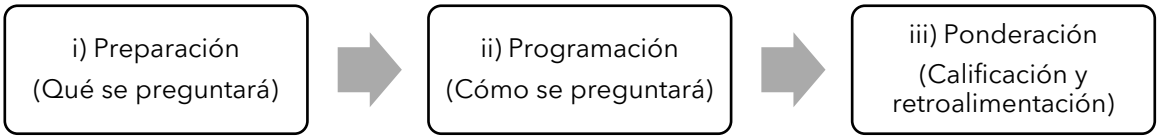
Imaginemos que tenemos una función integrable en el intervalo [a,b], que a su vez dividiremos en n subintervalos. Cada subintervalo n será análogo a las preguntas que conformarán nuestro examen, es decir, nuestro examen se conformará de n-preguntas. Lo siguiente es evaluar la función para cada x_i^*, en este caso la función será el equivalente al tipo de reactivo que se va a utilizar, y la x_i^* será equivalente al objetivo que se desea abarcar, por ende, $f(x_i^*)$ será el resultado de realizar una preguntada con un enfoque particular que se desea abarcar en el tema que se evalúa; el Δx equivaldrá al peso sobre la calificación del examen que posee ese reactivo en particular, y finalmente, al sumar todo tendremos una idea de cuánto aprendió el alumno cuantitativamente.

Ahora, para complementar esta evaluación meramente cuantitativa, se puede añadir una auto evaluación de *seguridad en uno mismo*, es decir, añadir la Puntuación Basada en Certeza mencionada en el Capítulo 2.

Una vez combinados ambos tipos de evaluación, como se propone en los exámenes 2 y 3, podemos conseguir una calificación comparable a la forma convencional de evaluación para físicos.

Algoritmo

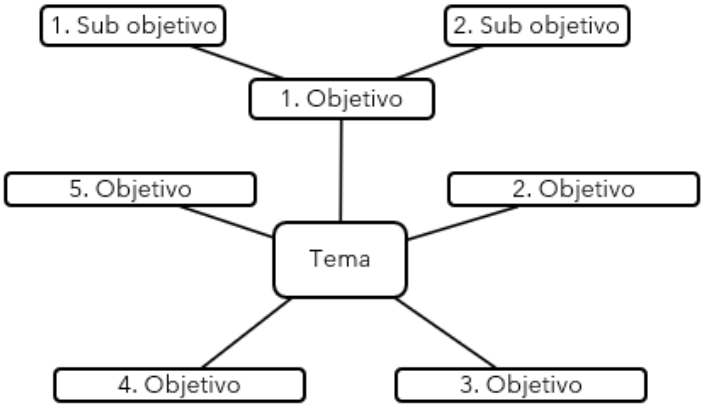
La evaluación de un estudiante a través de DidacTIC consistirá en 3 pasos:



Esquema 3.4 *Proceso I.*

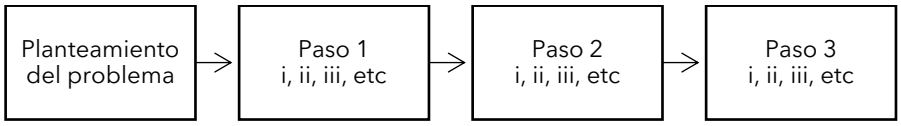
i) Preparación

Lo primero que se debe hacer en esta fase es elaborar un esquema que ayude visualmente a categorizar los objetivos que se deben alcanzar al estudiar el tema que compete. A cada objetivo se le pueden adjuntar subobjetivos de ser necesario. Un ejemplo de cómo podría elaborarse es el esquema 3.5.

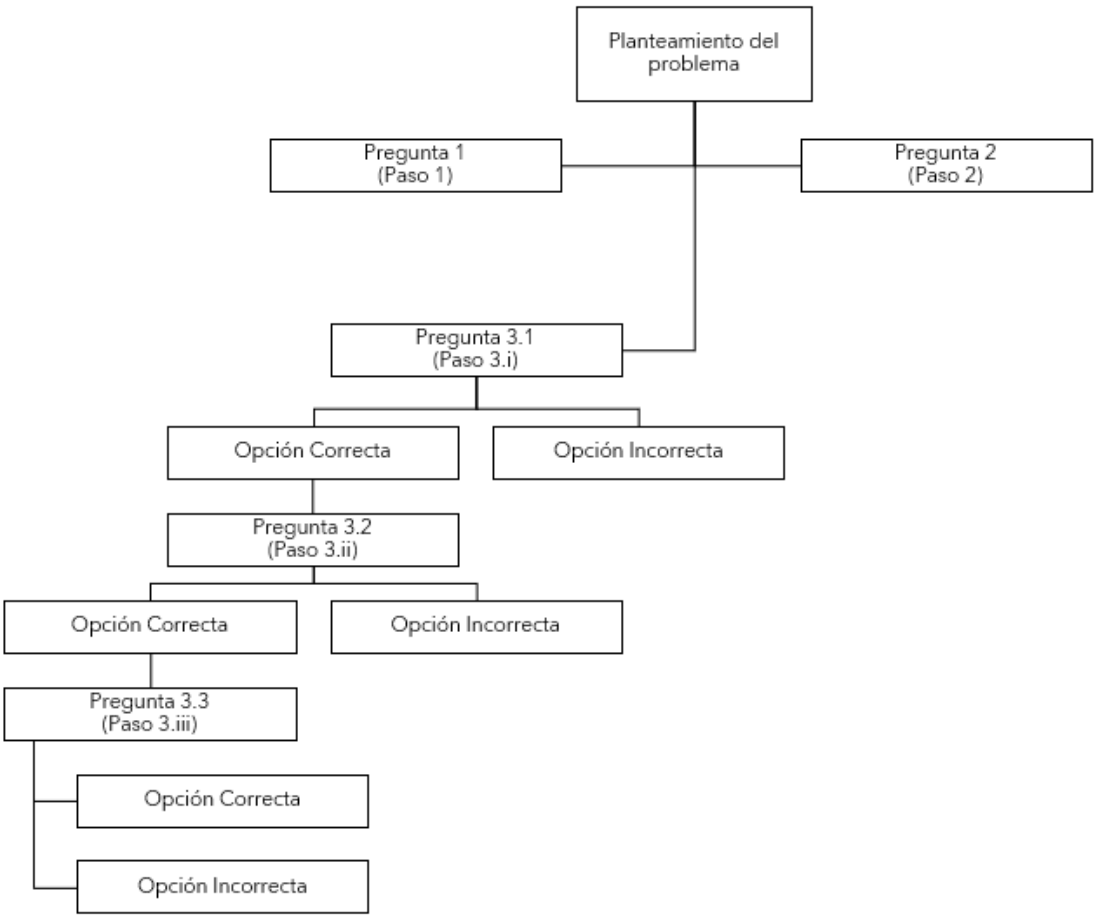


Esquema 3.5 *Mapa conceptual de los objetivos.*

Una vez definidos los objetivos se buscará la forma en que podamos evaluarlos todos a través del enlace adecuado de preguntas; Podemos imaginar esto como el código de un programa, si una línea no es ejecutada adecuadamente el programa no correrá, en el caso de nuestro examen cada línea será una pregunta que tiene que estar bien redactada y conectada a la siguiente, si se hace esto de forma correcta se guiará poco a poco y secuencialmente al alumno a lo largo del examen. La idea es pensar en un diagrama de flujo que represente la secuencia que se debe seguir manualmente para la solución de un problema y programarla. Los esquemas 3.6 y 3.7, nos ayudan a comparar la forma en que se soluciona un problema de forma manual y como guiar esta solución a través de un examen programado. Así como al plantear una solución cada paso puede estar subdividido, ocurre lo mismo al momento de elaborar las preguntas, una misma puede subdividirse en varias.

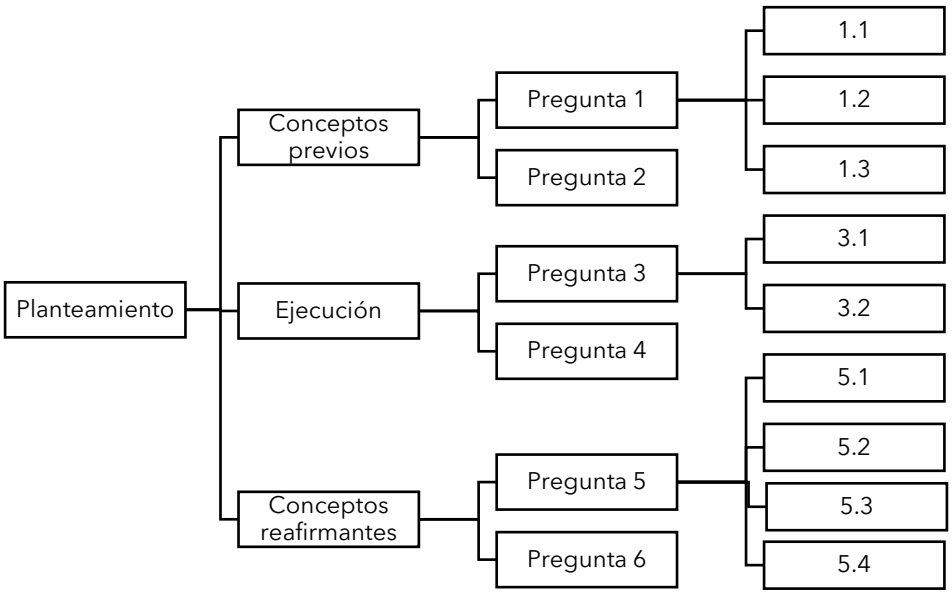


Esquema 3.6 *Flujo de ideas I.*



Esquema 3.7 *Flujo de ideas II.*

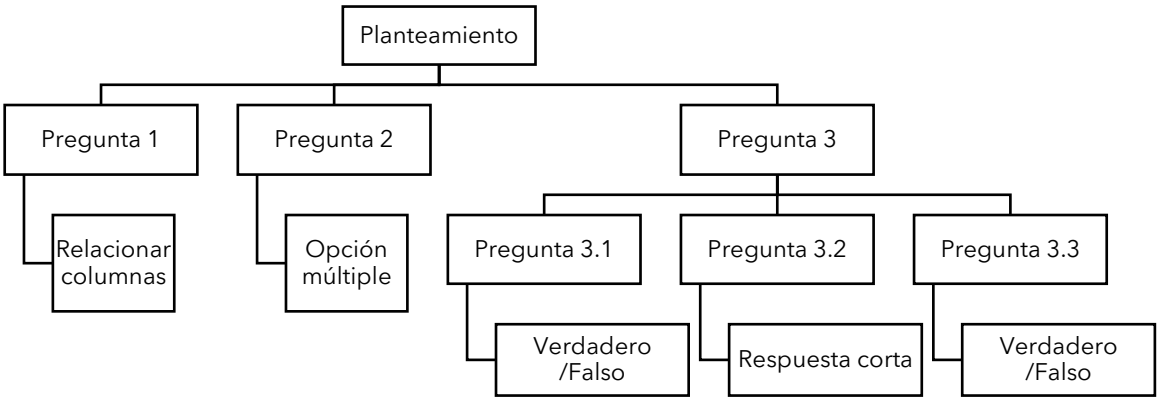
Una manera de categorizar las preguntas para facilitar la elaboración del diagrama de flujo es la siguiente, es dividirlas en tres secciones: conceptos previos, ejecución, y conceptos reafirmantes. En la parte de conceptos previos se hacen preguntas teóricas relativas a los objetivos que deberían estar comprendidos para poder dar la respuesta numérica, el análisis de la habilidad numérica se llevará a cabo en la parte de ejecución, y finalmente en los conceptos reafirmantes si hacen preguntas teóricas a manera de retroalimentación del ejercicio numérico del examen (esquema3.8).



Esquema 3.8 *Proceso II.*

ii) Programación

Una vez trascritos los pasos que se siguen a manera de preguntas se planteará cuál es la mejor forma de programarlo en DidacTIC. En el esquema 3.9 se muestra cómo se podría hacer el diagrama. Nótese que hay variantes del tipo de reactivo en las preguntas que se derivan de la tercera, se pueden hacer las combinaciones que se crean eficaces para calificar de forma conveniente.



Esquema 3.9 *Proceso III.*

iii) Ponderación

La calificación es importante y no sencilla debido a que es necesario tomar en cuenta dos factores: Grado de dificultad de la pregunta y probabilidad de acertar la respuesta.

Primero, asignaremos un valor relacionado con la probabilidad de atinarle a la respuesta correcta, la tabla 3.5 muestra para 2, 3 y 4 opciones; el valor asignado será $1 - \frac{1}{N}$, donde N es el número de opciones.

Número de opciones	Probabilidad de acertar	Valor asignado (V.a.)
2	0.5	0.5
3	0.33	0.66
4	0.25	0.75

Tabla 3.5 *Ajuste de ponderación según el tipo de reactivo.*

Enseguida se asigna un puntaje a cada pregunta referente a la dificultad académica (D.a.) que implica su respuesta. Así, finalmente, multiplicamos la dificultad académica (a consideración del docente) por el V.a. del reactivo. Se muestra un ejemplo en la tabla 3.6, en donde se indica: Número de opciones, valor asignado y dificultad académica. El último paso sería normalizar a base 10 para obtener una calificación típica.

Reactivo	N	V.a.	D.a.	Ponderación
Respuesta corta	No aplica	1	2	= (2) (1) = 2
Arrastrar y soltar	5	0.80	2	= (2) (0.8) =1.6
Opción múltiple	4	0.75	3	= (3) (0.75) = 2.25
Relacionar columnas	3	0.66	2	= (2) (0.66) = 1.32
Verdadero o falso	2	0.50	1	= (1) (0.50) = 0.5

Tabla 3.6 *Ejemplo de ponderación según el tipo de reactivo.*

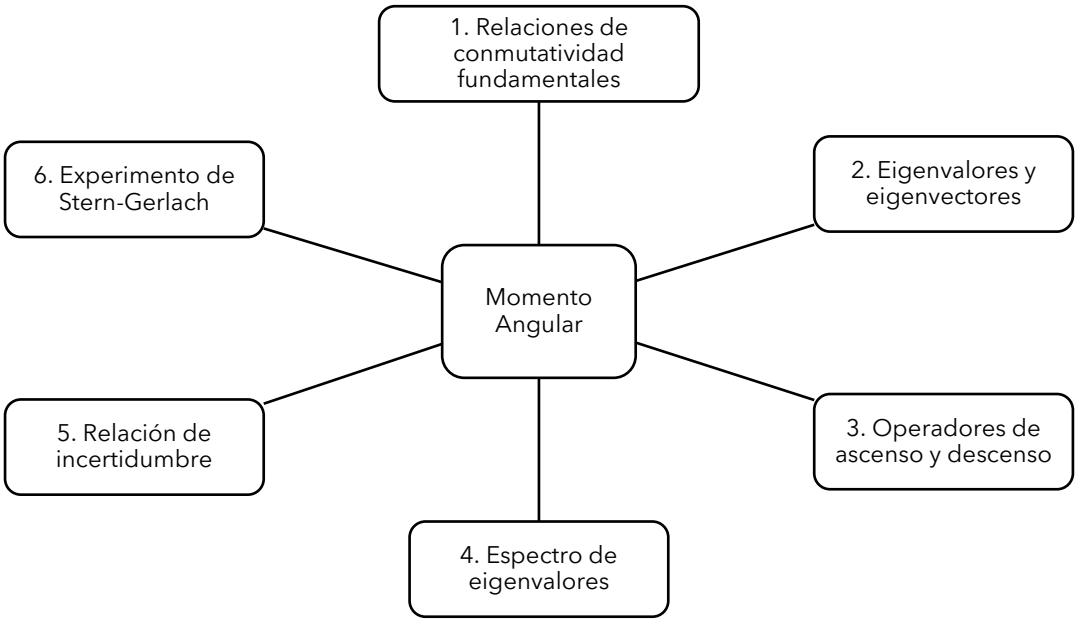
Una vez asignada la calificación que se recibirá por problema, habrá que recordar que estamos utilizando la calificación PBC, es decir, que tendremos que normalizar la calificación como se indicó en el segundo examen: $C = \frac{(x+10)(100)}{40}$. Y que a la par, una vez finalizado el examen, la plataforma nos dará retroalimentación del comportamiento del alumno en cada pregunta.

Ejemplificación del algoritmo

Para la ejemplificación de este algoritmo se tomará el tema de Momento angular, el cual se evaluó en el segundo examen (apéndice H), problemas 1 y 2. Existen similitudes a la forma en qué se evaluó originalmente, sin embargo, en esta sección se muestra con mejoras usando el algoritmo propuesto.

i) Preparación

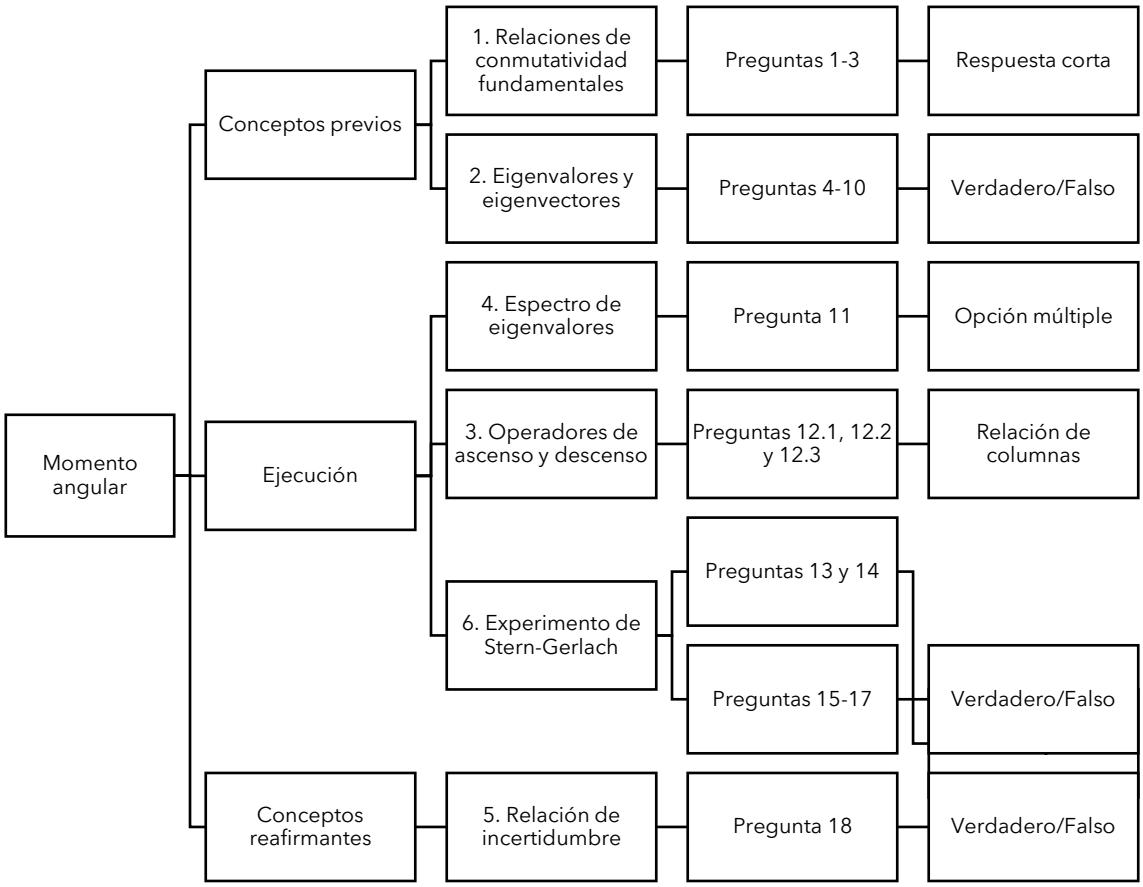
Primero, identificamos los objetivos que han de alcanzarse al estudiarlo, y los esquematizamos:



Esquema 3.10 *Ejemplo mapa conceptual de los objetivos.*

Para el desarrollo de las preguntas se buscó en la bibliografía propuesta para el curso: Sakurai, Griffiths y Townsend. Se tomaron los dos problemas que ya se habían aplicado en el segundo examen, pero se entrelazaron entre ellos y se generaron preguntas conceptuales. Se identificó en qué parte de los libros se encontraba la definición exacta, si había problemas similares en los ejemplos y se generó un diagrama de flujo para fusionarlos adecuadamente, generando un problema de comprensión y ejecución.

En el Apéndice M se muestra la solución al problema 2 del segundo examen, pero con algunas cosas agregadas, por ejemplo, el desarrollo de las matrices de $\widehat{S_n}$, la verificación del principio de incertidumbre, representación de los eigenestados si $n = y$, y experimentos Stern-Gerlch para Espín-1; todo esto fue lo que se ocupó para desarrollar la parte numérica, sin embargo, se utilizaron otros problemas para agregar las preguntas conceptuales. A continuación, se esquematizan las 3 partes en qué podemos dividir nuestro examen junto con las preguntas que se realizaron y los objetivos del tema que pretenden evaluar; de esta forma se puede visualizar sencillamente si no hay algún objetivo que se necesita evaluar faltante. Las preguntas se pueden elaborar en una hoja de máquina a mano y transcribirlas a DidacTIC, se añade el borrador del examen en el Apéndice N, y leer las preguntas correspondientes a la numeración que aparece en el esquema 3.11



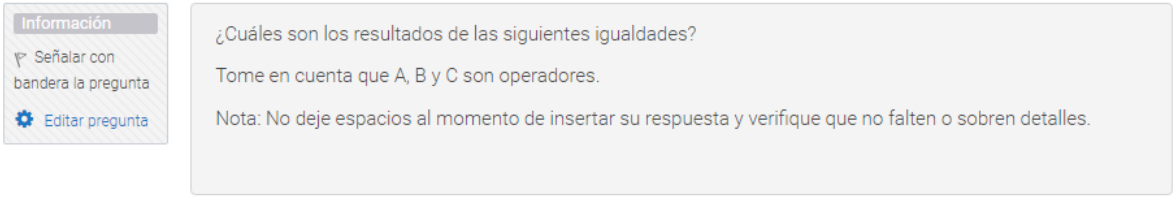
Esquema 3.11 *Ejemplo Proceso III.*

ii) Programación

Para la programación en la plataforma se usó lenguaje Latex en donde era necesario, y aparte se hizo un documento de donde se sacaron imágenes, pues, a pesar de que es posible escribir con este lenguaje en la plataforma el formato no se acomoda a escribir ecuaciones en línea (como se necesitan en ciertos casos).

La distribución de las preguntas es como se describe en el esquema 3.31, sólo se añaden pequeñas descripciones para guiar al alumno a lo largo del examen, que serían como las líneas en nuestro diagrama de flujo imaginario.

A continuación, se muestra gráficamente como se vería el examen ya programado en la plataforma.



Pregunta 1

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$[\hat{A}, \hat{B} + \hat{C}] =$$

Respuesta:

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 2

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] =$$

Respuesta:

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 3

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] =$$

Respuesta:

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Responda *Verdadero* o *Falso* a las siguientes declaraciones conforme corresponda

Pregunta 4

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Si hay más de un estado propio del operador A con valor propio a, decimos que hay degeneración.

Elija una;

○ Verdadero

○ Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 5

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Cada estado propio de A es también un estado propio de B para aquellos estados que no son degenerados.

Elija una;

○ Verdadero

○ Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 6

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Si hay degeneración, siempre se pueden encontrar combinaciones lineales de los estados propios degenerados de A que son estados propios del operador Hermítico B.

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Certeza: C=1 (Incierto: <67%) C=2 (Medio: >67%) C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 7

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Dos operadores Hermíticos que conmutan tienen un conjunto completo de estados propios en común.

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Certeza: C=1 (Incierto: <67%) C=2 (Medio: >67%) C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 8

Sin responder aún

Ponderación 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Los generadores de rotaciones alrededor de diferentes ejes conmutan

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Certeza: C=1 (Incierto: <67%) C=2 (Medio: >67%) C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 9

Sin responder aún

Ponderación 0.75

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

El operador

$$\hat{J}^2$$

sí conmuta con cada uno de los operadores generadores de rotación.

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Certeza: C=1 (Incierto: <67%) C=2 (Medio: >67%) C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 10

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Dado que

$$\hat{S}^2|s,m\rangle = s(s+1)\hbar^2|s,m\rangle$$
$$\hat{S}_z|s,m\rangle = m\hbar|s,m\rangle$$

conmutan, nos dice que podemos conocer el momento angular intrínseco y la proyección en z simultáneamente.

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Certeza: C=1 (Incierto: <67%) C=2 (Medio: >67%) C=3 (Bastante seguro: >80%)

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Determine los estados propios de $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$, para una partícula de espín-1, donde el operador de espín es $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{S}_x \boldsymbol{i} + \hat{S}_y \boldsymbol{j} + \hat{S}_z \boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi \boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi \boldsymbol{j} + \cos\theta \boldsymbol{k}$.

