

## **Evolución de los molinos de bolas, impacto de la longitud y el diámetro en la capacidad de molienda**

Luis Mino, Dandy Calla\*, Luis Chávez, Frida Aparicio

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), CP 04510 Ciudad de México, México.

[\\*dcalla@unam.mx](mailto:*dcalla@unam.mx)

### **RESUMEN**

La evolución de los molinos de bolas en la industria minera es parte del proceso de optimización y adaptación de algunos parámetros que impulsan la búsqueda de una mayor capacidad de molienda y eficiencia, donde la relación entre la longitud y el diámetro (L/D) es un factor clave a través de su historia que influye sobre los medios de molienda y la demanda energética.

Por esta razón se presenta el impacto de la relación L:D en la capacidad de molienda en el procesamiento de minerales con ayuda del modelo de Bond y de equilibrio poblacional a partir de la energía específica como criterio, con la finalidad de establecer y plantear una metodología práctica planteada mediante el uso de correlaciones entre la dimensión del molino, dureza del mineral, capacidad, y el tamaño de alimentación y descarga. Finalmente se presenta una metodología sencilla para una primera estimación de la geometría de molinos de bolas y predicción de su capacidad sin emplear la energía específica.

**PALABRAS CLAVE:** *Evolución; Molino; Capacidad*

## **INTRODUCCIÓN**

Los molinos de bolas se clasifican como molinos de tambor que utilizan una carcasa cilíndrica horizontal donde la longitud llega a ser el doble del diámetro. Estos molinos se pueden clasificar en función del tamaño de alimentación, tipo de medios de molienda y geometría de la carcasa.

Lynch y Rowland (2005) señalan que los molinos de bolas tienen una geometría de la carcasa con una relación entre la longitud y diámetro (L:D) que van desde relaciones inferiores a 1:1 y en algunos casos mayores que 2:1. Algunas relaciones generales condicionan esta relación (L:D) para diferentes aplicaciones en función del tamaño de la alimentación con un valor de 1:1 a 1.25:1 para un  $F_{80}$  de 5,000 a 10,000 micras para una alimentación primaria, en un rango de 1.25:1 a 1.75:1 para un  $F_{80}$  de 900 a 4,000 micras para etapas secundarias y para etapas de remolienda de 1.5:1 a 2.5:1 indicando que se requiere una mayor longitud para obtener un producto fino (Rowland y Kjos, 1978). Sin embargo, las relaciones L:D no solo dependen del circuito de molienda, también es necesario considerar las características del mineral, capacidad de molienda, tamaño de alimentación, producto deseado y preferencias de cada operación (Rowland, 2002).

El objetivo de este trabajo es brindar una revisión de la evolución de molinos de bolas destacando la importancia de la longitud y el diámetro en el proceso de molienda. Se propone una metodología que da prioridad a la longitud y el diámetro como variables para estimar la capacidad de molienda con apoyo de la regla de Denver, además de indicar sus limitaciones y restricciones para su uso.

## **ANTECEDENTES**

### **Evolución de los molinos de bolas**

Los molinos de bolas se clasifican en dos geometrías molinos de cilíndricos, de cabezales convexos y cabezales cónicos, siendo los molinos cilíndricos de cabezales convexos los más comunes, conocidos por su geometría cilíndrica. Los molinos cilíndricos cónicos fueron desarrollados por Hardinge y son un ejemplo de la importancia de la relación L:D, su geometría está definida como cilíndrica en la alimentación y cónica para la descarga. Este diseño permite un máximo diámetro en la sección cilíndrica, donde se desarrollan las fuerzas de molienda a medida que las partículas avanzan hacia la descarga.

En la década de 1860, los molinos de bolas fueron utilizados ante la demanda de equipos que garantizaran una molienda fina debido al crecimiento de la Ingeniería Química en Europa. En los 1900, los primeros molinos de tambor respondieron a la demanda del cemento Portland y Clinker, y se presentó el inicio de su aplicación en el tratamiento de minerales en Kalgoorlie, Australia. A principios del siglo XX, los molinos de tambor se utilizaron para moler mineral proveniente de las minas de oro en Sudáfrica empleando guijarros como medios de molienda. En la búsqueda de la reducción de tamaños a productos finos en 1910, se inicia

el desarrollo de molinos de bolas en medio húmedo del tipo Hardinge en Michigan EUA, en este año la implementación de molinos de tambor en el procesamiento de minerales genera un aumento en el diámetro además de medios de molienda de mayor tamaño, que conlleva a que, en la década de 1930, diversas operaciones en Sudáfrica incrementen la demanda molinos de bolas de gran longitud y diámetro. Después de la Segunda Guerra Mundial (1945), se da inicio al uso de medios de molienda de acero forjado en lugar de guijarros resultando en un mayor peso en la carga, aumentando el consumo de energía y a su vez permite el aumento de su capacidad (Lynch y Rowland, 2005).

En resumen, los primeros molinos contaban con diámetro de 3 a 5 ft. y una longitud aproximada al doble del diámetro. Al final de la Primera Guerra Mundial, el diámetro de los molinos de bolas aumentó a 8 ft. y para finales de la Segunda Guerra Mundial, se tenían molinos con diámetros mayores a 12 ft. Por lo tanto, estos cambios en la relación de L:D trajeron consigo un aumento en la potencia, capacidad y la necesidad de implementar sistemas de clasificación como los hidrociclones.

