



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ



FACULTAD DE CIENCIAS

**“Aplicación de las bases Hadamard, coseno y
noiselet en microscopía holográfica digital de un
solo píxel”**

Tesis

PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS APLICADAS

PRESENTA:

ARMANDO SANTOS AMADOR

DIRECTOR(A) DE TESIS:

DR. RAÚL EDUARDO BALDERAS NAVARRO

DRA. MA. AUXILIADORA ARAIZA ESQUIVEL

SAN LUIS POTOSÍ, SAN LUIS POTOSÍ

Agosto 2021

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE CIENCIAS

Tesis:

“APLICACIÓN DE LAS BASES HADAMARD, COSENO Y NOISELET
EN MICROSCOPIA HOLOGRÁFICA DIGITAL DE UN SOLO PÍXEL”

Director de Tesis

DR. RAÚL EDUARDO BALDERAS NAVARRO

Director de Tesis

DRA. MA. AUXILIADORA ARAIZA ESQUIVEL

Sinodal

DR. GUSTAVO RAMÍREZ FLORES

Sinodal

DR. LUIS FELIPE LASTRAS MARTÍNEZ

Sinodal

DRA. AMPARO RODRÍGUEZ COBOS

Declaración de autoría y originalidad de la tesis

Yo, Armando Santos Amador, estudiante del Posgrado en Ciencias Aplicadas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, como autor de la tesis “Aplicación de las bases Hadamard, coseno y noiselet en microscopía holográfica digital de un solo pixel”, declaro que la tesis es una obra original, inédita, auténtica, personal, que se han citado las fuentes correspondientes y que en su ejecución se respetaron las disposiciones legales vigentes que protegen los derechos de autor y de propiedad intelectual e industrial. Las ideas, doctrinas, resultados y conclusiones a los que he llegado son de mi absoluta responsabilidad.

Agradecimientos

Este trabajo de tesis desarrollado en el Instituto de Investigación en Comunicación Óptica de la UASLP es el producto del esfuerzo de muchas personas, que directa o indirectamente participaron aportando ideas, opinando, corrigiendo, dándome ánimos y acompañándome en momentos de crisis o alegrías. En este apartado quisiera agradecer a personas que considero valiosas para el desarrollo de este trabajo de investigación y para mi persona.

En primer lugar a mi director de tesis, Dr. Raúl Eduardo Balderas Navarro. Mi mayor agradecimiento por haberme confiado este trabajo de investigación, por guiarme desde la licenciatura y despertar en mi un poco más de curiosidad por la ciencia. Su experiencia y su valiosa dirección me han permitido desarrollar y terminar este trabajo de tesis.

A mi directora de tesis, Dra. Ma. Auxiliadora Araiza Esquivel. Un especial agradecimiento por haberme guiado, por hacerme uno mas de su grupo de trabajo, por su apoyo y dirección en el desarrollo de este trabajo tanto teórico como experimentalmente.

Al Dr. Gustavo Ramírez Flores, un especial agradecimiento por prestarme su laboratorio, por enseñarme tanto y por depositar en mi su confianza para guiar a otros.

Mis agradecimientos a la institución que me acogió durante estos años, al IICO y a todo el personal dentro del mismo. Que por mis horas en sus instalaciones, prácticamente es como mi segunda casa (de mi segunda casa).

Quisiera agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por haber financiado este trabajo de tesis mediante una beca (CVU 1006873).

A mis amigos y compañeros del instituto, por las largas platicas de desestrés, por compartir salón, laboratorios e incontables horas de trabajo. A Pepe y a Sarahi por los consejos, la compañía y la buena platica que siempre los rodea. A mis amigos externos que no mencionare por miedo a ignorar a alguno. A todos ustedes, muchas gracias.

Finalmente, y no por ello menos importante (de echo, lo más importante), quisiera agradecer infinitamente a lo mejor de lo mejor, mi familia. A Papá por enseñarme el valor del trabajo; a Mamá por estar siempre pendiente de mi y llevarme en sus oraciones; y a mis hermanos por los ánimos que siempre me han dado. Sé que estar lejos es difícil, gracias por aguantar con tanta carga y por depositar su confianza en mi.

A mis padres

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados del desarrollo de varios sistemas ópticos aplicando la técnica de imagen de un solo píxel (single-pixel imaging, SPI, por sus siglas en inglés), holografía digital, microscopía, corrimiento de fase, compensación de aberración óptica, hologramas generados por computadora, entre otros; con la capacidad de reconstruir imágenes de amplitud y de fase de muestras milimétricas y microscópicas. Las muestras analizadas son de objetos opacos, transparentes y semitransparentes. El área de visión en las muestras ronda desde los $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$ en la configuración sin microscopía, hasta los $350 \times 350 \mu\text{m}^2$ en los sistemas con microscopía. Se implementaron los interferómetros de Mach Zehnder y Michelson. La técnica single pixel, se puede resumir de forma general como sigue. El objeto es muestreado con una base de patrones ortogonales que son proyectados con un modulador de amplitud (dispositivo digital de micro-espejos) y el frente de onda reflejado o transmitido es registrado por un detector sin resolución espacial. A partir del conocimiento de los patrones de muestreo y de los coeficientes de intensidad medidos, una imagen de la escena es reconstruida mediante el uso de un algoritmo computacional. Para este trabajo se usaron las bases de patrones Hadamard, coseno y noiselet. Para imágenes reconstruidas en amplitud, se utilizó el parámetro peak signal to noise ratio (PSNR), y se encontró que las bases Hadamard y coseno obtienen mejores resultados respecto a la base noiselet, con valores PSNR de una distribución de amplitud unidimensional de 7,57, 7,84 y 7,5 dB, respectivamente; y para 2D de 7,57, 7,84 y 7,5 dB, respectivamente. En el caso de las reconstrucciones de fase, los resultados fueron comparados con los obtenidos con una cámara CMOS, siendo la base Hadamard y noiselet los que proporcionan mejores reconstrucciones respecto a la base coseno.

Abstract

This thesis the results of the development of several optical setups applying the single-pixel imaging (SPI) technique, digital holography, microscopy, phase shifting, optical aberration compensation, computer-generated holograms, among others are presented; with the capability of reconstructed amplitude and phase images of millimeter and microscopic samples. The vision area of the samples is between 3.5×3.5 mm² in the setup without microscopy and 330×330 mm² in the system with microscopy. The Mach Zehnder and Michelson interferometers are implemented. The single-pixel technique can be summarized as follow. The object is sampled with an orthogonal sampling basis projecting with an amplitude modulator (digital micromirror device) and the reflected or transmitted wavefront is registered by a detector without spatial resolution. With the sampling patterns and the measured intensity coefficients, an image of the scene is reconstructed by a computational algorithm. For this thesis, the Hadamard, cosine, and noiselet sampling basis are used. For the reconstruction of amplitude images, we used the peak signal-to-noise ratio (PSNR) criteria, and we find that the Hadamard and cosine basis obtained the best results with respect to noiselet basis, with PSNR values of a unidimensional amplitude distribution of 7, 7, and 8 dB, respectively; and for the 2D case 7, 8, 9 dB, respectively. In phase images, the results are compared with the obtained with a CMOS camera, being the Hadamard and noiselet basis the best respect to cosine basis.

Índice general

Declaración de autoría y originalidad de la tesis	II
Agradecimientos	III
	IV
Resumen	V
Abstract	VI
1. Introducción	11
2. Fundamentos teóricos y principios de holografía	13
2.1. Óptica ondulatoria	13
2.1.1. Las ecuaciones de Maxwell y la Ecuación de Onda	13
2.1.2. Ondas Planas y Ondas Esféricas	15
2.1.3. Teoría escalar de difracción	16
2.1.4. Lente delgada ideal como transformada de Fourier óptica	21
2.1.5. Sistema formador de imágenes 4f	24
2.2. Fundamentos de Holografía	24
2.2.1. Holografía	24
2.2.2. Hogramas como una colección de placas zonales de Fresnel	25
2.2.3. Coherencia	28
2.2.4. Holografía digital (DH)	31
2.2.5. Técnica de corrimiento de fase	32
2.2.6. Desenvolvimiento de fase	34
2.2.7. Hogramas de Lee	35
3. Sistemas de imagen de un solo píxel (SPI)	37
3.1. Introducción	37

3.1.1.	Técnica de imagen de un solo píxel	37
3.1.2.	Arquitectura del DMD	38
3.2.	Imágenes de amplitud de un solo píxel	40
3.3.	Holografía con sistemas SPI	42
3.4.	Hogramas de Lee en SPI	43
3.4.1.	Codificación de patrones de muestreo en amplitud	43
3.4.2.	Codificación de patrones de muestreo en fase	45
3.4.3.	Exponencial de una matriz	46
3.5.	Patrones de muestreo	49
3.5.1.	Base Hadamard	50
3.5.2.	Base coseno	52
3.5.3.	Base noiselet	54
3.5.4.	Otras bases de transformación	57
3.6.	Sistema de imagen HSI, CSI y NSI	60
4.	Arreglos experimentales	63
4.1.	Transmisión	64
4.1.1.	Magnificación	65
4.2.	Reflexión	66
4.3.	Microscopía	67
4.4.	Cámara de monitoreo	69
4.4.1.	Sensibilidad de la cámara	70
5.	Desarrollo de experimentos y resultados	71
5.1.	Modulación de amplitud y fase	71
5.1.1.	Modulación de amplitud	71
5.1.2.	Modulación de amplitud y fase mediante hologramas de Lee	72
5.2.	Compensación de aberración	75
5.3.	Poder de resolución	77
5.4.	Sistema de imagen de un solo píxel	79
5.4.1.	Amplitud	79
5.4.2.	Fase	85
5.5.	Señales sparse	93
6.	Conclusiones	97
	Apéndice	99

Índice de figuras

2.1. Sistema de coordenadas esféricas.	16
2.2. Difracción de una onda plana incidiendo en un obstáculo. λ representa la longitud de onda.	16
2.3. Difracción de una onda plana al pasar por una apertura con función de transferencia $t(x, y)$	17
2.4. (a) Transparencia con logo del IICO. Difracción de (b) Fresnel y (c) Fraunhofer de la transparencia.	20
2.5. Placa transparente de espesor variable. d_0 es el máximo espesor de la placa. La propagación de la luz es a lo largo del eje z.	21
2.6. Lente como transformada de Fourier óptica. La propagación de la luz es a lo largo del eje z.	22
2.7. Sistema formador de imágenes 4f. La propagación de la luz es a lo largo del eje z.	24
2.8. Sistema de holografía. BS1 y BS2 representan los divisores de haz y M1, M2 son espejos.	25
2.9. Etapa de (a) registro y (b) reconstrucción en holografía. ψ_o onda objeto virtual; ψ'_o onda objeto real; ψ_r onda de referencia.	27
2.10. Interferómetro de Young. (x_i, y_i) representan las coordenadas de una fuente puntual.	31
2.11. Holografía digital. (a) Registro y (b) reconstrucción.	31
2.12. Arreglo óptico de holografía con método de corrimiento de fase.	33
2.13. (a) Representación de un vector en el plano complejo. (b) Comportamiento de las funciones trigonométricas para diferentes valores de θ	34
2.14. Perfil unidimensional de fase.	35