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1. Proponemos una ecuación de eigenvalores.

$$\hat{S}_n |1,\mu\rangle_n = \mu\hbar |1,\mu\rangle_n$$

Para resolverla

i) Desarrollamos $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n} &= (\hat{S}_x \boldsymbol{i} + \hat{S}_y \boldsymbol{j} + \hat{S}_z \boldsymbol{k}) \cdot (\sin\theta\cos\phi \boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi \boldsymbol{j} + \cos\theta \boldsymbol{k}) \\ &= \hat{S}_x \sin\theta\cos\phi + \hat{S}_y \sin\theta\sin\phi + \hat{S}_z \cos\theta\end{aligned}$$

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

ii) Calculamos las matrices $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, y $\hat{S}_z$ tomando en cuenta que hay 3 estados base: $|1,1\rangle$,$|1,0\rangle$, y $|1,-1\rangle$.

Pregunta 11

Sin responder aún

Ponderación 1.32

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Elija la forma correcta de obtener

$$\hat{S}_z$$

Seleccione una:

a.

Para encontrar $\hat{S}_z$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\hat{S}_z|1,1\rangle &= \hbar|1,1\rangle \\ \hat{S}_z|1,0\rangle &= 0|1,0\rangle \\ \hat{S}_z|1,-1\rangle &= -\hbar|1,-1\rangle\end{aligned}$$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hbar|1,1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1,-1|-\hbar|1,-1\rangle \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b.

Para encontrar $\hat{S}_z$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\hat{S}_z|1,1\rangle &= \hbar|1,1\rangle \\ \hat{S}_z|1,0\rangle &= 0|1,0\rangle \\ \hat{S}_z|1,-1\rangle &= \hbar|1,-1\rangle\end{aligned}$$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hbar|1,1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1,-1|\hbar|1,-1\rangle \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

○ c.

Para encontrar $\hat{S}_z$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_z|1,1\rangle = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,1\rangle$$
$$\hat{S}_z|1,0\rangle = 0|1,0\rangle$$
$$\hat{S}_z|1,-1\rangle = -\frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,-1\rangle$$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1,-1|-\frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,-1\rangle \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Indique si las siguientes partes del procedimiento fueron desarrolladas: adecuadamente, mal, o parcialmente bien (podría ser correcta, pero, los pasos utilizados no eran correctos).

Pregunta 12

Sin responder aún

Ponderación 1.32

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

A continuación, se presentan los siguientes pasos a seguir en la solución del problema, sin embargo, una parte está desarrollada adecuadamente, una no, y con otra podría ser correcta, pero, los pasos con los que se llegó son incorrectos.

Utilizando operadores de ascenso y descenso podemos encontrar $\hat{S}_x$ y $\hat{S}_y$.

Para ello haremos uso de que:

$$\hat{S}_+ = \hat{S}_x + i\hat{S}_y$$
$$\hat{S}_- = \hat{S}_x - i\hat{S}_y$$

Y por lo tanto:

$$\hat{S}_x = \frac{\hat{S}_+ + \hat{S}_-}{2}$$
$$\hat{S}_- = \hat{S}$$

Utilizando

$\hat{S}_-|$

Elegir...

Elegir...
Verdadero
la representación matricial es adecuada, pero no el procedimiento por el cual se llegó
Falso

Se encuentran los elementos de la matriz $\hat{S}_+$, y para los elementos de $\hat{S}_-$ usamos el hecho de que $\hat{S}_+^{\dagger} = \hat{S}_-$, es decir, la matriz transpuesta conjungada de $\hat{S}_+$ será la matriz $\hat{S}_-$.

iii) Sustituyendo $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, y $\hat{S}_z$ en la ecuación a la que llegamos en i)

$$\hat{S}_n = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sin\theta\cos\phi + \hbar \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \sin\theta\sin\phi + \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cos\theta$$
$$= \hbar \begin{pmatrix} \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi}\sin\theta & 0 \\ e^{i\phi}\sin\theta & 0 & e^{-i\phi}\sin\theta \\ 0 & e^{i\phi}\sin\theta & -\frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Elegir...

iv) Ahora, representando el eigenestado $|1,\mu\rangle_n$ como un vector columna.

$$|1,\mu\rangle_n \longrightarrow \begin{pmatrix} {}_z\langle 1,1|1,\mu\rangle_n \\ {}_z\langle 1,0|1,\mu\rangle_n \\ {}_z\langle 1,-1|1,\mu\rangle_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Y la matriz

$$\begin{pmatrix} \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi}\sin\theta & 0 \\ e^{i\phi}\sin\theta & 0 & e^{-i\phi}\sin\theta \\ 0 & e^{i\phi}\sin\theta & -\frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & 0 \\ \beta & 0 & \gamma \\ 0 & \beta & \alpha \end{pmatrix}$$

Podemos expresar

$$\hat{S}_n|1,\mu\rangle_n = \mu\hbar|1,\mu\rangle_n$$

como

$$\hbar\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & 0 \\ \beta & 0 & \gamma \\ 0 & \beta & \alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \mu\hbar\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

v) Igualando la última expresión a cero, de donde vemos que se elimina el factor $\hbar$, se obtienen los eigenvalores de μ; los cuales serán 1, 0 y -1, que corresponden a los eigenvalores $\hbar$, 0 y $-\hbar$.

Elegir...

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

2. El siguiente paso será encontrar los eigenestados. Para ello sustituiremos los valores encontrados de μ, y llegamos a:

Pregunta 13

Sin responder aún

Ponderación 3.56

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Arrastre los ítems en donde corresponde para indicar los eigenestados.

$|1,1\rangle_y =$ [ ] $|1,1\rangle$ [ ] $|1,0\rangle$ [ ] $|1,-1\rangle$

$|1,0\rangle_y =$ [ ] $|1,1\rangle$ [ ] $|1,0\rangle$ [ ] $|1,-1\rangle$

$|1,1\rangle_y =$ [ ] $|1,1\rangle$ [ ] $|1,0\rangle$ [ ] $|1,-1\rangle$

$+\cos^2\frac{\theta}{2}$ | $+\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta$ | $+\sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}$ | $+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta$ | $-e^{i\phi}\cos\theta$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{2i\phi}$ | $+\sin^2\frac{\theta}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta$ | $+\cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

3. Si elegimos especificamente $\theta = \frac{\pi}{2}$ y $\phi = \frac{\pi}{2}$, entonces el vector unitario n será y, con eigenestados:

Pregunta 14

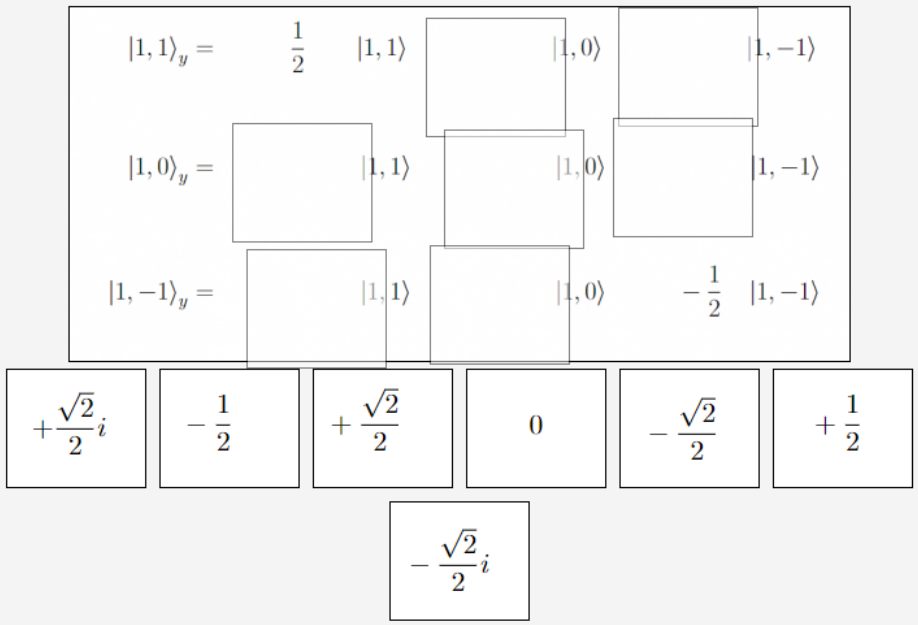
Sin responder aún

Ponderación 3.44

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Arrastre los items para expresar de forma adecuada cada eigenestado



Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 15

Sin responder aún

Ponderación 0.75

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

4. Una vez obtenidos estos eigenestados podemos regresarnos a la pregunta: de las partículas con $\hat{S}_y = \hbar$ que salieron de un SG_y y entraron a un SG_z ¿cuántas saldrán con $\hat{S}_z = \hbar$?

(a) Para determinarlo calculamos la amplitud de probabilidad de que encontrar a un parícula con $\hat{S}_y = \hbar$ en un estado con $\hat{S}_z = \hbar$, es decir, $\langle 1,1|1,1\rangle_y$. Y enseguida determinamos la probabilidad $|\langle 1,1|1,1\rangle_y|^2$.

La última declaración es ¿verdadera o falsa?

Elija una;

○ Verdadero

○ Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 16

Sin responder aún

Ponderación 0.75

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

La siguiente declaración

(b) Para determinar la fracción de partículas con $\hat{S}_z = 0$ que salieron del dispositivo SG_z y venían del dispositivo SG_y con $\hat{S}_y = \hbar$, es necesario calcular $|\langle 1,1|1,0\rangle_y|^2$.

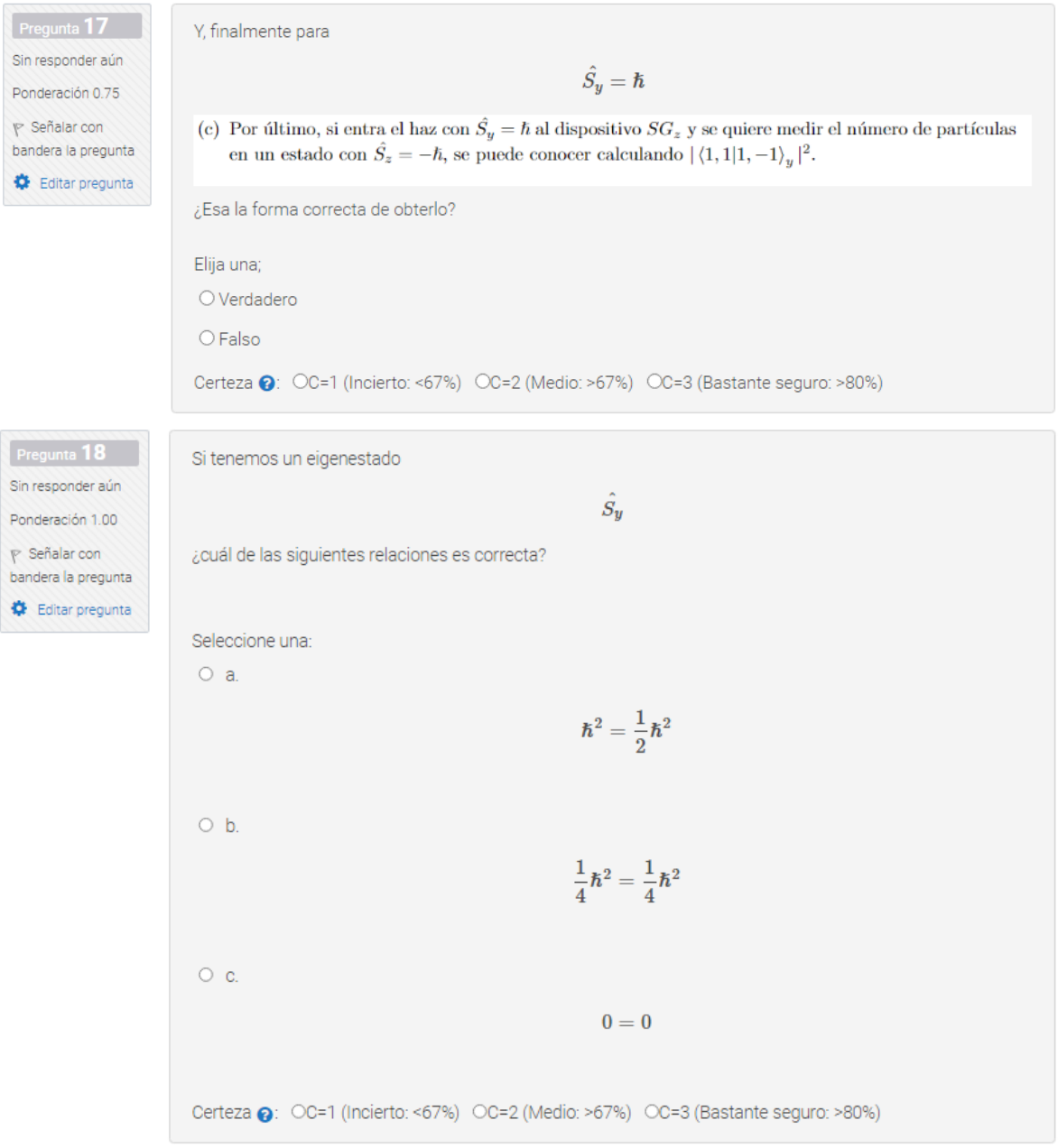
es:

Elija una;

○ Verdadero

○ Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)



iii) Ponderación

A continuación, se muestra una tabla con el puntaje asignado a cada pregunta y la calificación final asignada de acuerdo con el esquema de puntuación por tipo de reactivo.

Pregunta	Tipo de reactivo	N	V. a.	D. a.	Ponderación
1	Respuesta corta	No aplica	1	1	1
2	Respuesta corta	No aplica	1	1	1
3	Respuesta corta	No aplica	1	1	1

4	Respuesta corta	2	0.5	1	0.5
5	Respuesta corta	2	0.5	1	0.5
6	Respuesta corta	2	0.5	1	0.5
7	Relacionar columnas	2	0.5	1	0.5
8	Verdadero/Falso	2	0.5	1	0.5
9	Verdadero/Falso	2	0.5	1	0.5
10	Verdadero/Falso	2	0.5	1	0.5
11	Opción múltiple	3	0.66	2	1.32
12	Relacionar columnas	3	0.66	2	1.32
13	Arrastrar y soltar	9	0.89	4	3.56
14	Arrastrar y soltar	7	0.86	4	3.44
15	Verdadero/Falso	2	0.5	1.5	0.75
16	Verdadero/Falso	2	0.5	1.5	0.75
17	Verdadero/Falso	2	0.5	1.5	0.75
18	Verdadero/Falso	2	0.5	2	1

Tabla 3.7 *Ejemplo Ponderación y calificación según reactivo.*

Y se asignan estos puntajes en DidacTIC para calificar.

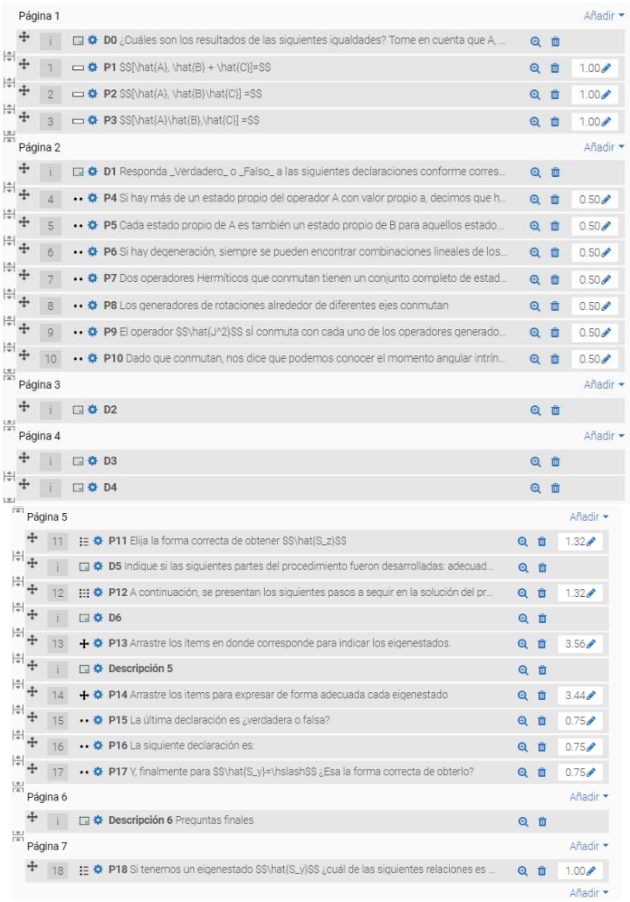


Figura 3.7 *Ejemplo ponderación.*

Finalmente, esta es la muestra si se respondieran 3 preguntas de forma equivocada, le indica al alumno que en general está bien, tiene comprensión de sus fortalezas y debilidades, pero, sí se muestra un poco desconfiado aunque domina ciertos temas; esto a forma de retroalimentación.

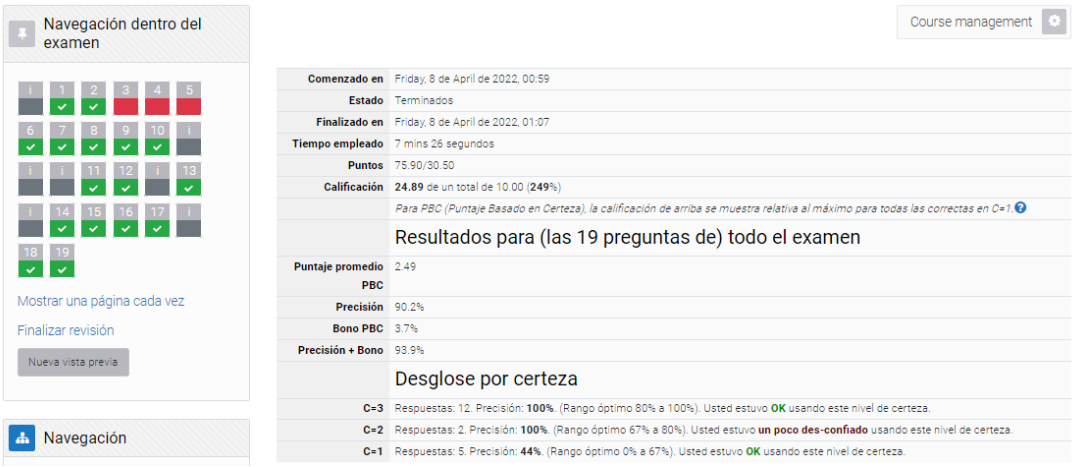


Figura 3.8 *Ejemplo calificación PBC.*

Y para concluir asignamos una calificación normalizada, su calificación PBC fue de 24.89. Utilizando la fórmula para normalizar la calificación, donde =27.89 : $C = \frac{(x+10)(100)}{40} = \frac{(24.89+10)(100)}{40} = 87.225 = 87.23.$

Discusión

A manera de retroalimentación podemos mencionar que sí hay alguna forma de esquematizar la solución de un problema a manera de diagrama de flujo, entonces, es posible elaborar un examen auto calificable para físicos.

Para lograr elaborar de manera adecuada las preguntas que representarán el flujo de pensamiento de una persona se necesita tener total dominio del tema, y de ser posible, consultarlo con otro experto en la materia. Una manera sería la correcta implementación de academias en la cual colaboren 2 o más profesores para crear un banco de preguntas correctamente enfocadas.

Ahora, en cuanto a la estructura del examen en la plataforma podemos mencionar que lamentablemente no todo lo que se hace en Moodle se trajo a DidacTIC. una de esas cosas es que en vivac no se normaliza la calificación a diferencia de Moodle que ya tiene un algoritmo para dar la calificación normalizada tomando en cuenta la calificación PBC. Otra cosa que se puede mencionar son las preguntas condicionadas, debido a que las preguntas condicionadas sólo se pueden a través de la red retroalimentación inmediata y no diferida abriría el margen de que los alumnos se pasen la respuesta correcta, así que, aunque serían muy útiles para que en vez de 3 preguntas distintas cada una con una calificación tuviéramos solo una que si las 3 son correctas diera una calificación, no es posible hacerlo.

Conclusiones

Una vez finalizada la aplicación de los exámenes prueba (experimentos), tomamos las herramientas con resultados significativos para realizar nuestro examen auto calificable; entre estas se encuentran:

- Preguntas de tipo: Opción Múltiple, Verdadero/Falso, Respuesta Corta, Relacionar Columnas.
- Puntuación basada en certeza (PBC).
- Retroalimentación diferida.

Conociendo las herramientas adecuadas fue factible la elaboración de la propuesta final para realizar un examen auto calificable en DidacTIC y concluimos que:

1. Es posible realizar un examen que se califique automáticamente al momento en que el alumno finalice la prueba con las herramientas que proporciona la plataforma.
2. La mejor forma de programar el examen será seccionando el problema en preguntas tipo: conceptuales y de desarrollo matemático. Así como un profesor que califica un problema busca cuáles son las partes correctas e incorrectas para hacérselo saber al alumno, al dividir en partes la pregunta la plataforma les puede regresar una retroalimentación específica de sus fortalezas y debilidades.
3. Podemos utilizar la PBC junto con la retroalimentación diferida con el fin de incentivar la seguridad de los alumnos al momento de responder un examen, así como para disminuir el factor de adivinanza.

De esta forma concluimos que se cumplió el objetivo de encontrar la forma de utilizar adecuadamente esta plataforma elaborada por la misma universidad y darle un buen uso en la Licenciatura en Física.

Un punto importante que mencionar es el hecho de que el campo laboral de un físico yace es tres importantes ramas: Investigación, divulgación y docencia. A través de esta tesis pudimos indagar en un área importante de la parte docente: la elaboración de exámenes para Físicos, y no sólo esto, también brindar una propuesta para hacerlo de forma electrónica con apoyo de un recurso elaborado en nuestra institución.

Finalmente, considero que, de llevarse a cabo exámenes de este tipo, es significativo la implementación de academias debido a que la preparación de un examen de esta índole requiere de distintos puntos de vista para una misma pregunta se simplifica al hacerse en equipo

Apéndices

Apéndice A. Acceso a DidacTIC.

Profesor

Para ingresar a la plataforma didac-TIC es necesario contar con los siguientes datos:

- Nombre de usuario y contraseña del correo electrónico institucional
- Dirección de la plataforma didac-TIC: http://didac-tic.uaslp.mx/

Pasos para el ingresar:

1. Abre tu navegador web (Internet Explorer, Chrome, Firefox, Safari, etc) y teclea la dirección: http://didac-tic.uaslp.mx/ inmediatamente se te mostrará la página de inicio de la plataforma de didac-TIC.

2. Da clic al icono del candado que se encuentra en la parte superior derecha para que puedas ingresar a didac- TIC.

- Coloca tu RPE que es tu Nombre_de_usuario
- La contraseña es la misma con la que ingresara al correo institucional, toma en cuenta que el sistema hace diferencia entre mayúsculas y minúsculas por lo que deberás escribirla tal cual la tienes especificada.

Ejemplo

Usuario: 125570

Contraseña: La misma del correo institucional

3. Da clic al icono ▸ o presiona la tecla de entre ↵ para iniciar sesión

4. Dar clic en el nombre de su facultad y posteriormente en tu nombre donde aparecerán sus cursos.

Alumnos

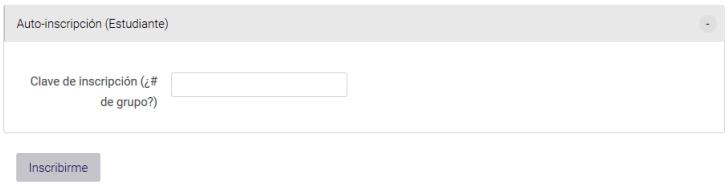
1. Ingresar a la plataforma de didac-tic http://didac-tic.uaslp.mx, seleccionar la Facultad y el curso al cual se van a registrar y colocar su clave de alumnos y la contraseña de su Correo Electrónico Institucional.

Ejemplo

Usuario: A224450

Contraseña: La misma del correo institucional

2. Una vez que ingreso a la plataforma de didac-tic debe colocar la clave de inscripción para quedar matriculado en el curso



Apéndice B: Tarea 1

Tarea 1
Meácanica Cuántica

September 3, 2021

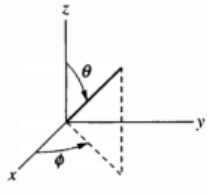
Resolver los siguientes problemas en hojas de máquina de la forma más detallada, ordenada y limpia posible.