### **Molinos Hardinge**

Estos molinos fueron diseñados con dos secciones, una sección cilíndrica con un gran diámetro y otra sección cónica cuyo diámetro se vuelve más pequeño a medida que se acerca a la descarga. El diámetro de este molino permite fragmentar partículas gruesas en la sección cilíndrica, donde la longitud promueve que el tamaño de la partícula disminuya progresivamente desde la alimentación hasta la descarga.

Este molino agrupa a las bolas de mayor diámetro en la primera sección, donde el hombro de la carga se encuentra a una mayor distancia, por lo que ejerce fuerzas máximas de impacto durante la molienda. Debido a la geometría del molino, el tamaño de los medios de molienda y la distancia de caída disminuyen progresivamente a lo largo de la longitud del cono hacia la descarga, de manera proporcional a la fuerza de molienda en función de la partícula, medios de molienda, altura de caída, y variaciones de la velocidad en la carcasa (Hardinge, 1934). La diferencia en la fricción de las partículas de diferentes tamaños provoca la segregación, donde tanto las partículas gruesas como las finas llegan al fondo; sin embargo, los gruesos y los medios de molienda de mayor diámetro llegan antes que las partículas finas. Las partículas finas no pueden deslizarse por la carcasa hacia el diámetro mayor, por lo tanto, la rotación del molino las segrega a la superficie; las partículas gruesas que se mantienen en la sección cilíndrica y las partículas finas avanzan a la parte cónica, estos molinos presentaban una geometría hasta de 10 x 120 ft. (Hardinge, 1949).

El molino Hardinge tiene el efecto de varios molinos en serie donde se emplean medios de molienda más pequeños, la cantidad de energía para la fractura es aproximadamente proporcional al tamaño de las partículas que se muelen en cualquier etapa. En relación con la cinética de reducción de tamaño, cuanto más tiempo le lleve al mineral pasar a través de la longitud del molino la descarga será más fina y la potencia necesaria por tonelada aumenta con el diámetro (Hardinge, 1934).

## **Modelo de fractura en el molino de bolas**

Austin y Gardner (1962) conceptualizaron la cinética de fractura como una ecuación de primer orden para la molienda, describiendo al molino como un reactor mixto que transforma las partículas gruesas en otras más pequeñas, lo que llevó a estudios del fenómeno de molienda integrando modelos a partir del equilibrio poblacional asumiendo una mezcla perfecta.

Las funciones selección y fractura son componentes claves en la ecuación de balance poblacional, esta caracterización es un análisis del tamaño de partícula. La evolución de la distribución de tamaño en un molino se describe mediante la Ec. (1).

$$\frac{d[m_i(t)]}{dt} = -S_i(t)m_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j(t)m_j(t) \quad (1)$$

Donde  $m_i(t)$  es la de masa de partículas contenidas en la clase de tamaño  $i$  después del tiempo de molienda  $t$ ,  $b_{ij}$  representa la distribución de tamaño sobre las clases de tamaño  $i$  producida por un evento de fractura que involucra partículas de la clase de tamaño  $j$  y  $S_i$  es la relación de fractura de partículas en el tamaño  $i$ .

La función fractura de  $b_{ij}$  puede expresarse como una función acumulativa como se muestra en la Ec. (2).

$$B_{i,j} = \Phi \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \Phi) \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta \quad (2)$$

Donde los valores de  $\gamma$ ,  $\Phi$  y  $\beta$  son parámetros obtenidos de datos experimentales de la molienda. Para comprender la fractura de las partículas en un molino de bolas es importante relacionarlo con el modo de operación. La rotación del molino con un diámetro y longitud específicos hace que los medios de molienda se transporten y eleven en cada rotación, a medida que las bolas caen, impactan el mineral ejerciendo una fuerza de impacto, el movimiento de los medios de molienda sobre el lecho de partículas ejerce una fuerza de desgaste sobre el mineral.

El proceso de molienda genera diferentes mecanismos de fractura, el impacto genera la fractura de las partículas y el desgaste que actúa sobre las irregularidades en la superficie de las partículas, se superponen en función de variables como la carga de bolas, velocidad de rotación, diámetro de la bola, geometría del molino y características del mineral.

La fractura de partículas en los molinos sugiere que el fenómeno de catarata proporciona la acción de fractura de partículas gruesas. El valor  $S_i$  es la fracción de fractura por unidad de tiempo que representa la fractura por unidad de volumen del molino. El número de bolas levantadas por cada revolución del molino por unidad de volumen del molino es constante, sin embargo, el número de impactos sobre el material es proporcional al diámetro del molino; por lo tanto  $S_i$  es una función del diámetro del molino (Austin et al. 1984).

La velocidad de fractura tiene una variación con el tamaño de partícula  $x_i$ , de acuerdo con teoría de Griffith, las partículas pequeñas son más competentes que las partículas gruesas, porque las partículas gruesas presentan mayores discontinuidades. De esta manera, el tamaño de bola dependerá de la distribución del tamaño de alimentación y producto deseado (Austin, 1984).

Austin et al. (1984) señalan que la distribución de partícula, donde los valores se presentan de manera acumulada  $B_{i,j}$  frente al tamaño como una fracción de la fractura  $x_i/x_j$ . Se puede interpretar que los valores de  $B_{i,j}$  no son sensibles a las condiciones de molienda como la carga de mineral, carga de bolas y diámetro del molino. Este resultado sugiere que la acción de fractura es causada por la colisión entre bolas es la misma para diferentes diámetros de molino, lo cual implica que la acción principal encargada de la producción de finos es la cascada. Un medio de molienda que cae en cascada en un molino de gran diámetro tiene un trayecto de pequeños saltos de la misma magnitud que un molino de menor diámetro, mientras que una bola en la catarata tendrá una mayor fuerza de impacto en un molino de gran diámetro.