3.1. (i) Comparación entre costos aproximados por Mpx para diferentes sistemas de imagen. (a) Apertura codificada en rayos X; (b) Cámara SP en visible; (c) imágenes en infrarrojo con onda corta a través de humo; (d) microscopio en infrarrojo con onda corta; (e) imágenes de metano utilizando escáner láser; (f) imágenes de metano utilizando cámaras SP;(g) imágenes en metano utilizando oscilador paramétrico óptico de barrido; (h) imágenes SP en THz. Basado en Ref. [40]. (ii) Banda espectral del detector utilizado en los experimentos.	39
3.2. (a) Diseño y (b) funcionamiento de un dispositivo DMD.	40
3.3. Etapa de registro del sistema SPI.	41
3.4. Sistema SPI. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; F filtro espacial; PO plano objeto; BM beam splitter; SPD detector de un solo píxel; f_1 y f_2 distancias focales.	42
3.5. Sistema formador de imágenes 4f. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L1, L2 lente; F filtro espacial; PI plano imagen.	44
3.6. Par de transformadas Hadamard del logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de su TH.	51
3.7. Patrones Hadamard para $N = 4$	51
3.8. Descomposición de matriz \mathbf{P}_H	52
3.9. Par de transformadas coseno discretas del logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de su TCD.	53
3.10. Patrones coseno para $N = 4$	54
3.11. Discretización de la función coseno (dithering). (a) sin dithering y (b) con dithering.	54
3.12. Par TN de logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) parte real e imaginaria de TN.	56
3.13. Patrones noiselet para $N = 4$. (a) Parte real y (b) parte imaginaria.	56
3.14. Par TFD de logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de la parte real e imaginaria de TFD.	58
3.15. Patrones Fourier para $N = 4$. (a) Parte real y (b) parte imaginaria.	58
3.16. Par transformada Haar de logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de la transformada.	59
3.17. Patrones Haar para $N = 4$	60
3.18. Diagrama de flujo del de los procesos involucrados en los sistemas SPI.	61
4.1. Configuraciones en holografía. (a) Interferómetro de Mach Zehnder y (b) interferómetro de Michelson.	63

4.2. Sistema experimental para la medición de objetos por transmisión. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; BS beam splitter; E espejo; SPD detector single-pixel; PI plano imagen; f longitud focal.	64
4.3. Sistema experimental para la medición de objetos por reflexión. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; BS beam splitter; E espejo; SPD detector single-pixel.	66
4.4. Sistema experimental para la medición de objetos microscópicos. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; BS beam splitter; E espejo; OM objetivo de microscopio; SPD detector single-pixel.	68
4.5. Configuración de objetivos de microscopio en (a) inteferómetro de Mach Zehnder y (b) Michelson. OM objetivo de microscopio.	68
5.1. Modulación de amplitud en el DMD. (a) Matriz binaria y (b) Mona Lisa.	72
5.2. Hologramas de Lee con corrimiento de fase de cuatro pasos.	73
5.3. Modulación de fase en el DMD. (a) Escalón de fase y (b) símbolo azteca.	74
5.4. Codificación y decodificación de amplitud y fase mediante hologramas de Lee.	76
5.5. Registro de fase con cámara CMOS. (a) Medición y (b) compensación de aberración presente en el sistema.	77
5.6. Compensación de la aberración del sistema con la técnica SPH para la base (a) Hadamard, (b) coseno y (c) noiselet.	77
5.7. Tarjeta de prueba de resolución USAF.	78
5.8. Caracterización del poder de resolución en los sistemas de imagen con (a) cámara de monitoreo CMOS y (b) técnica HSI.	79
5.9. Medición de amplitud de un ala de insecto mediante (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$	81
5.10. Medición de amplitud de un ala de insecto con el sistema de microscopía usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $880 \times 880 \mu\text{m}^2$	81
5.11. Medición de amplitud del logotipo de la UASLP con el sistema de microscopía (Fig. 4.4). Imágenes recuperadas con (a) cámara CMOS, HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $880 \times 880 \mu\text{m}^2$	82
5.12. Distribuciones de amplitud unidimensionales de las reconstrucciones obtenidas de HSI, CSI y NSI. Los perfiles de amplitud corresponden a la región marcada con la línea roja de la Fig. 5.11 (a).	83

5.13. Medición de amplitud de antenas dipolo usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$	84
5.14. Medición de amplitud de antenas dipolo con el sistema de microscopía usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $350 \times 350 \text{ }\mu\text{m}^2$	85
5.15. Distribución de fase de una lente biconvexa obtenida mediante el sistema de holografía a partir de (a) cámara CMOS, (c) HSI, (d) CSI y (e) NSI. (b) Vista tridimensional de la fase obtenida en (a). El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$	87
5.16. Distribuciones de fase unidimensionales de las reconstrucciones obtenidas con la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI. Los perfiles de fase corresponden a la región comprendida por la línea azul de la Fig. 5.15 (a).	88
5.17. Distribución de fase de una lente oftálmica progresiva obtenida mediante el sistema de holografía a partir de (a) cámara CMOS, (c) HSI, (d) CSI y (e) NSI. (b) Vista tridimensional de la fase obtenida en (a). El área analizada en las imágenes es de $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$	89
5.18. Distribución de fase microscópica de epidermis de cebolla obtenida mediante el sistema de holografía usando la cámara de CMOS. El área analizada en las imágenes es de $440 \times 440 \text{ }\mu\text{m}^2$	89
5.19. Fase obtenida con el sistema de holografía y microscopía usando (a) cámara CMOS y (b) HSI. (c) Distribuciones de LCO correspondientes a las regiones comprendidas en las líneas punteadas azules de (a) y (b).	90
5.20. Distribución de fase microscópica de fotoresina obtenida mediante el sistema de holografía usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de $800 \times 800 \text{ }\mu\text{m}^2$	91
5.21. Distribuciones de LCO de las reconstrucciones obtenidas con la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI. Los perfiles de LCO corresponden a la región comprendida por la línea verde de la Fig. 5.20 (a).	92
5.22. Muestreo del objeto de estudio y formación de onda objeto para el sistema de holografía en modo reflexión.	93
5.23. Medición de aberración óptica del arreglo experimental en modo reflexión. Fases obtenidas mediante el sistema de holografía a partir de (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de $350 \times 350 \text{ }\mu\text{m}^2$	94

5.24. Coeficientes del espectro (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI, cuando el objeto de la Fig. 5.11 (a) es muestreado con las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente.	95
5.25. Valores PSNR para diferentes radios de reconstrucción de la Fig. 5.11 (a).	95
B.1. Panel frontal de de programa de control en LabVIEW. (a) Carga de patrones; (b) parámetros de entrada; (c) parámetros de muestreo; (d) configuraciones de trigger; (e) gráfico de resultados; (f) errores.	103
B.2. Diagrama de bloques de aplicación en LabVIEW. (a) Controles; (b) carga de patrones de muestreo; (c) etapa de muestreo, registro y guardado de coeficientes SP; (d) finalización del DMD.	104
B.3. Aplicación demo del DMD. (a) pantalla principal; (b) inicialización de DMD; (c) selección de patrones a desplegar; (d) parámetros de despliegue de patrones.	105
B.4. Programa de análisis. (a) Panel reconstrucción de amplitud y fase SP; (b) creación de patrones y hologramas SP; (c) monitoreo del sistema y obtención de hologramas con cámara CMOS; (d) creación de hologramas para el sistema de holografía con cámara CMOS; (e) panel de análisis e interpretación de resultados.	108
C.1. Fase de epidermis de apio.	109
C.2. Fase de polímero etiquetado como “muestra 11”.	110
C.3. Fase de polímero etiquetado como “muestra 12”.	110
C.4. Fase de polímero etiquetado como “muestra 189”.	111
C.5. Fase de polímero etiquetado como “muestra 101”.	111
C.6. Acercamiento a la región central de la fase mostrada en la Fig. C.5.	112
C.7. Fase de fotoresina utilizada en procesos de fotolitografía.	112
C.8. Imagen de fase que muestra el defecto en una placa de plástico.	113
C.9. Portada de artículo <i>Phase and amplitude reconstruction in single-pixel transmission microscopy: a comparison between Hadamard, cosine and noiselet basis</i>	114

1. Introducción

El registro y el almacenamiento de imágenes 3D fue y es un objetivo recurrente de la ciencia e ingeniería desde que se hicieron las primeras fotografías. Para lograrlo toda la información óptica que emana de una fuente necesita ser escrita, grabada o capturada por un dispositivo o sensor para más tarde recrear o reconstruir el objeto original. Esta es la técnica que ahora se conoce como holografía [1] y tiene sus inicios en 1948 como invención de Dennis Gabor.

La holografía es una técnica de imagen 3D que se divide en dos etapas, registro y reconstrucción. En la etapa de registro un holograma se obtiene al interferir una onda objeto y una onda de referencia. En la etapa de reconstrucción, el objeto complejo es obtenido cuando el holograma se ilumina con una onda de referencia igual a la utilizada en el proceso de registro [1–3]. En recientes décadas, con la llegada de computadoras y dispositivos de registro digital, tales como CCD o CMOS, surge una nueva corriente llamada holografía digital (DH por sus siglas en inglés) [1–10]. El uso de esta técnica abre una ventana para muchas aplicaciones [3,6–9,11–14], sin embargo, el costo de las cámaras utilizadas en esta técnica depende directamente de la longitud de onda en que se trabaje, siendo muy costosas aquellas utilizadas en longitudes de onda fuera del visible [15–19]. Una alternativa es utilizar la técnica single-pixel (SP), la cual es una técnica de imagen a bajo costo y que puede trabajar en una gran banda espectral [16,19–24], además, en estudios recientes se ha comprobado que es capaz de trabajar en condiciones de baja iluminación [18,25,26], y que trabajando en conjunto con la técnica de sensado compresivo (CS por sus siglas en inglés) [11,16,21,25,27], es posible reducir el número de mediciones y el tiempo en la etapa de registro de imagen.

Diversas técnicas basadas en el sistema de imagen de un solo píxel (SPI por sus siglas en inglés) están siendo desarrolladas para diferentes aplicaciones. Algunas de estas son holografía [4,5,8,10,11,18], microscopía [10,19,23,26–28], detección de bordes [29], imágenes a través de medios dispersivos [4,7,25,30], imágenes computacionales en color [16,23,31], imágenes fantasma computacionales [32], etc. A diferencia de una cámara convencional que mediante un solo disparo captura una imagen, en el sistema SPI primero es necesario proyectar un grupo de patrones de luz microestructurados en la muestra mientras un fotodetector sin resolución espacial registra la respuesta de luz en intensidad de cada patrón. A partir de estas mediciones,

se calcula numéricamente una imagen mediante un algoritmo computacional. Un dispositivo digital de micro espejos (DMD por sus siglas en inglés, digital micromirror device) es utilizado como modulador espacial de luz (SLM) en amplitud, el cual es usado para proyectar una base de patrones ortogonales en el objeto de estudio.