1. El estado de una partícula de espín $\frac{1}{2}$ hacia arriba a lo largo de un eje, cuya dirección está dada por el vector unitario

$$\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k} \tag{1}$$

y con θ y ϕ como se muestran en la figura, está dado por:

$$|+\boldsymbol{n}\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\boldsymbol{z}\rangle \tag{2}$$



a) Verifique que el estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ se reduce a los estados $|+\boldsymbol{x}\rangle$ y $|+\boldsymbol{y}\rangle$, dada una elección adecuada de los ángulos θ y ϕ.

$$|+\boldsymbol{x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\boldsymbol{z}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|+\boldsymbol{z}\rangle \tag{3}$$

$$|+\boldsymbol{x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\boldsymbol{z}\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|+\boldsymbol{z}\rangle \tag{4}$$

b) Suponga que se lleva a cabo una medición de S_z sobre una partícula en el estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado sea $(i)\frac{\hbar}{2}$ o $(ii) -\frac{\hbar}{2}$?

c) Determine la incertidumbre de ΔS_z de sus mediciones.

2. Repita los cálculos realizados en los incisos b) y c) del primer problema para S_x.

3. Conteste los siguientes incisos

   a) ¿Cuál es la amplitud de probabilidad de encontrar a una partícula que se encuentra en el estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ (*problema 1*) si $S_y = \frac{\hbar}{2}$? ¿Cuál es la probabilidad? Verifique sus resultados evaluando la probabilidad para una elección adecuada de θ y ϕ.

   b) ¿Cuál es la amplitud de probabilidad de encontrar a una partícula que se encuentra en el estado $|+\boldsymbol{y}\rangle$ (*problema 1*) si $S_n = \frac{\hbar}{2}$? ¿Cuál es la probabilidad?

4. Muestre que el estado

$$|-\boldsymbol{n}\rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\boldsymbol{z}\rangle - e^{i\phi}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\boldsymbol{z}\rangle \tag{5}$$

   satisface $\langle+\boldsymbol{n}|-\boldsymbol{n}\rangle = 0$, donde el estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ es el mismo que el del problema 1. Verifique que $\langle-\boldsymbol{n}|-\boldsymbol{n}\rangle = 1$.

5. Verifique que $\Delta S_x = \sqrt{\langle S_x^2\rangle - \langle S_x\rangle^2} = 0$ para el estado $|+\boldsymbol{x}\rangle$.

6. El estado

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + \frac{i\sqrt{3}}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle \tag{6}$$

   es un estado con $S_n = \frac{\hbar}{2}$ a lo largo de un eje $\boldsymbol{n}$ particular. Compare el estado $|\Psi\rangle$ con el estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ del primer problema para encontrar $\boldsymbol{n}$. Determine $\langle S_x\rangle$, $\langle S_y\rangle$, y $\langle S_z\rangle$ para este estado. Nota: $\langle S_z\rangle = -\frac{\hbar}{4}$ y $\langle S_y\rangle = \frac{\sqrt{3}\hbar}{4}$

7. Calcule $\langle S_x\rangle$, $\langle S_y\rangle$, y $\langle S_z\rangle$ para el siguiente estado

$$|\Psi\rangle = -\frac{i}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle \tag{7}$$

   Compare estos resultados con los del problema anterior. ¿Qué puede concluir sobre estos dos resultados?

8. Demuestre que ni la probabilidad de obtener el resultado a_i, ni el valor esperado $\langle A\rangle$ es afectado por $|\Psi\rangle \to e^{i\delta}|\Psi\rangle$, es decir, por un cambio de fase general para el estado $|\Psi\rangle$.

9. Se sabe que hay un 36% de probabilidad de obtener $S_z = \frac{\hbar}{2}$, y por lo tanto un 64% de obtener $S_z = -\frac{\hbar}{2}$ si una medición de S_z se realiza sobre una partícula con espín $\frac{1}{2}$. Además, se sabe que la probabilidad de encontrar a la partícula con $S_x = \frac{\hbar}{2}$, el cual es el estado $|+\boldsymbol{x}\rangle$, es 50%. Determine el estado de la partícula tan completamente como sea posible con está información.

Apéndice C: Tarea 2

Mécanica Cuántica

September 2021

Resolver los siguientes problemas en hojas de máquina de la forma más detallada, ordenada y limpia posible.

1. Demuestre que

$$\lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{x}{N}\right)^N = e^x$$

   Comparando la expansión en series de Taylor correspondiente a cada función.

2. Use la notación de Dirac directamente sin usar explicítamente la representación matricial para establecer que la proyección del operador $\hat{P}_+$ es Hermítico. Use el hecho de que $\hat{P}_+^2 = \hat{P}_+$ para establecer que los eigenvalores del operador proyección son 1 y 0.

3. Determine la representación matricial del operador rotación $\hat{R}(\Phi\mathbf{k})$ usando los estados $|+z\rangle$ y $|-z\rangle$ como base. Usando su representación matricial, verifique que el operador rotación es unitario, es decir, que satisface $\hat{R}^\dagger(\Phi\mathbf{k})\hat{R}(\Phi\mathbf{k}) = 1$.

4. Determinar los vectores columna de $|+x\rangle$ y $|-x\rangle$ en las bases $|+y\rangle$ y $|-y\rangle$.

5. ¿Cuál es la representación matricial de $\hat{J}_z$ usando los estados $|+y\rangle$ y $|-y\rangle$ como base? Use esta representación para obtener el valor esperado de S_z para una colección de partículas que se encuentran en el estado $|-y\rangle$.

6. Evalúe $\hat{R}(\theta\mathbf{j})\,|+z\rangle$, donde $\hat{R}(\theta\mathbf{j}) = e^{i\hat{J}_y\theta/\hbar}$ es el operador que gira kets en sentido antihorario en un ángulo θ sobre el eje y. Muestre que $\hat{R}(\frac{\pi}{2}\mathbf{j})\,|+z\rangle = |+x\rangle$. *Sugerencia*: Exprese el ket $|+z\rangle$ como una superposición de los kets $|+y\rangle$ y $|-y\rangle$ y aproveche el hecho de que $\hat{J}_y\,|\pm y\rangle = (\pm\hbar/2)\,|\pm y\rangle$; después regrese a la base de $|+z\rangle$ y $|-z\rangle$.

7. Trabaje las representaciones matriciales de los operadores de proyección $\hat{P}_- = |-z\rangle\langle -z|$ usando los estados $|+y\rangle$ y $|-y\rangle$ de una partícula con espín $\frac{1}{2}$ como base. Verifique que $\hat{P}_+^2 = \hat{P}_+$, $\hat{P}_-^2 = \hat{P}_-$, $\hat{P}_+\hat{P}_- = 0$ y $\hat{P}_-\hat{P}_+ = 0$ se satisfacen usando estas representaciones matriciales.

8. El vector columna que representa el estado $|\Psi\rangle$ está dado por

$$|\Psi\rangle \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} i \\ 2 \end{pmatrix}$$

Demuestre que $|\Psi\rangle$ está debidamente normalizado y calcule la probabilidad de que al medir S_x el resultado sea $\frac{\hbar}{2}$. Finalmente ¿cuál es la probabilidad de obtener este mismo resultado si la medida se hace con S_y?

9. Suponga que en una base dos-dimensional los operadores $\hat{A}$ y $\hat{B}$ están representados por las matrices de 2×2

$$\hat{A} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \hat{B} \longrightarrow \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Demuestre que $(\hat{A}\hat{B})^\dagger = \hat{A}^\dagger \hat{B}^\dagger$.

10. Determine la representación matricial de $\hat{J}_x$ en la base S_z. *Sugerencia*: Inicie con la representación matricial del operador $\hat{S}_x$ usando los estados

$$|+x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+z\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-z\rangle \qquad |+x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+z\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-z\rangle$$

como una base y después transformandolo a la base S_z.

11. El vector columna que representa el estado $|\Psi\rangle$ está dado por

$$|\Psi\rangle \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Determine $\langle S_x \rangle$ utilizando el resultado del problema anterior.

12. a) Demuestre que si los estados $|a_n\rangle$ forman una base ortonormal, entonces también lo hacen los estados $\hat{U}|a_n\rangle$, dado que $\hat{U}$ es unitario.

    b) Demuestre que los eigenvalores de un operador unitario pueden estar escritos como $e^{i\theta}$.

13. El operador Hermítico $\hat{A}$ correspondiente a la observable A tiene dos eigenestados $|a_1\rangle$ y $|a_2\rangle$, respectivamente. Asuma que $|a_1\rangle \neq |a_2\rangle$. Demuestre que $\hat{A}$ puede ser escrito en la forma

$$\hat{A} = a_1 |a_1\rangle \langle a_1| + a_2 |a_2\rangle \langle a_2|$$

y que

$$\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = \langle A \rangle$$

Apéndice D: Tarea 3

Tarea 3
Mécanica Cuántica

November 01, 2021

1. Verifique las siguiente igualdades para los aperadores $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$.
   (a) $[\hat{A}, \hat{B}+\hat{C}] - [\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{A}, \hat{C}]$
   (b) $[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] - \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C}$
   (c) $[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] - \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B}$

2. Usando los estados $|+z\rangle$ y $|-z\rangle$ como base de una partícula de espín-$\frac{1}{2}$, construya y resuelva matricialmente el problema de eigenvalores para el operador $\hat{S_n} - \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$, donde $\hat{\boldsymbol{S}} - \hat{S_x}\boldsymbol{i} + \hat{S_y}\boldsymbol{j} + \hat{S_z}\boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{n} - \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}$. Demuestre que los eigenestados pueden escribirse como:

$$|+\boldsymbol{n}\rangle - \cos\tfrac{\theta}{2}|+z\rangle + e^{i\phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-z\rangle$$

$$|-\boldsymbol{n}\rangle - \sin\tfrac{\theta}{2}|+z\rangle - e^{i\phi}\cos\tfrac{\theta}{2}|-z\rangle$$

3. Muestre que las matrices de Pauli satisfacen $\{\sigma_i, \sigma_j\} \equiv \sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i - 2\delta_{ij}\mathbb{I}$, donde i y j pueden usar los valores 1, 2 y 3, entendiendose que $\sigma_1 - \sigma_x$, $\sigma_2 - \sigma_y$ y $\sigma_3 - \sigma_z$. Por consiguiente para $i - j$ muestre que $\sigma_x^2 - \sigma_y^2 - \sigma_z^2 - \mathbb{I}$, miestras que para $i \neq j$ demuestre que $\{\sigma_i, \sigma_j\} - 0$. En donde $\{\hat{A}, \hat{B}\} \equiv \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$ se conoce como el **anticonmutador**.

4. Verifique lo siguiente
   (a) $\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\sigma} - 2i\boldsymbol{\sigma}$
   (b) $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{a}\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}\boldsymbol{b}\mathbb{I} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$

   donde $\boldsymbol{\sigma} - \sigma_x\boldsymbol{i} + \sigma_y\boldsymbol{j} + \sigma_z\boldsymbol{k}$.

5. Demuestre que el operador $\hat{C}$ definido como $[\hat{A}, \hat{B}] - i\hat{C}$ es Hermítico, dados los operadores $\hat{A}$ y $\hat{B}$ Hermíticos.

6. Cálcule ΔS_x y ΔS_y para una partícula de espín-$\frac{1}{2}$ para un eigenestado de ΔS_z. Confirme si se cumple la relación de incertidumbre $\Delta S_x \Delta S_y \geq \hbar\frac{|\langle S_z\rangle|}{2}$ se satisface. Repita sus cálculos para un eigenestado de $\hat{S_x}$.

7. Use la representación matricial de los operadores de momento angular de espín-$\frac{1}{2}$ para verificar que:

$$[\hat{S_x}, \hat{S_y}] - i\hbar\hat{S_z}$$

8. Determine la representación matricial de los operadores de espín-$\frac{1}{2}$ $\ddot{S_x}$, $\ddot{S_y}$ y $\ddot{S_z}$ usando los eigenestados de $\hat{S_y}$ como base.

9. Verifique que para una partícula de espín-$\frac{1}{2}$:
   (a) $\hat{S_z} - \frac{\hbar}{2}|+z\rangle\langle+z| - \frac{\hbar}{2}|-z\rangle\langle-z|$
   (b) Los operadores de ascenso y descenso pueden escribirse como:

$$\hat{S_+} - \hbar|+z\rangle\langle-z| \qquad \hat{S_-} - \hbar|-z\rangle\langle+z|$$

   Hint: Basta con aplicar estos operadores a la base $|+z\rangle$ y $|-z\rangle$, el cual forma un set completo.

10. Usando las matrices $\hat{J_x}$, $\hat{J_y}$ y $\hat{J_z}$ verificar que:

$$[\hat{J_x}, \hat{J_y}] - i\hbar\hat{J_z}$$

    para una parícula de espín-1 en la base J_z.

11. Use los estados de espín-1 $|1,1\rangle$,$|1,0\rangle$ y $|1,-1\rangle$, como base para formar la representación matricial de los operadores de momento angular y así verificar que las matrices $\hat{J}_x$, $\hat{J}_y$ y $\hat{J}_z$ dadas en clase son correctas.

12. Determine los eigenestados de S_x para un partícula de espín-1 en términos de los eigenestados $|1,1\rangle$,$|1,0\rangle$ y $|1,-1\rangle$ de S_z.

13. Una partícula de espín-1 sale de un dispositivo $SG_{\boldsymbol{z}}$ en un estado tal que $S_z = \hbar$. A continuación el rayo entra en un dispositivo $SG_{\boldsymbol{x}}$. ¿Cuál es la probabilidad de que la medición de S_x conduzca al valor 0?

14. Una partícula de espín-1 se encuentra en el estado:

$$|\psi\rangle \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3i \end{pmatrix}$$

    (a) ¿Cuáles son las probabilidades de que una medición de S_z produzca los valores $\hbar$, 0, o $-\hbar$ para este estado? ¿Cuál es el valor de $\langle S_z \rangle$?

    (b) ¿Cuál es el valor de S_x para este estado? *Sugerencia*: Utilice la mecánica matricial para evaluar el valor esperado.

    (c) ¿Cuál es la probabilidad de que una medición de S_x nos lleve al valor $\hbar$ para este estado?

15. Determine los estados propios de $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$, para una partícula de espín-1, donde el operador de espín es $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{S}_x \boldsymbol{i} + \hat{S}_y \boldsymbol{j} + \hat{S}_z \boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi \boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi \boldsymbol{j} + \cos\theta \boldsymbol{k}$. Utilice la matriz de rotación $\hat{R}(\theta \boldsymbol{j})$.

16. Encuentre el estado con $S_n = \hbar$ de una partícula de espín-1, donde $\boldsymbol{n} = \sin\theta \boldsymbol{i} + \cos\theta \boldsymbol{k}$, rotando un estado con $S_z = \hbar$ en un ángulo θ en sentido antihorario sobre el eje y usando el operador de rotación $\hat{R}(\theta \boldsymbol{j}) = e^{\frac{i\hat{S}_y\theta}{\hbar}}$. *Sugerencia*: Use la representación matricial para S_y en la base S_z y expanda el operador de rotación en una serie de Taylor.Cálcule las matrices a través de la que representa S_y^3 para ver el patrón y demostrar $\hat{R}(\theta \boldsymbol{j})$ en la base S_z.

17. Se envía un haz de partículas de espín-1 a través de una serie de tres dispositivos de medición Stem-Gerlach.El primer dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = \hbar$ filtrando partículas con $S_z = 0$ y $S_z = -\hbar$. El segundo dispositivo, un dispositivo SG_n, transmite partículas con $SG_n = \hbar$ y filtra partículas con $S_n = 0$ y $S_n = -\hbar$, donde el eje n forma un ángulo θ con el plano $x - z$ con respecto al eje z. Un último dispositivo SG_z transmite partículas con $SG_z = -\hbar$ y filtra partículas con $S_z = 0$ y $S_z = \hbar$.

    (a) ¿Qué fracción de las partículas transmitidas por el primer dispositivo SG_z sobrevivirá a la tercera medición? *Nota*: Los estados con $SG_n = \hbar$, $S_n = 0$ y $S_n = -\hbar$ en la base S_z se derivan directamente de aplicar el operador de rotación $\hat{R}(\theta \boldsymbol{j})$ a los estados con $SG_z = \hbar$, $S_z = 0$ y $S_z = -\hbar$ respectivamente.

    (b) ¿Cómo debe orientarse el ángulo θ del dispositivo SG_n para maximizar el número de partículas que son transmitidas por el dispositivo SG_z final? ¿Qué fracción de las partículas sobrevive a la tercera medición para este valor de θ?

    (c) ¿Qué fracción de las partículas sobrevive a la última medición si el dispositivo SG_n se retira del experimento?

    Repita su cálculo para las partes (a), (b) y (c) si el último dispositivo SG_z transmite partículas con $SG_z = 0$ solamente.

Matrices que pueden ser de ayuda:

$$\hat{J}_x \longrightarrow \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{J}_y \longrightarrow \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{J}_z \longrightarrow \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{R}(\theta \boldsymbol{j}) \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \frac{1+\cos\theta}{2} & \frac{-\sin\theta}{\sqrt{2}} & \frac{1-\cos\theta}{2} \\ \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \cos\theta & \frac{-\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ \frac{1-\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \frac{1+\cos\theta}{2} \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_y \longrightarrow \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

Apéndice E: Tarea 4

Tarea 4
Mécanica Cuántica

November 18, 2021

1. Un haz de partículas de espín-$\frac{1}{2}$ con velocidad ν_0 pasa a través de una serie de dos dispositivos SG_z. El primer dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = \hbar/2$ y filtra las partículas con $S_z = -\hbar/2$. El segundo dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = -\hbar/2$ y filtra las partículas con $S_z = \hbar/2$. Entre los dos dispositivos hay una región de longitud l_0 en la que hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B}_0$ que apunta en la dirección x. Determine el valor más pequeño de l_0, tal que exactamente el 25 por ciento de las partículas transmitidas por el primer dispositivo SG_z sean transmitidas por el segundo dispositivo. Exprese su resultado en términos de $\omega_0 = eg\mathbf{B}_0/2mc$ y ν_0.

2. Un haz de partículas de espín-$\frac{1}{2}$ en el estado $|+\boldsymbol{z}\rangle$ entra en un campo magnético uniforme $\mathbf{B}_0$ en el plano $x-z$ orientado en un ángulo θ con respecto al eje z. Un tiempo T más tarde, las partículas entran en un dispositivo SG_y. ¿Cuál es la probabilidad de que las partículas se encuentren con $S_y = \hbar/2$? Verifique su resultado evaluando los casos especiales de $\theta = 0$ y $\theta = \pi$.

3. Una partícula de espín-$\frac{1}{2}$, inicialmente en un estado con $S_n = \hbar/2$ con $\boldsymbol{n} = \sin\theta\boldsymbol{i} + \cos\theta\boldsymbol{k}$, está en un campo magnético constante $\mathbf{B}_0$ en la dirección z. Determinar el estado de la partícula al tiempo t y cómo $\langle S_x\rangle$, $\langle S_y\rangle$ y $\langle S_z\rangle$ varían con el tiempo.

4. Una partícula de espín-$\frac{1}{2}$ con un momento magnético $\boldsymbol{\mu} = (gq/2mc)\mathbf{S}$ está situada en un campo magnético $\mathbf{B} = B_0\boldsymbol{k}$ en la dirección z. En el tiempo $t = 0$, la partícula se encuentra en un estado con $S_y = \hbar$. Determine el estado de la partícula en el tiempo t. Calcule cómo los valores esperados $\langle S_x\rangle$, $\langle S_y\rangle$ y $\langle S_z\rangle$ varían con el tiempo.

5. Una partícula con espín intrínseco uno se coloca en un campo magnético externo constante $\mathbf{B}_0$ en la dirección x. El estado de giro inicial de la partícula es $|\Psi(0)\rangle = |1,1\rangle$, es decir. un estado con $S_z = \hbar$. considere el espín Hamiltomniano como:

$$\hat{\boldsymbol{S}} = \omega_0\hat{S}_x$$

y determine la probabilidad de que la partícula esté en el estado $|1,1\rangle$ en el tiempo t.

6. Deje

$$\begin{pmatrix} E_0 & 0 & A \\ 0 & E_1 & 0 \\ A & 0 & E_0 \end{pmatrix}$$

ser la representación matricial del hamiltoniano para un sistema de tres estados con estados base $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$.

   (a) Si el estado del sistema al timepo t es $|\Psi(0)\rangle = |2\rangle$, ¿Cuál es el estado $|\Psi(t)\rangle$?

   (b) Si el estado del sistema al timepo t es $|\Psi(0)\rangle = |3\rangle$, ¿Cuál es el estado $|\Psi(t)\rangle$?

7. Si el Hamiltoniano para una partícula de espín-$\frac{3}{2}$ está dado por

$$\hat{\boldsymbol{H}} = \omega_0\hat{S}_x$$

y al tiempo $t = 0$ tenemos que $|\Psi(0)\rangle = \left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle$, determinar la probabilidad de que la partícula esté en el estado $\left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle$ al tiempo t. Evalúe esta probabilidad cuando $t = \pi/\omega_0$ y explique su resultado.

Apéndice F: Tarea 5

Tarea 5
Mécanica Cuántica

December 02, 2021

1. (a) Demuestre por el método de inducción que $[\hat{x}^n, \hat{p}_x] = i\hbar n\hat{x}^{n-1}$. *Sugerencia*: Tome ventaje de que $[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B}$ al momento de trabajar los conmutadores.

   (b) Usando la expresión

   $$F(x) = F(0) + \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x + \frac{1}{2!}\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_{x=0} x^2 + \cdots \frac{1}{n!}\left(\frac{d^nF}{dx^n}\right)_{x=0} x^n + \cdots$$

   Demuestre que

   $$[F(\hat{x}), \hat{p}_x] = i\hbar\frac{\partial F}{\partial x}(\hat{x})$$

   (c) Para el hamiltoniano unidimensional

   $$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + V(\hat{x})$$

   Demuestre que

   $$\frac{d\langle p_x\rangle}{dt} = \left\langle -\frac{dV}{dx}\right\rangle$$

2. Demuestre que

   $$\langle p \mid \hat{x} \mid \Psi\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial p}\langle p \mid \Psi\rangle$$

   y

   $$\langle \varphi \mid \hat{x} \mid \Psi\rangle = \int dp\langle p \mid \varphi\rangle^* i\hbar\frac{\partial}{\partial p}\langle p \mid \Psi\rangle$$

   ¿Qué sugieren estos resultados sobre cómo debería representar al operador de posición en el espacio de momento?

3. Considere un paquete de ondas definido por

   $$\langle p \mid \Psi\rangle = \begin{cases} 0, & p < -P/2 \\ N, & -P/2 < p < P/2 \\ 0, & p > -P/2 \end{cases}$$

   (a) Determine un valor para N tal que $\langle\Psi|\Psi\rangle = 1$ usando la función de onda espacio-momento directamente.

   (b) Determine $\langle x|\Psi\rangle = \Psi(x)$.

   (c) Bosqueje $\langle p|\Psi\rangle$ y $\langle x|\Psi\rangle$. Utilice estimaciones razonables de Δp_x de la forma $\langle p|\Psi\rangle$ y Δx de la forma $\langle x|\Psi\rangle$ para estimar el producto $\Delta x\Delta p_x$. Verifique que su resultado sea independiente del valor de P. *Nota*: Simplemente estime en lugar de calcular realmente las incertidumbres.

4. (a) Muestre que $\langle p_x\rangle = 0$ para un estado con una función de onda real $\langle x|\Psi\rangle$.

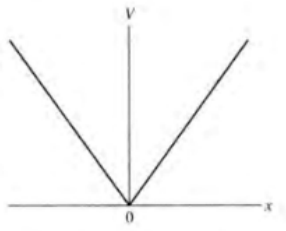
   (b) Demuestre que si la función de onda $\langle x|\Psi\rangle$ es modificada por una fase dependiente de la posición

   $$\langle x|\Psi\rangle \to e^{ip_0x/\hbar}\langle x|\Psi\rangle$$

   luego

   $$\langle x\rangle \to \langle x\rangle \qquad y \qquad \langle p_x\rangle \to \langle p_x\rangle + p_0$$

5. Sin usar matemáticas exactas, es decir, usando solo argumentos de curvatura, simetría y estimaciones semicuantitativas de longitud de onda, esboce las funciones propias de energía para el estado fundamental, el primer estado excitado y el segundo estado excitado de una partícula en el pozo de energía potencial $V(x) = a|x|$ que se muestra en la figura. Se ha sugerido que esta energía potencial surge de la fuerza ejercida por un quark sobre otro quark.



6. La función de onda normalizada para una partícula libre viene dada por

$$\langle x \mid \Psi \rangle = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{\pi x}{a}, & |x| \leq a/2 \\ 0, & |x| > a/2 \end{cases}$$

¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la cantidad de movimiento arroje un valor entre p y $p + pd$? Su respuesta final no debe incluir números complejos, ya que la probabilidad de tener una cantidad de movimiento entre p y $p + pd$ es una cantidad real. Simplifique su respuesta tanto como sea posible. Sugiera una estrategia para medir esta probabilidad.

