



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ



INSTITUTO DE FÍSICA

FORMACIÓN DE ESTRUCTURAS FRACTALES
DEBIDO A LA INTERACCIÓN DE $\lambda - DNA$ CON
MICA Y PELÍCULA DE LANGMUIR

TESIS

Que para obtener el título de:

Maestro en Ciencias (Física)

PRESENTA:

Guillermo Sanchez Almanza

Asesor:

Dr. Jaime Ruiz García

Coasesor:

Dr. Boris Ivlev

Formación de estructuras fractales debido a la interacción de $\lambda - DNA$ con mica y película de Langmuir por Guillermo Sanchez Almanza se distribuye bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional.

Dedicatoria

A mis padres, por haberme forjado como la persona que soy en la actualidad; muchos de mis logros se los debo a ustedes entre los que se incluye este. Me formaron con reglas y con algunas libertades, pero al final de cuentas, me motivaron constantemente para alcanzar mis anhelos.

Gracias Mamá y Papá.

Agradecimientos

El presente escrito representa el fruto de mi trabajo, esfuerzo y años de preparación, sin embargo, éste no hubiera sido posible sin el entrañable apoyo de muchas personas que han sido clave en este corto tiempo. Agradezco primeramente al Dr. Jaime Ruiz García por haber dirigido la elaboración del presente escrito, sin duda, sus consejos y su guía han sido un gran aliciente en mi progreso, agradezco al Dr. Boris Ivlev por brindarme su apoyo para lograr concluir el presente escrito. De igual manera, agradezco a mis padres y a mi hermano por su apoyo incondicional y su constante e invaluable consejo de jamás darme por vencido.

Le agradezco mucho a mis compañeros de laboratorio por ayudarme a utilizar los equipos del laboratorio y tenerme la paciencia durante toda mi estancia, sin duda gracias a ellos logre tener los resultados esperados.

Agradezco especialmente a mi amiga Yessica por recordarme constantemente que si puedo lograr mis propósitos, y por hacerme entender que las cosas que ya logre si importan, gracias por tu apoyo incondicional.

Agradezco a CONACyT por la beca brindada para poder desarrollar este proyecto ya que sin este apoyo no hubiera sido imposible seguir con mis estudios para obtener este grado.

Índice general

	Página
Índice general	5
1. Introducción	6
1.1. Planteamiento del problema	9
1.2. Objetivo General	9
1.3. Objetivos Particulares	9
2. Marco teórico	10
2.1. λ - DNA	10
2.2. Octadecilamina	12
2.3. Fractales	12
2.4. Fractales en la naturaleza	14
2.5. Dimension fractal	15
2.6. Dimension por conteo de cajas	15
2.7. Hipótesis	18
3. Metodología experimental	19

3.1. Monocapa de Langmuir	19
3.2. Deposito de muestra de $\lambda - DNA$ en mica.	24
3.3. Transferencia de monocapa mediante tecnica de Langmuir-Blodgett	25
3.3.1. Depósito de muestra de $\lambda - DNA$ en bicapa lipídica	26
4. Resultados	27
4.1. Imágenes de SEM	27
4.2. Calculo de Dimensión fractal	28
Conclusiones	31
Bibliografía	32
A. Dimensión de Hausdorff-Besicovitch	36
A.1. Medida de Hausdorff	37
A.2. Dimensión de Hausdorff	38

Capítulo 1

Introducción

Desde el nacimiento de la geometría de Euclides, esta a tratado de describir la naturaleza sin tener mucho éxito, esto se debe a que las formas naturales como las nubes, no son esféricas, ni las montañas son cónicas, ni las costas circulares, ni la corteza de un árbol es suave, ni tampoco el rayo es rectilíneo. Esto llevó a los matemáticos a tratar de encontrar una teoría la cual describiera mejor estos objetos que se forman en la naturaleza.

En el siglo *XX* las matemáticas tuvieron una revolución histórica debido a que se descubrieron figuras que no encajaban con los patrones de Euclides, a estas estructuras se les consideró “Una galería de monstruos”. El primero en estudiar ampliamente estas figuras fue Benoît Mandelbrot, el cual en su libro “La Geometría Fractal De La Naturaleza” [1], acuñó el nombre de **fractal** proveniente del adjetivo latino *fractus*. el cual significa “quebrado”, y desde el punto de vista matemático, significa: Objeto geométrico en el que una misma estructura, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas y tamaños.

Los fractales al no encajar con la geometría de Euclides no se les podía medir la dimensión con las matemáticas clásicas, por eso en 1919 Félix Hausdorff introdujo la primera manera de observar y estudiar este tipo de formas en la vida real, la dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

En la actualidad la dimensión de Hausdorff-Besicovitch es conocida como **dimensión fractal**, la cual tiene la característica de tener un valor fraccionario y ser mayor que su dimensión topológica. la dimensión fractal se denotara por D , mientras que la dimensión topológica se denotara por D_T , mientras que D_T es siempre entero, D no tiene por qué serlo.

Cabe señalar que para todas las figuras euclideas $D = D_T$, por lo que se llega a la siguiente definición dada por Maldelbrot: Un fractal es por definición, un conjunto cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica. En los siguientes capítulos se tratará con más detalle la teoría clásica de fractales y como es que se calcula su dimensión fractal.

Como se menciono al inicio, la naturaleza nos da indicios de que se comporta de forma fractal, objetos conocidos como los arboles, las hojas, un rayo, etc., muestran patrones fractales en su formación, pero no solo a escalas humanas se ha observado este comportamiento fractal, sino que recientemente se ha visto que también en muestras biológicas a escalas nanometricas, se presenta este comportamiento fractal, tal es el caso de *ADN* el cual se ha visto que dentro de un macrófago se empaqueta siguiendo una curvatura base para así ocupar el menor espacio posible con la mayor cantidad de *ADN* posible [2].

Ademas, un estudio reciente de la Universidad Autónoma de México, mostró que al traducir bajo ciertas operaciones el genoma del DNA, este formaba estructuras fractales, esto se realizó con diversos genomas y llevó a la conclusión de que cada DNA traducido formaba una estructura fractal diferente [3].

Este tipo de resultados nos lleva a estudiar el comportamiento del DNA en diferentes condiciones, en el presente trabajo se estudia el comportamiento del λ -DNA al ser colocado en diferentes superficies; mica y mica cubierta con lípidos.

1.1. Planteamiento del problema

Debido a las observaciones que se han realizado sobre el comportamiento fractal en la naturaleza, el estudio de estructuras fractales en muestras biológicas como el ADN ha aumentado. Con estos patrones fractales se ha logrado comprender de mejor manera el genoma y el comportamiento del ADN. Mediante el uso de diversas técnicas se estudiará el comportamiento de muestras de $\lambda - DNA$ al ser colocadas en superficies diferentes y medir su dimensión fractal con el uso de técnicas computacionales.

1.2. Objetivo General

Estudiar el comportamiento fractal de muestras de $\lambda - DNA$ al ser depositadas sobre mica y mica cubierta con una bicapa lipídica hecha de octadecilamina, medir su dimensión fractal y comparar resultados.