El sistema de imagen single-pixel Hadamard (HSI) [4, 5, 8, 11, 15, 17, 19, 20, 25–27, 30] es una técnica de imagen que usa un modelo determinista, usando una base de patrones Hadamard para generar un frente de onda con luz microestructurada, con la que se ilumina la muestra. Estudios recientes han utilizado funciones coseno y noiselet como una alternativa para generar los patrones de muestreo [20, 28, 31, 33]. Además, debido a la característica sparse que poseen las bases de funciones Hadamard y coseno, están siendo utilizadas para métodos de compresión de imágenes [17, 19, 28, 31] y sistemas de imágenes basados en CS [11, 27].

La técnica SPI puede reconstruir no solo una imagen de intensidad, sino que al aplicarse en DH puede también reconstruir una imagen de fase.

En este trabajo se presenta un sistema de DH con la técnica SPI, el cual tiene la capacidad de recuperar información de amplitud y fase de un objeto. Un interferómetro de Mach Zehnder y un interferómetro de Michelson se implementaron en el mismo sistema. Con ello se tiene la capacidad de recuperar información compleja de un objeto en modo transmisión y reflexión. Además, al incluir elementos de microscopía es posible analizar muestras a escalas microscópicas, haciendo al sistema muy versátil para el análisis de muestras en diferentes áreas de investigación. Las bases de muestreo implementadas son la base Hadamard, coseno y noiselet. Los resultados obtenidos son validados en calidad mediante el parámetro PSNR (de sus siglas en inglés, peak signal-to-noise ratio).

El sistema que se reporta en este trabajo opera de dos maneras diferentes: en el primer modo, tiene la capacidad de recuperar únicamente imágenes de amplitud, y la base de patrones se muestrea directamente en el objeto. En el segundo modo de operación, el sistema tiene la capacidad de recuperar hologramas y obtener de estos la fase y la amplitud del objeto de medición. Para ello, la base de patrones se codifica en hologramas de Lee [34] antes de la etapa de muestreo. En este modo de operación se utiliza la técnica de corrimiento de fase de cuatro pasos para generar los hologramas por computadora.

Este trabajo está organizado como sigue. En el Capítulo 2 se muestra un resumen de la teoría física y matemática necesaria para el desarrollo de este trabajo. En la Capítulo 3 se da una introducción a los principios de las técnicas SPI. En la Capítulo 4 son mostrados los arreglos experimentales. En la Capítulo 5, se muestran los resultados experimentales, así como la evaluación y comparativa de resultados. Finalmente, en la Capítulo 6 las conclusiones del trabajo son resumidas.

2. Fundamentos teóricos y principios de holografía

En este capítulo se revisaran los conceptos físicos y matemáticos detrás de la holografía; comenzando con una revisión de óptica ondulatoria, donde se introducen las ecuaciones de Maxwell, interferencia y la teoría de difracción; posteriormente, se introduce el principio de holografía y temas relacionados, como son corrimiento de fase y desenvolvimiento de fase.

2.1. Óptica ondulatoria

La luz puede ser descrita como una onda electromagnética o como un flujo de partículas llamadas fotones, el modelo a tratar depende del experimento sobre el que se esta investigando. Ambos modelos se contradicen el uno del otro, pero son necesarios para describir de manera completa a la luz [2].

En este trabajo únicamente se abordará el modelo ondulatorio de la luz, el cual ofrece una descripción de la luz para fenómenos tales como interferencia y difracción.

2.1.1. Las ecuaciones de Maxwell y la Ecuación de Onda

Todos los fenómenos electromagnéticos son gobernados por un grupo compacto de reglas fundamentales conocidas como ecuaciones de Maxwell. Éstas cuatro ecuaciones diferenciales parciales acopladas, fueron presentadas como una teoría completa clásica del electromagnetismo por James Clerk Maxwell en una serie de artículos entre 1856 y 1865 [35].

Las ecuaciones de Maxwell son el punto de comienzo para la óptica ondulatoria, sus formas diferenciales son [36]

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} = \rho_v, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{J}}_C + \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

donde $\vec{\mathbf{E}}$ (V/m) es el campo eléctrico, $\vec{\mathbf{B}}$ (Wb/m^2) el campo magnético, $\vec{\mathbf{D}}$ (C/m^2) la densidad de flujo eléctrico y $\vec{\mathbf{H}}$ (A/m) la intensidad de campo magnético; éstas cuatro cantidades vectoriales son llamadas campos electromagnéticos. Las cantidades $\vec{\mathbf{J}}_C$ (A/m^2) y ρ_v (C/m^2) son la densidad de corriente y la densidad de carga eléctrica, respectivamente, y son las fuentes responsables para la generación de campos electromagnéticos. Algunas relaciones entre los campos mencionados son las siguientes

$$\vec{\mathbf{D}} = \epsilon \vec{\mathbf{E}}, \quad (2.5)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu \vec{\mathbf{H}}, \quad (2.6)$$

donde ϵ (F/m) y μ (H/m) son la permitividad y permeabilidad del medio, respectivamente. Estos parámetros son constantes para materiales simples, los cuales son lineales, homogéneos, invariantes en el tiempo e isotrópicos. Con las ecuaciones anteriores, es posible derivar la ecuación de onda para $\vec{\mathbf{E}}$ o $\vec{\mathbf{B}}$ en el espacio libre, donde $\vec{\mathbf{J}}_C = 0$ y $\rho_v = 0$. Por ejemplo, si se toma el rotacional de $\vec{\mathbf{E}}$ de la Ec. (2.3), se deriva la ecuación de onda para $\vec{\mathbf{E}}$

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2}, \quad (2.7)$$

donde $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ es el operador laplaciano en coordenadas cartesianas y $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ la velocidad de onda en el medio. En general el campo $\vec{\mathbf{E}}$ tiene tres componentes

$$\vec{\mathbf{E}} = E_x \hat{\mathbf{a}}_x + E_y \hat{\mathbf{a}}_y + E_z \hat{\mathbf{a}}_z, \quad (2.8)$$

donde $\hat{\mathbf{a}}_x$, $\hat{\mathbf{a}}_y$ y $\hat{\mathbf{a}}_z$ son los vectores unitarios en las direcciones x , y y z , respectivamente. Combinando las Ec. (2.7) y (2.8) obtenemos

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (E_x \hat{\mathbf{a}}_x + E_y \hat{\mathbf{a}}_y + E_z \hat{\mathbf{a}}_z) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (E_x \hat{\mathbf{a}}_x + E_y \hat{\mathbf{a}}_y + E_z \hat{\mathbf{a}}_z). \quad (2.9)$$

Al aplicar el operador laplaciano a las componentes E_x , E_y y E_z del vector $\vec{\mathbf{E}}$, se derivan tres ecuaciones, una para cada una de las componentes. Se puede escribir una ecuación compacta para las tres componentes de $\vec{\mathbf{E}}$ como

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (2.10)$$

donde ψ representa una componente, E_x , E_y o E_z del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$. La Ec. (2.10) es llamada ecuación de onda escalar en tres dimensiones.

2.1.2. Ondas Planas y Ondas Esféricas

En esta sección se examinan las denominadas solución de onda plana y solución de onda esférica, las cuales son las soluciones más simples de la ecuación de onda escalar en tres dimensiones.

La solución para una onda plana con oscilaciones armónicas simples, a una frecuencia angular w_0 (rad/s), en coordenadas cartesianas es

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{j(w_0t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R})}, \quad (2.11)$$

donde $j = \sqrt{-1}$, $\vec{k}_0 = k_{0x}\hat{a}_x + k_{0y}\hat{a}_y + k_{0z}\hat{a}_z$ es el vector de propagación o vector de onda y $\vec{R} = x\hat{a}_x + y\hat{a}_y + z\hat{a}_z$ el vector posición. Si el medio es el espacio libre, la velocidad de propagación v es igual a la velocidad de la luz ($v = c$) y la Ec. (2.11) es una onda plana con amplitud A viajando en dirección \vec{k}_0 . Para fines prácticos, la ecuación de onda escalar de tres dimensiones se reduce a solo una dimensión

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}; \quad (2.12)$$

de manera que su solución de onda plana es

$$\psi(x, t) = Ae^{j(w_0t - k_0z)} \quad (2.13)$$

la cual se propaga en dirección $+z$.

Debido a que los campos electromagnéticos son funciones reales en el espacio y tiempo, se toma la parte real de sus representaciones complejas, obteniendo:

$$Re\{\psi(x, t)\} = A \cos(w_0t - k_0z). \quad (2.14)$$

El operador Laplaciano ∇^2 en coordenadas esféricas es

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta}. \quad (2.15)$$

Otra de las soluciones importantes de la Ec. (2.10) es la solución de onda esférica, cuya solución es una función con simetría esférica; por lo que no depende de φ y θ en el sistema de coordenadas mostrado en la Fig. 2.1; al aplicar el laplaciano en coordenadas esféricas (Ec. (2.15)) en la Ec. (2.10), únicamente los términos que dependen de derivadas parciales respecto a R son diferentes de cero

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \quad (2.16)$$

Si multiplicamos por R ambos lados de la Ec. (2.16), es posible reescribirla de la siguiente manera

$$\frac{\partial^2 (R\psi)}{\partial R^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 (R\psi)}{\partial t^2}, \quad (2.17)$$

cuya solución es

$$\psi(R, t) = \frac{A}{R} e^{j(w_0t - k_0R)}, \quad (2.18)$$

la cual es una onda esférica con amplitud A que decae con el inverso del radio R .

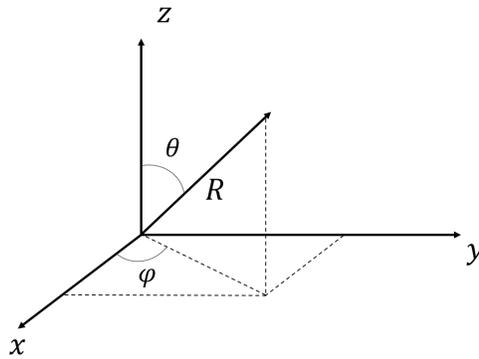


Figura 2.1: Sistema de coordenadas esféricas.

2.1.3. Teoría escalar de difracción

Para definir el concepto de difracción, es necesario considerar una onda de luz incidiendo en un obstáculo, el cual puede ser una pantalla opaca con algún orificio o un objeto opaco sobre un medio transparente. De la óptica geométrica se puede deducir que, si detrás del obstáculo se coloca una pantalla, en esta se verá la sombra del objeto en cuestión. Esta aproximación describe bastante bien el comportamiento de la luz; pero, si las dimensiones del obstáculo son del orden de la longitud de onda de la luz incidente, la distribución de luz en la pantalla no está delimitada con bordes como fronteras y además está acompañada con patrones de regiones oscuras e iluminadas. La Fig. 2.2 muestra este fenómeno de la luz conocido como difracción [1]. Para describir el comportamiento de una onda plana al difractarse cuando pasa por la apertura como la mostrada en la Fig. 2.2, es necesario encontrar la distribución del campo detrás del objeto resolviendo la ecuación de onda escalar sujeta condiciones iniciales.