## **DIMENSIONAMIENTO DE MOLINOS**

La determinación del diámetro y la longitud es un parámetro crítico para determinar la capacidad de operación, en la práctica es difícil de obtener una similitud en las condiciones de un molino industrial que evite sobrecostos por un incorrecto dimensionamiento; por lo que se han desarrollado métodos para la aproximación de las dimensiones de molinos.

Las variables utilizadas generalmente para el dimensionamiento son la energía específica, capacidad y potencia del molino. Herbst y Fuerstenau (1980) señalan que este procedimiento que utiliza la energía específica tiene sus fundamentos considerando en primer lugar, que en los molinos de diferente tamaño se suministra la misma energía específica que se otorga al producto con las mismas características, siempre que se alimenten con el mismo mineral, con un tamaño de alimentación y producto definido; en segundo lugar, la correlación entre la geometría del molino y la potencia es lo suficientemente precisa para permitir la selección de un molino.

### **Método de relación de producción.**

La base de este método es determinar experimentalmente la relación de producción por unidad de volumen ( $Kg/m^3$ ) del producto deseado a partir de la alimentación, donde las condiciones de molienda son seleccionadas para acercarse a las del molino de producción y se ajusta el tiempo de molienda para obtener el producto deseado. Se considera que la producción del molino industrial es la obtenida en la prueba multiplicada por el volumen de producción en el molino de gran tamaño, se obtiene un factor de dimensionamiento. Es importante mencionar que este método no brinda información sobre el efecto de la carga circulante, efecto del cambio de tamaño de alimentación o en producto deseado (Austin et al., 1984).

### **Método de energía específica.**

Este método requiere de un molino de laboratorio para medir la potencia del molino durante la prueba, se calcula la energía específica de la molienda (kWh/t) para procesar el alimento hasta el producto deseado. De esta forma se considera que la energía específica de molienda de la prueba es independiente del diseño u operación del molino. Por lo tanto, al medir la potencia en un molino de laboratorio ( $m_{p1}$ ) mientras está operando a una relación de producción  $Q_1$  la energía específica estará dada por la Ec. (3).

$$E = m_{p1}/Q_1 \quad (3)$$

Por lo tanto, si se desea procesar un tonelaje  $Q_2$ , su potencia como se muestra en la Ec. (4).

$$m_{p2} = EQ_2 = (Q_2/Q_1)m_{p1} \quad (4)$$

De acuerdo con Austin et al. (1984) este método resulta exitoso, pero su aplicación puede generar varios errores debido a que la energía específica de la molienda debe ser constante siempre que el sistema de molienda a escalar sea más o menos eficiente que el sistema de la prueba de molienda. Este método no considera los problemas del flujo de masa a través del molino, recirculación de mineral debido al proceso de clasificación y condiciones operativas.

### **Método de Bond.**

Este método utiliza la Ley de Bond para describir como varían las relaciones de producción con la energía específica con los cambios en el tamaño de alimentación y producto. Uno de los modelos para el dimensionamiento y predicción del rendimiento de un molino de bolas industrial fue el establecido por Bond (1961) empleando un procedimiento por pasos que implica la determinación de la energía específica para determinar la potencia del molino en función de su capacidad para una estimación del tamaño del molino que cumpla con dicha potencia basado en la Ec. (5).

$$m_p = QE \quad (5)$$

Donde  $E$  es la energía específica,  $Q$  es la capacidad de molienda en toneladas por hora y  $m_p$  es la potencia del molino. Bond (1961) relacionó la potencia del molino con el peso de los medios de molienda que se convierten en la potencia del molino como una función de la dimensión del molino y condiciones de carga de los molinos como se muestra en la Ec. (6) otorgando un método para determinar la potencia del molino considerando la geometría y características de la carga.

$$m_p = 7.33J\Phi_c(1 - 0.937J)\left(1 - \frac{0.1}{2^{9-10\Phi_c}}\right)(\rho_bLD^{2.3}) \quad (6)$$

Donde  $D$  y  $L$  son el diámetro y longitud interna del molino,  $\rho_b$  es la densidad de los medios de molienda ( $t/m^3$ ),  $\Phi_c$  es la fracción de la velocidad crítica del molino y  $J$  es la carga de bolas. Por lo tanto, conociendo  $m_p$  y las especificaciones de  $\Phi_c, J$  y  $\rho_b$  permite calcular el valor de  $L$  y  $D$  necesario para obtener la potencia que cumpla con las condiciones de la Ec. (5)

Por otro lado, diversos autores establecieron ecuaciones para determinar la potencia del molino en función de diferentes características de la carga como Rose y Evans (1956), Hoog y Fuerstenau (1971), Austin (1984) y Morrell (1993). Algunos de los problemas asociados a este método están relacionados al ajuste de datos y no se ajustan a fenómenos físicos en la molienda. Este método no considera factores operativos como la eficiencia del clasificador, tamaño de bola, distribución de bolas, carga de bolas, variaciones en el tiempo de molienda, densidad de la pulpa, diseño de elevadores, cambios en el caudal de alimentación y distribución de tamaños en cada flujo (Austin et al., 1984).

### **Método de balance poblacional.**

Este método consiste en realizar un balance de masa de todos los tamaños producidos por el molino, empleando conceptos de velocidad de fractura y dimensionamiento de la prueba de molienda hasta condiciones de producción, mediante relaciones que describen cada componente en el balance con las condiciones y el tamaño del molino.