7. Resuelva la ecuación de valor propio de energía en el espacio de posición para una partícula de masa m en el pozo de energía potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

Demuestre que los valores propios de energía están dados por:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

con las correspondientes funciones propias de energía normalizadas

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, & 0 < x < L \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \\ 0, & deotraforma \end{cases}$$

8. Determine Δx, Δp y $\Delta x \Delta p$ para una partícula de masa m en el estado fundamental del pozo de energía potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

9. Una partícula de masa m en el pozo de energía potencial unidimensional

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

está en el tiempo $t = 0$ en el estado

$$\psi(x) = \begin{cases} \left(\frac{1+i}{2}\right) \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{2\pi x}{L}, & 0 < x < L \\ 0, & deotraforma \end{cases}$$

(a) ¿Cuál es $\psi(x, t)$?

(b) ¿Cuál es $\langle E \rangle$ para este estado en el tiempo t?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la energía arroje el valor $\hbar^2 \pi^2 / 2mL^2$.

(d) Sin un cálculo detallado, dé un argumento de que $\langle x \rangle$ depende del tiempo.

10. Una partícula de masa m está en el estado de energía más baja del pozo de potencial infinito

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

En el tiempo $t = 0$, la pared ubicada en $x = L$ se retira repentinamente a una posición en $x = 2L$. Este cambio ocurre tan rápidamente que la función de onda no cambia instantáncamente.

(a) Calcule la probabilidad de que una medición de la energía produzca la energía del estado fundamental del nuevo pozo. ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de la energía produzca la primera energía excitada del nuevo pozo?

(b) Describa el procedimiento que utilizaría para determinar el tiempo de desarrollo del sistema. ¿Está el sistema en un estado estacionario?

11. Una partícula en el pozo de energía potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

está en el estado

$$\psi(x) = \begin{cases} Nx(x - L), & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

(a) Determine el valor de N para que el estado se normalice correctamente.

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la energía produzca la energía del estado fundamental del pozo?

(c) ¿Cuál es $\langle E \rangle$ para este estado?

12. (a) ¿Cuál es la magnitud de la energía del estado fundamental para el pozo infinito si la partícula confinada es un electrón y el ancho del pozo es un angstrom, un tamaño típico de un átomo?

(b) Si la partícula es un neutrón o un protón y el ancho del pozo es el tamaño característico de un núcleo, ¿cuál es la magnitud de la energía del estado fundamental?

13. Un caso límite interesante del pozo cuadrado finito es el caso en el que la profundidad del pozo se acerca al infinito pero el ancho del pozo llega a cero, de modo que $V_0 a$ permanece constante. Tal pozo puede estar representado por la energía potencial que satisface

$$\frac{2m}{\hbar^2} V(x) = -\frac{\lambda}{b} \delta(x)$$

donde $\delta(x)$ es la función delta de Dirac. Tenga en cuenta que λ/b es una constante que tiene las unidades de longitud inversa y hemos tomado la parte superior del pozo en $V = 0$.

(a) Demuestre al integrar la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo que la derivada de la eigenfunción de la energía no es continua en el origen, pero satisface

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^+} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^-} = -\frac{\lambda}{b} \psi(0)$$

(b) Determine los eigenvalores de la energía para este pozo. Dibuje las eigenfunciones. *Sugerencia*: Resuelva la ecuación de Schrödinger para $E < 0$ en las regiones $x < 0$ y $x > 0$, donde $V = 0$, y una las soluciones, asegurándose de que las condiciones de contorno en la continuidad de la función de onda y la discontinuidad de la derivada de la función de onda en $x = 0$ se satisfacen.

14. Normalice la función de onda

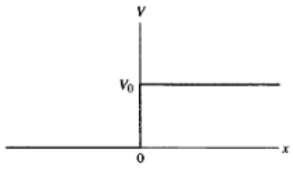
$$\langle x \mid \Psi \rangle = \begin{cases} Ne^{-kx}, & x > 0 \\ Ne^{kx}, & x < 0 \end{cases}$$

Determine la probabilidad de que una medición del momento p encuentre el momento entre p y $p + dp$ para esta función de onda.

15. Calcule los coeficientes de reflexión y transmisión para la dispersión de la barrera de energía potencial.

$$\frac{2m}{\hbar^2} V(x) = \frac{\lambda}{b} \delta(x)$$

16. Muestre que los coeficientes de reflexión y transmisión para la dispersión del potencial de paso que se muestra en la figura



están dados por

$$R = \frac{(k-k_0)^2}{(k+k_0)^2} \quad T = \frac{4kk_0}{(k+k_0)^2}$$

incluso cuando las partículas inciden en el paso desde la derecha en lugar de desde la izquierda.

17. Derive la expresión

$$T = \frac{j_{x>a}}{j_{\text{inc}}} = \frac{(\hbar k/m)|C|^2}{(\hbar k/m)|A|^2} = \frac{1}{1+\left(\frac{k^2+q^2}{2kq}\right)^2 \sinh^2 qa}$$

para el coeficiente de transmisión para tunelización a través de una barrera cuadrada.

18. (a) Demuestre que el coeficiente de transmisión para la dispersión del pozo de energía potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

está dado por:

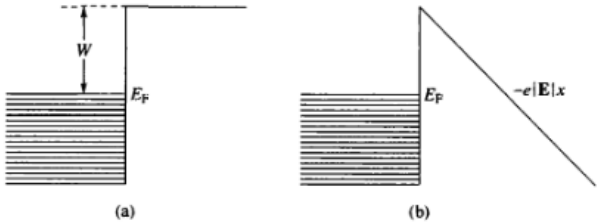
$$T = \left[1 + \frac{sin^2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E+V_0)}a}{4\frac{E}{V_0}\frac{(E+V_0)}{V_0}}\right]^{-1}$$

(b) Muestre que para ciertas energías incidentes hay una transmisión del 100 por ciento. Suponga que modelamos un átomo como un pozo cuadrado unidimensional con un ancho de 1 $\AA$ y que un electrón con $0.7eV$ de energía cinética se encuentra con el pozo. ¿Cuál debe ser la profundidad del pozo para una transmisión del 100 por ciento? Esta ausencia de dispersión se observa cuando los átomos objetivo están compuestos de gases nobles como el Criptón.

19. Los electrones de un metal están ligados por un potencial que puede aproximarse mediante un pozo cuadrado finito. Los electrones llenan los niveles de energía de este pozo hasta una energía llamada energía de Fermi, como se indica en la *figura a*. La diferencia entre la energía de Fermi y la parte superior del pozo es la función de trabajo W del metal. Los fotones con energías que exceden la función de trabajo pueden expulsar electrones del metal, el efecto fotoeléctrico. Otra forma de extraer electrones es mediante la aplicación de un campo eléctrico uniforme externo E, que altera la energía potencial, como se muestra en la *figura b*. Demuestre que el coeficiente de transmisión de electrones a la energía de Fermi está dado por

$$T \simeq \exp\left(\frac{-4\sqrt{2m}W^{3/2}}{3e|\mathbf{E}|\hbar}\right)$$

¿Cómo esperaría que varíe la corriente de emisión de campo con el voltaje aplicado?



Apéndice G: Examen 1

Primer Parcial
Mécanica Cuántica

07 de Octubre de 2021

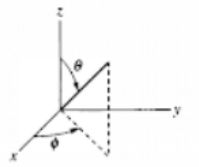
Lea cuidadosamente cada reactivo y conteste su análogo en el examen *PRIMER PARCIAL* de la plataforma didacTIC.

1. El estado de una partícula de espín- $\frac{1}{2}$ que se encuentra hacia arriba a lo largo del eje cuya dirección está dada por el siguiente vector unitario

$$\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}$$

con θ y ϕ como se muestran en la figura, está dado por:

$$|+\boldsymbol{n}\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\boldsymbol{z}\rangle$$



a) Determine la probabilidad de obtener $\frac{\hbar}{2}$ o $-\frac{\hbar}{2}$ al hacer una medición del estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ según sea el caso.

   i) $\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_z
   ii) $-\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_z
   iii) $\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_x
   iv) $-\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_x
   v) $\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_y

b) Determine la incertidumbre de

   i) ΔS_z
   ii) ΔS_x

c) Si ahora el estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ es tal que $|+\boldsymbol{n}\rangle = |\psi\rangle$ a lo largo del eje $\boldsymbol{n}$ con $S_n = \frac{\hbar}{2}$ y

$$|\psi\rangle = \tfrac{1}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + i\tfrac{\sqrt{3}}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle$$

   i) Entonces, ¿Cuál es el vector $\boldsymbol{n}$ correspondiente?
   ii) Anexe justificación

2. A continuación se muestran una serie de afirmaciones y demostraciones, estas podrían ser correctas o no. En caso de que toda la afirmación/demostación sea correcta, por favor, elija *verdadero* en la pregunta correspondiente, de encontrar algún error elija *falso*.

   a) El operador identidad $|+z\rangle\langle+z| + |-z\rangle\langle-z|$ puede verse como si estuviera compuesto de dos operadores denominados **operadores de proyección** :

$$\hat{\mathcal{P}}_+ = |+z\rangle\langle+z| \qquad \hat{\mathcal{P}}_- = |-z\rangle\langle-z|$$

Se llaman de esta forma porque $\hat{\mathcal{P}}_+|\psi\rangle = |+z\rangle\langle+z|\psi\rangle$ proyecta la componente del ket $|\psi\rangle$ sobre $|+z\rangle$, mientras que $\hat{\mathcal{P}}_-|\psi\rangle = |-z\rangle\langle-z|\psi\rangle$ proyecta la componente del ket $|\psi\rangle$ sobre $|-z\rangle$. Por lo tanto podemos decir que $\hat{\mathcal{P}}_+ + \hat{\mathcal{P}}_- = 1$

b) La representación matricial de los operadores $\hat{\mathcal{P}}_+$ y $\hat{\mathcal{P}}_-$ está dada por:

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \langle+z|\hat{P}_+|-z\rangle & \langle+z|\hat{P}_+|+z\rangle \\ \langle-z|\hat{P}_+|-z\rangle & \langle-z|\hat{P}_+|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle+z|+z\rangle\langle+z|-z\rangle & \langle+z|+z\rangle\langle+z|+z\rangle \\ \langle-z|+z\rangle\langle+z|-z\rangle & \langle-z|+z\rangle\langle+z|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathcal{P}}_- \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \langle+z|\hat{P}_-|-z\rangle & \langle+z|\hat{P}_-|+z\rangle \\ \langle-z|\hat{P}_-|-z\rangle & \langle-z|\hat{P}_-|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle+z|-z\rangle\langle-z|-z\rangle & \langle+z|-z\rangle\langle-z|+z\rangle \\ \langle-z|-z\rangle\langle-z|-z\rangle & \langle-z|-z\rangle\langle-z|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

c) Usando los estados $|+\boldsymbol{y}\rangle$ y $|-\boldsymbol{y}\rangle$ verificar que $\hat{\mathcal{P}}_+^2 = \hat{\mathcal{P}}_+$, $\hat{\mathcal{P}}_-^2 = \hat{\mathcal{P}}_-$, $\hat{\mathcal{P}}_+\hat{\mathcal{P}}_- = 0$ y $\hat{\mathcal{P}}_-\hat{\mathcal{P}}_+ = 0$
Siendo

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger\hat{\mathbb{P}}_+\mathbb{S} \qquad \hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger\hat{\mathbb{P}}_-\mathbb{S}$$

En donde $\hat{\mathcal{P}}_+$ y $\hat{\mathcal{P}}_-$ son los operadores en S_y y, $\hat{\mathbb{P}}_+$ y $\hat{\mathbb{P}}_-$ en S_z

$$\mathbb{S} = \begin{pmatrix} \langle+z|+\boldsymbol{y}\rangle & \langle+z|-\boldsymbol{y}\rangle \\ \langle-z|+\boldsymbol{y}\rangle & \langle-z|-\boldsymbol{y}\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{S}^\dagger = \begin{pmatrix} \langle+\boldsymbol{y}|+z\rangle & \langle+\boldsymbol{y}|-z\rangle \\ \langle-\boldsymbol{y}|+z\rangle & \langle-\boldsymbol{y}|-z\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

i) Entonces el operador $\hat{\mathcal{P}}_+$ estará dado por:

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger\hat{\mathbb{P}}_+\mathbb{S} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$$
$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ii) Así mismo, $\hat{\mathcal{P}}_-$ estrá dado por:

$$\hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger\hat{\mathbb{P}}_-\mathbb{S} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$$
$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

iii) Entonces

$$\hat{\mathcal{P}}_+^2 \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \longleftarrow \hat{\mathcal{P}}_+$$

$$\hat{\mathcal{P}}_-^2 \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \longleftarrow \hat{\mathcal{P}}_-$$

$$\hat{\mathcal{P}}_+\hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\hat{\mathcal{P}}_+\hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Apéndice H: Examen 2

Segundo parcial
Mécanica Cuántica

November 25, 2021

1. Calcule ΔS_x y ΔS_y para un eigenestado de $\hat{S}_z$ para una partícula de espín-$\frac{1}{2}$. Confirme si se satisface la relación de incertidumbre $\Delta S_x \Delta S_y \geq \hbar \frac{|\langle S_z \rangle|}{2}$. Repita sus cálculos para un eigenestado de $\hat{S}_x$.

2. Determine los estados propios de $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$ para una partícula de espín-1, donde el operador de espín es $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{S}_x \boldsymbol{i} + \hat{S}_y \boldsymbol{j} + \hat{S}_z \boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi \boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi \boldsymbol{j} + \cos\theta \boldsymbol{k}$.

3. Un haz de partículas de espín-$\frac{1}{2}$ con velocidad ν_0 pasa a través de una serie de dos dispositivos SG_z. El primer dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = \hbar/2$ y filtra las partículas con $S_z = -\hbar/2$. El segundo dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = -\hbar/2$ y filtra las partículas con $S_z = \hbar/2$. Entre los dos dispositivos hay una región de longitud l_0 en la que hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B}_0$ que apunta en la dirección x. Determine el valor más pequeño de l_0, tal que exactamente el 25 por ciento de las partículas transmitidas por el primer dispositivo SG_z sean transmitidas por el segundo dispositivo. Exprese su resultado en términos de $\omega_0 = eg\mathbf{B}_0/2mc$ y ν_0.

4. Deje

$$\begin{pmatrix} E_0 & 0 & A \\ 0 & E_1 & 0 \\ A & 0 & E_0 \end{pmatrix}$$

ser la representación matricial del hamiltoniano para un sistema de tres estados con estados base $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$.

   (a) Si el estado del sistema al timepo t es $|\Psi(0)\rangle = |2\rangle$, ¿Cuál es el estado $|\Psi(t)\rangle$?

   (b) Si el estado del sistema al timepo t es $|\Psi(0)\rangle = |3\rangle$, ¿Cuál es el estado $|\Psi(t)\rangle$?

Apéndice I: Examen 3

Examen 3
Mécanica Cuántica

December 02, 2021

1. Una partícula de masa m en el pozo de energía potencial unidimensional

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & de\ otra\ forma \end{cases}$$

está en el tiempo $t = 0$ en el estado

$$\psi(x) = \begin{cases} \left(\frac{1+i}{2}\right)\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi x}{L} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{2\pi x}{L}, & 0 < x < L \\ 0, & de\ otra\ forma \end{cases}$$

(a) ¿Cuál es $\psi(x,t)$?

(b) ¿Cuál es $\langle E\rangle$ para este estado en el tiempo t?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la energía arroje el valor $\hbar^2\pi^2/2mL^2$.

(d) Sin un cálculo detallado, dé un argumento de que $\langle x\rangle$ depende del tiempo.

2. (a) Demuestre que el coeficiente de transmisión para la dispersión del pozo de energía potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

está dado por:

$$T = \left[1 + \frac{sin^2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E+V_0)}a}{4\frac{E}{V_0}\frac{(E+V_0)}{V_0}}\right]^{-1}$$

(b) Muestre que para ciertas energías incidentes hay una transmisión del 100 por ciento. Suponga que modelamos un átomo como un pozo cuadrado unidimensional con un ancho de 1 $\mathring{A}$ y que un electrón con $0.7eV$ de energía cinética se encuentra con el pozo. ¿Cuál debe ser la profundidad del pozo para una transmisión del 100 por ciento? Esta ausencia de dispersión se observa cuando los átomos objetivo están compuestos de gases nobles como el Criptón.

3. Un caso límite interesante del pozo cuadrado finito es el caso en el que la profundidad del pozo se acerca al infinito pero el ancho del pozo llega a cero, de modo que V_0a permanece constante. Tal pozo puede estar representado por la energía potencial que satisface

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x) = -\frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

donde $\delta(x)$ es la función delta de Dirac. Tenga en cuenta que λ/b es una constante que tiene las unidades de longitud inversa y hemos tomado la parte superior del pozo en $V = 0$.

(a) Demuestre al integrar la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo que la derivada de la eigenfunción de la energía no es continua en el origen, pero satisface

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^+} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^-} = -\frac{\lambda}{b}\psi(0)$$

(b) Determine los eigenvalores de la energía para este pozo. Dibuje las eigenfunciones. *Sugerencia*: Resuelva la ecuación de Schrödinger para $E < 0$ en las regiones $x < 0$ y $x > 0$, donde $V = 0$, y una las soluciones, asegurándose de que las condiciones de contorno en la continuidad de la función de onda y la discontinuidad de la derivada de la función de onda en $x = 0$ se satisfacen.

(c) Calcule los coeficientes de reflexión y transmisión para la dispersión de la barrera de energía potencial.

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x) = \frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

Apéndice J: Solución Examen 1

Primer Parcial
Mécanica Cuántica

07 de Octubre de 2021

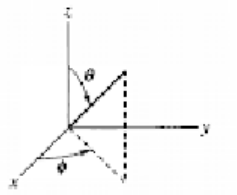
Lea cuidadosamente cada reactivo y conteste su análogo en el examen *PRIMER PARCIAL* de la plataforma didacTIC.

1. El estado de una partícula de espín-$\frac{1}{2}$ que se encuentra hacia arriba a lo largo del eje cuya dirección está dada por el siguiente vector unitario

$$\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}$$

con θ y ϕ como se muestran en la figura, está dado por:

$$|+\boldsymbol{n}\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\boldsymbol{z}\rangle$$



a) Determine la probabilidad de obtener $\frac{\hbar}{2}$ o $-\frac{\hbar}{2}$ al hacer una medición del estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ según sea el caso.

i) $\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_z.

$$\begin{aligned}
|\langle +z|+n\rangle|^2 &= \langle +z|+n\rangle^* \langle +z|+n\rangle \\
&= \langle +\boldsymbol{z}|\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle\right]\langle +\boldsymbol{z}|\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle\right] \\
&= \left[\cos\tfrac{\theta}{2}\langle +z|+z\rangle + e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle +z|-z\rangle\right]\left[\cos\tfrac{\theta}{2}\langle +z|+z\rangle + e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle +z|-z\rangle\right] \\
&= \cos\tfrac{\theta}{2}\cos\tfrac{\theta}{2} \\
&= \cos^2\tfrac{\theta}{2}
\end{aligned}$$

ii) $-\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_z

$$\begin{aligned}
|\langle -z|+n\rangle|^2 &= \langle -z|+n\rangle^* \langle -z|+n\rangle \\
&= \langle -\boldsymbol{z}|\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle\right]\langle -\boldsymbol{z}|\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle\right] \\
&= \left[\cos\tfrac{\theta}{2}\langle -z|+z\rangle + e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle -z|-z\rangle\right]\left[\cos\tfrac{\theta}{2}\langle -z|+z\rangle + e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle -z|-z\rangle\right] \\
&= e^{-i\Phi i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\sin\tfrac{\theta}{2} \\
&= \sin^2\tfrac{\theta}{2}
\end{aligned}$$

iii) $\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_x

$$|\langle +x|+n\rangle|^2 = \langle +x|+n\rangle^* \langle +x|+n\rangle$$

$$\begin{aligned}
\langle +x|+n\rangle^* &= \left[\tfrac{1}{\sqrt{2}}\langle +\boldsymbol{z}| + \tfrac{1}{\sqrt{2}}\langle -\boldsymbol{z}|\right]\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-\boldsymbol{z}\rangle\right] \\
&= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle +z|+z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle +z|-z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle -z|+z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle -z|-z\rangle \\
&= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle +x|+n\rangle &= \left[\tfrac{1}{\sqrt{2}}\langle +z| + \tfrac{1}{\sqrt{2}}\langle -z|\right]\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+z\rangle + e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-z\rangle\right]\\ &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle +z|+z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle +z|-z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle -z|+z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle -z|-z\rangle\\ &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\langle +x|+n\rangle|^2 &= [\tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}][\tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}]\\ &= \tfrac{1}{2}\cos^2\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{1}{2}\cos\tfrac{\theta}{2}\sin\tfrac{\theta}{2}(e^{i\phi}+e^{-i\phi}) + \tfrac{1}{2}\sin^2\tfrac{\theta}{2}\tfrac{(e^{i\phi}e^{-i\phi})}{}\end{aligned}$$

Utilizando el hecho de que: $\frac{(e^{i\phi}+e^{-i\phi})}{2} = cos\phi$, entonces:

$$= \tfrac{1}{2}\cos^2\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{1}{2}\cos\tfrac{\theta}{2}\sin\tfrac{\theta}{2}cos\phi + \tfrac{1}{2}\sin^2\tfrac{\theta}{2}$$

Ahora, también conociendo que $\cos^2\frac{\theta}{2} + \sin^2\frac{\theta}{2} = 1$ y que $\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{2}$, llegamos a que:

$$\begin{aligned}|\langle +x|+n\rangle|^2 &= \tfrac{1}{2} + \tfrac{\sin\theta}{2}\cos\phi\\ &= \frac{1+\cos\phi\sin\theta}{2}\end{aligned}$$

iv) $-\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_x

$$\begin{aligned}|\langle -x|+n\rangle|^2 &= 1 - \frac{1+\cos\phi\sin\theta}{2}\\ &= \frac{1-\cos\phi\sin\theta}{2}\end{aligned}$$

v) $\frac{\hbar}{2}$ al medir en S_y

$$|\langle +y|+n\rangle|^2 = \langle +y|+n\rangle^\star\langle +y|+n\rangle$$

$$\begin{aligned}\langle +y|+n\rangle^\star &= \left[\tfrac{1}{\sqrt{2}}\langle +z| + \tfrac{i}{\sqrt{2}}\langle -z|\right]\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+z\rangle + e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-z\rangle\right]\\ &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle +z|+z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle +z|-z\rangle + \tfrac{i}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle -z|+z\rangle + \tfrac{i}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle -z|-z\rangle\\ &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{i}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle +y|+n\rangle &= \left[\tfrac{1}{\sqrt{2}}\langle +z| - \tfrac{i}{\sqrt{2}}\langle -z|\right]\left[\cos\tfrac{\theta}{2}|+z\rangle + e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}|-z\rangle\right]\\ &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle +z|+z\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle +z|-z\rangle - \tfrac{i}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2}\langle -z|+z\rangle - \tfrac{i}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\langle -z|-z\rangle\\ &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} - \tfrac{i}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\langle +y|+n\rangle|^2 &= [\tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{i}{\sqrt{2}}e^{-i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}][\tfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\tfrac{\theta}{2} - \tfrac{i}{\sqrt{2}}e^{i\Phi}\sin\tfrac{\theta}{2}]\\ &= \tfrac{1}{2}\cos^2\tfrac{\theta}{2} - \tfrac{i}{2}\cos\tfrac{\theta}{2}\sin\tfrac{\theta}{2}(e^{i\phi}-e^{-i\phi}) + \tfrac{1}{2}\sin^2\tfrac{\theta}{2}\tfrac{(e^{i\phi}e^{-i\phi})}{}\end{aligned}$$

Utilizando el hecho de que: $\frac{(e^{i\phi}-e^{-i\phi})}{2i} = \sin\phi$, entonces:

$$= \tfrac{1}{2}\cos^2\tfrac{\theta}{2} + \tfrac{1}{2}\cos\tfrac{\theta}{2}\sin\tfrac{\theta}{2}\sin\phi + \tfrac{1}{2}\sin^2\tfrac{\theta}{2}$$