Para comenzar, se asume que la apertura es representada por una función de amplitud compleja

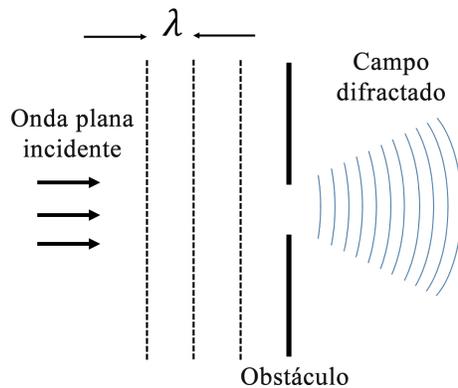


Figura 2.2: Difracción de una onda plana incidiendo en un obstáculo. λ representa la longitud de onda.

(FAC) $t(x, y)$ que describe matemáticamente su geometría, la cual está localizada en el plano

$z = 0$ como se muestra en la Fig. 2.3. En general, la función $t(x, y)$ es compleja y modifica la distribución del campo incidente.

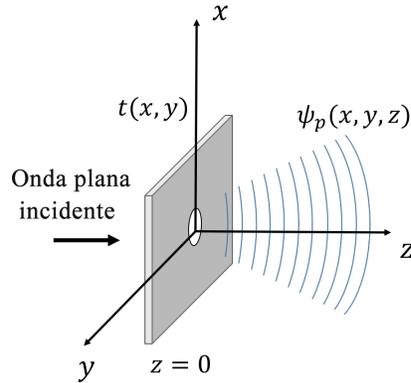


Figura 2.3: Difracción de una onda plana al pasar por una apertura con función de transferencia $t(x, y)$.

Para una onda plana $Ae^{j\omega_0 t}$ de amplitud A que incide en una apertura, la distribución de campo inmediatamente después en $z = 0$ es

$$\psi(x, y, z = 0, t) = At(x, y)e^{j\omega_0 t} = \psi_{p0}(x, y)e^{j\omega_0 t}, \quad (2.19)$$

donde $\psi_{p0}(x, y) = At(x, y)$ es la condición inicial, también llamada amplitud compleja. De esta manera el problema se resume a encontrar la distribución del campo a una distancia z después de la apertura. La solución se modela en forma de

$$\psi(x, y, z, t) = \psi_p(x, y, z)e^{j\omega_0 t}, \quad (2.20)$$

donde $\psi_p(x, y, z)$ es la cantidad desconocida por resolver sujeta a $\psi_{p0}(x, y)$. Para encontrar $\psi_p(x, y, z)$, se sustituye la Ec. (2.20) en la ecuación de onda escalar de tres dimensiones para así obtener la ecuación de Helmholtz para $\psi_p(x, y, z)$ [36]

$$\frac{\partial^2 \psi_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial z^2} + k_0^2 \psi_p = 0, \quad (2.21)$$

con $k_0 = \omega_0/v$. La solución de la Ec. (2.21) puede ser encontrada usando la transformada de Fourier (TF). La TF $\mathcal{F}\{\cdot\}$ de una función $f(x, y)$ y su inversa (TFI) $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ en dos dimensiones están definidas como

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{f(x, y)\} &= \mathbf{F}(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy, \\ \mathcal{F}^{-1}\{\mathbf{F}(k_x, k_y)\} &= f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(k_x, k_y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde $\mathbf{F}(k_x, k_y)$ es la TF de $f(x, y)$, k_x y k_y son las frecuencias en el espacio recíproco asociadas a las coordenadas espaciales x y y , con dimensiones rad/m . En la Tabla 2 del Apéndice A.1 se puede encontrar una lista de TF de funciones importantes. Aplicando la TF a la Ec. (2.21) se obtiene

$$(-jk_x)^2\Psi_p(k_x, k_y, z) + (-jk_y)^2\Psi_p(k_x, k_y, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\Psi_p(k_x, k_y, z) + k_0^2\Psi_p(k_x, k_y, z) = 0, \quad (2.23)$$

reordenando resulta en

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\Psi_p(k_x, k_y, z) = -k_0^2 \left(1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2}{k_0^2}\right) \Psi_p(k_x, k_y, z), \quad (2.24)$$

donde $\Psi_p = \mathcal{F}\{\psi_p\}$ cuya solución es

$$\Psi_p(k_x, k_y, z) = \Psi_{p0}(k_x, k_y) e^{-jk_0 \sqrt{1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2}{k_0^2}} z}. \quad (2.25)$$

Finalmente, la amplitud compleja ψ_p se calcula tomando la TFI de la Ec. (2.25).

$$\psi_p(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\Psi_p(k_x, k_y, z)\} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \Psi_{p0}(k_x, k_y) e^{-jk_0 \sqrt{1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2}{k_0^2}} z} e^{-jk_x x - jk_y y} dk_x dk_y, \quad (2.26)$$

donde $\Psi_{p0}(k_x, k_y) = \mathcal{F}\{\psi_{p0}(x, y)\}$, es llamada espectro angular de onda plana. La Ec. (2.26), a partir de una distribución de campo $\psi_{p0}(x, y)$ en $z = 0$, nos permite encontrar la distribución de campo resultante en el plano (x, y) propagado una distancia z . La cantidad $\Psi_{p0}(k_x, k_y) e^{-jk_x x - jk_y y}$ es una componente de onda plana con amplitud $\Psi_{p0}(k_x, k_y)$, de la cual se obtiene $\psi_{p0}(x, y)$ en $z = 0$ cuando se integra sobre las direcciones k_x y k_y .

Una alternativa a la Ec. (2.26) para encontrar la distribución de campo $\psi_p(x, y)$ a una distancia z , es simplemente tomar varias componentes de la onda plana propagadas a la distancia z , lo que se traduce en un corrimiento de fase $e^{-jk_z z}$. De la Ec. (2.26), tomando en cuenta $k_0 = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$, se obtiene

$$\begin{aligned} \psi_p(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \Psi_{p0}(k_x, k_y) e^{-jk_x x - jk_y y - jk_z z} dk_x dk_y \\ &= \mathcal{F}^{-1}\{\Psi_{p0}(k_x, k_y) e^{-jk_z z}\}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Difracción de Fresnel

La difracción de Fresnel o difracción de campo cercano es el resultado de la difracción de una distribución de campo a una distancia cercana z del objeto causante de dicha difracción. En este tipo de difracción, la onda de campo propagada forma ángulos pequeños respecto a

la dirección de propagación. Con ello, es posible introducir aproximaciones en las ecuaciones vistas en la Sección 2.1.3, con el fin de reducir la complejidad y el trabajo en cálculos de dichas expresiones. Considerando $k_x^2 + k_y^2 \ll k_z^2$, el término de raíz cuadrada en la exponencial de la Ec. (2.26) se expande en series de Taylor al primer grado acorde a

$$\sqrt{1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2}{k_0^2}} \approx 1 - \frac{k_x^2}{2k_0^2} - \frac{k_y^2}{2k_0^2}. \quad (2.28)$$

Con ello la Ec. (2.26) se reduce a

$$\psi_p(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \Psi_{p0}(k_x, k_y) e^{-jk_0z + j\frac{k_x^2 + k_y^2}{2k_0}z} e^{-jk_x x - jk_y y} dk_x dk_y, \quad (2.29)$$

la cual se puede escribir en forma compacta con notación de TF

$$\psi_p(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\Psi_{p0}(k_x, k_y)H(k_x, k_y, z)\}, \quad (2.30)$$

donde

$$H(k_x, k_y, z) = e^{-jk_0z + j\frac{k_x^2 + k_y^2}{2k_0}z}. \quad (2.31)$$

El término $H(k_x, k_y, z)$ y su TFI $h(x, y, z)$ son llamadas función de transferencia de frecuencia espacial y respuesta de impulso espacial en óptica de Fourier, respectivamente.

$$h(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{H(k_x, k_y, z)\} = e^{-jk_0z} \frac{jk_0}{2\pi z} e^{\frac{-jk_0}{2z}(x^2 + y^2)}. \quad (2.32)$$

La Ec. (2.30) se puede expresar en términos de la operación convolución, obteniendo de ello

$$\begin{aligned} \psi_p(x, y, z) &= \psi_{p0}(x, y) * h(x, y, z) \\ &= e^{-jk_0z} \frac{jk_0}{2\pi z} \iint_{-\infty}^{\infty} \psi_{p0}(x', y') e^{\frac{-jk_0}{2z}[(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy', \end{aligned} \quad (2.33)$$

la cual es conocida como fórmula de difracción de Fresnel y describe la difracción de un campo $\psi_{p0}(x, y)$ al propagarse después de la apertura que provoca dicha difracción. La Ec. (2.33) puede ser simplificada al desarrollar los binomios al cuadrado del término exponencial, obteniendo así

$$\psi_p(x, y, z) = e^{-jk_0z} \frac{jk_0}{2\pi z} e^{\frac{-jk_0}{2z}(x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \psi_{p0}(x', y') e^{\frac{-jk_0}{2z}[(x')^2 + (y')^2]} e^{\frac{jk_0}{2z}[(xx')^2 + (yy')^2]} dx' dy'. \quad (2.34)$$

Finalmente, la fórmula de difracción de Fresnel se expresa en términos de TF acorde a

$$\psi_p(x, y, z) = e^{-jk_0z} \frac{jk_0}{2\pi z} e^{\frac{-jk_0}{2z}(x^2 + y^2)} \mathcal{F} \left\{ \psi_{p0}(x, y) e^{\frac{-jk_0}{2z}(x^2 + y^2)} \right\}_{k_x = \frac{k_0 x}{z}, k_y = \frac{k_0 y}{z}}. \quad (2.35)$$

Difracción de Fraunhofer

La difracción de Fraunhofer o difracción de campo lejano ocurre cuando el plano de observación se encuentra muy alejado de la apertura que provocó dicha difracción; es el caso límite de la difracción de Fresnel y describe el comportamiento de un campo difractado cuando el factor $\frac{-jk_0}{2z} [(x')^2 + (y')^2]$ en la Ec. (2.34) cumple la siguiente condición

$$\frac{k_0}{2z} [(x')^2 + (y')^2]_{max} = \frac{\pi}{\lambda_0} [(x')^2 + (y')^2]_{max} \ll z. \quad (2.36)$$

De esta manera, el término $e^{\frac{-jk_0}{2z} [(x')^2 + (y')^2]}$ dentro del integrando se puede considerar la unidad, y la Ec. (2.34) se reduce a

$$\psi_p(x, y, z) = e^{-jk_0z} \frac{jk_0}{2\pi z} e^{\frac{-jk_0}{2z} (x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \psi_{p0}(x', y') e^{\frac{jk_0}{2z} [(xx')^2 + (yy')^2]} dx' dy', \quad (2.37)$$

cuya forma simplificada se obtiene al expresarse en términos de TF

$$\psi_p(x, y, z) = e^{-jk_0z} \frac{jk_0}{2\pi z} e^{\frac{-jk_0}{2z} (x^2 + y^2)} \mathcal{F} \{ \psi_{p0}(x, y) \}_{k_x = \frac{k_0x}{z}, k_y = \frac{k_0y}{z}}. \quad (2.38)$$

Las ecuaciones (2.35) y (2.38), al tener formas simples facilitan los cálculos en su resolución. Además, se pueden implementar en algoritmos computacionales usando la transformada rápida de Fourier (FFT), reduciendo tiempos y esfuerzos de cómputo.