1.3. Objetivos Particulares

- Formar monocapa de Langmuir y obtener isoterma de compresión.
- Transferir película a mica para formar bicapa lipídica.
- Depositar muestras de $\lambda - DNA$ en mica y bicapa lipídica.
- Obtener imágenes de SEM.
- Calcular dimensión fractal de imágenes de SEM.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. λ - DNA

El fago λ es un virus bacteriano, o bacteriófago, que infecta la especie bacteriana *Escherichia coli*, fue aislado por primera vez en el año 1950 por Esther Lederberg. Con la infección de una bacteria por fago, generalmente se produce un ciclo lítico donde el ADN lambda se replica muchas veces y se expresan los genes de las proteínas cabeza, cola y al final ocurre lisis, el cual es un proceso que desencadena la muerte de la bacteria. Consiste en la rotura de la membrana celular bacteriana y provoca la salida de los bacteriófagos replicados. Pero, bajo ciertas condiciones, el ADN del fago también puede integrarse en el cromosoma de la bacteria huésped en la vía lisogénica, ver figura 2.1 [7]

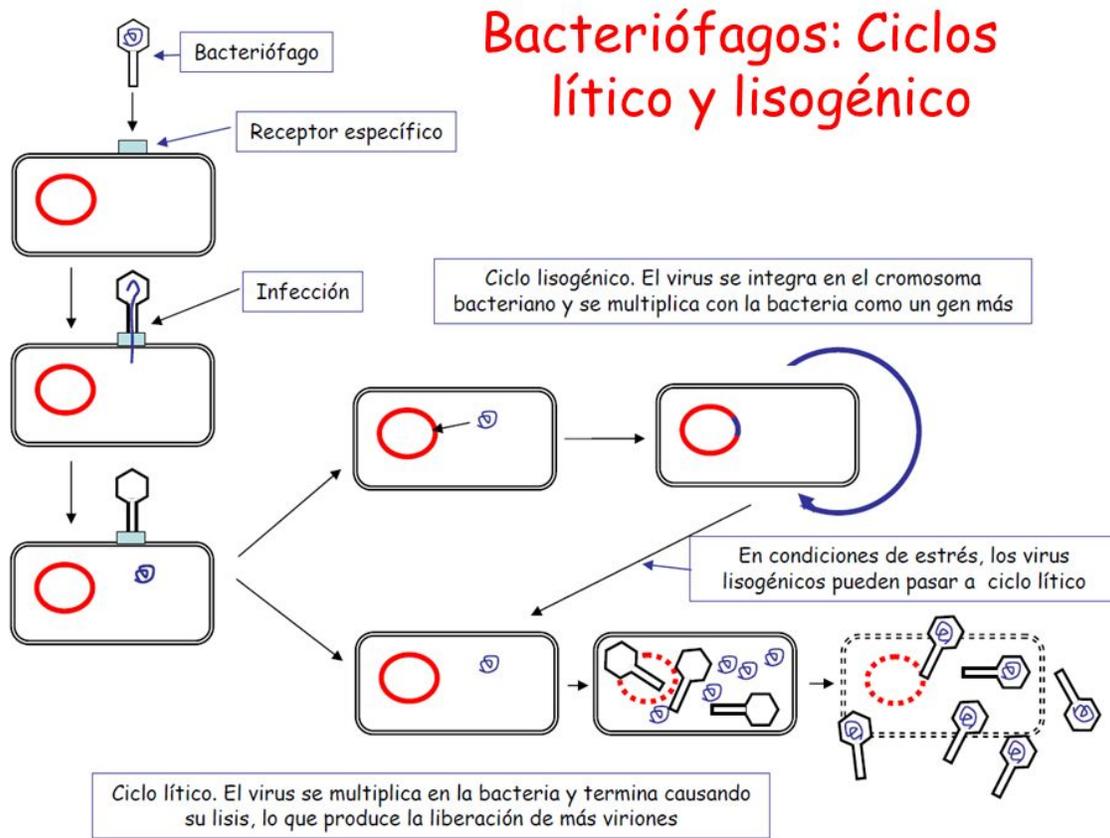


Figura 2.1: Ciclos lítico y lisogénico del fago λ

El ADN del bacteriófago λ tiene una estructura circular de doble cadena y está compuesto por aproximadamente 48.000 pares de bases. Es capaz de autorreplicarse y puede usarse para estudiar la estructura y función de los genes. Sus características lo convierten en una herramienta ideal para la investigación en ingeniería genética. Además, su capacidad para integrarse en el genoma bacteriano huésped lo convierte en una parte importante de la industria biotecnológica.

2.2. Octadecilamina

La octadecilamina es un compuesto orgánico de la fórmula química $C_{18}H_{39}N$ con masa molecular de 269.5 g/mol , punto de ebullición $346.8 \text{ }^\circ\text{C}$, punto de fusión $52.9 \text{ }^\circ\text{C}$ y densidad de 0.86 g/cm^3 . Es una amina alifática de 18 carbonos en la cola hidrofóbica.

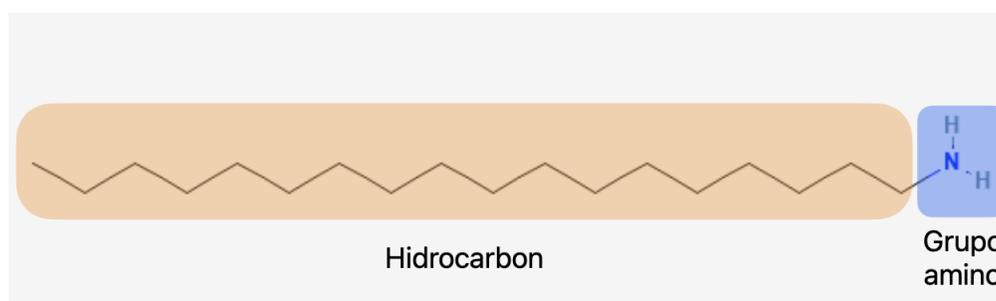


Figura 2.2: Estructura octadecilamina

Entre sus características químicas destacan su solubilidad en disolventes orgánicos como éter, cloroformo y benceno, y su insolubilidad en agua. Además, es un compuesto hidrofóbico debido a su larga cadena alifática y una baja polaridad. [18] [14]

2.3. Fractales

La teoría de fractales es una rama de la matemática y la física que estudia la geometría de objetos irregulares y no uniformes. Fue desarrollada por el matemático Benoît Mandelbrot en la década de 1970 y desde entonces ha tenido un impacto significativo en diversas áreas, incluyendo la informática, la biología y la economía.

Una de las características principales de los fractales es que son objetos geométricos que tienen una estructura similar a sí mismos a diferentes escalas. Esto significa que si se toma un fragmento de un fractal y se amplía, se observará una estructura similar a la estructura original. Esta propiedad se conoce como autosimilitud y es una de las principales características de los fractales, un ejemplo de autosimilitud es el triángulo de Sierpinski figura 2.3.

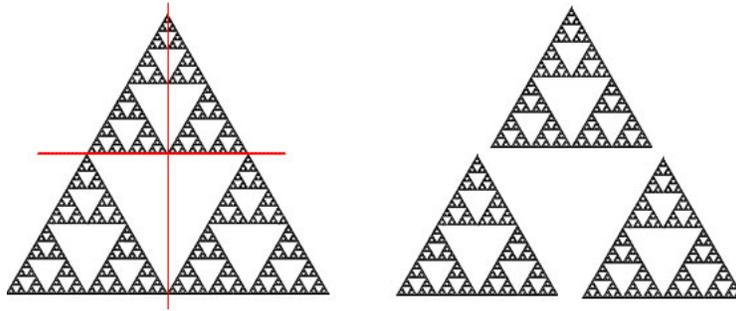


Figura 2.3: Triángulo de Sierpinski y su autosimilitud

Otro aspecto importante de los fractales es que tienen dimensiones fraccionarias. La dimensión fractal es una medida de la complejidad de un objeto y se puede calcular utilizando diversos métodos matemáticos. Por ejemplo, la dimensión fractal de una línea recta es 1, mientras que la dimensión fractal de una figura fractal como el triángulo de Sierpinski es de aproximadamente 1.5849.