El dimensionamiento utilizando este método otorga una base para el análisis y predicción del rendimiento de molinos de gran diámetro, este procedimiento permite escalar parámetros como la función selección y fractura con la potencia del molino.

Herbst y Fuerstenau (1980) indican que estos modelos de dimensionamiento como el modelo de Bond y el modelo de balance poblacional se destacan dos correlaciones; en primer lugar  $S_i$  es proporcional a la potencia de entrada del molino, segundo la función de distribución de la fractura  $b_{ij}$  son invariantes a cambios del molino y sus variables operativas. Demostrando que la función fractura no depende del entorno de molienda y la constante de proporcionalidad es la función selección específica que considera la capacidad del molino y el consumo de energía para calcular la función de selección del molino industrial. La función selección para cada clase de tamaño  $S_i$ , mantiene una relación proporcional con la potencia consumida por la acción de molienda de acuerdo con la ecuación Ec. (7).

$$S_i = S_i^F (P/M) \quad (7)$$

### **Método de Denver**

Los métodos mencionados para el dimensionamiento de molinos emplean pruebas para conocer las propiedades de la fractura o requieren del cálculo de algunos parámetros. Denver (1944) adaptó la regla de molinos de bolas diseñada por W.A. Ledell en el año 1921 para molinos hasta de 7 x 10 ft. En contraparte Denver Equipment Company desarrolló un nomograma para la selección de molinos de bolas que operan en circuito cerrado de una molienda húmeda (Bulletin No. B2-B34). Este nomograma utiliza como base las variables del tamaño de alimentación, tamaño del producto y dureza del mineral para estimar las dimensiones internas o conocer su capacidad de molienda para tamaños hasta de 10 x 16 ft.

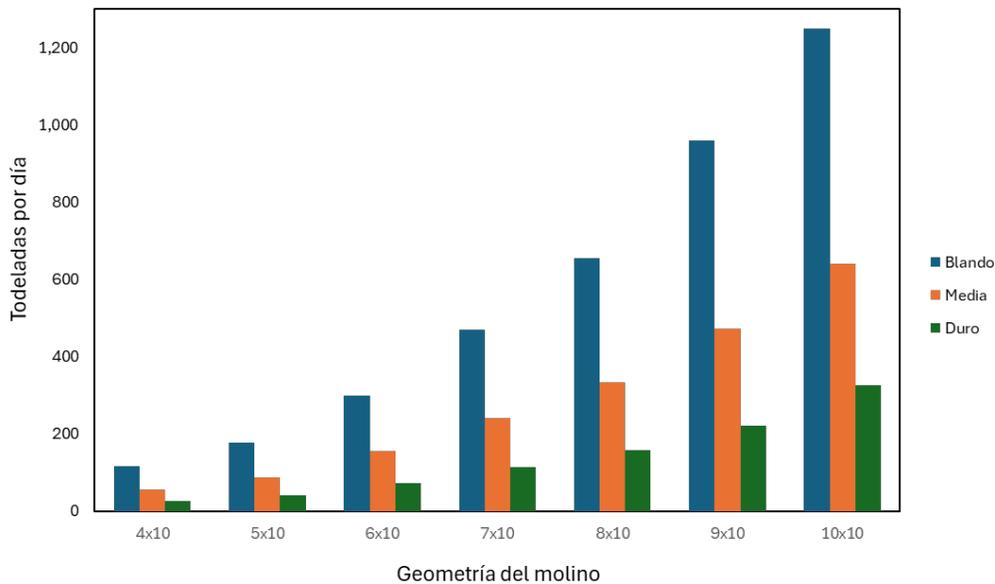
En relación con la regla de cálculo de Denver para el dimensionamiento de molinos de bolas (Ec. (8)), Tsakalakis y Stamboltzis (2004) señalan que esta regla otorga valores que tienen una correcta aproximación entre los valores calculados con el método de Bond para el dimensionamiento de molinos de bolas, evitando el cálculo de un mayor número de parámetros y la incorporación de correcciones asociadas a la metodología de Bond.

$$D^{3.5}(L/D) = 0.1049 (W_i)(0.106 F_{80}^{0.193})(P_{80}^{-0.962})(Q) \quad (8)$$

Donde la longitud (L) y diámetro (D) del molino esta dado en metros y Q es la capacidad en toneladas por hora, el tamaño de alimentación ( $F_{80}$ ) y el producto ( $P_{80}$ ) en milímetros.