Las ecuaciones (2.35) y (2.38) fueron implementadas en un algoritmo y resueltas numéricamente a través de cómputo. La Fig. 2.4 muestra la difracción de Fresnel y Fraunhofer correspondientes a dichos resultados numéricos. La transparencia utilizada en las simulaciones fue el logotipo del Instituto de Investigación en Comunicación Óptica (IICO) utilizando una longitud de onda de 633 nm.

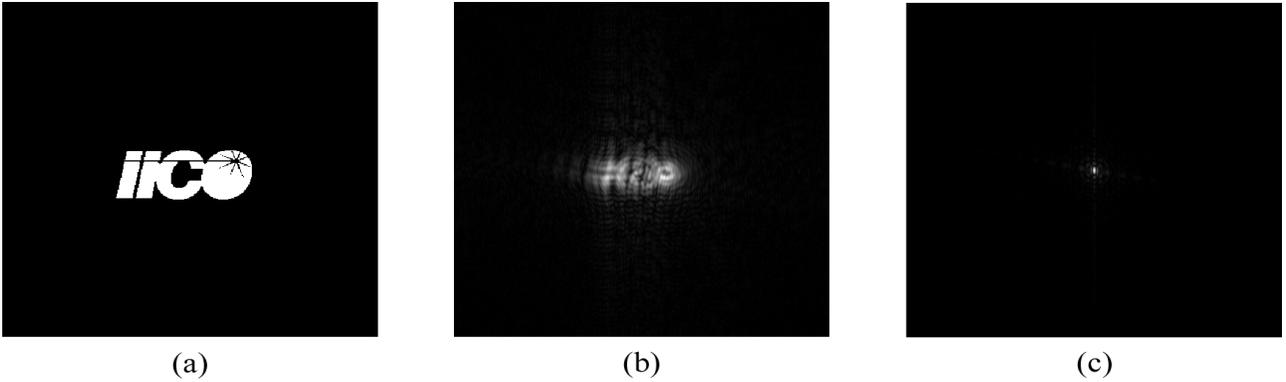


Figura 2.4: (a) Transparencia con logo del IICO. Difracción de (b) Fresnel y (c) Fraunhofer de la transparencia.

2.1.4. Lente delgada ideal como transformada de Fourier óptica

Cuando una onda $Ae^{j(w_0t-kz)}$ atraviesa un medio transparente su amplitud A no se ve alterada; sin embargo, la fase $w_0t - kz$ puede variar fuertemente en función de la forma geométrica de dicho elemento. En la Fig. 2.5 se muestra una placa transparente con espesor variable $d(x, y)$ en la que incide una onda plana por la izquierda en dirección $+z$. La función de fase de la onda al atravesar dicha placa está dada por [37]

$$t_p(x, y) = e^{-jk_0d_0} e^{-j(n-1)k_0d(x, y)}, \quad (2.39)$$

donde d_0 es el espesor ideal de la placa si no tuviera variaciones de espesor y n el índice de refracción del objeto transparente, definido como la razón de la velocidad de la luz en el vacío c entre la velocidad de la luz en el medio. En general, el cambio de fase introducido por un elemento transparente depende directamente de la geometría de éste.

Siguiendo un procedimiento similar al descrito para la placa transparente, se encuentra que la función de fase de una lente convergente con distancia focal f está dada por

$$t_f(x, y) = e^{\frac{jk_0}{2f}(x^2+y^2)}. \quad (2.40)$$

Empleando la fórmula de difracción de Fresnel, es posible calcular la distribución de campo de

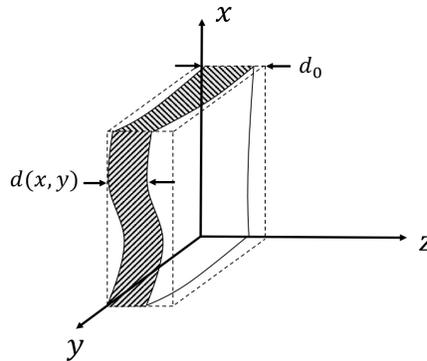


Figura 2.5: Placa transparente de espesor variable. d_0 es el máximo espesor de la placa. La propagación de la luz es a lo largo del eje z .

una onda plana al propagarse una distancia z después de la lente; para ello la función de fase de la lente juega el papel de la FAC $t(x, y)$. De esta manera la distribución de campo $\psi_{p0}(x, y)$ en $z = 0$ está dada por

$$\psi_{p0}(x, y) = Ae^{\frac{jk_0}{2f}(x^2+y^2)}. \quad (2.41)$$

Finalmente, usando la Ec. (2.41) en la fórmula de difracción de Fresnel y evaluando la distancia de propagación para $z = f$ se obtiene

$$\psi_p(x, y, f) = e^{-jk_0f} \frac{jk_0}{2\pi f} e^{\frac{-jk_0}{2f}(x^2+y^2)} \mathcal{F} \left\{ e^{\frac{jk_0}{2f}(x^2+y^2)} e^{\frac{-jk_0}{2f}(x^2+y^2)} \right\}_{k_x = \frac{k_0x}{f}, k_y = \frac{k_0y}{f}}, \quad (2.42)$$

donde se puede ver que la función de fase de la lente se cancela con la función de fase de la difracción de Fresnel, quedando únicamente un factor que multiplica a la TF de una constante. Aplicando las propiedades de la Tabla 2 del Apéndice A.1, se obtiene que la distribución de campo en el plano focal de la lente es proporcional a una función delta de Dirac

$$\psi_p(x, y, f) \propto \delta(k_x, k_y), \quad (2.43)$$

cuyo resultado es consistente con la óptica geométrica, indicando que los haces paralelos en la entrada de una lente convergen en el punto focal de la misma.

Las lentes tienen un papel muy importante en la óptica. Una de sus principales aplicaciones es el procesamiento óptico de imágenes, en el cual se utiliza un sistema como el descrito en la Fig. 2.6. En la entrada de dicho sistema se tiene una onda plana incidiendo sobre un elemento con FAC $t(x, y)$, que se encuentra a una distancia z_1 de la entrada de una lente con una función de fase descrita por la Ec. (2.40). Para encontrar el campo difractado de la FAC a través de la

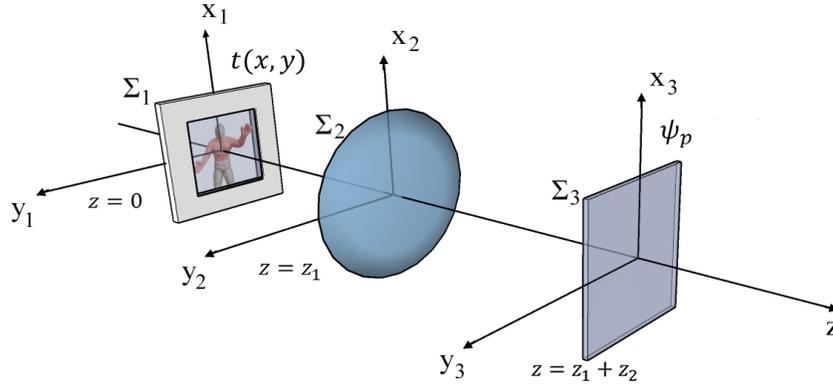


Figura 2.6: Lente como transformada de Fourier óptica. La propagación de la luz es a lo largo del eje z .

lente se usa la fórmula de difracción de Fresnel en cada etapa del sistema. Para fines prácticos el análisis se realiza en una dimensión y posteriormente, los resultados obtenidos se generalizan a dos dimensiones. Nótese que los planos Σ_i tienen un sistema de referencias propio (x_i, y_i, z) , esto con el fin de no perder generalidad en el proceso del cálculo. Primero se efectúa una propagación de campo de la FAC situada en el plano Σ_1 al plano Σ_2 , con una distancia de propagación $z = z_1$, dando:

$$\psi(x_2, z_1^-) = \frac{jk_0}{2\pi z_1} e^{-jk_0 z_1} e^{\frac{-jk_0}{2z_1} x_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1) e^{\frac{jk_0}{z_1} x_1 x_2} e^{\frac{-jk_0}{2z_1} x_1^2} dx_1, \quad (2.44)$$

donde $\psi(x_2, z_1^-)$ indica el campo justo antes de incidir en la lente. Al atravesarla y tomando en cuenta el factor de fase de ésta, el campo toma la forma de

$$\psi(x_2, z_1^+) = \psi(x_2, z_1^-) e^{\frac{jk_0}{2f} x_2^2}. \quad (2.45)$$

El campo resultante se propaga de nuevo, esta vez del plano Σ_2 al plano Σ_3 :

$$\begin{aligned} \psi(x_3, z_1 + z_2) = & \frac{jk_0}{2\pi z_2} e^{-jk_0 z_2} e^{\frac{-jk_0}{2z_2} x_3^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{jk_0}{2\pi z_1} e^{-jk_0 z_1} e^{\frac{-jk_0}{2z_1} x_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1) e^{\frac{jk_0}{z_1} x_1 x_2} e^{\frac{-jk_0}{2z_1} x_1^2} dx_1 \right) \\ & \times e^{\frac{jk_0}{2f} x_2^2} e^{\frac{jk_0}{z_2} x_2 x_3} e^{\frac{-jk_0}{2z_2} x_2^2} dx_2. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Reordenando la Ec. (2.46) se obtiene

$$\begin{aligned} \psi(x_3, z_1 + z_2) = & \left(\frac{jk_0}{2\pi} \right)^2 \frac{e^{-jk_0(z_1+z_2)}}{z_1 z_2} e^{\frac{-jk_0}{2z_2} x_3^2} \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1) e^{-\frac{jk_0}{2} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{f} + \frac{1}{z_2} \right) x_2^2} e^{jk_0 \left(\frac{x_1}{z_1} + \frac{x_3}{z_2} \right) x_2} e^{\frac{-jk_0}{2z_1} x_1^2} dx_1 dx_2. \end{aligned} \quad (2.47)$$

La integral respecto de dx_2 se resuelve usando el resultado

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{j(ax^2 - bx)} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-j\frac{b^2}{4a}}, \quad (2.48)$$

tomando $a = -\frac{k_0}{2} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{f} + \frac{1}{z_2} \right)$ y $b = -k_0 \left(\frac{x_1}{z_1} + \frac{x_3}{z_2} \right)$ de la Ec. (2.47) se obtiene

$$\begin{aligned} \psi(x_3, z_1 + z_2) = & \left(\frac{jk_0}{2\pi} \right)^2 \frac{e^{-jk_0(z_1+z_2)}}{z_1 z_2} e^{\frac{-jk_0}{2z_2} x_3^2} \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1) e^{\frac{-jk_0}{2z_1} x_1^2} e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{\pi}{-\frac{k_0}{2} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{f} + \frac{1}{z_2} \right)}} e^{-j\frac{(-k_0 \left(\frac{x_1}{z_1} + \frac{x_3}{z_2} \right))^2}{4 \left(-\frac{k_0}{2} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{f} + \frac{1}{z_2} \right) \right)}} dx_1, \end{aligned} \quad (2.49)$$

cuyo resultado se simplifica al evaluar en $z_2 = f$

$$\psi(x_3, z_1 + z_2) = \left(\frac{jk_0}{2\pi} \right)^2 \frac{j e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi z_1}{k_0}}}{z_1 f} e^{-jk_0(z_1+f)} e^{\frac{-jk_0}{2f} x_3^2} e^{\frac{jk_0}{2f^2} x_3^2 z_1} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1) e^{j\frac{k_0 x_1 x_3}{f}} dx_1. \quad (2.50)$$