Además, los fractales se pueden generar utilizando procesos matemáticos iterativos. Uno de los métodos más conocidos es el algoritmo de iteración de puntos, donde una función matemática se aplica repetidamente a un conjunto inicial de puntos para generar un fractal

2.4. Fractales en la naturaleza

Los fractales se pueden encontrar en muchos aspectos de la naturaleza, como en las ramas de los árboles, las hojas, las costas y las nubes [15]. Los fractales también se pueden encontrar en la distribución de estrellas y galaxias en el universo, en la formación de los cristales y en la estructura de los sistemas biológicos, como las ramificaciones de los vasos sanguíneos [16]. Estos patrones repetitivos y autosemejantes a menudo resultan en la formación de estructuras complejas y bellas en la naturaleza. En la imagen 2.4 se muestran algunos ejemplos de formaciones fractales en la naturaleza.



Figura 2.4: Ejemplos de múltiples formaciones fractales presentes en la naturaleza. [17]

2.5. Dimension fractal

La dimensión fractal, es una generalización de la dimensión euclidiana habitual cuyos valores son números enteros, mientras que la dimensión fractal es un índice fraccionario que cuantifica la autosimilitud y las propiedades de escala de un fractal. Indica cuántas piezas nuevas se vuelven visibles cuando se ven con una resolución más fina. Entre muchos conceptos de dimensión fractal, uno de los más utilizados por su facilidad de cálculo es la dimensión por el método de conteo de cajas.

A diferencia de la dimensión de Hausdorff-Besicovitch, que es más adecuada para el análisis matemático, ver apéndice A, la dimensión de conteo de cajas resulta más fácil de estimar en la práctica. La escala está algo representada por la dimensión fractal, que se interpreta como un índice de la eficiencia con la que el fractal llena el espacio en el que se encuentra.[6]

2.6. Dimension por conteo de cajas

El recuento de cajas o dimensión de caja es una de las dimensiones más utilizadas. Su popularidad se debe en gran medida a su relativa facilidad de cálculo matemático y estimación empírica. La definición se remonta al menos a los años 1930s.

El método de conteo de cajas (por su nombre en inglés box-counting), consiste en utilizarán mallas regulares compuestas por líneas paralelas y perpendiculares entre sí formando cuadrados, como se muestra en la figura 2.5

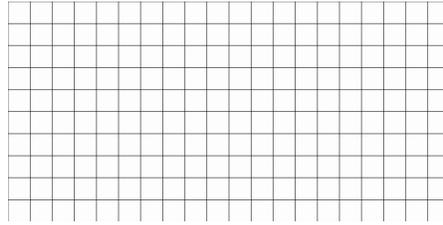
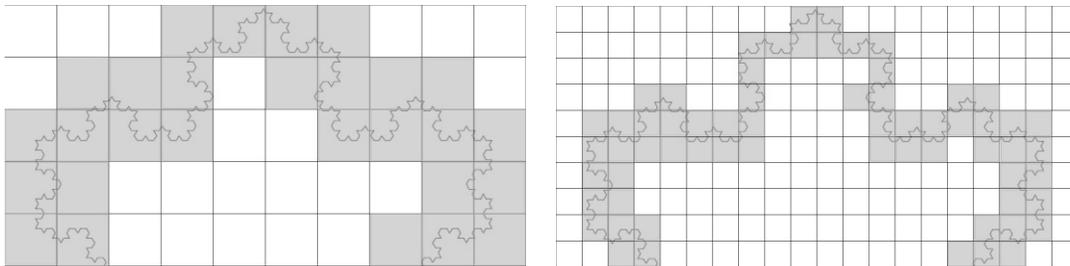


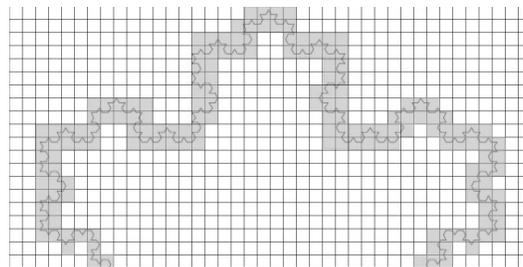
Figura 2.5: Ejemplo gráfico del espacio de análisis para poder aplicar la dimensión por conteo de cajas.

El procedimiento para obtener la dimensión consiste en cubrir con una malla de cuadros la estructura y se cuentan el numero de cuadros que tocan cualquier parte de la forma, este proceso se repite para mallas con cuadros cada vez mas pequeños. En la imagen 2.6 se muestra el proceso de reducción del tamaño de los cuadros de la malla.



(a) Primera malla con cuadrados que tocan a la figura en color gris.

(b) Segunda malla con cuadrados que tocan a la figura en color gris reducidos.



(c) Tercera malla con cuadrados que tocan a la figura en color gris mas reducidos

Figura 2.6: Ejemplo de proceso de reducción de tamaño de cuadrados en malla.

Se denota como $N(\delta)$ el número de cuadros de la malla de lado δ tocando cualquier parte de la estructura analizada y además el número de cuadros (cajas) obedece la ley de potencias

$$N(\delta) \sim c\delta^{-D} \quad (2.1)$$

entonces

$$\log N(\delta) \simeq \log c - D \log \delta \quad (2.2)$$

Donde D y c son constantes y $\log N(\delta)$ y $\log \delta$ varían con δ de modo que tienen la forma $y = mx + b$ que es una línea recta con pendiente D donde la variable dependiente es $\log N(\delta)$ y la variable independiente es $\log \delta$. Para calcular D desde este proceso, se grafican los puntos $(\log \delta_1, \log N(\delta_1)), \dots, (\log \delta_N, \log N(\delta_N))$, luego se traza la línea que mejor se ajuste a los puntos y se calcula su pendiente, la dimensión fractal sería el negativo de esta pendiente obtenida bajo la gráfica descrita ya que la pendiente es negativa y la dimensión fractal debe ser positiva.

Un ejemplo de la gráfica de dimensión fractal por conteo de cajas se muestra en la figura 2.7. Para fenómenos reales, solo puede trabajarse con un rango finito de δ ; la teoría y el experimento divergen antes de que la escala atómica se alcance.

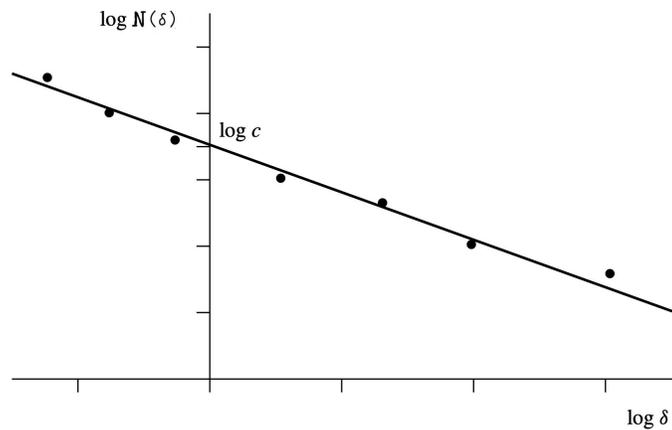


Figura 2.7: Estimación empírica de una dimensión de un conjunto D , sobre la suposición de la ley de potencias $N_\delta(D) \sim c\delta^{-D}$ [5]

2.7. Hipótesis

El $\lambda - DNA$ presenta comportamientos diferentes al ser depositado en superficies con características diferentes como sustrato sólido y bicapa lipídica, mostrando formaciones fractales y modificando su dimensión fractal dependiendo en que superficie se deposite.