Ahora, también conociendo que $\cos^2\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\theta}{2}=1$ y que $\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}=\frac{\sin\theta}{2}$, llegamos a que:

$$\begin{aligned}|\langle +x|+n\rangle|^2 &= \tfrac{1}{2}+\tfrac{\sin\theta}{2}\sin\phi \\ &= \frac{1+\sin\phi\sin\theta}{2}\end{aligned}$$

b) Determine la incertidumbre de

i) ΔS_z

$$\Delta S_z=\sqrt{\langle S_z^2\rangle-\langle S_z\rangle^2}$$

$$\begin{aligned}\langle S_z\rangle &= \cos^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{\hbar}{2})+\sin^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{-\hbar}{2}) \\ &= \cos^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{\hbar}{2})-\sin^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{\hbar}{2}) \\ &= (\cos^2\tfrac{\theta}{2}-\sin^2\tfrac{\theta}{2})\tfrac{\hbar}{2} \\ &= \cos\theta\tfrac{\hbar}{2} \\ \langle S_z\rangle^2 &= \cos^2\theta\tfrac{\hbar^2}{4}\end{aligned}$$

$$\langle S_z^2\rangle=\cos^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{\hbar^2}{4})+\sin^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{\hbar^2}{4})$$

ii) ΔS_x

$$\Delta S_x=\sqrt{\langle S_x^2\rangle-\langle S_x\rangle^2}$$

$$\begin{aligned}\langle S_x\rangle &= \tfrac{1+\cos\phi\sin\theta}{2}(\tfrac{\hbar}{2})+\tfrac{1-\cos\phi\sin\theta}{2}(\tfrac{-\hbar}{2}) \\ &= (\tfrac{1+\cos\phi\sin\theta}{2}+\tfrac{-1+\cos\phi\sin\theta}{2})(\tfrac{\hbar}{2}) \\ &= \cos\phi\sin\theta(\tfrac{\hbar}{2}) \\ \langle S_x\rangle^2 &= \cos^2\phi\sin^2\theta(\tfrac{\hbar^2}{4})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle S_x^2\rangle &= \tfrac{1+\cos\phi\sin\theta}{2}(\tfrac{\hbar^2}{4})+\tfrac{1-\cos\phi\sin\theta}{2}(\tfrac{\hbar^2}{4}) \\ &= \tfrac{\hbar^2}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta S_x &= \sqrt{\tfrac{\hbar^2}{4}-\cos^2\phi\sin^2\theta(\tfrac{\hbar^2}{4})} \\ &= \tfrac{\hbar}{2}\sqrt{1-\cos^2\phi\sin^2\theta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta S_z &= \sqrt{\cos^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{\hbar^2}{4})+\sin^2\tfrac{\theta}{2}(\tfrac{\hbar^2}{4})-\cos^2\theta(\tfrac{\hbar^2}{4})} \\ &= \sqrt{(\tfrac{\hbar^2}{4})-\cos^2\theta} \\ &= \tfrac{\hbar}{2}\sqrt{1-\cos^2\theta} \\ &= \tfrac{\hbar}{2}\sqrt{\sin^2\theta} \\ &= \tfrac{\hbar}{2}\sin\theta\end{aligned}$$

c) Si ahora el estado $|+\boldsymbol{n}\rangle$ es tal que $|+\boldsymbol{n}\rangle = |\psi\rangle$ a lo largo del eje $\boldsymbol{n}$ con $S_n = \frac{\hbar}{2}$ y

$$|\psi\rangle = \tfrac{1}{2}|+z\rangle + i\tfrac{\sqrt{3}}{2}|-z\rangle$$

i) Entonces, ¿Cuál es el vector $\boldsymbol{n}$ correspondiente?

ii) Anexe justificación

Si $\theta = \frac{2}{3}\pi$ y $\phi = \frac{1}{2}\pi$, entonces:

$$\begin{aligned}
|+\boldsymbol{n}\rangle &= \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+z\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-z\rangle \\
&= \cos\left(\frac{\frac{2}{3}\pi}{2}\right)|+z\rangle + e^{i\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\frac{2}{3}\pi}{2}\right)|-z\rangle \\
&= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)|+z\rangle + e^{\frac{i\pi}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)|-z\rangle \\
&= \tfrac{1}{2}|+z\rangle + i\tfrac{\sqrt{3}}{2}|-z\rangle \\
&= |\psi\rangle
\end{aligned}$$

Por lo tanto, $+\boldsymbol{n}$ será:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{n} &= \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k} \\
&= \sin\frac{2\pi}{3}\cos\frac{\pi}{2}\boldsymbol{i} + \sin\frac{2\pi}{3}\sin\frac{\pi}{2}\boldsymbol{j} + \cos\frac{2\pi}{3}\boldsymbol{k} \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{j} - \frac{1}{2}\boldsymbol{k}
\end{aligned}$$

2. A continuación se muestran una serie de afirmaciones y demostraciones, estas podrían ser correctas o no. En caso de que toda la afirmación/demostación sea correcta, por favor, elija *verdadero* en la pregunta correspondiente, de encontrar algún error elija *falso*. (Respuestas correctas)

a) El operador identidad $|+z\rangle\langle+z| + |-z\rangle\langle-z|$ puede verse como si estuviera compuesto de dos operadores denominados **operadores de proyección** :

$$\hat{\mathcal{P}}_+ = |+z\rangle\langle+z| \qquad \hat{\mathcal{P}}_- = |-z\rangle\langle-z|$$

Se llaman de esta forma porque $\hat{\mathcal{P}}_+|\psi\rangle = |+z\rangle\langle+z|\psi\rangle$ proyecta la componente del ket $|\psi\rangle$ sobre $|+z\rangle$, mientras que $\hat{\mathcal{P}}_-|\psi\rangle = |-z\rangle\langle-z|\psi\rangle$ proyecta la componente del ket $|\psi\rangle$ sobre $|-z\rangle$. Por lo tanto podemos decir que $\hat{\mathcal{P}}_+ + \hat{\mathcal{P}}_- = 1$

b) La representación matricial de los operadores $\hat{\mathcal{P}}_+$ y $\hat{\mathcal{P}}_-$ en la base Sz está dada por:

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \langle+z|\hat{P}_+|+z\rangle & \langle+z|\hat{P}_+|-z\rangle \\ \langle-z|\hat{P}_+|+z\rangle & \langle-z|\hat{P}_+|-z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle+z|+z\rangle\langle+z|+z\rangle & \langle+z|+z\rangle\langle+z|-z\rangle \\ \langle-z|+z\rangle\langle+z|+z\rangle & \langle-z|+z\rangle\langle+z|-z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathcal{P}}_- \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \langle+z|\hat{P}_-|+z\rangle & \langle+z|\hat{P}_-|-z\rangle \\ \langle-z|\hat{P}_-|+z\rangle & \langle-z|\hat{P}_-|-z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle+z|-z\rangle\langle-z|+z\rangle & \langle+z|-z\rangle\langle-z|-z\rangle \\ \langle-z|-z\rangle\langle-z|+z\rangle & \langle-z|-z\rangle\langle-z|-z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Usando los estados $|+\boldsymbol{y}\rangle$ y $|-\boldsymbol{y}\rangle$ verificar que $\hat{\mathcal{P}}_+^2 = \hat{\mathcal{P}}_+$, $\hat{\mathcal{P}}_-^2 = \hat{\mathcal{P}}_-$, $\hat{\mathcal{P}}_+\hat{\mathcal{P}}_- = 0$ y $\hat{\mathcal{P}}_-\hat{\mathcal{P}}_+ = 0$
Siendo

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger\hat{\mathbb{P}}_+\mathbb{S} \qquad \hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger\hat{\mathbb{P}}_-\mathbb{S}$$

En donde $\hat{\mathcal{P}}_+$ y $\hat{\mathcal{P}}_-$ son los operadores en S_y y, $\hat{\mathbb{P}}_+$ y $\hat{\mathbb{P}}_-$ en S_z

$$\mathbb{S} = \begin{pmatrix} \langle+z|+\boldsymbol{y}\rangle & \langle+z|-\boldsymbol{y}\rangle \\ \langle-z|+\boldsymbol{y}\rangle & \langle-z|-\boldsymbol{y}\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{S}^\dagger = \begin{pmatrix} \langle+\boldsymbol{y}|+z\rangle & \langle+\boldsymbol{y}|-z\rangle \\ \langle-\boldsymbol{y}|+z\rangle & \langle-\boldsymbol{y}|-z\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

i) Entonces el operador $\hat{\mathcal{P}}_+$ estará dado por:

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger \hat{\mathbb{P}}_+ \mathbb{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$$
$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$$
$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

iii) Entonces

$$\hat{\mathcal{P}}_+^2 \longrightarrow \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \longleftarrow \hat{\mathcal{P}}_+$$
$$\hat{\mathcal{P}}_-^2 \longrightarrow \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \longleftarrow \hat{\mathcal{P}}_-$$
$$\hat{\mathcal{P}}_+ \hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$
$$\hat{\mathcal{P}}_+ \hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Apéndice K: Solución Examen 2

Segundo parcial
Mécanica Cuántica

November 25, 2021

1. Calcule ΔS_x y ΔS_y para un eigenestado de $\hat{S}_z$ para una partícula de espín-$\frac{1}{2}$. Confirme si se satisface la relación de incertidumbre $\Delta S_x \Delta S_y \geq \hbar \frac{|\langle S_z \rangle|}{2}$. Repita sus cálculos para un eigenestado de $\hat{S}_x$.

$$\Delta S_x = \sqrt{\langle {S_x}^2 \rangle - \langle S_x \rangle^2} = \frac{\hbar}{2}$$

$$\langle S_x \rangle = \langle +\mathbf{z} | S_x | +\mathbf{z} \rangle = 0$$
$$\langle {S_x}^2 \rangle = \langle +\mathbf{z} | {S_x}^2 | +\mathbf{z} \rangle = \left(\frac{\hbar}{2} \right)^2$$

$$\Delta S_y = \sqrt{\langle {S_y}^2 \rangle - \langle S_y \rangle^2} = \frac{\hbar}{2}$$

$$\langle S_y \rangle = \langle +\mathbf{z} | S_y | +\mathbf{z} \rangle = 0$$
$$\langle {S_y}^2 \rangle = \langle +\mathbf{z} | {S_y}^2 | +\mathbf{z} \rangle = \left(\frac{\hbar}{2} \right)^2$$

$$\langle S_z \rangle = \langle +\mathbf{z} | S_z | +\mathbf{z} \rangle = \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar |\langle S_z \rangle|}{2}$$

$$\left(\frac{\hbar}{2} \right) \left(\frac{\hbar}{2} \right) \geq \left(\frac{\hbar}{2} \right) \left(\frac{\hbar}{2} \right)$$

$$\Delta S_x = \sqrt{\langle {S_x}^2 \rangle - \langle S_x \rangle^2} = 0$$

$$\langle S_x \rangle = \langle +\mathbf{x}|S_x| + \mathbf{x}\rangle = \frac{\hbar}{2}$$

$$\langle {S_x}^2 \rangle = \langle +\mathbf{x}|{S_x}^2| + \mathbf{x}\rangle = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^2$$

$$\Delta S_y = \sqrt{\langle {S_y}^2 \rangle - \langle S_y \rangle^2} = \frac{\hbar}{2}$$

$$\langle S_y \rangle = \langle +\mathbf{x}|S_y| + \mathbf{x}\rangle = 0$$

$$\langle {S_y}^2 \rangle = \langle +\mathbf{x}|{S_y}^2| + \mathbf{x}\rangle = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^2$$

$$\langle S_z \rangle = \langle +\mathbf{x}|S_z| + \mathbf{x}\rangle = 0$$

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar|\langle S_z \rangle|}{2}$$

$$0 \geq 0$$

2. Determine los estados propios de $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$ para una partícula de espín-1, donde el operador de espín es $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{S}_x \boldsymbol{i} + \hat{S}_y \boldsymbol{j} + \hat{S}_z \boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi \boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi \boldsymbol{j} + \cos\theta \boldsymbol{k}$.

$$\hat{S}_n|1,\mu\rangle_n = \mu\hbar|1,\mu\rangle_n$$

$$\hat{S}_x = \sin\theta\cos\phi + \hat{S}_y \sin\theta\sin\phi + \hat{S}_z\cos\theta$$

$$\begin{aligned}
\hat{S}_n &= \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\sin\theta\cos\phi \\
&+ \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}\sin\theta\sin\phi \\
&+ \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\cos\theta \\
&= \hbar\begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Eigenvalores

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \mu\hbar\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta - \mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta - \mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

En donde

$$det\begin{vmatrix} \cos\theta-\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta-\mu \end{vmatrix}=0$$

Y haciendo el álgebra necesaria llegamos a que:

$$(-\mu)(\mu^2-\cos^2\theta-\sin^2\theta)=0$$
$$(-\mu)(\mu^2-1)=0$$

Por lo tanto, μ tomará los valor 1, 0 y -1, que corresponden a los eigenvalores $\hbar$, 0 y $-\hbar$.

i) Para $\mu=1$

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta-1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=0$$

$$(\cos\theta-1)a+\frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b+0c=0$$
$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}a-b+\frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}c=0$$
$$0a+\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b+(-\cos\theta-1)c=0$$

$$b=\frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \qquad c=\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}a$$

Así, la representación del aigenestado S_n con valor propio $\hbar$ en la base S_z está dado por:

$$|1,1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} a \\ \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$

Y normalizando

$${}_n\langle 1,1|1,1\rangle_n=\left(a^*,\frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{-i\phi}}{\sin\theta}a^*,\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{-2i\phi}a^*\right)\begin{pmatrix} a \\ \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$
$$=\left[\frac{2}{1+\cos\theta}\right]^2|a|^2=1$$

Por lo tanto,

$$a=\cos^2\frac{\theta}{2}$$

Sustituyendo

$$|1,1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \cos^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}\cos^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}\cos^2\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta \\ \sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi} \end{pmatrix}$$

$$|1,1\rangle_n = \cos^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta|1,0\rangle + \sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$

ii) Para $\mu = 0$

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta - 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta - 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} \cos\theta a + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b + 0c &= 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}a - 0b + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}c &= 0 \\ 0a + \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b - \cos\theta c &= 0 \end{aligned}$$

$$b = -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a \qquad c = -e^{2i\phi}a$$

Así, la representación del aigenestado S_n con valor propio $\hbar$ en la base S_z está dado por:

$$|1,0\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} a \\ -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a \\ -e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$

Y normalizando

$$\begin{aligned} {}_n\langle 1,0|1,0\rangle_n &= \left(a^*, -\sqrt{2}e^{-i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a^*, -e^{-2i\phi}a^*\right)\begin{pmatrix} a \\ -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a \\ -e^{2i\phi}a \end{pmatrix} \\ &= \frac{2}{\sin^2\theta}|a|^2 = 1 \end{aligned}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$$

Sustituyendo

$$|1,0\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \\ -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \\ -e^{2i\phi}\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \\ -e^{i\phi}\cos\theta \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta e^{2i\phi} \end{pmatrix}$$

$$|1,0\rangle_n = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta|1,1\rangle - e^{i\phi}\cos\theta|1,0\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$

iii) Para $\mu = -1$

$$\hbar \begin{pmatrix} \cos\theta + 1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$$(\cos\theta + 1)a + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b + 0c = 0$$
$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}a + b + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}c = 0$$
$$0a + \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b + (-\cos\theta + 1)c = 0$$

$$b = -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \qquad c = \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}a$$

Así, la representación del aigenestado S_n con valor propio $\hbar$ en la base S_z está dado por:

$$|1,-1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} a \\ -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$

Y normalizando

$$_n\langle 1,-1|1,-1\rangle_n = \left(a^*, -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{-i\phi}}{\sin\theta}a^*, \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{-2i\phi}a^*\right) \begin{pmatrix} a \\ -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$
$$= \left[\frac{2}{1-\cos\theta}\right]^2 |a|^2 = 1$$

Por lo tanto,

$$a = \sin^2\frac{\theta}{2}$$

iv) Sustituyendo

$$|1,-1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \sin^2\frac{\theta}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}\sin^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}\sin^2\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin^2\frac{\theta}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{i\phi} \\ \cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi} \end{pmatrix}$$

$$|1,-1\rangle_n = \sin^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{i\phi}|1,0\rangle + \cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$

Entonces, los eigenestados son:

$$|1,1\rangle_n = \cos^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta\,|1,0\rangle + \sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$
$$|1,0\rangle_n = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\,|1,1\rangle - e^{i\phi}\cos\theta\,|1,0\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$
$$|1,-1\rangle_n = \sin^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta\,|1,0\rangle + \cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$

3. Un haz de partículas de espín-$\frac{1}{2}$ con velocidad ν_0 pasa a través de una serie de dos dispositivos SG_z. El primer dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = \hbar/2$ y filtra las partículas con $S_z = -\hbar/2$. El segundo dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = -\hbar/2$ y filtra las partículas con $S_z = \hbar/2$. Entre los dos dispositivos hay una región de longitud l_0 en la que hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B}_0$ que apunta en la dirección x. Determine el valor más pequeño de l_0, tal que exactamente el 25 por ciento de las partículas transmitidas por el primer dispositivo SG_z sean transmitidas por el segundo dispositivo. Exprese su resultado en términos de $\omega_0 = eg\mathbf{B}_0/2mc$ y ν_0.

$$\hat{\mu} = -\frac{gq}{2mc}\hat{S}$$

$$\vec{B} = B_0\hat{\mathbf{i}}$$

$$\hat{H} = -\hat{\mu}\cdot\vec{B} = \frac{ge}{2mc}\hat{S}_x B_0 = \omega_0\hat{S}_x$$

$$\hat{U}(t) = e^{-i\hat{H}t/\hbar} = e^{-i\omega_0\hat{S}_x t/\hbar} = e^{-i\hat{S}_x\phi/\hbar} = \hat{R}(\phi\hat{\mathbf{i}})$$

$$|\,\langle -\mathbf{z}|\hat{R}(\phi\hat{\mathbf{i}})|+\mathbf{z}\rangle\,|^2 = \frac{1}{4}$$

$$|\,\langle -\mathbf{z}|\left[\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)|+\mathbf{z}\rangle - i\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)|-\mathbf{z}\rangle\right]\rangle\,| = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\phi = \frac{\pi}{3}$$

$$t = \frac{l_0}{v_0}$$

$$\omega_0\frac{l_0}{v_0} = \frac{\pi}{3}$$

$$l_0 = \frac{\pi v_0}{3\omega_0}$$

4. Deje

$$\begin{pmatrix} E_0 & 0 & A \\ 0 & E_1 & 0 \\ A & 0 & E_0 \end{pmatrix}$$

ser la representación matricial del hamiltoniano para un sistema de tres estados con estados base $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$.

(a) Si el estado del sistema al timepo t es $|\Psi(0)\rangle = |2\rangle$, ¿Cuál es el estado $|\Psi(t)\rangle$?

(b) Si el estado del sistema al timepo t es $|\Psi(0)\rangle = |3\rangle$, ¿Cuál es el estado $|\Psi(t)\rangle$?

$$\hat{H} \underset{1,2,3}{\rightarrow} \begin{pmatrix} E_0 & 0 & A \\ 0 & E_1 & 0 \\ A & 0 & E_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} E_0-\lambda & 0 & A \\ 0 & E_1-\lambda & 0 \\ A & 0 & E_0-\lambda \end{vmatrix} = (E_0-\lambda)(E_1-\lambda)(E_0-\lambda) - A^2(E_1-\lambda) = 0$$

$$(\lambda - E_0)^2 - A^2 = 0$$

$\lambda = E_1, E_0 \pm A$

$$\begin{pmatrix} E_0-\lambda & 0 & A \\ 0 & E_1-\lambda & 0 \\ A & 0 & E_0-\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$\lambda = E_1$:

$$(E_0 - E_1)a + Ac = 0$$
$$Aa + (E_0 - E_1)c = 0$$
$$a = c = 0, b = 1$$
$$|E_1\rangle = |2\rangle$$

$\lambda = E_0 + A$:

$$-Aa + Ac = 0$$
$$(E_1 - E_0 - A)b = 0$$
$$Aa - Ac = 0$$
$$a = c = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = 0$$
$$|E_0 + A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|3\rangle$$

$\lambda = E_0 - A$:

$$Aa + Ac = 0$$
$$(E_1 - E_0 + A)b - 0$$
$$Aa + Ac = 0$$
$$a = -c = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = 0$$
$$|E_0 - A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|3\rangle$$

a)

$$|\psi(0)\rangle = |2\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}t/\hbar}|\psi(0)\rangle = e^{-iE_1t/\hbar}|E_1\rangle$$

b)

$$|\psi(0)\rangle = |3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|E_0 + A\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|E_0 - A\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}t/\hbar}|\psi(0)\rangle = \frac{e^{-i(E_0+A)t/\hbar}}{\sqrt{2}}|E_0 + A\rangle - \frac{e^{-i(E_0-A)t/\hbar}}{\sqrt{2}}|E_0 - A\rangle$$

Apéndice L: Solución Examen 3

Examen 3
Mécanica Cuántica

December 02, 2021

1. Una partícula de masa m en el pozo de energía potencial unidimensional

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

está en el tiempo $t = 0$ en el estado

$$\psi(x) = \begin{cases} \left(\frac{1+i}{2}\right)\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi x}{L} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{2\pi x}{L}, & 0 < x < L \\ 0, & deotraforma \end{cases}$$

(a) ¿Cuál es $\psi(x,t)$?

(b) ¿Cuál es $\langle E\rangle$ para este estado en el tiempo t?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la energía arroje el valor $\hbar^2\pi^2/2mL^2$.

(d) Sin un cálculo detallado, dé un argumento de que $\langle x\rangle$ depende del tiempo.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & \text{elsewhere} \end{cases}$$

$$\psi(x) = \begin{cases} \left(\frac{1+i}{2}\right)\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi x}{L} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{2\pi x}{L} & 0 < x < L \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

a)

$$\psi(x) = \left(\frac{1+i}{2}\right)\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2(x)$$

$$\psi(x,t) = \left(\frac{1+i}{2}\right)e^{-iE_1t/\hbar}\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-iE_2t/\hbar}\psi_2(x)$$

b)

$$\langle E\rangle = \left|\frac{1+i}{2}\right|^2 E_1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 E_2 = \frac{E_1+E_2}{2}$$

$$\langle E\rangle = \langle\psi|\hat{H}|\psi\rangle = \left[\left(\frac{1-i}{2}\right)\psi_1^*(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2^*(x)\right]\left[\left(\frac{1+i}{2}\right)E_1\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}E_2\psi_2(x)\right] = \frac{E_1+E_2}{2}$$

c)

$$|\psi(t)\rangle = \left(\frac{1+i}{2}\right)e^{-iE_1t/\hbar}|E_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-iE_2t/\hbar}|E_2\rangle$$

$$|\langle E_1|\psi\rangle|^2 = \frac{1}{2}$$

d) ⟨x⟩ depende del tiempo debido a la diferencia de fase relativa entre los dos estados propios de energía. El tiempo entra a través de los términos cruzados entre las funciones de onda.

2. (a) Demuestre que el coeficiente de transmisión para la dispersión del pozo de energía potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

está dado por:

$$T = \left[1 + \frac{sin^2 \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E+V_0)}a}{4\frac{E}{V_0}\frac{(E+V_0)}{V_0}} \right]^{-1}$$

(b) Muestre que para ciertas energías incidentes hay una transmisión del 100 por ciento. Suponga que modelamos un átomo como un pozo cuadrado unidimensional con un ancho de 1 $\mathring{A}$ y que un electrón con $0.7eV$ de energía cinética se encuentra con el pozo. ¿Cuál debe ser la profundidad del pozo para una transmisión del 100 por ciento? Esta ausencia de dispersión se observa cuando los átomos objetivo están compuestos de gases nobles como el Criptón.

a)

$$V = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -V_0 & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

$$q' \to i\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2+q'^2}{2kq'}\right)^2 \sinh^2(q'a)}$$

$$\sinh(ix) = i\sin(x)$$
$$\sinh^2(ix) = -\sin^2(x)$$

$$\left(\frac{k^2+q'^2}{2kq'}\right)^2 = \left[\frac{\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}{2i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}}\right]^2 = -\frac{(2m/\hbar^2)^2(V_0)^2}{4(2m/\hbar^2)^2E(E+V_0)}$$

$$\left(\frac{k^2+q'^2}{2kq'}\right)^2 \sinh^2(q'a) = \frac{{V_0}^2}{4E(E+V_0)} \sin^2\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}a$$

$$T = \left[1 + \frac{\sin^2 \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E+V_0)}a}{4\frac{E}{V_0}\frac{(E+V_0)}{V_0}} \right]^{-1}$$

b)

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(E+V_0)} \sin^2\left(\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right)} = 1$$

$$1 = 1 + \frac{V_0^2}{4E(E+V_0)} \sin^2\left(\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right)$$

$$\frac{V_0^2}{4E(E+V_0)} \sin^2\left(\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right) = 0$$

Entonces

$$\sin^2\left(\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right)=0$$

Lo cual se cumple $\Longleftrightarrow$ el argumento es $n\pi$, por lo tanto:

$$\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a=n\pi$$

y

$$V_0=\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2-E$$

3. Un caso límite interesante del pozo cuadrado finito es el caso en el que la profundidad del pozo se acerca al infinito pero el ancho del pozo llega a cero, de modo que V_0a permanece constante. Tal pozo puede estar representado por la energía potencial que satisface

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x)=-\frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

donde $\delta(x)$ es la función delta de Dirac. Tenga en cuenta que λ/b es una constante que tiene las unidades de longitud inversa y hemos tomado la parte superior del pozo en $V=0$.