Tomando en cuenta que $k_x = \frac{k_0 x_3}{f}$ y utilizando la definición de TF de la Ec. (2.22), el resultado final en dos dimensiones es

$$\psi(x_3, y_3, z_1 + z_2) = \frac{jk_0}{2\pi f} e^{-jk_0(z_1+f)} e^{\frac{jk_0}{2f} (x_3^2 + y_3^2) \left(1 - \frac{z_1}{f} \right)} \mathcal{F} \{ t(x_1, y_1) \}. \quad (2.51)$$

El resultado anterior es la propagación del campo de entrada, del plano Σ_1 al plano Σ_3 pasando a través de una lente; su forma es proporcional a la TF de la función $t(x, y)$ de entrada multiplicada por un factor de fase cuadrático, el cual desaparece si $z_1 = f$:

$$\psi(x_3, y_3, z_1 + z_2) = \frac{jk_0}{2\pi f} e^{-j2k_0 f} \mathcal{F} \{ t(x_1, y_1) \}. \quad (2.52)$$

Se observa que el resultado anterior es justo la TF de la FAC de entrada, independientemente de lo complicada que ésta sea. El arreglo de la Fig. 2.6 se utiliza en procesamiento óptico de imágenes tomando como entrada una FAC $t(x, y)$ y obteniendo a su salida su TF óptica.

2.1.5. Sistema formador de imágenes 4f

En la Fig. 2.7 se muestra un sistema 4f. Éste, a diferencia del sistema visto en la sección anterior, tiene dos lentes en vez de una. Agregando una segunda lente con longitud focal f en la posición $z = z_1 + z_2 + f$, ésta toma el resultado de salida del primer sistema y lo procesa mediante otra TF óptica. Finalmente, aplicando la propiedad de paridad 1 de la Tabla 2 en el Apéndice A.1, la FAC $t(x, y)$ es recuperada en un plano situado en $z = z_1 + z_2 + 2f$. El propósito de este

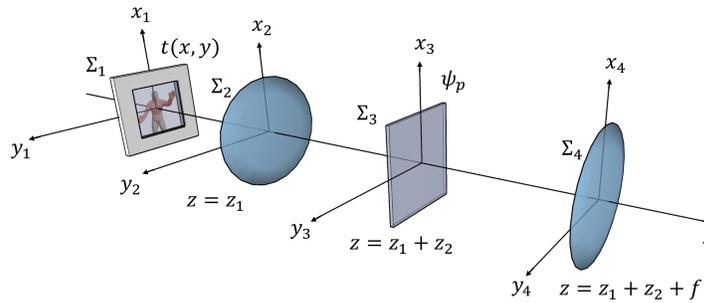


Figura 2.7: Sistema formador de imágenes 4f. La propagación de la luz es a lo largo del eje z .

sistema es obtener el objeto de entrada $t(x, y)$ en un plano z diferente. Además, cambiando los focos de las lentes utilizadas, es posible modificar la magnificación de la imagen de salida. Dicho sistema también funciona como un procesador óptico de imágenes, filtrándolas y limpiándolas al seleccionar frecuencias específicas en el plano $z = z_1 + z_2$, el cual también es llamado plano de Fourier. Más detalles del sistema 4f se explicarán a fondo en la Subsección 3.4 del siguiente capítulo.

2.2. Fundamentos de Holografía

2.2.1. Holografía

Cuando un objeto es iluminado, al resultado de la luz dispersada se le llama onda objeto. Un observador que se encuentre en las cercanías podrá observar la onda y distinguir dos cantidades que la caracterizan: la amplitud, que representa al brillo o intensidad y la fase, la cual corresponde a la profundidad. Ambas cantidades físicas representan la amplitud compleja del objeto $\psi_p(x, y)$ y contienen la información completa del mismo.

Cuando una onda objeto es registrada mediante una película fotográfica o una cámara CCD, se obtiene únicamente una distribución de intensidad proporcional al cuadrado de la amplitud compleja del objeto $I(x, y) \propto |\psi_p(x, y)|^2$, perdiendo la información de fase en el proceso de registro y destruyendo el carácter tridimensional del objeto en cuestión. Si el medio de registro

se realiza empleando una película fotosensible, el dispositivo que se tiene después del revelado es una transparencia. Ésta tendrá una amplitud de transmitancia proporcional a la intensidad registrada, la cual estará dada por

$$t(x, y) = |\psi_p(x, y)|^2. \quad (2.53)$$

La holografía es un sistema de imagen que, al contrario de la fotografía no pierde la información de fase, y se divide en dos etapas, registro y reconstrucción. En la etapa de registro, se obtiene un holograma al interferir una onda objeto con una onda plana de referencia. En la reconstrucción, la onda objeto es reconstruida cuando el holograma es iluminado con una onda de referencia igual a la utilizada en el proceso de registro. La amplitud compleja guardada preserva la distribución de intensidad e información de profundidad del objeto, permitiéndole a un observador interpretar y obtener datos de manera más fácil y completa.

2.2.2. Hologramas como una colección de placas zonales de Fresnel

Debido a que un objeto puede ser representado como una colección de puntos, el principio de holografía puede ser explicado al analizar el proceso de registro y reconstrucción de solo uno de ellos [36]. En La Fig. 2.8 se muestra la etapa de registro de un arreglo convencional de holografía; una fuente de luz coherente se divide en dos y se recombinada por medio de dos beam splitter (BS) (BS1 y BS2) y dos espejos (M1 y M2). El primer haz forma la onda de referencia, la cual incide en el espejo M2 y llega a la zona de interferencia sin ser modificada. El segundo haz se refleja en el espejo M1 e incide directamente en la apertura pinhole y el frente de onda resultante al llevar información de la apertura se le conoce como onda objeto.

Para encontrar la distribución de intensidad en la zona de interferencia, es necesario conocer la

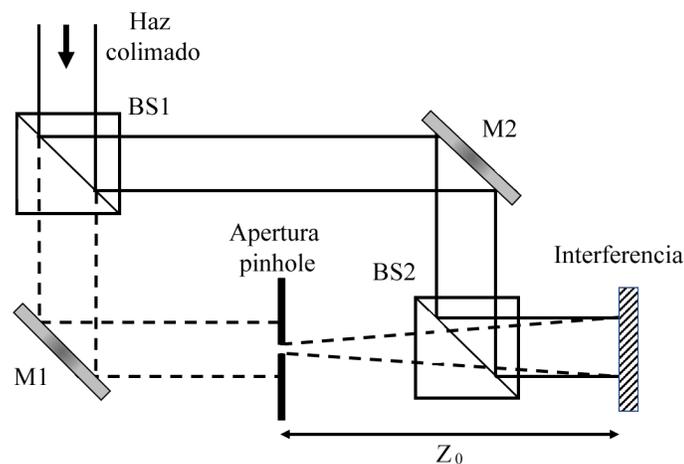


Figura 2.8: Sistema de holografía. BS1 y BS2 representan los divisores de haz y M1,M2 son espejos.

forma de las ondas que interfieren. En el caso de la onda objeto, la apertura pinhole se modela como una función delta $\delta(x, y)$ y por lo tanto, la distribución de campo de la onda después de propagarse una distancia $z = z_0$ acorde a la fórmula de difracción de Fresnel está dada por

$$\begin{aligned}\psi_o(x, y, z_0) &= \delta(x, y) * h(x, y, z_0) = \frac{jk_0}{2\pi z_0} e^{-jk_0 z_0} \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x', y') e^{-j\frac{k_0}{2z_0}[(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy', \\ &= \frac{jk_0}{2\pi z_0} e^{-jk_0 z_0} e^{-j\frac{k_0}{2z_0}(x^2 + y^2)}.\end{aligned}\quad (2.54)$$

Para la onda de referencia, se asume que la distribución de campo no sufre variaciones después de propagarse la misma distancia $z = z_0$, por lo que al llegar a la zona de interferencia tiene la forma de

$$\psi_r(x, y, z_0) = ae^{-jk_0 z_0}. \quad (2.55)$$

En la Fig. 2.9 (a) se muestra la etapa de registro del holograma. En ésta se puede apreciar la forma de ambas ondas y el modo en el que interfieren. La distribución de intensidad resultante es capturada al colocar un medio de registro en la zona de interferencia. De acuerdo a la Ec. (2.53) la amplitud de transmitancia registrada es

$$t(x, y) = \left| ae^{-jk_0 z_0} + \frac{jk_0}{2\pi z_0} e^{-jk_0 z_0} e^{-j\frac{k_0}{2z_0}(x^2 + y^2)} \right|^2. \quad (2.56)$$

Realizando las operaciones indicadas y usando la forma exponencial de la función seno, el resultado se simplifica en

$$t(x, y) = a^2 + \left(\frac{k_0}{2\pi z_0} \right)^2 + \frac{ak_0}{\pi z_0} \text{sen} \left[\frac{k_0}{2z_0} (x^2 + y^2) \right]. \quad (2.57)$$

Ésta expresión a menudo es llamada placas zonales de Fresnel sinusoidales y representa el holograma de una fuente puntual como objeto a una distancia $z = z_0$ del medio de registro.