Capítulo 3

Metodología experimental

3.1. Monocapa de Langmuir

Una monocapa de Langmuir es una película delgada de grosor molecular insoluble en agua que se encuentra en la interfase agua-aire. Las moléculas que forman monocapas de Langmuir tienen la importante característica de tener dos distintas regiones, una es hidrofóbica (insoluble en agua) que por lo general la forman cadenas hidrocarbonadas, y la otra parte es la hidrofílica (soluble en agua) formada por grupos de ácidos carboxílicos, sulfatos, aminas o alcoholes, entre otros grupos químicos, a estas moléculas se les conoce como anfifílicas. A continuación se muestra una representación general de una monocapa de Langmuir en la interfase agua-aire, figura 3.1 [8]

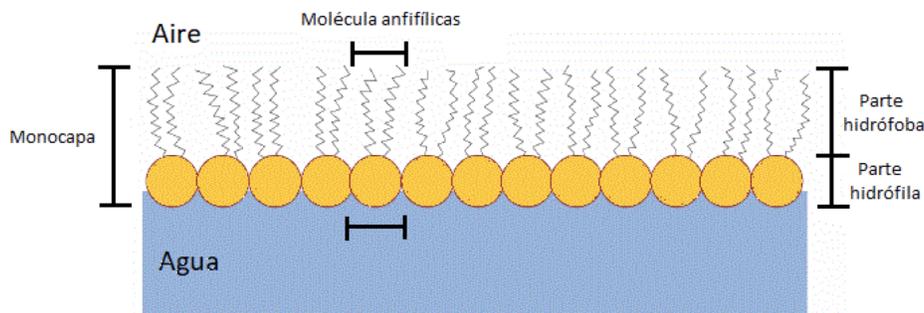


Figura 3.1: Monocapa de Langmuir

Al comprimir las moléculas mediante el uso de una balanza de Langmuir, éstas comienzan a ordenarse, incrementando de ésta manera la presión superficial haciendo que la monocapa presente diferentes fases que nos indican cambios termodinámicos en la superficie. La presión superficial se determina suspendiendo una pequeña lámina de un material caracterizado (placa de Wilhelmy) en agua, entonces se mide la fuerza con la que es jalada hacia abajo. Esta fuerza que jala un pequeño brazo metálico es medida por medio de la deflexión de luz infrarroja que emite un diodo para después ser traducida a señal eléctrica por un sensor electrónico.

La figura 3.2 muestra una isoterma generalizada para un ácido graso. La monocapa es muy diluida cuando el área por molécula está en el rango de cientos de Å^2 , en este caso se tiene un gas en dos dimensiones. Cuando el área por molécula decrece (incremento en la presión superficial), se presenta una meseta que denota una coexistencia entre la fase gaseosa con una fase que tradicionalmente se le ha llamado líquido expandido (denotado como LE o L1). Una mayor compresión de la monocapa produce un cambio brusco en la isoterma indicando la finalización de la coexistencia G-LE y se tiene la región de la fase LE pura. Si se continúa la compresión de la monocapa, puede aparecer una segunda transición de la fase

de líquido expandido (LE) a una fase más condensada, conocida como líquido condensado (LC).

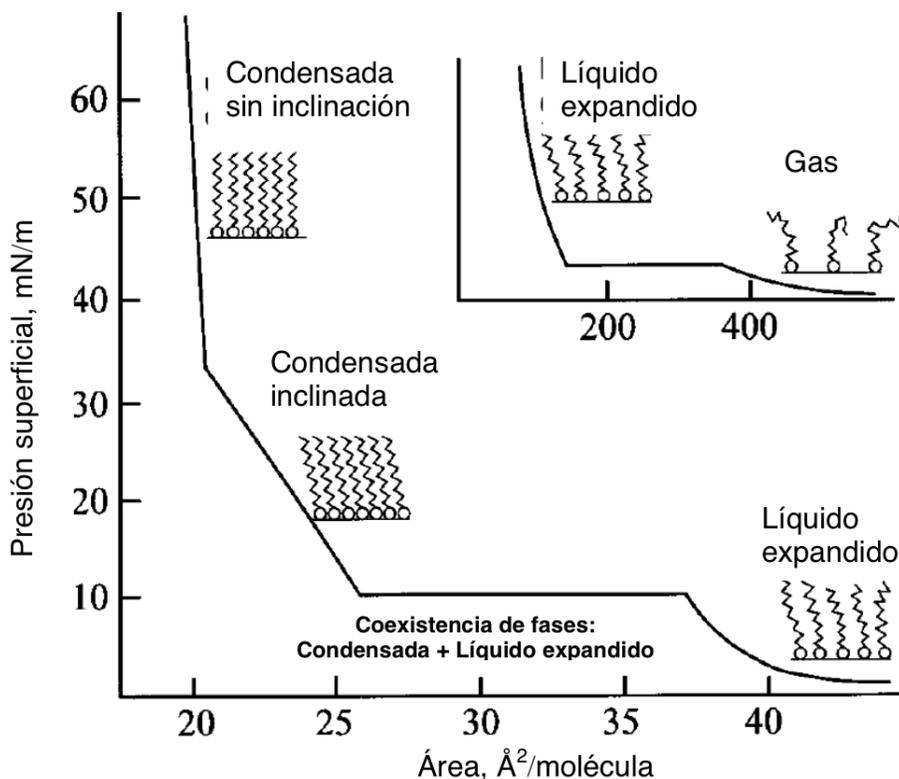


Figura 3.2: Isoterma generalizada para una monocapa de Langmuir de los ácidos grasos. Imagen adaptada de la referencia [9]

La técnica de Langmuir consiste primero en la formación de una monocapa en la interfase aire/agua. Estas son llamadas monocapas de Langmuir y son las precursoras de las películas de Langmuir Blodgett. Las moléculas anfifílicas se disuelven en un solvente orgánico y subsecuentemente se depositan en la interfase aire/agua mediante una microjeringa, figura 3.3 [11]. El solvente se evapora y una monocapa de moléculas anfifílicas es formada en la interfase aire agua.

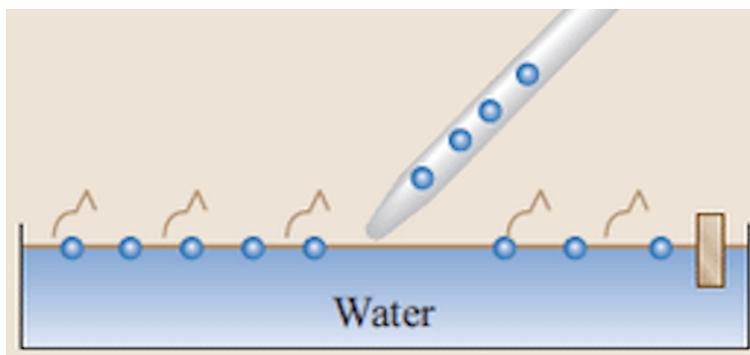


Figura 3.3: Deposito de moléculas anfifílicas en la balanza de Langmuir.