### ANÁLISIS DEL MÉTODO DE DENVER

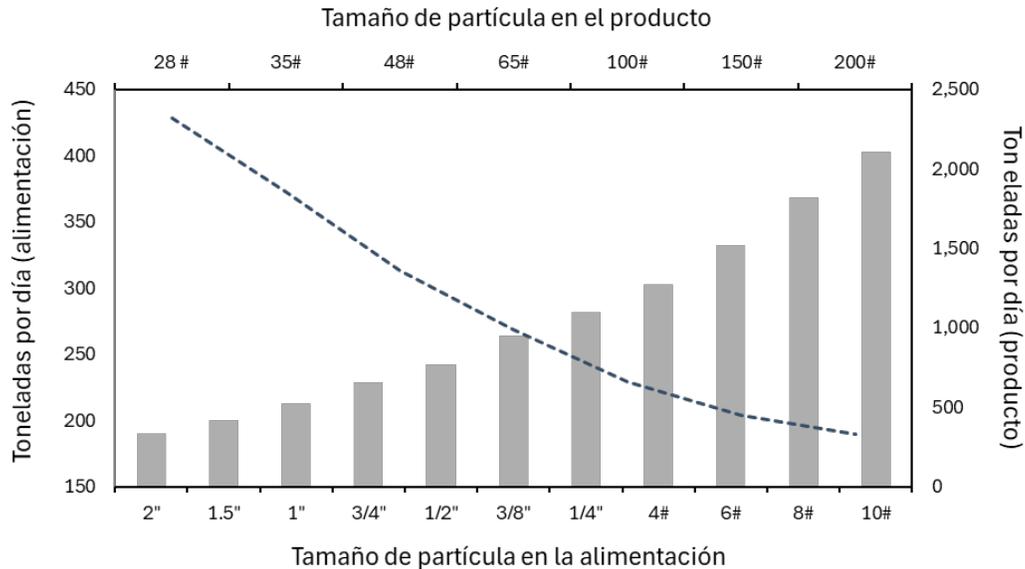
Con el objetivo de evaluar esta metodología se analizaron los valores calculados a partir de la regla de Denver. Evaluando la respuesta de la capacidad de un molino de bolas considerando un mineral blando ( $W_i = 6 \text{ kWh/t}$ ), una dureza media ( $W_i = 15.5 \text{ kWh/t}$ ) y un mineral duro ( $W_i = 35 \text{ kWh/t}$ ). Con esta evaluación, se demostró que el nomograma presenta una disminución en la capacidad del molino de bolas al aumentar la dureza del mineral confirmando esta tendencia lógica (Figura 1).



**Figura 1.** Efecto de la dureza en la capacidad de molienda con el método de Denver.

Evaluando la respuesta de la capacidad de molienda considerando diferentes tamaños de alimentación y producto se consideró un mineral con una dureza media ( $W_i = 15.5 \text{ kWh/t}$ ) y un molino de 8 x 10 ft., se encontró que para una alimentación de 2 pulgadas y un producto de 75 micras la capacidad aumenta de

manera proporcional a la disminución del tamaño de alimentación manteniendo el mismo producto. De manera similar considerando un tamaño de alimentación de 6 mallas la capacidad aumenta conforme el tamaño del producto se vuelve grueso obteniendo una capacidad máxima con un producto de 28 mallas de 2,320 toneladas por día (ver Figura 2).

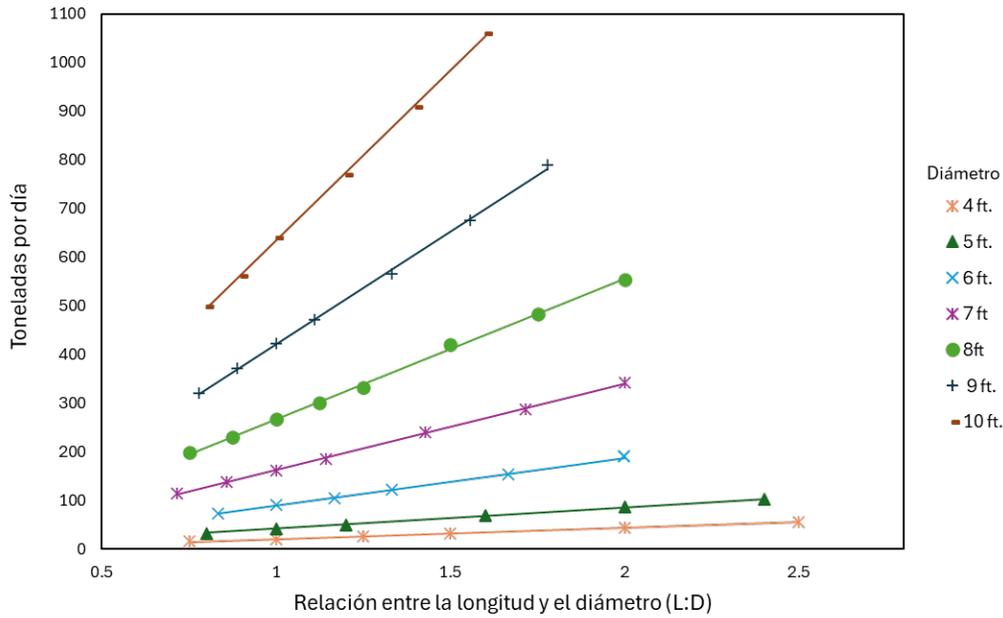


**Figura 2.** Efecto del tamaño de partícula en la capacidad de molienda con el método de Denver

De esta manera, se confirma lo mencionado por (Austin, 1984) en referencia a que la fuerza de fractura está en función al tamaño de partícula. Por lo tanto, considerando la teoría de Griffith cuando se alimentan partículas de gran tamaño la capacidad disminuye, y cuando el producto deseado es más fino la capacidad decrece de manera proporcional con el tamaño de partícula debido al tamaño de partícula y la presencia de microgrietas.

## METODOLOGÍA PROPUESTA

Considerando estas evaluaciones, el método de Denver tiene un correcto comportamiento de la capacidad de molienda ante variables como la dureza del mineral y tamaño de partícula en la alimentación y producto. Definiendo las características del mineral, tamaño alimentación y producto deseado, la selección de las dimensiones del molino dependerá de capacidad de molienda que presenta una correlación al evaluar cada conjunto con la relación L:D, ver Figura 4.