En el proceso de reconstrucción, una onda de referencia $\psi_r(x, y)$, igual a la utilizada en el proceso de registro, ilumina el holograma obteniendo como resultado una amplitud compleja $\psi_{rec}(x, y, z)$ a una distancia z de éste. Así mismo, acorde a la fórmula de difracción de Fresnel se obtiene

$$\begin{aligned}\psi_{rec}(x, y, z) &= \psi_r t(x, y) * h(x, y, z) = \psi_r a^2 * h(x, y, z) \\ &+ \psi_r \left(\frac{k_0}{2\pi z_0} \right)^2 * h(x, y, z) \\ &+ \psi_r \left(\frac{-ajk_0}{2\pi z_0} \right) e^{j\frac{k_0}{2z_0}(x^2 + y^2)} * h(x, y, z) \\ &+ \psi_r \left(\frac{ajk_0}{2\pi z_0} \right) e^{j\frac{-k_0}{2z_0}(x^2 + y^2)} * h(x, y, z).\end{aligned}\quad (2.58)$$

Para un mejor análisis e interpretación física cada sumando se resuelve de manera separada. El

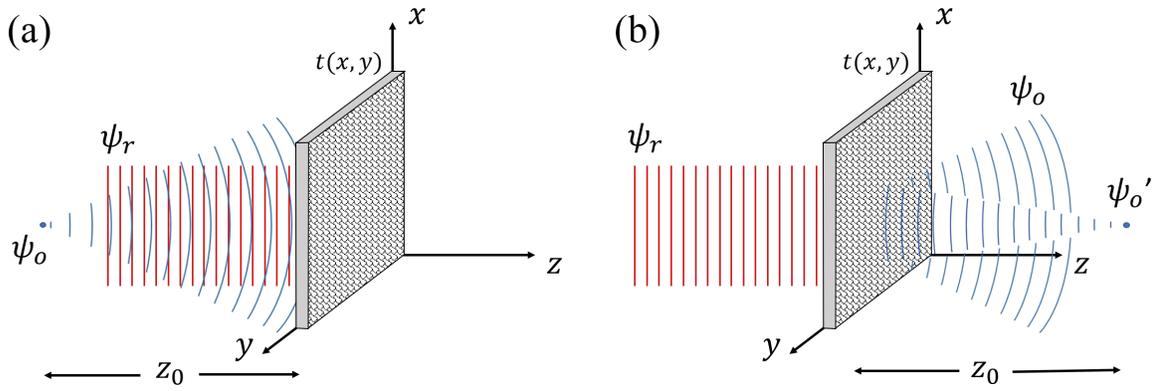


Figura 2.9: Etapa de (a) registro y (b) reconstrucción en holografía. ψ_o onda objeto virtual; ψ'_o onda objeto real; ψ_r onda de referencia.

primer y segundo término al ser constantes se pueden agrupar y analizar en la misma expresión, el resultado de la operación convolución indicada se reduce a

$$\psi_{rec1}(x, y, z) = -a \left(a^2 + \left(\frac{k_0}{2\pi z_0} \right)^2 \right) e^{-jk_0(z+z_0)}, \quad (2.59)$$

la cual representa una onda propagándose sin difracción. A menudo a ésta onda se le conoce como haz de difracción de orden cero o término DC. Aplicando la operación convolución en el tercer término de la Ec. (2.58) se obtiene

$$\psi_{rec2}(x, y, z) = \frac{a^2 k_0 j}{2\pi(z-z_0)} e^{-jk_0(z-z_0)} e^{-j \frac{k_0}{2(z-z_0)}(x^2+y^2)}. \quad (2.60)$$

Para valores $z < z_0$ dicha ecuación representa una onda convergente. Cuando $z = z_0$ la onda está focalizada y forma el objeto fuente puntual representado por la función delta. Además, al focalizarse delante del holograma se le considera como real. Finalmente, cuando se evalúan para valores $z > z_0$ la onda es divergente. Por último, al evaluar las operaciones en el cuarto término de la Ec. (2.58), se obtiene

$$\psi_{rec3}(x, y, z) = \frac{a^2 k_0 j}{2\pi(z+z_0)} e^{-jk_0(z+z_0)} e^{-j \frac{k_0}{2(z+z_0)}(x^2+y^2)}. \quad (2.61)$$

Nótese que se obtuvo una forma parecida a la Ec. (2.60), salvo algunos signos introducidos en la parte exponencial. Ésta onda se focaliza cuando $z = -z_0$, y debido a que se forma detrás del holograma, se le llama objeto virtual. La onda es convergente cuando se evalúan valores $z < -z_0$, y divergente para $z > -z_0$.

En la Fig. 2.9 (b) se muestra la etapa de reconstrucción del objeto. En ésta se pueden ver dos ondas difractadas a partir del holograma; la onda convergente ψ'_o muestra el comportamiento de la Ec. (2.60) y representa al objeto real; la onda divergente ψ_o se comporta como lo describe la Ec. (2.61) y da lugar a un objeto virtual.

2.2.3. Coherencia

En los análisis anteriores, en ningún momento se consideró la existencia de algún parámetro que afectara la calidad de la interferencia entre las ondas y en todos los casos se consideró de manera implícita que las fuentes podían interferir sin ningún problema. Sin embargo, en la práctica esto no es estrictamente cierto ya que para generar interferencia, las fases de las ondas involucradas deben estar correlacionadas de una manera en especial. Ésta propiedad de correlación se conoce como coherencia y es investigada en este apartado. Existen dos tipos de coherencia, espacial y temporal. En la coherencia temporal se analizará la habilidad de un campo de luz para interferir con una versión de sí mismo retrasado en el tiempo. La coherencia espacial es la habilidad de interferir con una versión del campo de sí mismo desplazado espacialmente.

Coherencia temporal

El interferograma de dos ondas de luz $A(x, y, z, t)$ y $B(x, y, z, t)$ está dado por

$$I(x, y, z) = \langle |A(x, y, z, t) + B(x, y, z, t)|^2 \rangle, \quad (2.62)$$

donde $\langle \cdot \rangle$ indica la integral promedia en el tiempo acorde a [36]

$$\langle \cdot \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} \cdot dt. \quad (2.63)$$

La luz de las ondas consideradas se modela como luz cuasi monocromática con una frecuencia específica w_0 y con variaciones de fase aleatorias $\theta(t)$. Fijando las coordenadas espaciales, las ondas se expresan como

$$\begin{aligned} A(t) &= A_0 e^{j[w_0 t + \theta(t)]}, \\ B(t) &= B_0 e^{j[w_0(t+\tau) + \theta(t+\tau)]}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

donde τ denota el retraso de tiempo debido a la diferencia de camino óptico entre las ondas. Simplificando la Ec. (2.62) y sustituyendo las expresiones anteriores, se obtiene

$$I(\tau) = A_0^2 + B_0^2 + 2A_0 B_0 \times \text{Re} \left\{ \langle e^{j[\theta(t+\tau) - \theta(t) + w_0 \tau]} \rangle \right\}, \quad (2.65)$$

donde

$$\gamma(\tau) = \langle e^{j[\theta(t+\tau) - \theta(t) + w_0 \tau]} \rangle, \quad (2.66)$$

es llamado grado de coherencia compleja de la fuente de luz. La Ec. (2.65) al expresarse en función del parámetro anterior adquiere la forma de [36]

$$I(\tau) = A_0^2 + B_0^2 + 2A_0 B_0 |\gamma(\tau)| \cos[\arg\{\gamma(\tau)\}], \quad (2.67)$$

donde $\arg\{\cdot\}$ toma el argumento de la función evaluada. Uno de los parámetros importantes de la interferencia es la visibilidad ν , el cual es una medida del contraste en un patrón de interferencia y por lo tanto, la habilidad para que dos ondas interfieran entre sí. Ésta cantidad está definida como [36]

$$\nu = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (2.68)$$

donde I_{max} e I_{min} corresponden a la intensidad máxima y mínima de dos franjas vecinas en el interferograma, las cuales se obtienen evaluando $\arg\{\gamma(\tau)\}$ en 0 y π de la Ec. (2.67), respectivamente. Con lo anterior, estas cantidades se expresan como

$$\begin{aligned} I_{max} &= A_0^2 + B_0^2 + 2A_0B_0 |\gamma(\tau)|, \\ I_{min} &= A_0^2 + B_0^2 - 2A_0B_0 |\gamma(\tau)|. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Finalmente, evaluando lo anterior en la Ec. (2.68), la visibilidad del interferograma puede ser expresada como

$$\nu = \frac{2A_0B_0}{A_0^2 + B_0^2} |\gamma(\tau)|, \quad (2.70)$$

cuyo valor depende linealmente del módulo del grado de coherencia compleja. El módulo del grado de coherencia compleja puede adquirir tres valores: $|\gamma(\tau)| = 1$ describe luz monocromática completamente coherente, $|\gamma(\tau)| = 0$ para luz completamente incoherente y finalmente, cuando $0 < |\gamma(\tau)| < 1$ se dice que la luz es parcialmente coherente.

Otro parámetro importante es el tiempo de coherencia. Para definirlo es necesario modelar a una fuente de luz ordinaria como luz cuasi monocromática oscilado a una frecuencia w_0 y con trenes de onda de tamaño finito; además, su fase inicial $\theta(t)$ es aleatoriamente distribuida entre 0 y 2π , cuyos cambios ocurren cada intervalo de tiempo τ_0 . Otra forma de definir el grado de coherencia complejo es [36]

$$\gamma(\tau) = \Lambda \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right) e^{jw_0\tau}, \quad (2.71)$$

donde

$$\Lambda \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{\tau}{\tau_0} \right| & \text{para } \left| \frac{\tau}{\tau_0} \right| \leq 1, \\ 0 & \text{otro.} \end{cases} \quad (2.72)$$

De la Ec. (2.71) se puede ver que $\gamma(\tau)$ decrece con τ ; es decir, el grado de coherencia va disminuyendo hasta volverse completamente incoherente a medida que el valor τ se acerca a τ_0 . Cuando llega a este valor, el grado de coherencia es igual con cero y las franjas de interferencia en el interferograma resultante son indistinguibles. A este tiempo transcurrido τ_0 se le conoce como tiempo de coherencia. Usando este concepto también es posible definir la longitud de coherencia, l_c , acorde a

$$l_c = c \tau_0, \quad (2.73)$$

cuyo valor es la cantidad de camino óptico que atraviesa la luz al transcurrir un tiempo τ_0 . Para asegurar que exista interferencia entre las dos ondas estudiadas, la diferencia de camino óptico entre ellas debe ser más pequeña que la longitud de coherencia. Típicamente la longitud de coherencia asociada a la luz de focos comerciales es del orden de micrómetros; es decir, para que exista interferencia entre fuentes de luz de ese tipo, su diferencia de camino óptico debe ser menor a ésta. Las fuentes de luz con alta longitud de coherencia se les conoce como fuentes monocromáticas, las cuales incluyen a los láseres, cuyo valor de l_c va desde los milímetros hasta los cientos de kilómetros [2].

Coherencia espacial

La coherencia espacial describe la habilidad de una onda para interferir con una versión de sí misma desplazada espacialmente. Ésta característica se mide con un interferómetro de Young, el cual se muestra en la Fig. 2.10. A la izquierda del sistema, en $z = 0$ se puede ver una fuente de luz extendida que emite luz desde diferentes puntos de su extensión. La luz pasa a través de dos orificios en un obstáculo situado en $z = R_1$ y finalmente hace interferencia en una pantalla a una distancia $z = R_1 + R_2$ de la fuente de luz. Las franjas de interferencia observadas en la pantalla son el resultado de la interferencia de dos ondas de luz viajando por diferentes caminos r_1 y r_2 hasta los agujeros. Además, si la distancia a entre estos supera el límite crítico de distancia de coherencia a_k , el patrón de interferencia desaparece. Este fenómeno está relacionado a la siguiente causa: todas las ondas de luz emitidas por la fuente de luz extendida pasan por los agujeros y se superponen en la pantalla. Puede existir un punto de la fuente que genere un máximo de interferencia en un punto de la pantalla, mientras que otro punto de la fuente haga un mínimo en el mismo lugar. Esto se debe a que la longitud de camino óptico (LCO) es diferente para todos los puntos que salen de la fuente a la pantalla. En general, las contribuciones de cada punto de la fuente se superponen en la pantalla y el contraste del patrón de interferencia desaparece. Esto último se evita si cada punto de la fuente de luz cumple con la siguiente condición [2]

$$r_2 - r_1 < \frac{\lambda}{2}, \quad (2.74)$$

la cual se cumple si únicamente se consideran los bordes de la fuente de luz. Considerando estos puntos en la fuente de la Fig. 2.10, se llega a las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} r_1^2 &= R_1^2 + \left(\frac{a-h}{2}\right)^2, \\ r_2^2 &= R_1^2 + \left(\frac{a+h}{2}\right)^2, \end{aligned} \quad (2.75)$$