Esta monocapa de Langmuir puede ser manipulada por medio de unas barreras móviles que nos ayudan a controlar el área por molécula, una vez comprimida lo suficiente antes del colapso de la monocapa, se detiene la compresión y el resultado son las moléculas anfifílicas acomodadas como en la figura 3.1. La técnica de Langmuir permite además fabricar películas delgadas con espesores a nivel molecular bien determinados al transferir la monocapa a un sustrato sólido, como es la mica. La película delgada transferida al sustrato sólido se conoce como película Langmuir-Blodgett.

El lipido utilizado para formar la monocapa de Langmuir fue la Octadecilamina, descrita anteriormente y la mica sobre la cual se depositó la bicapa está compuesta de Moscovita la cual presenta una carga parcial negativa y al estar en medios acuosos se vuelve altamente hidrofílica [12]. En la figura 3.4 se observa el acomodo experimental de la balanza de Langmuir antes de realizar la compresión, la mica se encuentra suspendida sobre la superficie del agua, para que posterior a la compresión se realice la formación de la película de Langmuir-Blodgett sobre la mica.

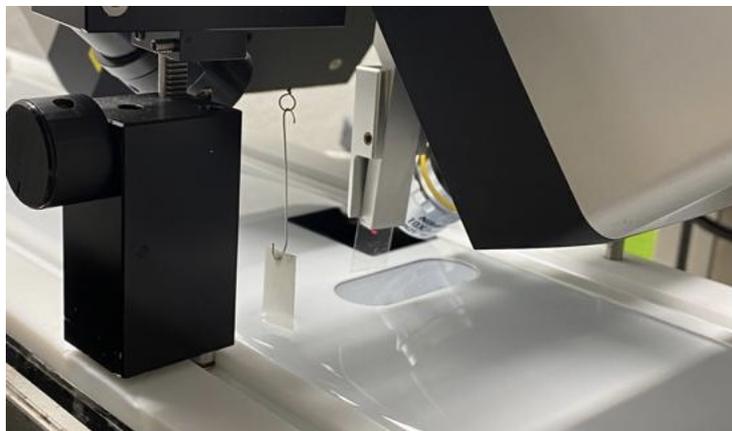


Figura 3.4: Acomodo experimental de balanza de Lagmuir.

Una vez realizado el proceso de compresión, la isoterma resultante se muestra en la figura 3.5.

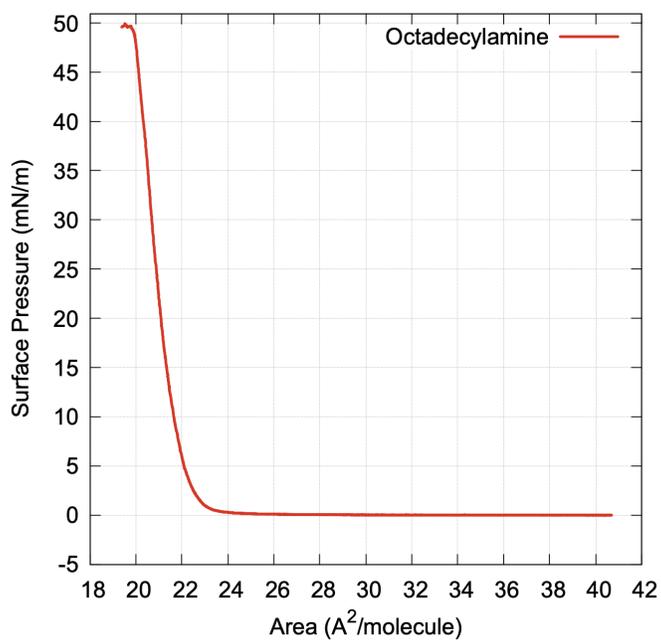


Figura 3.5: Isotherma de octadecilamina obtenida durante el proceso de compresión a una temperatura de 25°C .

En la gráfica de la figura 3.5 se aprecia como al comienzo de la compresión la presión no aumenta, es hasta que llega aproximadamente a los $24 \text{ A}^2/\text{molecule}$ que comienza a incrementar un poco la presión superficial, pero al llegar aproximadamente a los $22 \text{ A}^2/\text{molecule}$, la presión superficial aumenta rápidamente hasta llegar al punto donde comienza el colapso de la monocapa, el cual empieza a ocurrir aproximadamente a los 49.5 mN/m , en este punto se detiene la compresión para evitar que la monocapa colapse y proceder a realizar la película de Langmuir-Blodgett.

3.2. Deposito de muestra de $\lambda - DNA$ en mica.

El $\lambda - ADN$ utilizado fue adquirido en la empresa Invitrogen el cual tiene una concentración de $5 \mu\text{g}/\mu\text{l}$. La muestra de ADN fue diluida a la concentración apropiada con agua desionizada. Se preparó tomando $100 \mu\text{l}$ de la solución de $\lambda - DNA$ para después diluirla en 1 ml de agua pura.

Para el deposito sobre la mica se utilizó una micropipeta, se tomó $1 \mu\text{l}$ de la muestra de $\lambda - DNA$ diluida y se depositó sobre la mica, como se muestra en la figura 3.6



Figura 3.6: Muestra de $\lambda - DNA$ sobre mica.

3.3. Transferencia de monocapa mediante técnica de Langmuir-Blodgett

El lípido utilizado para realizar la película de monocapa fue la octadecilamina, descrito en la sección 2.2. Una vez obtenida la monocapa en la balanza, figura 3.7 a), se procede a formar la bicapa sobre la mica, para esto se extrae la mica, sumergida en al agua antes de la compresión, lo cual hace que la monocapa se adhiera a la mica, figura 3.7 b), de esta forma queda una monocapa en la mica.

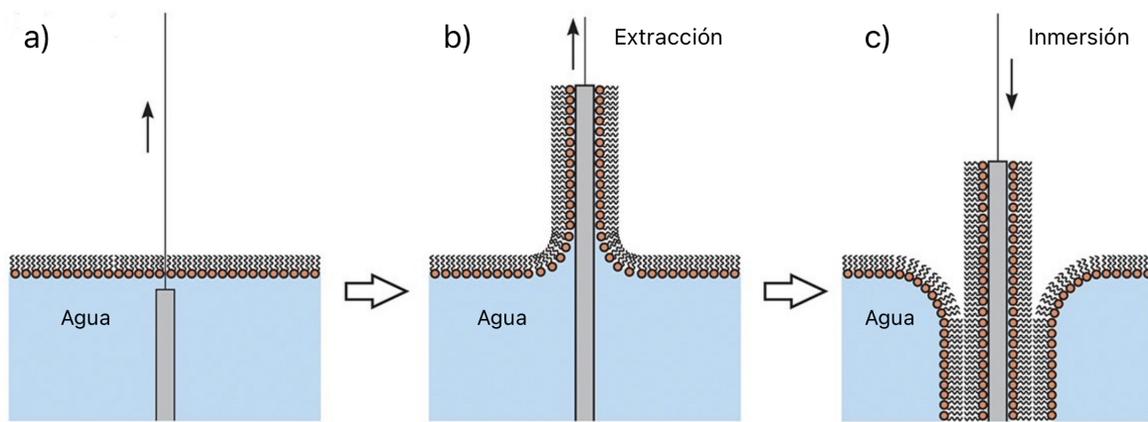


Figura 3.7: Proceso de formación de Bicapa lipídica. [13]

Para la segunda capa, se sumerge ahora lentamente, para que la segunda capa se adhiera, figura 3.7 c), el resultado final es una bicapa adherida a la mica. Una vez obtenida la bicapa sobre la mica, se limpian los restos de octadecilamina que queden sobre la interface agua-aire y se extrae la mica con la bicapa, ya con la bicapa lipídica sobre la mica, se procede a colocar la muestra de $\lambda - DNA$ sobre esta.