(a) Demuestre al integrar la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo que la derivada de la eigenfunción de la energía no es continua en el origen, pero satisface

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^+}-\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^-}=-\frac{\lambda}{b}\psi(0)$$

(b) Determine los eigenvalores de la energía para este pozo. Dibuje las eigenfunciones. *Sugerencia*: Resuelva la ecuación de Schrödinger para $E<0$ en las regiones $x<0$ y $x>0$, donde $V=0$, y una las soluciones, asegurándose de que las condiciones de contorno en la continuidad de la función de onda y la discontinuidad de la derivada de la función de onda en $x=0$ se satisfacen.

(c) Calcule los coeficientes de reflexión y transmisión para la dispersión de la barrera de energía potencial.

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x)=\frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

a)

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x)=-\frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x+\epsilon}-\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x-\epsilon}=\int_{x-\epsilon}^{x+\epsilon}dx\,\frac{d}{dx}\frac{d\psi}{dx}=\int_{x-\epsilon}^{x+\epsilon}dx\,\frac{2m}{\hbar^2}(V-E)\psi$$

$x=0$:

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^+}-\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^-}=\lim_{\epsilon\to0}\int_{0-\epsilon}^{0+\epsilon}dx\,\frac{d}{dx}\frac{d\psi}{dx}=\lim_{\epsilon\to0}\int_{0-\epsilon}^{0+\epsilon}dx\,\frac{2m}{\hbar^2}\left[-\frac{\lambda\hbar^2}{2bm}\delta(x)-E\right]\psi$$

$$=\lim_{\epsilon\to0}\int_{0-\epsilon}^{0+\epsilon}dx\,\left[-\frac{\lambda}{b}\delta(x)-\frac{2mE}{\hbar^2}\right]\psi=-\frac{\lambda}{b}\psi(0)$$

b)

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$E < 0$:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi$$

$x < 0$ $(B = 0)$:

$$\psi = Ae^{ikx}$$

$$\psi' = ikAe^{ikx}$$

$x > 0$ $(C = 0)$:

$$\varphi = De^{-ikx}$$

$$\varphi' = -ikDe^{-ikx}$$

Condiciones en la frontera $\psi(0) = \varphi(0)$

$$A = D$$

$$\varphi'(0) - \psi'(0) = -\tfrac{\lambda}{b}\varphi(0) = -\tfrac{\lambda}{b}\psi(0)$$

$$-ikD - ikA = -2ikA = -\frac{\lambda}{b}A$$

$$2ik = \frac{\lambda}{b}$$

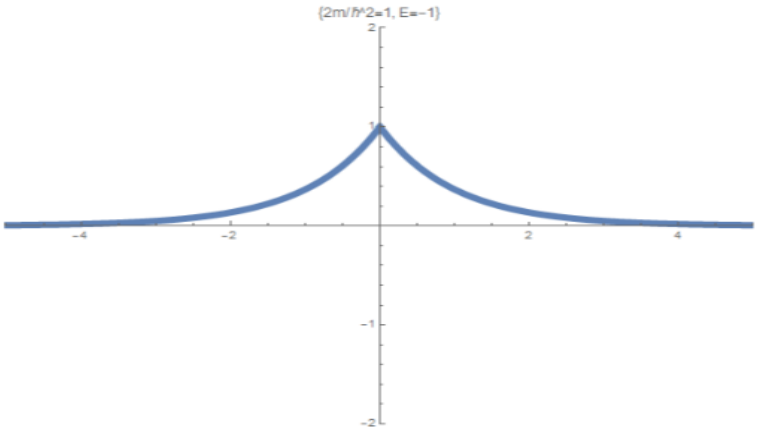
$$2\sqrt{\frac{2m|E|}{\hbar^2}} = \frac{\lambda}{b}$$

$$E_e = -\frac{\hbar^2\lambda^2}{8mb^2}$$

Normalización:

$$A = \left(\frac{2m|E|}{\hbar^2}\right)^{1/4}$$

Plot of $\psi(x)$ for $\frac{2m}{\hbar^2} = 1, E = -1$



c)

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x) = -\frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$E > 0$:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi$$

$x < 0$:

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$
$$\psi' = ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}$$

Condiciones en la frontera $\psi(0) = \varphi(0)$

$$A + B = C + D$$

$\varphi'(0) - \psi'(0) = -\frac{\lambda}{b}\varphi(0) = -\frac{\lambda}{b}\psi(0)$

$$(ikC - ikD) - (ikA - ikB) = -\frac{\lambda}{b}(A + B)$$

$$D = 0$$
$$A + B = C$$

$$ikC - ikA + ikB = -\frac{\lambda}{b}(A + B)$$

$$ikC - ikA + ik(C - A) = -\frac{\lambda}{b}C$$

$$\left(2ik + \frac{\lambda}{b}\right)C = 2ikA$$

$$T = \frac{|C|^2}{|A|^2} = \left(\frac{2ik}{2ik + \frac{\lambda}{b}}\right)\left(\frac{-2ik}{-2ik + \frac{\lambda}{b}}\right) = \frac{4k^2}{4k^2 + (\lambda/b)^2}$$

$$ik(A + B) - ikA + ikB = -\frac{\lambda}{b}(A + B)$$

$$\left(2ik + \frac{\lambda}{b}\right)B = -\frac{\lambda}{b}A$$

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{-\lambda/b}{2ik + \lambda/b}\right)\left(\frac{-\lambda/b}{-2ik + \lambda/b}\right) = \frac{(\lambda/b)^2}{4k^2 + (\lambda/b)^2}$$

$$T + R = 1$$

$$j = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\right)$$

$x < 0$:

$$\psi^* = Ae^{-ikx} + Be^{ikx}$$

$$j = \frac{\hbar}{2mi}\left[\left(Ae^{-ikx} + Be^{ikx}\right)(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}) - (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})(-ikAe^{-ikx} + ikBe^{ikx})\right]$$

$$j = \frac{\hbar}{2mi}(2ik|A|^2 - 2ik|B|^2) = \frac{\hbar k}{m}(|A|^2 - |B|^2)$$

$$j_{inc} = \frac{\hbar k}{m}|A|^2$$

$$j_{ref} = \frac{\hbar k}{m}|B|^2$$

$$R = \frac{j_{ref}}{j_{inc}} = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

$x > 0$ $(D = 0)$:

$$\psi^* = Ce^{-ikx}$$

$$j = \frac{\hbar}{2mi}[Ce^{-ikx}(ikCe^{ikx}) - Ce^{ikx}(-ikCe^{-ikx})] = \frac{\hbar k}{m}(|C|^2)$$

$$j_{trans} = \frac{\hbar k}{m}|C|^2$$

$$T = \frac{j_{trans}}{j_{inc}} = \frac{|C|^2}{|A|^2}$$

Apéndice M: Solución Examen Momento Angular

Problema 2 del segundo examen mejorado

Determine los estados propios de $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$, para una partícula de espín-1, donde el operador de espín es $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{S}_x\boldsymbol{i} + \hat{S}_y\boldsymbol{j} + \hat{S}_z\boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}$.

1. Proponemos una ecuación de eigenvalores.

$$\hat{S}_n|1,\mu\rangle_n = \mu\hbar|1,\mu\rangle_n$$

Para resolverla

i) Desarrollamos $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n} &= (\hat{S}_x\boldsymbol{i} + \hat{S}_y\boldsymbol{j} + \hat{S}_z\boldsymbol{k}) \cdot (\sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}) \\ &= \hat{S}_x\sin\theta\cos\phi + \hat{S}_y\sin\theta\sin\phi + \hat{S}_z\cos\theta\end{aligned}$$

ii) Calculamos las matrices $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, y $\hat{S}_z$ tomando en cuenta que hay 3 estados base: $|1,1\rangle$,$|1,0\rangle$, y $|1,-1\rangle$.

Para encontrar $\hat{S}_z$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\hat{S}_z|1,1\rangle &= \hbar|1,1\rangle \\ \hat{S}_z|1,0\rangle &= 0|1,0\rangle \\ \hat{S}_z|1,-1\rangle &= -\hbar|1,-1\rangle\end{aligned}$$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hbar|1,1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1,-1|-\hbar|1,-1\rangle \end{pmatrix} = \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Utilizando operadores de ascenso y descenso podemos encontrar $\hat{S}_x$ y $\hat{S}_y$. Debido a que:

$$\hat{S_+} = \hat{S_x} + i\hat{S_y}$$
$$\hat{S_-} = \hat{S_x} - i\hat{S_y}$$

Y por lo tanto:

$$\hat{S_x} = \frac{\hat{S_+} + \hat{S_-}}{2}$$
$$\hat{S_y} = \frac{\hat{S_+} - \hat{S}}{2i}$$

Utilizando

$$\hat{S_+}\,|s,m\rangle = \sqrt{s(s+1) - m(m+1)}\hbar\,|s,m+1\rangle$$

y el hecho de que $\hat{S_+}^{\dagger} = \hat{S_-}$, encontramos primero la matriz que representa $\hat{S_+}$.

$$\hat{S_+} \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\,\hat{S_+}\,|1,1\rangle & \langle 1,1|\,\hat{S_+}\,|1,0\rangle & \langle 1,1|\,\hat{S_+}\,|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\,\hat{S_+}\,|1,1\rangle & \langle 1,0|\,\hat{S_+}\,|1,0\rangle & \langle 1,0|\,\hat{S_+}\,|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\,\hat{S_+}\,|1,1\rangle & \langle 1,-1|\,\hat{S_+}\,|1,0\rangle & \langle 1,-1|\,\hat{S_+}\,|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

Aplicando el operador $\hat{S_+}$ a cada ket $|s,m\rangle$, con s=1 y m={1,0,-1}:

$$\hat{S_+}\,|1,1\rangle = 0$$
$$\hat{S_+}\,|1,0\rangle = \sqrt{2}\hbar\,|1,1\rangle$$
$$\hat{S_+}\,|1,-1\rangle = \sqrt{2}\hbar\,|1,0\rangle$$

$$\hat{S_+} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & \langle 1,1|\,\sqrt{2}\hbar\,|1,1\rangle & \langle 1,1|\,\sqrt{2}\hbar\,|1,0\rangle \\ 0 & \langle 1,0|\,\sqrt{2}\hbar\,|1,1\rangle & \langle 1,0|\,\sqrt{2}\hbar\,|1,0\rangle \\ 0 & \langle 1,-1|\,\sqrt{2}\hbar\,|1,1\rangle & \langle 1,-1|\,\sqrt{2}\hbar\,|1,0\rangle \end{pmatrix} = \sqrt{2}\hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

y

$$\hat{S_-} = \hat{S_+}^{\dagger} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Por ende

$$\hat{S_x} = \frac{\hat{S_+} + \hat{S_-}}{2} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\hat{S_y} = \frac{\hat{S_+} - \hat{S}}{2i} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

De esta forma sabemos que:

$$\hat{S}_x \longrightarrow \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{S}_y \longrightarrow \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{S}_z \longrightarrow \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

iii) Sustituyendo $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, y $\hat{S}_z$ en la ecuación a la que llegamos en i)

$$\hat{S}_n = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\sin\theta\cos\phi + \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}\sin\theta\sin\phi + \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\cos\theta$$
$$= \hbar\begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta \end{pmatrix}$$

iv) Ahora, representando el eigenestado como vector columna $|1,\mu\rangle_n$

$$|1,\mu\rangle_n \longrightarrow \begin{pmatrix} {}_z\langle 1,1|1,\mu\rangle_n \\ {}_z\langle 1,0|1,\mu\rangle_n \\ {}_z\langle 1,-1|1,\mu\rangle_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

v) Así podemos expresar

$$\hat{S}_n|1,\mu\rangle_n = \mu\hbar|1,\mu\rangle_n$$

como

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \mu\hbar\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

2. Se iguala la última expresión a cero, de donde vemos que se elimina el factor $\hbar$, y se obtienen los eigenvalores.

i)

$$\begin{pmatrix} \cos\theta-\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta-\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

ii) En donde

$$det\begin{vmatrix} \cos\theta-\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta-\mu \end{vmatrix} = 0$$

iii) Y haciendo el álgebra necesaria llegamos a que:

$$(-\mu)(\mu^2 - \cos^2\theta - \sin^2\theta) = 0$$
$$(-\mu)(\mu^2 - 1) = 0$$

Por lo tanto, μ tomará los valor 1, 0 y -1, que corresponden a los eigenvalores $\hbar$, 0 y $-\hbar$.

3. El siguiente paso será encontrar los eigenestados.Para ello sustituíremos los valores encontrados de μ.

i) Para $\mu = 1$

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta-1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$$(\cos\theta - 1)a + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b + 0c = 0$$
$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}a - b + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}c = 0$$
$$0a + \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b + (-\cos\theta - 1)c = 0$$

$$b = \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \qquad c = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}a$$

Así, la representación del aigenestado S_n con valor propio $\hbar$ en la base S_z está dado por:

$$|1,1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} a \\ \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$

Y normalizando

$$_n\langle 1,1|1,1\rangle_n = \left(a^*, \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{-i\phi}}{\sin\theta}a^*, \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{-2i\phi}a^*\right)\begin{pmatrix} a \\ \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$
$$= \left[\frac{2}{1+\cos\theta}\right]^2 |a|^2 = 1$$

Por lo tanto,

$$a = \cos^2\frac{\theta}{2}$$

Sustituyendo

$$|1,1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \cos^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{\sqrt{2}(1-\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}\cos^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}e^{2i\phi}\cos^2\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta \\ \sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi} \end{pmatrix}$$

$$|1,1\rangle_n = \cos^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta\,|1,0\rangle + \sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$

ii) Para $\mu = 0$

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta - 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta - 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$$\cos\theta a + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} b + 0c = 0$$
$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} a - 0b + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} c = 0$$
$$0a + \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} b - \cos\theta c = 0$$

$$b = -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a \qquad c = -e^{2i\phi}a$$

Así, la representación del aigenestado S_n con valor propio $\hbar$ en la base S_z está dado por:

$$|1,0\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} a \\ -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a \\ -e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$

Y normalizando

$$_n\langle 1,0|1,0\rangle_n = \left(a^*, -\sqrt{2}e^{-i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a^*, -e^{-2i\phi}a^*\right)\begin{pmatrix} a \\ -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}a \\ -e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$
$$= \frac{2}{\sin^2\theta}|a|^2 = 1$$

Por lo tanto,

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$$

Sustituyendo

$$|1,0\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \\ -\sqrt{2}e^{i\phi}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \\ -e^{2i\phi}\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \\ -e^{i\phi}\cos\theta \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta e^{2i\phi} \end{pmatrix}$$

$$|1,0\rangle_n = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\,|1,1\rangle - e^{i\phi}\cos\theta\,|1,0\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{2i\phi}\,|1,-1\rangle$$

iii) Para $\mu = -1$

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta + 1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta + 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$$(\cos\theta+1)a+\frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b+0c=0$$
$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}a+b+\frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}c=0$$
$$0a+\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b+(-\cos\theta+1)c=0$$

$$|1,-1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} a \\ -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix}$$

Y normalizando

$$\begin{aligned} {}_n\langle 1,-1|1,-1\rangle_n &= \left(a^*, -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{-i\phi}}{\sin\theta}a^*, \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{-2i\phi}a^*\right)\begin{pmatrix} a \\ -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \\ \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}a \end{pmatrix} \\ &= \left[\frac{2}{1-\cos\theta}\right]^2|a|^2=1 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$a=\sin^2\frac{\theta}{2}$$

Sustituyendo

$$|1,-1\rangle_n \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \sin^2\frac{\theta}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}\sin^2\frac{\theta}{2} \\ \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}\sin^2\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin^2\frac{\theta}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{i\phi} \\ \cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi} \end{pmatrix}$$

$$|1,-1\rangle_n = \sin^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{i\phi}|1,0\rangle+\cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$

4. Entonces, los eigenestados son:

$$|1,1\rangle_n = \cos^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle+\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta|1,0\rangle+\sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$
$$|1,0\rangle_n = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta|1,1\rangle-e^{i\phi}\cos\theta|1,0\rangle-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$
$$|1,-1\rangle_n = \sin^2\frac{\theta}{2}|1,1\rangle-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta|1,0\rangle+\cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi}|1,-1\rangle$$

$$b=-\frac{\sqrt{2}(1+\cos\theta)e^{i\phi}}{\sin\theta}a \qquad c=\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}e^{2i\phi}a$$

Así, la representación del aigenestado S_n con valor propio $\hbar$ en la base S_z está dado por:

5. Si elegimos especificamente $\theta = \frac{\pi}{2}$ y $\phi = \frac{\pi}{2}$, entonces el vector unitario $\boldsymbol{n}$ será $\boldsymbol{y}$, con eigenestados:

$$|1,1\rangle_y = \frac{1}{2}|1,1\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}i|1,0\rangle - \frac{1}{2}|1,-1\rangle$$
$$|1,0\rangle_y = \frac{\sqrt{2}}{2}|1,1\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2}|1,-1\rangle$$
$$|1,-1\rangle_y = \frac{1}{2}|1,1\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2}i|1,0\rangle - \frac{1}{2}|1,-1\rangle$$

6. Una vez obtenidos estos eigenestados para un SG_y podemos plantearnos la pregunta de ¿Cuántas de las partículas que salieron con $S_y = \hbar$ de un dispositivo y entraron a un S_z saldrán con $SG_z = \hbar$?

   (a) Determinamos la amplitud de probabilidad de que encontrar a un parícula con $S_y = \hbar$ en un estado con $S_z = \hbar$.

$$\langle 1,1|1,1\rangle_y = \langle 1,1|\frac{1}{2}|1,1\rangle + \langle 1,1|\frac{\sqrt{2}}{2}i|1,0\rangle - \langle 1,1|\frac{1}{2}|1,-1\rangle$$
$$= \frac{1}{2}$$

   Y enseguida determinamos la probabilidad

$$|\langle 1,1|1,1\rangle_y|^2 = \left|\frac{1}{2}\right|^2 = \frac{1}{4}$$

   Asimismo, se puede determinar para $S_z = 0$ y $S_z = -\hbar$

   (b) Determinamos la amplitud de probabilidad de encontrar a un parícula con $S_y = \hbar$ en un estado con $S_z = 0$

$$\langle 1,0|1,1\rangle_y = \langle 1,0|\frac{1}{2}|1,1\rangle + \langle 1,0|\frac{\sqrt{2}}{2}i|1,0\rangle - \langle 1,0|\frac{1}{2}|1,-1\rangle$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

   Y enseguida determinamos la probabilidad

$$|\langle 1,0|1,1\rangle_y|^2 = \left|\frac{\sqrt{2}}{2}i\right|^2 = \frac{1}{2}$$

   (c) Determinamos la amplitud de probabilidad de que encontrar a un parícula con $S_y = \hbar$ en un estado con $S_z = -\hbar$.

$$\langle 1,-1|1,1\rangle_y = \langle 1,-1|\frac{1}{2}|1,1\rangle + \langle 1,-1|\frac{\sqrt{2}}{2}i|1,0\rangle - \langle 1,-1|\frac{1}{2}|1,-1\rangle$$
$$= \frac{1}{2}$$

$$|\langle 1,-1|1,1\rangle_y|^2 = \left|\frac{1}{2}\right|^2 = \frac{1}{4}$$

Si hacemos la suma de las probabilidades el resultado es 1, con lo cual comprobamos que nuestros calculos son correctos.

7. Utilizando el eigenestado asociados a $\hbar$ ($|1,1\rangle_y$) también podemos verificar el principio de incertidumbre.

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar|\langle S_z\rangle|}{2}$$

i) Primero, calculamos $\Delta S_x = \sqrt{\langle S_x^2\rangle - \langle S_x\rangle^2}$.

$$\begin{aligned}\langle S_x\rangle &= \langle 1,1|\, S_x\, |1,1\rangle \\ &= \hbar\,\langle 1,1|1,1\rangle \\ &= \hbar \\ \langle S_x\rangle^2 &= \hbar^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle S_x^2\rangle &= \langle 1,1|\, S_x^2\, |1,1\rangle \\ &= 2\hbar^2\,\langle 1,1|1,1\rangle \\ \langle S_x\rangle^2 &= 2\hbar^2\end{aligned}$$

ii) Enseguida, calculamos $\Delta S_y = \sqrt{\langle S_y^2\rangle - \langle S_y\rangle^2}$.

$$\begin{aligned}\langle S_y\rangle &= \langle 1,1|\, S_y\, |1,1\rangle \\ &= \hbar\,\langle 1,1|1,1\rangle \\ &= \hbar \\ \langle S_y\rangle^2 &= \hbar^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle S_y^2\rangle &= \langle 1,1|\, S_y^2\, |1,1\rangle \\ &= 2\hbar^2\,\langle 1,1|1,1\rangle \\ \langle S_y\rangle^2 &= 2\hbar^2\end{aligned}$$

iii) Finalmente, calculamos $\langle S_z\rangle$.

$$\begin{aligned}\langle S_z\rangle &= \langle 1,1|\, S_z\, |1,1\rangle \\ &= \hbar\,\langle 1,1|1,1\rangle \\ &= \hbar\end{aligned}$$

Así, sustituyendo en:

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar|\langle S_z\rangle|}{2}$$

Obtenemos

$$\begin{aligned}(\hbar)(\hbar) &\geq \frac{\hbar|\hbar|}{2} \\ \hbar^2 &\geq \frac{1}{2}\hbar^2\end{aligned}$$

Donde claramente verificamos el principio de incertidumbre.

Apéndice N: Borrador Examen Momento Angular

1. Proponemos una ecuación de eigenvalores.

$$\hat{S}_n|1,\mu\rangle_n = \mu\hbar|1,\mu\rangle_n$$

Para resolverla

i) Desarrollamos $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n} &= (\hat{S}_x\boldsymbol{i} + \hat{S}_y\boldsymbol{j} + \hat{S}_z\boldsymbol{k}) \cdot (\sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}) \\ &= \hat{S}_x\sin\theta\cos\phi + \hat{S}_y\sin\theta\sin\phi + \hat{S}_z\cos\theta\end{aligned}$$

ii) Calculamos las matrices $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, y $\hat{S}_z$ tomando en cuenta que hay 3 estados base: $|1,1\rangle$,$|1,0\rangle$, y $|1,-1\rangle$.

Sol. correcta******

Para encontrar $\hat{S}_z$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\hat{S}_z|1,1\rangle &= \hbar|1,1\rangle \\ \hat{S}_z|1,0\rangle &= 0|1,0\rangle \\ \hat{S}_z|1,-1\rangle &= -\hbar|1,-1\rangle\end{aligned}$$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hbar|1,1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1,-1|-\hbar|1,-1\rangle \end{pmatrix} = \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sol. No correcta 1 ******

Para encontrar $\hat{S}_z$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\hat{S}_z|1,1\rangle &= \frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,1\rangle \\ \hat{S}_z|1,0\rangle &= 0|1,0\rangle \\ \hat{S}_z|1,-1\rangle &= -\frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,-1\rangle\end{aligned}$$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1,-1|-\frac{\hbar}{\sqrt{2}}|1,-1\rangle \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sol. No correcta 2******

Para encontrar $\hat{S}_z$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,0|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,0|\hat{S}_z|1,-1\rangle \\ \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,1\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,0\rangle & \langle 1,-1|\hat{S}_z|1,-1\rangle \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_z|1,1\rangle = \hbar|1,1\rangle$$
$$\hat{S}_z|1,0\rangle = 0|1,0\rangle$$
$$\hat{S}_z|1,-1\rangle = \hbar|1,-1\rangle$$

$$\hat{S}_z \longrightarrow \begin{pmatrix} \langle 1,1|\hbar|1,1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1,-1|\hbar|1,-1\rangle \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*****Verdadero***

Utilizando operadores de ascenso y descenso podemos encontrar $\hat{S}_x$ y $\hat{S}_y$.