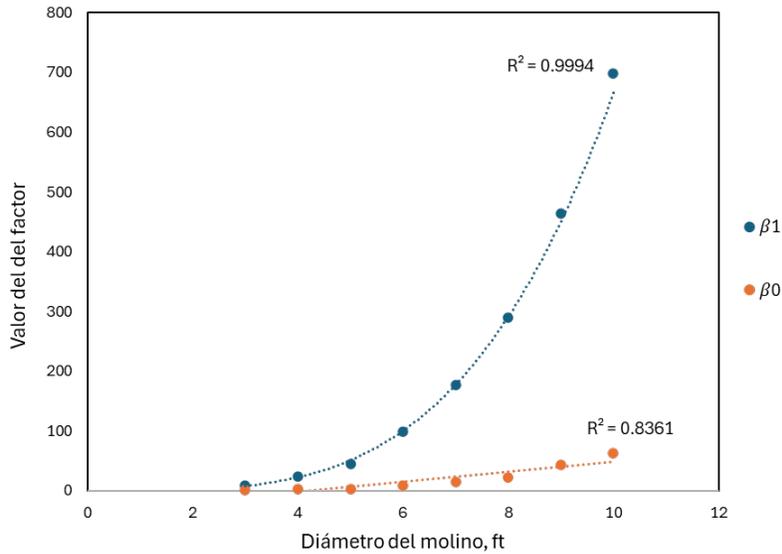
**Figura 4.** Capacidad de molienda para diferentes relaciones L:D para un  $F_{80}$  3,350  $\mu\text{m}$  y  $P_{80}$  de 75  $\mu\text{m}$ .

Al relacionar la variable independiente de la relación L:D con la capacidad de molienda  $Q$ . La ecuación de este modelo de regresión lineal simple está dada por la constante de la ecuación  $\beta_0$  y el coeficiente de correlación entre las dos variables  $\beta_1$ . Dando la Ec. (9) para determinar la capacidad de molienda en toneladas por día otorgando prioridad a la relación L:D en los molinos de bolas.

$$Q = \beta_1(L:D) - \beta_0 \quad (9)$$

Donde los valores de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  son dependientes del diámetro del molino, dureza del mineral, tamaño de la alimentación y producto. Para un mineral con una dureza media ( $W_i = 15.5 \text{ kWh/t}$ ),  $F_{80}$  6 mallas,  $P_{80}$  200 mallas y un molino con un diámetro de 8 ft. La ecuación después de evaluar 49 conjuntos para un molino de 8 x 16 ft. el valor de  $\beta_1 = 284.77$  y  $\beta_0 = 18.61$  la capacidad de molienda es de 550.9 toneladas por día.

En cada uno de los casos, el valor ( $\beta_1$ ) tiene una tendencia potencial y el valor de " $\beta_0$ " una tendencia lineal (ver, Figura 5), permitiendo evaluar cada diámetro de molino y escalar la Ec. (9) para molinos con diámetros mayores a 10 ft.



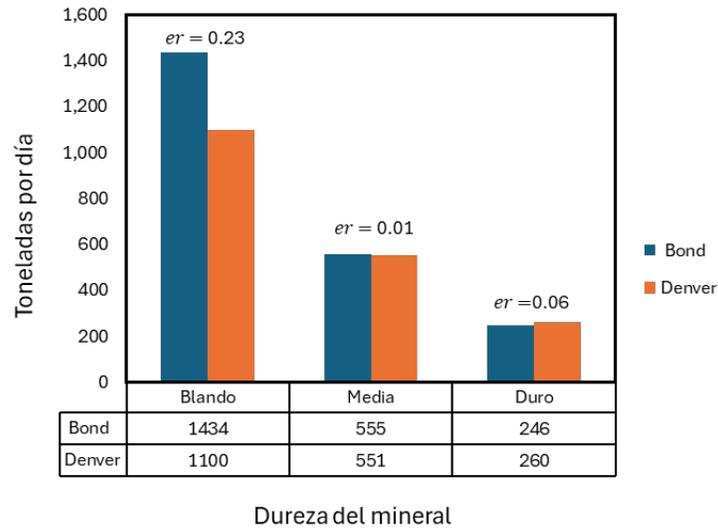
**Figura 5.** Evaluación de la constante de la ecuación y el coeficiente de correlación para un mineral con una dureza media,  $F_{80}$  6 mallas y  $P_{80}$  200 mallas para diámetros hasta de 10 ft.

De esta manera la Ec. (9) también permite evaluar la relación L:D para una capacidad de molienda determinada conociendo los valores de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  para una dureza de mineral determinada, un tamaño de alimentación y producto establecidos con la Ec. (10).

$$(L:D) = \frac{Q + \beta_0}{\beta_1} \quad (10)$$

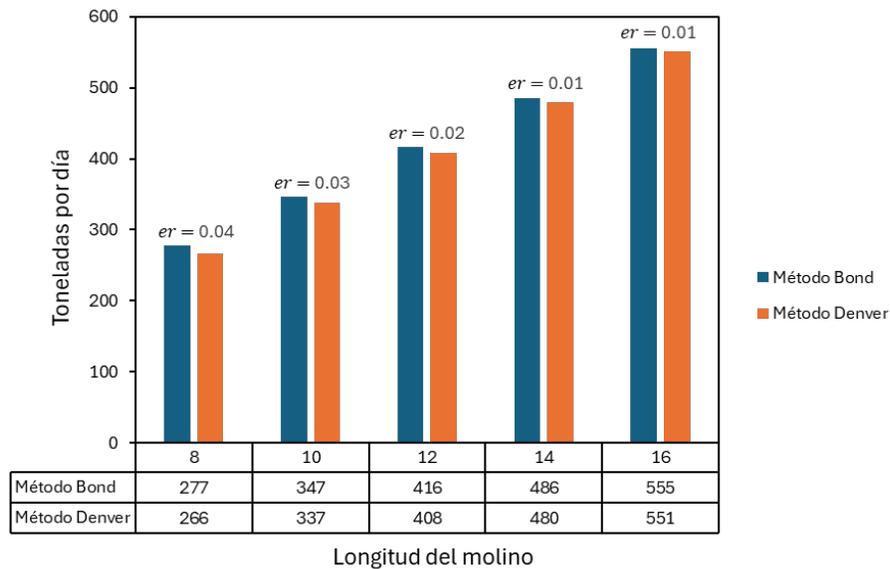
Para un mineral con una dureza media ( $W_i = 15.5 \text{ kWh/t}$ ),  $F_{80}$   $\frac{1}{4}$  de pulgada,  $P_{80}$  150 mallas y para una capacidad de molienda 3,000 toneladas por día. La ecuación después de evaluar 51 conjuntos para un molino de 12 ft. el valor de  $\beta_1 = 2176.1$  y  $\beta_0 = 108.72$  la relación de L:D objetivo sería de 1.44:1.