3.3.1. Depósito de muestra de $\lambda - DNA$ en bicapa lipídica

Para depositar la muestra se utilizó la misma muestra diluida que se describió anteriormente, mediante el uso de una micropipeta se tomó $1 \mu l$ y se depositó sobre la bicapa, debido al gran espacio de la mica y la poca cantidad de muestra se colocaron dos gotas para tener dos regiones diferentes, imagen 3.8.



Figura 3.8: Muestra de $\lambda - DNA$ sobre bicapa.

Después del secado, las muestras fueron llevadas a microscopio electrónico de barrido (SEM), para ser observadas.

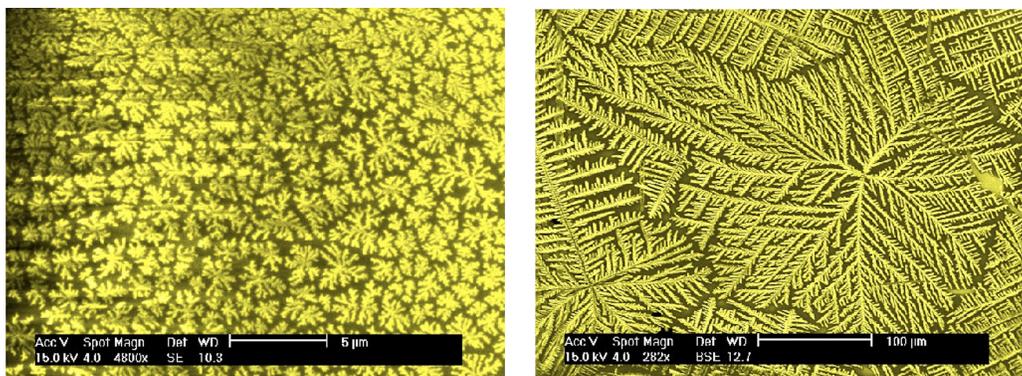
Capítulo 4

Resultados

4.1. Imágenes de SEM

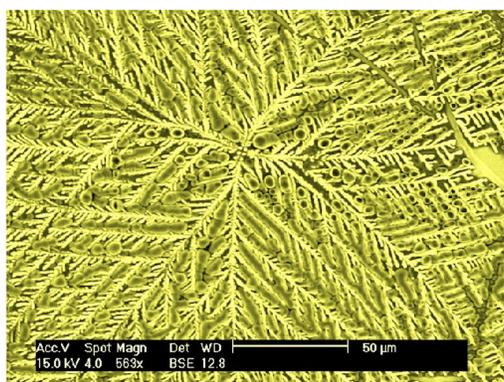
Al secarse las muestras, se observaron mediante el uso de un microscopio electrónico de barrido (SEM), como se tienen muestras biológicas, se observaron imágenes de composición o distribución química por Electrones Retrodispersados (BSE).

En las imágenes obtenidas se observa una formación fractal incluso en la muestra que se colocó solo en sobre la mica, imagen 4.1(a), sin embargo, a primera vista se aprecia que el fractal formado sobre la bicapa, imágenes 4.1(c) y 4.1(b), rellena mejor el espacio sobre el que esta, esta afirmación se conocerá mejor al calcular la dimensión fractal de ambas imágenes.



(a) DNA sobre Mica.

(b) DNA sobre Bicapa de lípidos.



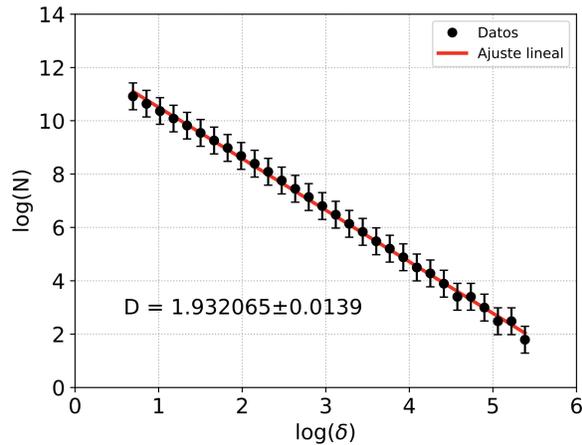
(c) DNA sobre Bicapa de lípidos.

Figura 4.1: Imágenes obtenidas por SEM.

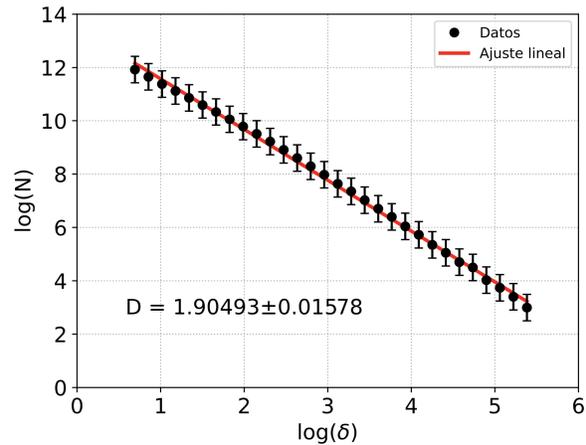
4.2. Calculo de Dimensión fractal

Para el cálculo de la dimensión fractal de las imágenes obtenidas se utilizó un programa de Python escrito por Stephen Morris en agosto de 2017 [4], el cual utiliza el método de conteo de cajas, el programa toma la imagen la cual tiene que estar en color blanco y negro, almacena cada pixel y crea otra imagen binarizada donde le asigna el valor 0 a los pixeles negros y un valor diferente de cero a los pixeles blancos, para medir la dimensión utiliza el arreglo de los pixeles de color negro, que son los que forman el fractal y a su vez son los que se consideran como las cajas (cuadros).

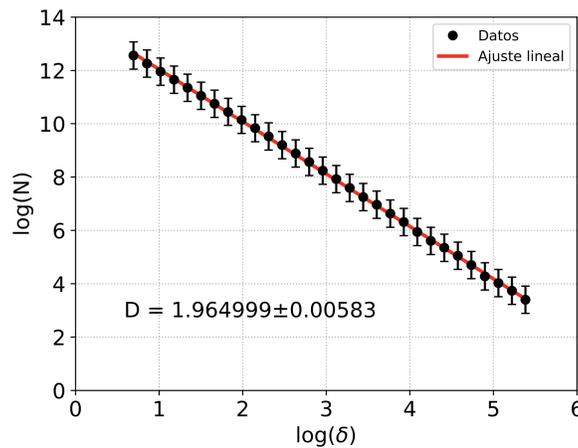
Para poder medir la dimensión fractal de las imágenes de SEM, estas se editaron para dejarlas en color blanco y negro y así el programa pueda leerlas correctamente, los resultados obtenidos fueron los siguientes.