Para ello haremos uso de que:

$$\hat{S_+} = \hat{S}_x + i\hat{S}_y$$
$$\hat{S_-} = \hat{S}_x - i\hat{S}_y$$

Y por lo tanto:

$$\hat{S}_x = \frac{\hat{S_+} + \hat{S_-}}{2}$$
$$\hat{S}_y = \frac{\hat{S_+} - \hat{S}}{2i}$$

Utilizando

$$\hat{S_+}|s,m\rangle = \sqrt{s(s+1) - m(m+1)}\hbar|s,m+1\rangle$$

Se encuentran los elementos de la matriz $\hat{S_+}$, y para los elementos de $\hat{S_-}$ usamos el hecho de que $\hat{S_+}^\dagger = \hat{S_-}$, es decir, la matriz transpuesta conjungada de $\hat{S_+}$ será la matriz $\hat{S_-}$.

*****Falso*****

iii) Sustituyendo $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, y $\hat{S}_z$ en la ecuación a la que llegamos en i)

$$\hat{S}_n = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sin\theta\cos\phi + \hbar \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \sin\theta\sin\phi + \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cos\theta$$
$$= \hbar \begin{pmatrix} \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi}\sin\theta & 0 \\ e^{i\phi}\sin\theta & 0 & e^{-i\phi}\sin\theta \\ 0 & e^{i\phi}\sin\theta & -\frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

*****La representación matricial es adecuada, pero no el procedimiento por el cual se llegó.*****

iv) Ahora, representando el eigenestado $|1,\mu\rangle_n$ como un vector columna.

$$|1,\mu\rangle_n \longrightarrow \begin{pmatrix} {}_z\langle 1,1|1,\mu\rangle_n \\ {}_z\langle 1,0|1,\mu\rangle_n \\ {}_z\langle 1,-1|1,\mu\rangle_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Y la matriz

$$\begin{pmatrix} \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi}\sin\theta & 0 \\ e^{i\phi}\sin\theta & 0 & e^{-i\phi}\sin\theta \\ 0 & e^{i\phi}\sin\theta & -\frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & 0 \\ \beta & 0 & \gamma \\ 0 & \beta & \alpha \end{pmatrix}$$

Podemos expresar

$$\hat{S}_n|1,\mu\rangle_n = \mu\hbar|1,\mu\rangle_n$$

como

$$\hbar\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & 0 \\ \beta & 0 & \gamma \\ 0 & \beta & \alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \mu\hbar\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

v) Igualando la última expresión a cero, de donde vemos que se elimina el factor $\hbar$, se obtienen los eigenvalores de μ; los cuales serán 1, 0 y -1, que corresponden a los eigenvalores $\hbar$, 0 y $-\hbar$.

2. El siguiente paso será encontrar los eigenestados. Para ello sustituiremos los valores encontrados de μ, y llegamos a:

$$|1,1\rangle_y = \quad |1,1\rangle \quad |1,0\rangle \quad |1,-1\rangle$$

$$|1,0\rangle_y = \quad |1,1\rangle \quad |1,0\rangle \quad |1,-1\rangle$$

$$|1,1\rangle_y = \quad |1,1\rangle \quad |1,0\rangle \quad |1,-1\rangle$$

$$|1,1\rangle_n = \quad +\cos^2\frac{\theta}{2} \quad |1,1\rangle \quad +\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta \quad |1,0\rangle \quad +\sin^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi} \quad |1,-1\rangle$$

$$|1,0\rangle_n = \quad +\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta \quad |1,1\rangle \quad - \quad e^{i\phi}\cos\theta \quad |1,0\rangle \quad -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta e^{2i\phi} \quad |1,-1\rangle$$

$$|1,-1\rangle_n = \quad +\sin^2\frac{\theta}{2} \quad |1,1\rangle \quad -\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\phi}\sin\theta \quad |1,0\rangle \quad +\cos^2\frac{\theta}{2}e^{2i\phi} \quad |1,-1\rangle$$

3. Si elegimos especificamente $\theta = \frac{\pi}{2}$ y $\phi = \frac{\pi}{2}$, entonces el vector unitario $\boldsymbol{n}$ será $\boldsymbol{y}$, con eigenestados:

$$|1,1\rangle_y = \frac{1}{2}|1,1\rangle \quad |1,0\rangle \quad |1,-1\rangle$$

$$|1,0\rangle_y = |1,1\rangle \quad |1,0\rangle \quad |1,-1\rangle$$

$$|1,-1\rangle_y = |1,1\rangle \quad |1,0\rangle \quad -\frac{1}{2}|1,-1\rangle$$

4. Una vez obtenidos estos eigenestados podemos regresarnos a la pregunta: de las partículas con $\hat{S}_y = \hbar$ que salieron de un SG_y y entraron a un SG_z ¿cuántas saldrán con $\hat{S}_z = \hbar$?

   (a) Para determinarlo calculamos la amplitud de probabilidad de que encontrar a un parícula con $\hat{S}_y = \hbar$ en un estado con $\hat{S}_z = \hbar$, es decir, $\langle 1,1|1,1\rangle_y$. Y enseguida determinamos la probabilidad $|\langle 1,1|1,1\rangle_y|^2$.

   (b) Para determinar la fracción de partículas con $\hat{S}_z = 0$ que salieron del dispositivo SG_z y venían del dispositivo SG_y con $\hat{S}_y = \hbar$, es necesario calcular $|\langle 1,1|1,0\rangle_y|^2$.

   (c) Por último, si entra el haz con $\hat{S}_y = \hbar$ al dispositivo SG_z y se quiere medir el número de partículas en un estado con $\hat{S}_z = -\hbar$, se puede conocer calculando $|\langle 1,1|1,-1\rangle_y|^2$.

5. Finalmente, utilizando cualquier eigenestado asociado a $\hat{S}_y$ podemos verificar el principio de incertidumbre. (Ver nuevamente los eigenestados obtenidos anteriormente)

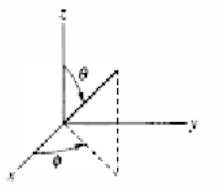
Apéndice O: Examen 1 en DidacTIC

1. El estado de una partícula de espín- $\frac{1}{2}$ que se encuentra hacia arriba a lo largo del eje cuya dirección está dada por el siguiente vector unitario

$$\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}$$

con θ y ϕ como se muestran en la figura, está dado por:

$$|+\boldsymbol{n}\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\boldsymbol{z}\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\boldsymbol{z}\rangle$$



Pregunta 1

Respuesta guardada

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

La probabilidad de obtener

$$\frac{\hbar}{2}$$

al medir en

$$S_z$$

Pregunta 2

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

La probabilidad de obtener

$$-\frac{\hbar}{2}$$

al medir en

$$S_z$$

Pregunta 3

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

La probabilidad de obtener

$$\frac{\hbar}{2}$$

al medir en

$$S_x$$

Pregunta 4

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

La probabilidad de obtener

$$-\frac{\hbar}{2}$$

al medir en

$$S_x$$

Pregunta 5

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

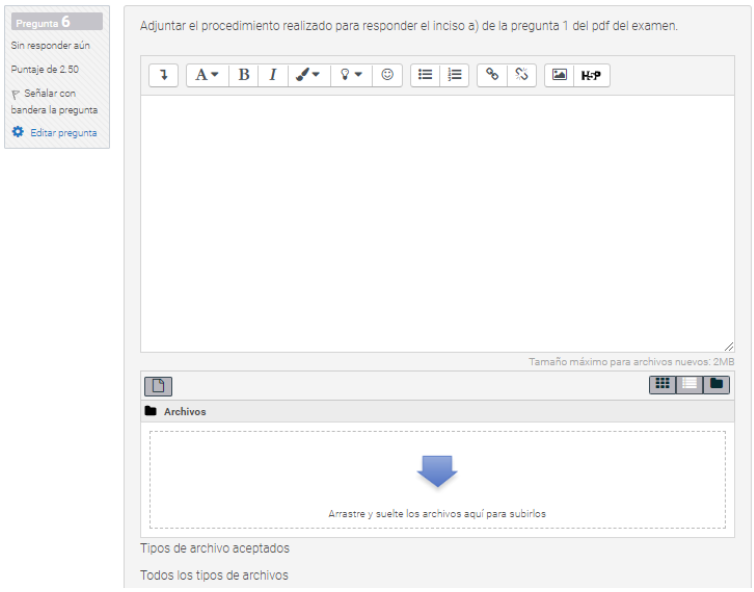
Editar pregunta

La probabilidad de obtener

$$\frac{\hbar}{2}$$

al medir en

$$S_y$$



Seleccione una:

a.

$$\cos^2(\frac{\theta}{2})$$

b.

$$\sin^2(\frac{\theta}{2})$$

c.

$$\frac{1+\cos\Phi\sin\theta}{2}$$

d.

$$\frac{1+\cos\Phi\sin\theta}{2}$$

e.

$$\frac{1+\sin\Phi\sin\theta}{2}$$

f.

$$\frac{1-\sin\Phi\sin\theta}{2}$$

Pregunta 7

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Determine la incertidumbre de

$$\Delta S_z$$

de sus mediciones.

Seleccione una:

a.

$$\frac{\hbar}{2}\sin\theta$$

b.

$$\frac{\hbar}{2}\sqrt{1-\cos^2\Phi\sin^2\theta}$$

c.

$$0$$

Pregunta 8

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Evidencias

$$\Delta S_z$$

Adjuntar los cálculos realizados para obtener este resultado.

Tamaño máximo para archivos: 2MB, número máximo de archivos: 1

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Pregunta 9

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Determine la incertidumbre de

$$\Delta S_z$$

de sus mediciones.

Seleccione una:

a.

$$\frac{\hbar}{2}\sqrt{1-\cos^2\Phi\sin^2\theta}$$

b.

$$0$$

c.

$$\frac{\hbar}{2}\sin\theta$$

Pregunta 10

Sin responder aún

Puntaje de 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Evidencias

$$\Delta S_z$$

Adjuntar los cálculos realizados para obtener este resultado.

Tamaño máximo para archivos: 2MB, número máximo de archivos: 1

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Pregunta 11

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Si ahora el estado

$$|\vec{+n}>$$

es tal que

$$|\vec{+n}>=|\vec{\psi}>$$

a lo largo del eje

$$\vec{n}$$

con

$$S_n=\frac{\hbar}{2}$$

y

$$|\vec{\psi}>=\frac{1}{2}|\vec{+z}>+i\frac{\sqrt{3}}{2}|\vec{-z}>$$

. Entonces, ¿Cuál es el vector

$$\vec{n}$$

correspondiente? Escriba su respuesta y aparte adjunte archivo con su justificación.

Tamaño máximo para archivos: 2MB, número máximo de archivos: 1

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Pregunta 12

Sin responder aún

Puntaje de 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

a) El operador identidad $|+z\rangle\langle+z| + |-z\rangle\langle-z|$ puede verse como si estuviera compuesto de dos operadores denominados **operadores de proyección** :

$$\hat{\mathcal{P}}_+ = |+z\rangle\langle+z| \qquad \hat{\mathcal{P}}_- = |-z\rangle\langle-z|$$

Se llaman de esta forma porque $\hat{\mathcal{P}}_+ |\psi\rangle = |+z\rangle\langle+z|\psi\rangle$ proyecta la componente del ket $|\psi\rangle$ sobre $|+z\rangle$, mientras que $\hat{\mathcal{P}}_- |\psi\rangle = |-z\rangle\langle-z|\psi\rangle$ proyecta la componente del ket $|\psi\rangle$ sobre $|-z\rangle$. Por lo tanto podemos decir que $\hat{\mathcal{P}}_+ + \hat{\mathcal{P}}_- = 1$

Pregunta 13

Sin responder aún

Puntaje de 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

b) La representación matricial de los operadores $\hat{\mathcal{P}}_+$ y $\hat{\mathcal{P}}_-$ está dada por:

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \langle+z|\hat{P}_+|-z\rangle & \langle+z|\hat{P}_+|+z\rangle \\ \langle-z|\hat{P}_+|-z\rangle & \langle-z|\hat{P}_+|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle+z|+z\rangle\langle+z|-z\rangle & \langle+z|+z\rangle\langle+z|+z\rangle \\ \langle-z|+z\rangle\langle+z|-z\rangle & \langle-z|+z\rangle\langle+z|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathcal{P}}_- \xrightarrow[\text{base } S_z]{} \begin{pmatrix} \langle+z|\hat{P}_-|-z\rangle & \langle+z|\hat{P}_-|+z\rangle \\ \langle-z|\hat{P}_-|-z\rangle & \langle-z|\hat{P}_-|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle+z|-z\rangle\langle-z|-z\rangle & \langle+z|-z\rangle\langle-z|+z\rangle \\ \langle-z|-z\rangle\langle-z|-z\rangle & \langle-z|-z\rangle\langle-z|+z\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pregunta 14

Sin responder aún

Puntaje de 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

c) Usando los estados $|+y\rangle$ y $|-y\rangle$ verificar que $\hat{\mathcal{P}}_+^2 = \hat{\mathcal{P}}_+$, $\hat{\mathcal{P}}_-^2 = \hat{\mathcal{P}}_-$, $\hat{\mathcal{P}}_+\hat{\mathcal{P}}_- = 0$ y $\hat{\mathcal{P}}_-\hat{\mathcal{P}}_+ = 0$
Siendo

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger \hat{\mathbb{P}}_+ \mathbb{S} \qquad \hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger \hat{\mathbb{P}}_- \mathbb{S}$$

En donde $\hat{\mathcal{P}}_+$ y $\hat{\mathcal{P}}_-$ son los operadores en S_y y, $\hat{\mathbb{P}}_+$ y $\hat{\mathbb{P}}_-$ en S_z

$$\mathbb{S} = \begin{pmatrix} \langle+z|+y\rangle & \langle+z|-y\rangle \\ \langle-z|+y\rangle & \langle-z|-y\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{S}^\dagger = \begin{pmatrix} \langle+y|+z\rangle & \langle+y|-z\rangle \\ \langle-y|+z\rangle & \langle-y|-z\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

Pregunta 15

Sin responder aún

Puntaje de 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

i) Entonces el operador $\hat{\mathcal{P}}_+$ estará dado por:

$$\hat{\mathcal{P}}_+ \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger \hat{\mathbb{P}}_+ \mathbb{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ii) Así mismo, $\hat{\mathcal{P}}_-$ estará dado por:

$$\hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \mathbb{S}^\dagger \hat{\mathbb{P}}_- \mathbb{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Pregunta 16

Sin responder aún

Puntaje de 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

iii) Entonces

$$\hat{\mathcal{P}}_+^2 \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \longleftarrow \hat{\mathcal{P}}_+$$

$$\hat{\mathcal{P}}_-^2 \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \longleftarrow \hat{\mathcal{P}}_-$$

$$\hat{\mathcal{P}}_+\hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\hat{\mathcal{P}}_+\hat{\mathcal{P}}_- \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Apéndice P: Examen 2 en DidacTIC

Pregunta 1

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Calcule

$$\Delta S_x$$

y

$$\Delta S_y$$

para un eigenestado de

$$\hat{S}_z$$

para una partícula de espín

$$\frac{1}{2}$$

.

1.1

Qué eigenestado se debe usar para hacer los cálculos si se quieren hacer usando la forma:

$$\langle A \rangle = \langle \Psi \mid A \mid \Psi \rangle$$

Seleccione una:

a.

$|+z)$

b.

$|-z)$

c.

$Ambos$

d.

$Cualquiera-de-los-dos$

Pregunta 2

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.2 Cuál es el valor de:

ΔS_x

Seleccione una:

a.

$\hbar/\sqrt{2}$

b.

$-\hbar/2$

c.

$\hbar/2$

d.

0

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 3

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.3 Cuál es el valor de:

ΔS_y

Seleccione una:

a.

0

b.

$\hbar/\sqrt{2}$

c.

$\hbar/2$

d.

$-\hbar/2$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 4

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.4 La relación de incertidumbre

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar |\langle S_z \rangle|}{2}$$

se cumple porque:

Seleccione una:

a.

$$(\hbar/2)^2 \geq (\hbar/2)^2$$

b.

$$0 \geq 0$$

c.

$$\hbar^2/2 \geq \hbar^2/2$$

d.

$$-(\hbar/2)^2 \geq -(\hbar/2)^2$$

e.

$$\hbar^2/2\sqrt{2} \geq \hbar^2/2\sqrt{2}$$

f.

$$La - respuesta - no - está - entre - las - opciones$$

Certeza: OC=1 (Incierto: <67%) OC=2 (Medio: >67%) OC=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 5

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Calcule

$$\Delta S_x$$

y

$$\Delta S_y$$

para un eigenestado de

$$\hat{S}_x$$

para una partícula de espín

$$\frac{1}{2}$$

.

1.5 Qué eigenestado se debe usar para hacer los cálculos si se quieren hacer usando la forma:

$$\langle A \rangle = \langle \Psi \mid A \mid \Psi \rangle$$

Seleccione una:

a.

$$|+x\rangle$$

b.

$$|-x\rangle$$

c.

$$ambos$$

d.

$$Cualquiera - de - los - dos$$

Certeza: OC=1 (Incierto: <67%) OC=2 (Medio: >67%) OC=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 6

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.6 Cuál es el valor de:

$$\Delta S_x$$

Seleccione una:

a.

$$\hbar/\sqrt{2}$$

b.

$$0$$

c.

$$-\hbar/2$$

d.

$$\hbar/2$$

Certeza: ○C=1 (Inclerto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 7

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.7 Cuál es el valor de:

$$\Delta S_y$$

Seleccione una:

a.

$$0$$

b.

$$\hbar/\sqrt{2}$$

c.

$$-\hbar/2$$

d.

$$\hbar/2$$

Certeza: ○C=1 (Inclerto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 8

Sin responder aún

Ponderación 0.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.8 La relación de incertidumbre

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar|\langle S_z \rangle|}{2}$$

se cumple porque:

Seleccione una:

a.

$$\hbar^2/2\sqrt{2} \geq \hbar^2/2\sqrt{2}$$

b.

$$0 \geq 0$$

c.

$$La - respuesta - no - está - entre - las - opciones$$

d.

$$-(\hbar/2)^2 \geq -(\hbar/2)^2$$

e.

$$(\hbar/2)^2 \geq (\hbar/2)^2$$

f.

$$\hbar^2/2 \geq \hbar^2/2$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 9

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.9 Anexe evidencia de sus procedimientos anteriores:

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Pregunta 10

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

2. A continuación se presenta una solución para el siguiente problema:

Determine los estados propios de $\hat{S}_n = \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{n}$ para una partícula de espín-1, donde el operador de espín es $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{S}_x\boldsymbol{i} + \hat{S}_y\boldsymbol{j} + \hat{S}_z\boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{n} = \sin\theta\cos\phi\boldsymbol{i} + \sin\theta\sin\phi\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k}$.

La solución está dividida y deberá seleccionar si el procedimiento de cada sección es verdadero (correcto) o falso (tiene errores o está completamente mal).

¿listo?

Seleccione una:

a. Jajajaja, no :c

b. Claro que sí, hice toda la tarea

c. Estoy listo y no al mismo tiempo, lo sabremos hasta que se califique el examen.

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 11

Sin responder aún

Ponderación 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$\hat{S}_n |\mu\rangle = \mu\hbar |\mu\rangle$$

$$\hat{S}_n = S_x \sin\theta\cos\phi + S_y \sin\theta\sin\phi + S_z \cos\theta$$

$$= \left[\frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\sin\theta\cos\phi + \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}\sin\theta\sin\phi + \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\cos\theta\right]$$

$$= \hbar\begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{\sin\theta\cos\phi - i\sin\theta\sin\phi}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{\sin\theta\cos\phi + i\sin\theta\sin\phi}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sin\theta\cos\phi - i\sin\theta\sin\phi}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{\sin\theta\cos\phi + i\sin\theta\sin\phi}{\sqrt{2}} & -\cos\theta \end{pmatrix}$$

$$= \hbar\begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta \end{pmatrix}$$

$$\hbar\begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \mu\hbar\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta - \mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\mu & \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}} & -\cos\theta - \mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

Pregunta 12

Sin responder aún

Ponderación 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$(\cos\theta - \mu)\left[(-\mu)(-\cos\theta - \mu) - \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}\right] - \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}\left[\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}(-\cos\theta - \mu)\right] = 0$$

$$(\cos\theta - \mu)\left[(-\mu)(-\cos\theta - \mu) - \frac{\sin^2\theta}{2}\right] - \frac{\sin^2\theta}{2}(-\cos\theta - \mu) = 0$$

$$(-\mu)(\mu^2 - \cos^2\theta) - \frac{\sin^2\theta}{2}(\cos\theta - \mu) + \frac{\sin^2\theta}{2}(\cos\theta + \mu) = 0$$

$$(-\mu)(\mu^2 - \cos^2\theta) - \frac{\sin^2\theta}{2}(\cos\theta - \mu) + \frac{\sin^2\theta}{2}(\cos\theta + \mu) = 0$$

$$(-\mu)(\mu^2 - \cos^2\theta - \sin^2\theta) = 0$$

$$\mu = 1, 0, -1$$

Pregunta 13

Sin responder aún

Ponderación 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$\mu = 1$:

$$(\cos\theta - 1)a + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b = 0$$

$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b - (\cos\theta + 1)c = 0$$

$$c = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}a$$

$$b = \frac{e^{i\phi}(1 - \cos\theta)\sqrt{2}}{\sin\theta}a$$

$$a^2 + \frac{2(1 - \cos\theta)^2}{\sin^2\theta}a^2 + \frac{(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos\theta)^2}a^2 = 1$$

$$a = \frac{1 + \cos\theta}{2} = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$|1,1\rangle_n = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)|1,1\rangle + \frac{e^{i\phi}\sin\theta\sqrt{2}}{2}|1,0\rangle + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)|1,-1\rangle$$

Pregunta 14

Sin responder aún

Ponderación 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$\mu = 0$:

$$(\cos\theta)a + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b = 0$$

$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b - (\cos\theta)c = 0$$

$$b = -\frac{e^{i\phi}\cos\theta\sqrt{2}}{\sin\theta}a$$

$$c = -a$$

$$a^2 + \frac{2\cos^2\theta}{\sin^2\theta}a^2 + a^2 = 1$$

$$a = \frac{\sin\theta\sqrt{2}}{2}$$

$$|1,0\rangle_n = \frac{\sin\theta\sqrt{2}}{2}|1,1\rangle - e^{i\phi}\cos\theta|1,0\rangle - \frac{\sin\theta\sqrt{2}}{2}|1,-1\rangle$$

Pregunta 15

Sin responder aún

Ponderación 0.40

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$\mu = -1$:

$$(\cos\theta + 1)a + \frac{e^{-i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b = 0$$

$$\frac{e^{i\phi}\sin\theta}{\sqrt{2}}b - (\cos\theta - 1)c = 0$$

$$c = \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}a$$

$$b = -\frac{e^{i\phi}(1+\cos\theta)\sqrt{2}}{\sin\theta}a$$

$$a^2 + \frac{2(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}a^2 + \frac{(1+\cos\theta)^2}{(1-\cos\theta)^2}a^2 = 1$$

$$a = \frac{1-\cos\theta}{2} = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$|1,-1\rangle_n = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)|1,1\rangle - \frac{e^{i\phi}\sin\theta\sqrt{2}}{2}|1,0\rangle + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)|1,-1\rangle$$

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Pregunta 16

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

OPCIONAL:

Anexe su propia solución a este problema.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Pregunta 17

Sin responder aún

Ponderación 2.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

3.

Un haz de partículas de espín-$\frac{1}{2}$ con velocidad ν_0 pasa a través de una serie de dos dispositivos SG_z. El primer dispositivo SG_z transmite partículas con $S_z = \hbar/2$ y filtra las partículas con $S_z = -\hbar/2$. El segundo dispositivo SG_x transmite partículas con $S_x = -\hbar/2$ y filtra las partículas con $S_x = \hbar/2$. Entre los dos dispositivos hay una región de longitud l_0 en la que hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B}_0$ que apunta en la dirección x. Determine el valor más pequeño de l_0, tal que exactamente el 25 por ciento de las partículas transmitidas por el primer dispositivo SG_z sean transmitidas por el segundo dispositivo. Exprese su resultado en términos de $\omega_0 = eg\mathbf{B}_0/2mc$ y ν_0.

Seleccione una:

a.

$$l_0 = \frac{\pi\nu_0}{3\omega_0}$$

b.

$$l_0 = \frac{\nu_0}{3\omega_0}$$

c.

$$l_0 = \frac{\nu_0}{\omega_0}$$

d.

$$l_0 = \frac{\pi\nu_0}{\omega_0}$$

Certeza: CC=1 (Incierto: <67%) CC=2 (Medio: >67%) CC=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 18

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Anexe evidencias del procedimiento

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Pregunta 19

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

4.

Deje

$$\begin{pmatrix} E_0 & 0 & A \\ 0 & E_1 & 0 \\ A & 0 & E_0 \end{pmatrix}$$

ser la representación matricial del hamiltoniano para un sistema de tres estados con estados base $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$.

Con este enunciado deberá responder las siguientes 4 preguntas.

¿Listo?