En la Figura 6 se realiza una comparación entre los valores obtenidos utilizando el método de Bond y las relaciones del método de Denver para un mineral blando, medio y duro. Considerando como valor real el obtenido con el Método de Bond evaluado en el Software MinProSim © empleando una densidad de los medios de molienda  $7.75 \text{ t/m}^3$ , porcentaje de la velocidad crítica del molino de 75%, nivel de la carga 35%, porcentaje de sólidos de la pulpa 72%, densidad del mineral de  $2.8 \text{ t/m}^3$  y un índice de trabajo de  $15.5 \text{ kWh/t}$  donde se observa un error relativo 0.23 para minerales blandos y errores relativos de 0.01 a 0.06 para minerales con durezas de media a alta (Figura 6).



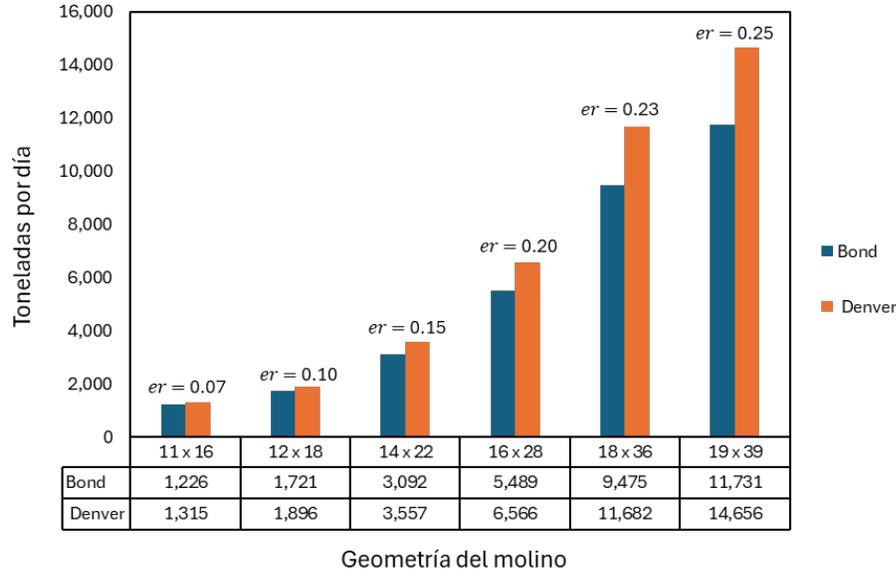
**Figura 6.** Comparación del método de Bond y Denver para minerales blandos, medios y duros.

La Figura 7, muestra una comparación entre los valores de la capacidad de molinos con un diámetro de 8 ft. para diferentes longitudes comparando los datos utilizando ambos métodos donde se observa una correcta estimación de los resultados con errores relativos de 0.001 a 0.04 evaluado para un mineral con una dureza media ( $W_i$  15.5 kWh/t).



**Figura 7.** Evaluación del método de Bond y Denver para diferentes longitudes para molino con un diámetro de 8 ft.

Parte integral de este análisis es evaluar la posibilidad de determinar la capacidad de molinos con diámetros mayores a 10 ft. con el método de Denver, en la Figura 8 se evaluó el dimensionamiento de molinos con diámetros mayores.



**Figura 8.** Comparación de la capacidad de molienda para el método de Bond y Denver para molinos con un diámetro mayor a 10 ft.

En esta evaluación los errores relativos calculados llegaron a ser mayores al 0.20 concluyendo que no se tiene una correcta aproximación con el método de Bond. Es importante considerar que el método de Bond desarrollo factores para dimensionar molinos con un diámetro mayores a 12 ft. por lo tanto, este error relativo es esperado en la predicción de la capacidad dejando de ser un punto de comparación para este objetivo al dimensionar molinos mayores a 12 ft.

La metodología desarrollada puede utilizarse como un método alternativo para una primera estimación de la geometría de molinos de bolas y predicción de su capacidad sin emplear la energía específica como una variable primordial simplificando este cálculo debido a la aproximación que tiene con el método de Bond como se muestra en la Figura 9.