(a) Gráfica DNA sobre Mica.



(b) Gráfica DNA sobre bicapa de lípidos.



(c) Gráfica DNA sobre bicapa de lípidos.

Figura 4.2: Gráficas de dimensión fractal.

Las figuras 4.2(a), 4.2(b) y 4.2(c), representan la gráfica $\log \delta$ vs $\log N(\delta)$ mencionada en la sección 2.6, en estas gráficas el tamaño de la caja (cuadro) está representado por δ . En la tabla 4.1 se compara mejor los valores de dimensión fractal de las imágenes obtenidas.

Superficie	Dimensión fractal
Mica figura 4.1(a)	1.9320 ± 0.0139
Bicapa figura 4.1(b)	1.9049 ± 0.0157
Bicapa figura 4.1(c)	1.9649 ± 0.0058

Cuadro 4.1: Tabla de resultados de dimensión fractal.

Comparando estos tres resultados, podemos observar como en el caso de la mica el espacio sobre el que se encuentra se cubre muy bien al estar muy cerca del valor de 2. Para la tercera imagen la cual es la muestra de $\lambda - DNA$ sobre la bicapa lipídica, el valor se acerca aun mas a 2, sin embargo, para la segunda imagen, la cual también es la muestra sobre la bicapa, el resultado es menor que en la anterior muestra sobre bicapa, incluso menor que la muestra sobre la mica.

Las imágenes 4.1(b) y 4.1(c) son la misma región pero con diferente zoom, la razón por la que la dimensión resulte diferente siendo la misma región tal vez se deba a la resolución del microscopio, o que al observar una vez la muestra haya sufrido alguna afectación. El cambio que se aprecia en las imágenes es que la imagen con menos zoom, que fue la primera en observar, se ven regiones vacías, pero en la segunda imagen que es la misma región pero con mas zoom, se aprecia que algunas regiones ya están cubiertas. Estas regiones extra que cubren espacio hacen que la dimensión aumente y se acerque al valor de 2.

Conclusiones

El $\lambda - DNA$ muestra que al ser depositado en dos superficies diferentes se modifica la forma en la que se distribuye, formando estructuras fractales de diferentes características como son tamaño y dimensión, tal y como fue esperado.

El hecho de que un resultado sobre la bicapa haya sido mayor que la mica y otro resultado haya sido menor, nos deja con la incertidumbre sobre cual será el verdadero comportamiento. Para analizar este comportamiento de manera más precisa, en trabajos futuros se estudiará esta misma formación de fractales. En esta ocasión se medirá su evolución en el tiempo, en la que se pueden obtener dos resultados, presentar cambios en la dimensión fractal al pasar el tiempo de secado, ó, esta se mantiene todo el tiempo igual. Además de poder medir más formaciones de fractales para tener un margen de estudio más preciso y llegar a una conclusión certera.

Bibliografía

- [1] Mandelbrot, B. (1982). *La geometría fractal de la naturaleza, colección*.
- [2] Lieberman-Aiden, E., Van Berkum, N. L., Williams, L., Imakaev, M., Ragozy, T., Telling, A., ... & Dekker, J. (2009). *Comprehensive mapping of long-range interactions reveals folding principles of the human genome*. *science*, 326(5950), 289-293.
- [3] UNAM (2018, Julio 26). *Nuevas formas para determinar fractales en el ADN*, (Boletín) https://www.c3.unam.mx/pdf/boletines/Boletin26_2018.pdf
- [4] Stephen Morris (2017, August). *box_count.py*. https://www.physics.utoronto.ca/apl/fvf/python_code/box_count.py
- [5] Falconer, K. (2004). *Fractal geometry: mathematical foundations and applications*. John Wiley & Sons.
- [6] Lamas, H. (2012). ANÁLISIS DE LA APLICABILIDAD DE DIMS A CONJUNTOS FRACTALES. [Tesis de Doctorado, CIMAT]. Repositorio institucional CIMAT

- [7] Serrano, K. (2015). Bacteriofagos: Ciclos lítico y lisogénico [jpeg]. slideplayer.es
<http://slideplayer.es/slide/1272616/>
- [8] Yang, Y. (2021). Morfología y propiedades estructurales de monocapas con aplicaciones biotecnológicas. [Tesis de Doctoral, Universidad de Granada]. Repositorio institucional de la Universidad de Granada.
- [9] Kaganer, V. M., Möhwald, H., & Dutta, P. (1999). Structure and phase transitions in Langmuir monolayers. *Reviews of Modern Physics*, 71(3), 779.
- [10] . Nava. R. (2005). Moléculas de Interés Biológico e Industrial en Interfases: Ácidos Grasos, ADN, Colesterol y Asfaltenos. [Tesis de Doctoral no publicada]. Universidad Autónoma de San Luis Potosí
- [11] Salinas, G. (2018). ELECTRODOS MODIFICADOS CON POLÍMEROS CONDUCTORES DE LA FAMILIA DE LOS 3,4-ALCOXITIOFENOS PARA SU APLICACIÓN COMO SENSORES DE IONES METÁLICOS POR MEDIO DE VOLTAMPEROMETRÍA DE REDISOLUCIÓN ANÓDICA. [Tesis de Doctoral, Ecole Nationale Supérieure de Chimie, de Biologie et de Physique (ENSCBP)]
- [12] Keller, A., Fritzsche, M., Ogaki, R., Bald, I., Facsko, S., Dong, M., ... & Besenbacher, F. (2011). Tuning the hydrophobicity of mica surfaces by hyperthermal Ar ion irradiation. *The Journal of Chemical Physics*, 134(10), 104705.
- [13] Kurniawan, J., Ventrici de Souza, J. F., Dang, A. T., Liu, G. Y., & Kuhl, T. L. (2018). Preparation and characterization of solid-supported lipid bilayers formed by Langmuir–Blodgett deposition: a tutorial. *Langmuir*, 34(51), 15622-15639.

- [14] Silberberg, M. S., Amateis, P., Venkateswaran, R., & Chen, L. (2006). Chemistry: The molecular nature of matter and change (Vol. 4). New York: McGraw-Hill.
- [15] Barnsley, M. F., Devaney, R. L., Mandelbrot, B. B., Peitgen, H. O., Saupe, D., Voss, R. F., & Voss, R. F. (1988). Fractals in nature: from characterization to simulation (pp. 21-70). Springer New York.
- [16] Cross, S. S. (1997). Fractals in pathology. *The Journal of Pathology: A Journal of the Pathological Society of Great Britain and Ireland*, 182(1), 1-8.
- [17] Ernesto Mora, (2019). Fractales: El arte de las matemáticas, (Artículo de pagina web), <https://www.azulweb.net/fractales-el-arte-de-las-matematicas/>
- [18] National Center for Biotechnology Information (2023). PubChem Compound Summary for CID 15793, Octadecylamine. Retrieved February 2, 2023 from <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Octadecylamine>.
- [19] Edwards, G. A., Bergren, A. J., & Porter, M. D. (2007). Chemically modified electrodes. In *Handbook of electrochemistry* (pp. 295-327). Elsevier.
- [20] Dai, S., Zhang, X., Du, Z., & Dang, H. (2005). Fabrication of nanopatterned DNA films by Langmuir–Blodgett technique. *Materials Letters*, 59(4), 423-429.
- [21] Wang, L., Xu, Y., Chen, H., & Song, X. (2021). New insights into octadecylamine-monoacid selective adsorption on KCl/NaCl surface: experimental and molecular dynamic simulation. *Applied Surface Science*, 554, 149613.