Seleccione una:

- a. Siempre :)
- b. Por supuesto :D

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 20

Sin responder aún

Ponderación 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

¿Cuáles son los eigenestados correspondientes? (Puede seleccionar más de una opción)

Seleccione una o más de una:

- a. $$|A+E_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|3\rangle$$
- b. $$|E_0-A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|3\rangle$$
- c. $$|E_1\rangle = |2\rangle$$
- d. $$|A-E_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|3\rangle$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 21

Sin responder aún

Ponderación 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

¿Cuáles de las siguientes condiciones se deben cumplir para confirmar que su elección de eigenestados es correcta? (Puede seleccionar más de una opción)

Seleccione una o más de una:

a.

$$det\mid (E_0-\lambda)(E_1-\lambda)(E_0-\lambda)+A^2(E_1-\lambda)\mid=0$$

b.

$$det\mid (E_0-\lambda)(E_1-\lambda)(E_0-\lambda)-A^2(E_1-\lambda)\mid=0$$

c.

$$\lambda=E_1,E_0\pm A$$

d.

$$Ninguna-es-necesaria$$

e.

$$\lambda=E_1,A\pm E_0$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 22

Sin responder aún

Ponderación 0.50

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

Si el estado del sistema al timepo t es

$$|\Psi(0)\rangle =|\ 2\rangle$$

.

Cuál es el estado:

$$|\Psi(t)\rangle$$

Seleccione una:

a.

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-iE_1t/\hbar}\mid E_1\rangle$$

b.

$$|\Psi(t)\rangle = e^{iE_1t/\hbar}\mid E_1\rangle$$

c.

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{e^{-i(A+E_0)t/\hbar}}{\sqrt{2}}\mid E_0-A\rangle\frac{e^{-i(A-E_0)t/\hbar}}{\sqrt{2}}\mid E_0-A\rangle$$

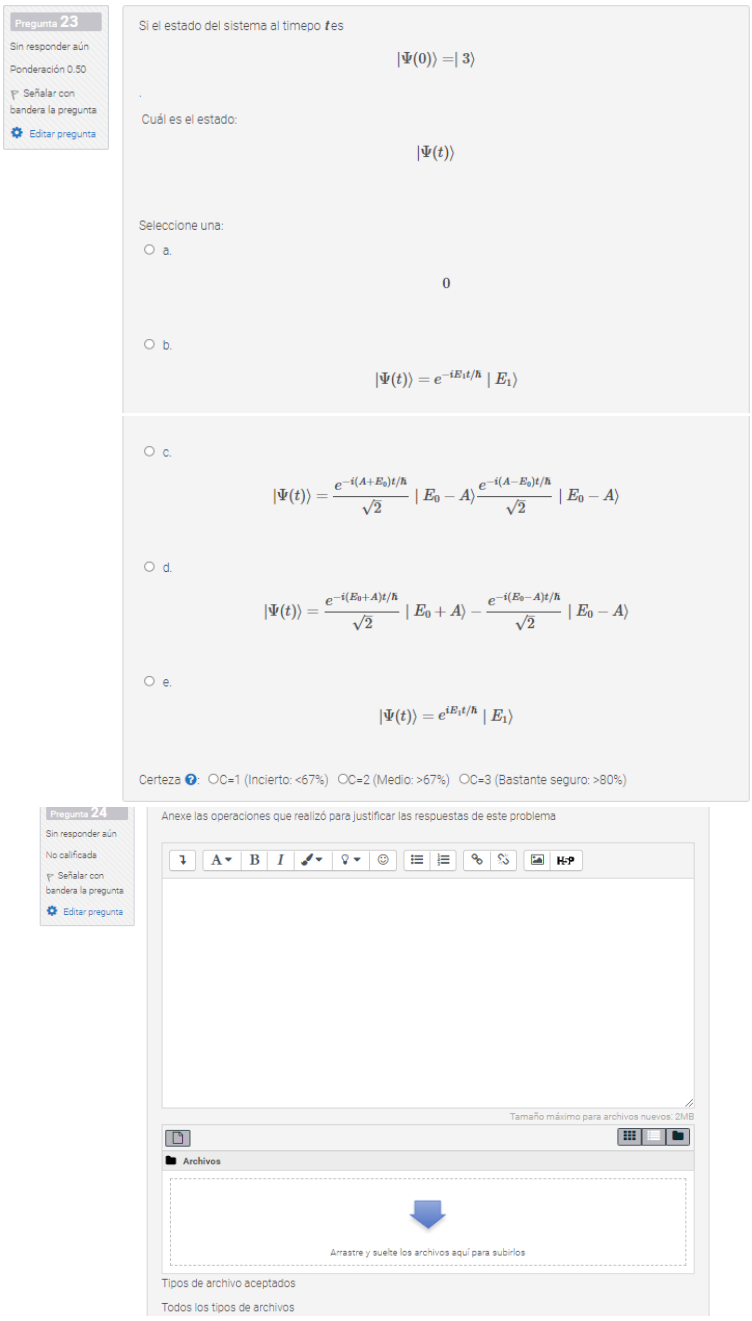
d.

$$0$$

e.

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{e^{-i(E_0+A)t/\hbar}}{\sqrt{2}}\mid E_0+A\rangle-\frac{e^{-i(E_0-A)t/\hbar}}{\sqrt{2}}\mid E_0-A\rangle$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)



Apéndice Q: examen 3 en DidacTIC

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

1.

Una partícula de masa m en el pozo de energía potencial unidimensional

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & deotraforma \end{cases}$$

está en el tiempo $t = 0$ en el estado

$$\psi(x) = \begin{cases} \left(\frac{1+i}{2}\right)\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi x}{L} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{2\pi x}{L}, & 0 < x < L \\ 0, & deotraforma \end{cases}$$

Pregunta 1

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$a)$

Calcular

$$\psi(x,t)$$

Seleccione una:

a.

$$\psi(x,t) = \left(\frac{1+i}{2}\right) e^{-iE_2 t/\hbar}\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_1 t/\hbar}\psi_2(x)$$

b.

$$No - se - encuentra - la - respuesta$$

c.

$$\psi(x,t) = \left(\frac{1+i}{2}\right) e^{-iE_1 t/\hbar}\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_2 t/\hbar}\psi_2(x)$$

d.

$$\psi(x,t) = \left(\frac{1+i}{2}\right) e^{iE_1 t/\hbar}\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{iE_2 t/\hbar}\psi_2(x)$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 2

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$b)$

Calcular

$$\langle E \rangle$$

para este estado en el tiempo

$$t$$

Seleccione una:

a.

$$\frac{E_1 + E_2}{2}$$

b.

$$E_1 - E_2$$

c.

$$No - se - encuentra - la - respuesta$$

d.

$$\frac{E_1 - E_2}{2}$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 3

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$c)$

¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la energía arroje el valor:

$$\hbar^2\pi^2/2mL^2$$

Seleccione una:

a.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

b.

$$No - se - encuentra - la - respuesta$$

c.

$$\frac{1}{2}$$

d.

$$\frac{1}{4}$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 4

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$d)$$

A continuación se da un argumento de que (x) depende del tiempo:

(x) depende del tiempo debido a la diferencia de fase relativa entre los dos estados propios de energía. El tiempo entra a través de los términos cruzados entre las funciones de onda.

Este argumento es:

Elija una;

○ Verdadero

○ Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 5

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$e)$$

Adjuntar el procedimiento realizado para este problema.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

2.

(a) Demuestre que el coeficiente de transmisión para la dispersión del pozo de energía potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

está dado por:

$$T = \left[1 + \frac{sin^2 \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E + V_0)}a}{4\frac{E}{V_0}\frac{(E+V_0)}{V_0}} \right]^{-1}$$

(b) Muestre que para ciertas energías incidentes hay una transmisión del 100 por ciento. Suponga que modelamos un átomo como un pozo cuadrado unidimensional con un ancho de 1 $\AA$ y que un electrón con $0.7eV$ de energía cinética se encuentra con el pozo. ¿Cuál debe ser la profundidad del pozo para una transmisión del 100 por ciento? Esta ausencia de dispersión se observa cuando los átomos objetivo están compuestos de gases nobles como el Criptón.

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

a)

A continuación se presenta una sugerencia de demostración para el inciso **a)**, sin embargo hay partes faltantes, para cada pedazo en blanco se dan 3 opciones con las cuáles se podría rellenar, seleccione la que crea que completa de forma correcta el desarrollo.

Pregunta 6

Sin responder aún

Ponderación 1.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

i)

i) Primero, supongamos que consideramos partículas con energía $E < V_0$ incidentes sobre una barrera de energía potencial de altura V_0, pero esta vez cortamos el extremo de la barrera por lo que

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_0, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases} \quad (1)$$

Ahora, la eigenfinción de energía está dada por

i) (2)

con k y q dadas por

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad (3)$$

$$q = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \quad (4)$$

respectivamente.

Seleccione una:

○ a. $\psi(x) = \begin{cases} Asin(kx) + Bcos(kx) & x < 0 \\ Fe^{qx} + De^{-qx} & 0 < x < a \\ Ge^{ikx} & x > a \end{cases}$

○ b.

$$No - se - encuentra - la - respuesta$$

○ c. $\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < 0 \\ Fe^{qx} + Ge^{-qx} & 0 < x < a \\ Ce^{ikx} & x > a \end{cases}$

○ d. $\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < 0 \\ C + Dx & 0 < x < a \\ Fe^{ikx} & x > a \end{cases}$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 7

Respuesta incompleta

Ponderación 1.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$$ii)$$

¿Qué debería seguir?

Seleccione una:

a.

Tenga en cuenta que tanto la exponencial ascendente como la descendente aparecen como parte de la solución para $0 < x < a$ porque la barrera es de ancho finito a y, por lo tanto, la exponencial ascendente no puede divergir.

El procedimiento para determinar el coeficiente de transmisión es sencillo, aunque algo laborioso. Satisfaciendo las condiciones de contorno sobre la continuidad de la función de onda y su primera derivada conduce a cuatro ecuaciones:

$$A + B = F + D$$
$$ik(A - B) = q(F - G)$$
$$Fe^{qa} + De^{-qa} = Ge^{ika}$$
$$q(Fe^{qa} - De^{-qa}) = iGCe^{ika}$$

Así, tenemos como resultado:

$$T = \frac{j_{x>a}}{j_{inc}} = \frac{\left(\hbar k/m\right)|C|^2}{\left(\hbar k/m\right)|A|^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2+q^2}{2kq}\right)^2 \sinh^2(qa)} \quad (7)$$

para la probabilidad de que la partícula atraviese la barrera potencial.

b.

Tenga en cuenta que tanto la exponencial ascendente como la descendente aparecen como parte de la solución para $0 < x < a$ porque la barrera es de ancho finito a y, por lo tanto, la exponencial ascendente no puede divergir.

El procedimiento para determinar el coeficiente de transmisión es sencillo, aunque algo laborioso. Satisfaciendo las condiciones de contorno sobre la continuidad de la función de onda y su primera derivada conduce a cuatro ecuaciones:

$$A + B = F + G$$
$$ik(A - B) = q(F - G)$$
$$Fe^{qa} + Ge^{-qa} = Ce^{ika}$$
$$q(Fe^{qa} - Ge^{-qa}) = ikCe^{ika}$$

Las incógnitas B, F y G pueden eliminarse de estas ecuaciones, dando como resultado

$$T = \frac{j_{x>a}}{j_{inc}} = \frac{\left(\hbar k/m\right)|C|^2}{\left(\hbar k/m\right)|A|^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2+q^2}{2kq}\right)^2 \sinh^2(qa)} \quad (4)$$

para la probabilidad de que la partícula atraviese la barrera potencial.

c.

Nota: La solución más general para una ecuación diferencial de segundo orden tiene dos constantes arbitrarias. Esto es cierto en cada una de las regiones $x < 0$, $0 < x < a$ y $x > a$. La continuidad de la función de onda y su derivada en $x = 0$ y $x = a$ nos ayuda a plantear las ecuaciones.

El procedimiento para determinar el coeficiente de transmisión es sencillo, aunque algo laborioso. Satisfaciendo las condiciones de contorno sobre la continuidad de la función de onda y su primera derivada conduce a cuatro ecuaciones:

$$A + B = C$$
$$ik(A - B) = D$$
$$C + Da = Fe^{ika}$$
$$D = ikFe^{ika}$$

Resolviendo nos queda como resultado

$$T = \frac{j_{x>a}}{j_{inc}} = \frac{\left(\hbar k/m\right)|C|^2}{\left(\hbar k/m\right)|A|^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2+q^2}{2kq}\right)^2 \sinh^2(qa)} \quad (7)$$

para la probabilidad de que la partícula atraviese la barrera potencial.

d.

$$No - se - encuentra - la - respuesta$$

Borrar mi elección

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 8

Sin responder aún

Ponderación 1.25

Señalar con bandera la pregunta

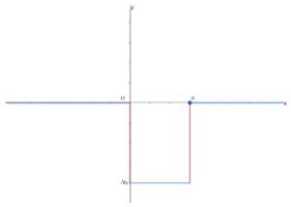
Editar pregunta

iii)

Si enseguida adjuntamos esto:

Ahora, ¿qué consideraciones debemos tener en cuenta si en vez de (1) tenemos:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases} \tag{8}$$



para cambiar la función de onda (2) a la apropiada para este problema? y ¿qué sucede con el coeficiente de transmisión (5) bajo estas consideraciones?

Comencemos notando que en (4) tenemos $(V_0 - E) > 0$, pero en este caso tenemos $(-V_0 - E)$ que podemos expresar como $-(V_0 - E)$, por lo que podemos plantear una q' dada por:

$$q' = i\sqrt{\frac{2m(V_0 + E)}{\hbar^2}} \tag{9}$$

¿La demostración sigue sigue por buen camino?

Elija una:

- Verdadero
- Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 9

Sin responder aún

Ponderación 1.25

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

iv)

La demostración deberá concluir de esta forma:

Sustituyendo q' en vez de q en (5)

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2 + q'^2}{2kq'}\right)^2 \sinh^2(q'a)} \tag{10}$$

Desarrollando $\left(\frac{k^2+q'^2}{2kq'}\right)^2$ con el valor de q' dado en (7) y de k dado en 3.

$$\left(\frac{k^2 + q'^2}{2kq'}\right)^2 = \left(\frac{\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}{2i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\sqrt{\frac{2m(E+V_0}{\hbar^2}}}\right)^2 = -\frac{V_0^2}{4E(E+V_0)} \tag{11}$$

Haciendo uso de las siguientes identidades:

$$sinh(ix) = isin(x)$$
$$sinh^2(ix) = sin^2(x)$$

Podemos decir que

$$\sinh(q'a) = \sinh^2\left(i\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right) = -\sin^2\left(\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right) \tag{12}$$

Finalmente, sustituyendo (9) y (10) en 8 llegamos a que:

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(E+V_0)}\sin^2\left(\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right)}$$
$$= \left[1 + \frac{\sin^2\left(\sqrt{\frac{2m(V_0+E)}{\hbar^2}}a\right)}{\frac{4E}{V_0}\frac{(E+V_0)}{V_0}}\right]^{-1}$$

Elija una:

- Verdadero
- Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 10

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$v)$

Adjunte su propia demostración para este problema.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$b)$

Favor de anexar su procedimiento y elegir la opción correspondiente para el valor de la profundidad del pozo para una transmisión del 100 por ciento.

Pregunta 11

Sin responder aún

Ponderación 2.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

$i)$

La profundidad del pozo debe ser:

Seleccione una:

a.

$$V_0 = \frac{\hbar \pi n}{\sqrt{2m}} - E \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

b.

$$No - se - encuentra - la - respuesta$$

c.

$$V_0 = E - \frac{\hbar \pi n}{2m} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

d.

$$V_0 = \frac{\hbar \pi n}{2m} - E \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

3.

Un caso límite interesante del pozo cuadrado finito es el caso en el que la profundidad del pozo se acerca al infinito pero el ancho del pozo llega a cero, de modo que $V_0 a$ permanece constante. Tal pozo puede estar representado por la energía potencial que satisface

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x) = -\frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

donde $\delta(x)$ es la función delta de Dirac. Tenga en cuenta que λ/b es una constante que tiene las unidades de longitud inversa y hemos tomado la parte superior del pozo en $V = 0$.

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

a)

Demuestre al integrar la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo que la derivada de la eigenfunción de la energía no es continua en el origen, pero satisface

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^+} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^-} = -\frac{\lambda}{b}\psi(0)$$

Pregunta 13

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

i)

¿La siguiente demostración expresa de forma correcta lo que pide el inciso a)?

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x) = -\frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x+\epsilon} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x-\epsilon} = \int_{x-\epsilon}^{x+\epsilon} dx \frac{d}{dx}\frac{d\psi}{dx} = \int_{x-\epsilon}^{x+\epsilon} dx \frac{2m}{\hbar^2}(V-E)\psi$$

$x = 0$:

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^+} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{0^-} = \lim_{\epsilon\to 0}\int_{0-\epsilon}^{0+\epsilon} dx \frac{d}{dx}\frac{d\psi}{dx} = \lim_{\epsilon\to 0}\int_{0-\epsilon}^{0+\epsilon} dx \frac{2m}{\hbar^2}\left[-\frac{\lambda\hbar^2}{2bm}\delta(x) - E\right]\psi$$

$$= \lim_{\epsilon\to 0}\int_{0-\epsilon}^{0+\epsilon} dx \left[-\frac{\lambda}{b}\delta(x) - \frac{2mE}{\hbar^2}\right]\psi = -\frac{\lambda}{b}\psi(0)$$

Seleccione una:

- a. Sí
- b. No
- c. Parcialmente

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 14

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

ii)

Adjunte su demostración del inciso a)

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

b)

Determine los eigenvalores de la energía para este pozo. Dibuje las eigenfunciones. *Sugerencia*: Resuelva la ecuación de Schrödinger para $E < 0$ en las regiones $x < 0$ y $x > 0$, donde $V = 0$, y una las soluciones, asegurándose de que las condiciones de contorno en la continuidad de la función de onda y la discontinuidad de la derivada de la función de onda en $x = 0$ se satisfacen.

Pregunta 15

Sin responder aún

Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

i)

Los eigenvalores de la energía para este pozo están dados por:

Seleccione una:

a.

$$No - se - encuentra - la - respuesta$$

b.

$$E_e = \frac{\hbar^2 \lambda^2}{8mb^2}$$

c.

$$E_e = -\frac{\hbar \lambda}{8mb}$$

d.

$$E_e = -\frac{\hbar^2 \lambda^2}{8mb^2}$$

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 16

Sin responder aún

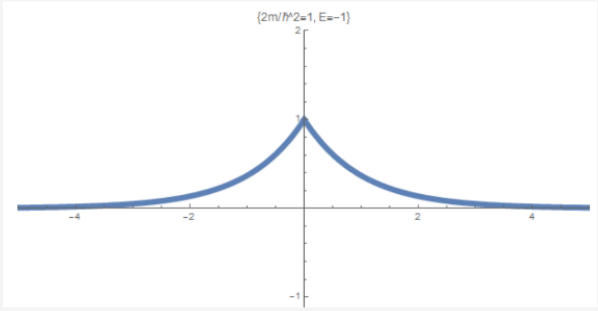
Ponderación 1.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

ii)

¿La siguiente gráfica esboza de forma correcta lo que se pide en el inciso b)?



Elija una:

○ Verdadero

○ Falso

Certeza: ○C=1 (Incierto: <67%) ○C=2 (Medio: >67%) ○C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 17

Sin responder aún

No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

iii)

Adjuntar:

- Los cálculos para obtener el inciso i)
- En caso de que su respuesta sea falso, también la forma correcta de esbozar la gráfica.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Información

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

c)

Calcule los coeficientes de reflexión y transmisión para la dispersión de la barrera de energía potencial.

$$\frac{2m}{\hbar^2}V(x) = \frac{\lambda}{b}\delta(x)$$

Hint: Note la discusión para las condiciones frontera correspondientes al inciso a) y b).

Pregunta 18

Sin responder aún

Puntaje de 2.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

i)

Adjunte la solución a este inciso.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 2MB

Archivos

Pregunta 18

Sin responder aún

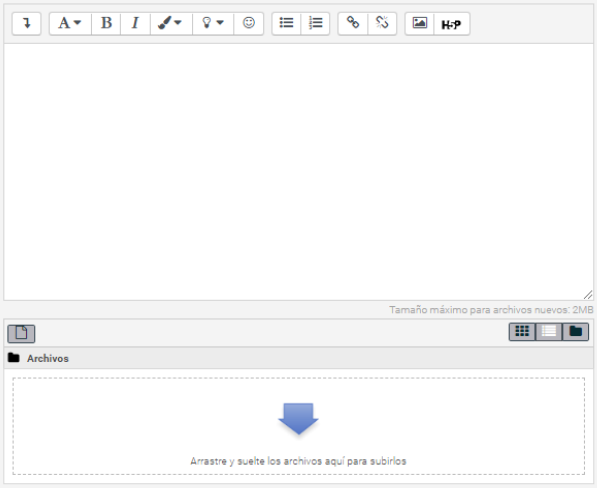
Puntaje de 2.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

i)

Adjunte la solución a este inciso.



Tipos de archivo aceptados

Todos los tipos de archivos

Pregunta 19

Sin responder aún

Ponderación 2.00

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

ii)

Un egresado de la carrera de Lic. En física de la UASLP le dio la siguiente interpretación al resultado obtenido en el inciso c):

Como tienes un pozo infinitamente grande que es infinitesimalmente delgado, en un único punto posee un solo estado ligado, la energía que se encuentra ahí es la energía del único estado ligado, es decir es el único estado discretizado. Todas las demás energías negativas no existen, no existen estados con energías negativas aparte de ese, todas las demás energías posibles para ese potencial son energías positivas por lo tanto tienen estados dispersivos, es decir que su energía es un continuo, ahí no está discretizado, tienes una partícula libre.

Su interpretación es:

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Certeza: C=1 (Incierto: <67%) C=2 (Medio: >67%) C=3 (Bastante seguro: >80%)

Pregunta 20

Sin responder aún

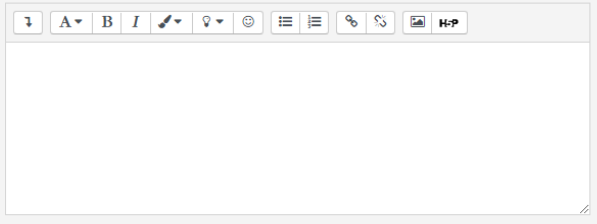
No calificada

Señalar con bandera la pregunta

Editar pregunta

iii)

¿Qué interpretación le daría usted al resultado del inciso c)?



Bibliografía

[Airasian, 1996] P. Airasian, Assessment in the Classroom: A Concise Approach, (McGraw-Hill, EE.UU, 1996).

[Castro, 2020] Castro Larroulet, C., & Moraga Tononi, A. (2020). Evaluación y retroalimentación para los aprendizajes. SlidesShare website: https://es.slideshare.net/mapg11/6-modeloevaluacionyretroalimentacionaprendizajes?from_action=save.

[Consuelo, 2011] M. Consuelo Sáiz y José M. Román, "Cuatro formas de evaluación en educación superior gestionadas desde la tutoría", Revista de psicodidáctica,145-161 (2011).

[Comportamientos de preguntas, 2020] Moddle. 22 de septiembre de 2020. Comportamientos de preguntas. https://docs.moodle.org/all/es/Comportamientos_de_preguntas.

[Gonzal, 2015] L. Gonzal, "Reactivos de pruebas objetivas: verdadero y falso", Universidad especializada de las Américas, 1-3 (2015).

[Hernández, 2021] S. Hernández, E. Domínguez, M. Olguín, "Manual para elaborar reactivos de opción múltiple", Universidad Nacional Autónoma de México. 38 (2021).

[Huang, 2021] Huang K. KevinHuang.com, 03 de enero de 2021, A Modern Approach to Quantum Mechanics, https://kevinshuang.com/projects/a-modern-approach-to-quantum-mechanics/.

[López, 2000] B. López Frías y E. M. Hinojosa Kleen, Evaluación del aprendizaje. Alternativas y nuevos desarrollos, (Trillas, México, 2000).

[Rojano, 1978] R. Rojano, "Evaluación por exámenes escritos", Cuadernos del Colegio, 40 (1978).

[Secretaría] Secretaría de Educación Gobierno de Jalisco, CursoTaller para la formulación de reactivos y pruebas objetivas, 17 (2008).

[Stewart, 2012] J. Stewart, Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas, 7ma, (Cengage, Canadá, 2012).

[Usando Puntuación Basada en Certeza, 2020] Moddle. 9 de septiembre de 2020. Usando Puntuación Basada en Certeza. https://docs.moodle.org/all/es/Usando_Puntuaci%C3%B3n_Basada_en_Certeza.