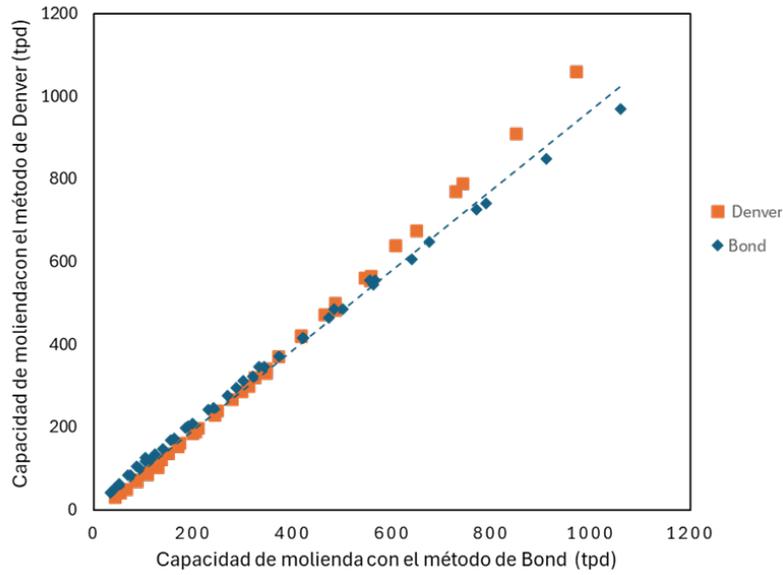


Figura 9. Comparación de la capacidad de molienda entre el método de Bond y el método propuesto.

El método propuesto otorga una base para la estimación de la capacidad de molienda considerando como variable primordial la relación L:D, pero se encuentra limitado para minerales con una dureza de media a alta. La aplicación de este método se encuentra restringido para productos menores a 200 mallas a pesar de poder correlacionar las variables  $\beta_0$  y  $\beta_1$  para productos más finos no se garantiza una correcta aproximación considerando la Teoría de Griffith y lo propuesto en la regla de Denver.

Este método responde a un ajuste de datos, es una metodología global donde se considera un tamaño de partícula en la alimentación y el producto, la dureza del mineral se considera un valor promedio. Al igual que los otros métodos no considera factores operativos y solo puede ser utilizado para tareas de una primera estimación de la capacidad de molienda y determinar la geometría de los molinos de bolas.

## CONCLUSIONES

Las relaciones L:D propuestas para diferentes etapas de molienda responden a la experiencia de diferentes operaciones en función de los mecanismos de conminución y el tiempo de residencia. El análisis realizado muestra que la relación L:D influye directamente en la capacidad de molienda dependiendo del trabajo mecánico que debe realizar el molino para disminuir el tamaño de alimentación hasta un producto deseado de un mineral con una dureza determinada. El crecimiento de las dimensiones en los molinos responde a la capacidad de molienda y la distinción de incrementar el mecanismo de conminución del efecto de catarata, la selección de una relación L/D no garantiza un producto fino por lo tanto es importante analizar el impacto de las características de la carga en relación con las dimensiones del molino. Este método que

se presenta en el documento responde a un ajuste de datos y una metodología que considera un tamaño de partícula en la alimentación y en el producto, dureza del mineral en un valor promedio. Al igual que los otros métodos no considera factores operativos y solo puede ser utilizado para tareas de una primera estimación de la capacidad de molienda y permite determinar la geometría de los molinos de bolas.

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores desean agradecer el apoyo al “Programa capital semilla de apoyo para proyectos de investigación y desarrollo tecnológico realizados por jóvenes académicos (CAPSEM I+DT) convocatoria 2024-UNAM.”

## **REFERENCIAS**

Austin, L. (1984). Concepts in process design of mills. Gaudin Lecture. Society for Mining, Metallurgy & Exploration.

Austin, L. y Gardner, R. (1962). Prediction of Size-Weight Distribution from Selection and Breakage Data. Proc. 1st European Symposium on Comminution.

Austin, L., Klimpel, R. y Luckie, P. (1984). Process engineering of size reduction: ball milling (pp. 80 -81). American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers, Inc.

Bond, F. (1961). Crushing and grinding calculations. Brit. Chem. Eng.

Denver (1944). Steel – Head ball and rod mills. Bulletin No. B2-B13.

Denver Equipment Co., Bulletin No. B2-B34.

Hardinge (1949). Conical mills for dry grinding. Bulletin No. 17 - B

Hardinge Conical Mills (1934). Conical ball and pebble mills and their application on the field of grinding and pulverizing. Bulletin Number 13C.

Herbest, J. y Fuerstenau D. (1980). Scale – up procedure for continuous Grinding Mill Design using population balance models. International Journal of Minerals Processing 1- 31.

Herbst, J. y Fuerstenau, D. (1973). Mathematical simulation of dry ball milling using specific power information. Trans. AIME 254, 343.

Hogg, R. y Fuerstenau, D. (1972). Power relationships for tumbling mills. AIME Trans., 252, pp.418-423.

Lynch, A. y Rowland, C. (2005). The History of Grinding, Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc. (SME), United States of America. pp. 100 -107.

MinProSim ® para-Windows, Version 2.6 [Software]. Desarrollado por Dr. José Ángel Delgadillo Gómez

Morell, S. (1993) The prediction of power draw in wet tumbling mills. PhD thesis, Department of Mining and Metallurgical Engineering, University of Queensland.

Rose, H. y Evans, D. (1956) The dynamics of the power ball mill: Power requirements based on the ball and shell system. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers.

Rowland, C. (2002). Selection of Rod Mill, Ball Mills and Re grind Mill. En Mular A., Halbe, D. y Barratt, D. Mineral Processing Plant Design, Practice and Control (p. 723). Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc. (SME).

Rowland, C. y Kjos, D. (1978). Rod and ball mills. En Mular, A. y Bhappu, R. Mineral Processing Plant Design (p. 252). Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc. (SME).

Tsakalakis, K. y Stamboltzis, G. (2004). Modelling the specific grinding energy and ball mill scaleup. IFAC Automation in Mining, Mineral and Metal Processing, Nancy, France, 2004. Elsevier Publications.