- [22] Mora-Boza, A., Lopes-Costa, T., Gámez, F., & Pedrosa, J. M. (2017). Unveiling the interaction of DNA–octadecylamine at the air–water interface by ultraviolet-visible reflection spectroscopy. *RSC advances*, 7(10), 5872-5879.
- [23] Choudhary, K., Kumar, J., Taneja, P., Gupta, R. K., & Manjuladevi, V. (2017). Langmuir–Blodgett films of stearic acid deposited on substrates at different orientations relative to compression direction: alignment layer for nematic liquid crystal. *Liquid Crystals*, 44(10), 1592-1599.
- [24] Ariga, K., Mori, T., Nakanishi, W., & Hill, J. P. (2017). Solid surface vs. liquid surface: nanoarchitectonics, molecular machines, and DNA origami. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 19(35), 23658-23676.
- [25] Zhong, G., & Li, J. (2020). Muscovite mica as a universal platform for flexible electronics. *Journal of Materiomics*, 6(2), 455-457.

Apéndice A

Dimensión de Hausdorff-Besicovitch

La noción de dimensión es fundamental para la geometría fractal. Esta dimensión indica cuánto espacio ocupa un conjunto cerca de cada uno de sus puntos. La dimensión de Hausdorff está definida para cualquier conjunto y es matemáticamente conveniente, ya que se basa en medidas que son relativamente fáciles de manipular. Una gran desventaja es que en muchos casos es difícil de calcular o estimar por métodos computacionales. Sin embargo, para comprender las matemáticas de los fractales, es esencial familiarizarse con la medida y la dimensión de Hausdorff.

Antes de mostrar como se obtiene la medida y dimensión de Hausdorff desde el análisis matemático, es importante conocer la definición de elemento supremo e ínfimo, ya que este concepto se utiliza para realizar el cálculo de la medida y dimensión de Hausdorff.

Definición: Sea T un subconjunto no vacío de \mathbb{R} .

1. Si T está acotado por abajo, entonces se dice que una cota superior es un **supremo** - o una **mínima cota superior** - de T si es menor que cualquier cota superior de T .

En tal caso, a esa cota superior se le denota $\sup T$

2. Si T está acotado por arriba, entonces se dice que una cota inferior es un **ínfimo** - o una **máxima cota inferior** - de T si es mayor que cualquier cota inferior de T . En

tal caso, a esa cota superior se le denota $\inf T$

A.1. Medida de Hausdorff

Sea U cualquier subconjunto no vacío del espacio euclidiano n -dimensional, \mathbb{R}^n , el *diámetro* de U está definido como $|U| = \sup\{|x - y| : x, y \in U\}$, i.e. la mayor distancia entre cualquier par de puntos en U . Si $\{U_i\}$ es una colección finita de conjuntos de diámetro como máximo δ que cubre F , i.e. $F \subset \cup_{i=1}^{\infty} U_i$ con $0 \leq |U_i| \leq \delta$ para toda i , se dice que $\{U_i\}$ es una *cubierta* $-\delta$ de F .

Suponga que F es un subconjunto de \mathbb{R}^n y s es un número no negativo. Para toda $\delta > 0$ se define

$$\mathcal{H}_\delta^s = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |U_i|^s : \{U_i\} \text{ es una cubierta } -\delta \text{ de } F \right\} \quad (\text{A.1})$$

Por lo tanto, se miran todas las cubiertas de F por conjunto de diámetros como máximo δ y se busca minimizar la suma de las potencias sth de los diámetros. A medida que δ disminuye, se reduce la clase de coberturas permitidas de F en A.1 se reduce. Por lo tanto, \mathcal{H}_δ^s incrementa en un termino ínfimo, y se aproxima al límite cuando $\delta \rightarrow 0$, por lo que se escribe

$$\mathcal{H}^s(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \mathcal{H}_\delta^s(F). \quad (\text{A.2})$$

El limite existe para cualquier subconjunto de F en \mathbb{R}^n , aunque el valor límite puede ser (y generalmente lo es) 0 o ∞ . Llamamos a $\mathcal{H}^s(F)$ la *medida s -dimensional Hausdorff* de F .

A.2. Dimensión de Hausdorff

Volviendo a la ecuación A.1, es claro que dado para cualquier conjunto $F \subset \mathbb{R}^n$ y $\delta < 1$, \mathcal{H}_δ^s no incrementa con s , por lo que por A.2 $\mathcal{H}^s(F)$ tampoco aumenta. De hecho, es mas cierto: si $t > s$ y $\{U_i\}$ es una *cubierta* $-\delta$ de F se tiene

$$\sum_i |U_i|^t \leq \sum_i |U_i|^{t-s} |U_i|^s \leq \delta^{t-s} \sum_i |U_i|^s \quad (\text{A.3})$$

Así que, tomando la infima, $\mathcal{H}_\delta^t(F) \leq \delta^{t-s} \mathcal{H}_\delta^s(F)$. Dejando $\delta \rightarrow 0$ se observa que $\mathcal{H}^s(F) < \infty$ entonces $\mathcal{H}^t(F) = 0$ para $t > s$. Por lo tanto una grafica de $\mathcal{H}^s(F) = 0$ contra s (figura A.1) muestra que hay un valor critico de s en el que $\mathcal{H}^s(F)$ "salta" de ∞ a 0. Este valor critico es llamado *Dimensión de Hausdorff* de F y se escribe como $\dim_H F$; esta definido

para cualquier conjunto $F \subset \mathbb{R}^n$. Formalmente

$$\dim_H F = \inf\{s \geq 0 : \mathcal{H}^s(F) = 0\} = \sup\{s : \mathcal{H}^s(F) \rightarrow \infty\} \quad (\text{A.4})$$

(Tomando el supremo del conjunto vacío como 0), para que

$$\mathcal{H}^s(F) = \begin{cases} \infty & \text{si } 0 \leq s < \dim_H F \\ 0 & \text{si } s > \dim_H F \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Si $s = \dim_H F$, entonces $\mathcal{H}^s(F)$ puede ser cero o infinito, o puede satisfacer

$$0 < \mathcal{H}^s(F) < \infty \quad (\text{A.6})$$

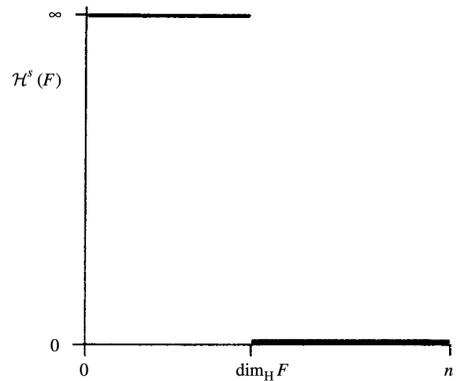


Figura A.1: Gráfica de $\mathcal{H}^s(F)$ contra s para un conjunto F . La dimensión de Hausdorff es el valor en el que se produce el "salto" de ∞ a 0 .

Un conjunto de Borel que satisface esta última condición se llama *conjunto-s*. Matemáticamente, los *conjuntos-s* son, con mucho, los conjuntos más convenientes para estudiar, y afortunadamente ocurren con sorprendente frecuencia.