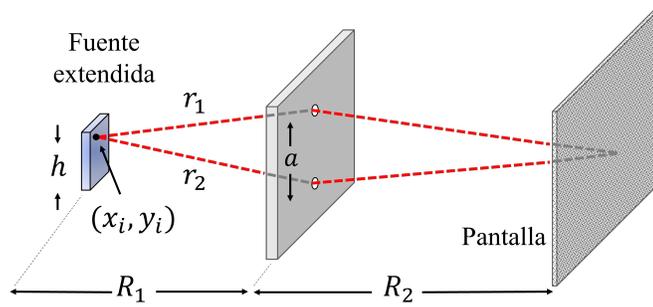


Figura 2.10: Interferómetro de Young. (x_i, y_i) representan las coordenadas de una fuente puntual.

donde h es el ancho de la fuente de luz extendida. Considerando $a \ll R_1$ y $h \ll R_1$, se llega a

$$r_2 - r_1 \approx \frac{ah}{2R_1}. \quad (2.76)$$

Combinando las ecuaciones (2.74) y (2.76) se obtiene

$$\frac{ah}{2R_1} < \frac{\lambda}{2}. \quad (2.77)$$

Finalmente, la distancia de coherencia es expresada como

$$\frac{a_k h}{2R_1} = \frac{\lambda}{2}. \quad (2.78)$$

2.2.4. Holografía digital (DH)

El concepto de holografía explicado en la Subsección 2.2.1 es el mismo para el caso de DH; sin embargo, en este último a diferencia de una placa de fotográfica se utiliza un arreglo de píxeles para registrar el holograma. Éste arreglo de píxeles forma una cámara, algunas de las más utilizadas son CCD (Charged Coupled Device) y CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor). En la Fig. 2.11 (a) se puede ver la etapa de registro del holograma, en donde

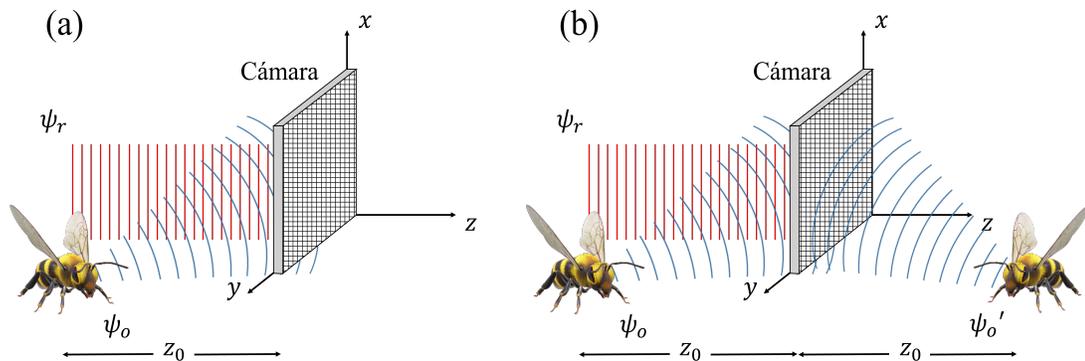


Figura 2.11: Holografía digital. (a) Registro y (b) reconstrucción.

una onda objeto proveniente de un objeto situado a una distancia $z = -z_0$ del plano de registro interfiere con una onda plana de referencia, La distribución de intensidades resultante es

registrada por una cámara y guardada en una computadora. En la etapa de reconstrucción de holografía convencional, una onda de referencia idéntica a la utilizada en el proceso de registro ilumina el holograma. como resultado de esto dos imágenes se generan, una real y una virtual situadas una distancia $z = -z_0$ y $z = z_0$ respecto plano de registro, respectivamente (véase Fig. 2.11 (b)). En DH, no es posible iluminar la cámara utilizada en el proceso de registro y recuperar ambas imágenes. En este caso se hace uso de técnicas numéricas de reconstrucción para obtener imágenes del objeto en diferentes planos a distintas distancias de donde en teoría estaría el holograma (arreglo de píxeles en DH). Las técnicas de reconstrucción más utilizadas son la aproximación de Fresnel y el enfoque por convolución (véase Subsección 2.1.3). Ambos métodos de reconstrucción permiten obtener la distribución de campo del objeto original $\psi_o(x, y)$. Su amplitud o intensidad $\Gamma(x, y)$ se calcula numéricamente acorde a

$$\Gamma(x, y) = |\psi_o(x, y)|^2, \quad (2.79)$$

y su fase

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im} [\psi_o(x, y)]}{\text{Re} [\psi_o(x, y)]} \right\}, \quad (2.80)$$

donde $\text{Re}\{\cdot\}$ denota la parte real de la onda objeto e $\text{Im}\{\cdot\}$ la parte imaginaria del mismo.

2.2.5. Técnica de corrimiento de fase

La distribución de intensidad dada por la interferencia de una onda objeto $\psi_o(x, y)$ y una onda de referencia $\psi_r(x, y)$ está dada por

$$I(x, y) = |\psi_o(x, y) + \psi_r(x, y)|^2, \quad (2.81)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_o(x, y) &= a_o e^{-j\varphi_o}, \\ \psi_r(x, y) &= a_r e^{-j\varphi_r}. \end{aligned} \quad (2.82)$$

Desarrollando las operaciones de la Ec. (2.81) se llega a

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos(\Delta\varphi), \quad (2.83)$$

donde $A(x, y) = a_o^2 + a_r^2$ y $B(x, y) = 2a_o a_r$ son parámetros que dependen de las coordenadas espaciales del interferograma. El término $\Delta\varphi = \varphi_o + \varphi_r$ es conocido como fase de interferencia y una manera de obtenerlo es mediante la propagación de campo de un solo holograma, empleando técnicas numéricas de reconstrucción como las mencionadas en la subsección anterior.

En general no es posible calcular la fase de interferencia sin efectos de ruido directamente de la Ec. (2.83), debido a que los parámetros $A(x, y)$ y $B(x, y)$ no son conocidos. En la práctica estos parámetros se ven afectados por [2]:

- Las partículas de polvo en el camino óptico dan lugar a patrones de difracción.
- En la práctica se ha observado cierta inestabilidad en los láseres utilizados, variando en el tiempo la amplitud del campo resultante.
- Las reflexiones múltiples en los componentes ópticos del sistema generan reflejos parásitos no deseados.
- El orden de difracción cero introduce ruido.
- La grabación y transmisión electrónica en el registro de hologramas genera ruido adicional.

El método de corrimiento de fase es una herramienta que permite calcular la fase de interferencia de un holograma al eliminar eficazmente efectos de ruido presentes en la propagación de campo de un solo holograma. Esto se logra mediante el registro adicional de interferogramas con corrimientos de fase mutuos. Existen métodos para dos, tres, cuatro y hasta N corrimientos de fase. En este trabajo se analiza la técnica de corrimiento de fase de cuatro pasos. En la Fig. 2.12 se muestra un arreglo de DH con el método de corrimiento de fase. En este sistema, los corrimientos de fase son introducidos mediante un espejo montado en un dispositivo transductor piezoeléctrico, el cual mueve la posición del espejo cuando a éste se le aplica un voltaje. El resultado es una diferencia de camino óptico introducida en el haz de referencia. Para esta

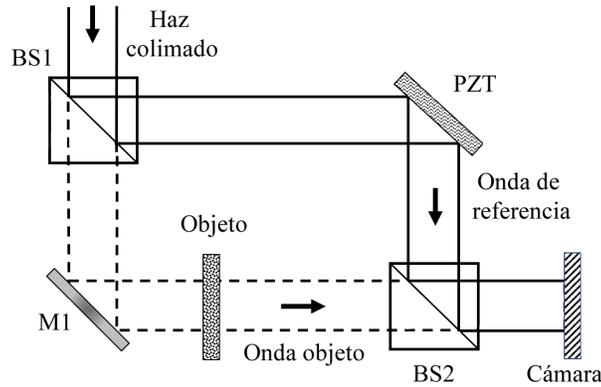


Figura 2.12: Arreglo óptico de holografía con método de corrimiento de fase.

técnica, la distribución de intensidades en cada holograma está dada por

$$I(x, y)_\alpha = |\psi_o(x, y) + \psi_r(x, y) e^{-j\alpha}|^2. \quad (2.84)$$

Registrando cuatro hologramas con $\alpha = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ se obtiene

$$\begin{aligned} I(x, y)_0 &= |\psi_o|^2 + |\psi_r|^2 + \psi_o\psi_r^* + \psi_o^*\psi_r, \\ I(x, y)_{\pi/2} &= |\psi_o|^2 + |\psi_r|^2 + j\psi_o\psi_r^* - j\psi_o^*\psi_r, \\ I(x, y)_\pi &= |\psi_o|^2 + |\psi_r|^2 - \psi_o\psi_r^* - \psi_o^*\psi_r, \\ I(x, y)_{3\pi/2} &= |\psi_o|^2 + |\psi_r|^2 - j\psi_o\psi_r^* + j\psi_o^*\psi_r. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Realizando las siguientes sustracciones se obtiene

$$\begin{aligned} I(x, y)_0 - I(x, y)_\pi &= 2\psi_o\psi_r^* + 2\psi_o^*\psi_r, \\ I(x, y)_{\pi/2} - I(x, y)_{3\pi/2} &= 2j\psi_o\psi_r^* - 2j\psi_o^*\psi_r, \end{aligned} \quad (2.86)$$

de donde se puede notar que el término de difracción de orden cero, $|\psi_o|^2 + |\psi_r|^2$, se ha eliminado. Finalmente, la amplitud compleja de la onda objeto es obtenida por

$$\psi_o = \frac{(I_0 - I_\pi) - j(I_{\pi/2} - I_{3\pi/2})}{4\psi_r^*}. \quad (2.87)$$

Evaluando la onda objeto resultante en las ecuaciones (2.79) y (2.80) se encuentran la amplitud y fase deseadas.

$$\Gamma(x, y) = \left| \frac{(I_0 - I_\pi) - j(I_{\pi/2} - I_{3\pi/2})}{4\psi_r^*} \right|^2, \quad (2.88)$$

$$\varphi_o(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{I_{\pi/2} - I_{3\pi/2}}{I_0 - I_\pi} \right). \quad (2.89)$$

2.2.6. Desenvolvimiento de fase

El método explicado en la subsección anterior es una de las formas de determinar la fase de interferencia de un holograma. Al calcular la fase de interferencia con la Ec. (2.89), el rango en el mapa de fase de ψ_o está entre $-\pi$ y π ; es decir, contiene saltos 2π en algunos puntos de éste. Para explicar este fenómeno es necesario analizar el comportamiento de las funciones trigonométricas involucradas en dichos cálculos. En la Fig. 2.13 (a) se muestra un número complejo z presentado en el plano complejo en la cual se puede apreciar la magnitud y el ángulo de dicho número. En la Fig. 2.13 (b) se muestran las graficas de las funciones trigonométricas seno, coseno, tangente y arcotangente. Si el ángulo θ que forma el vector z con respecto al eje real en la Fig. 2.13 (a)

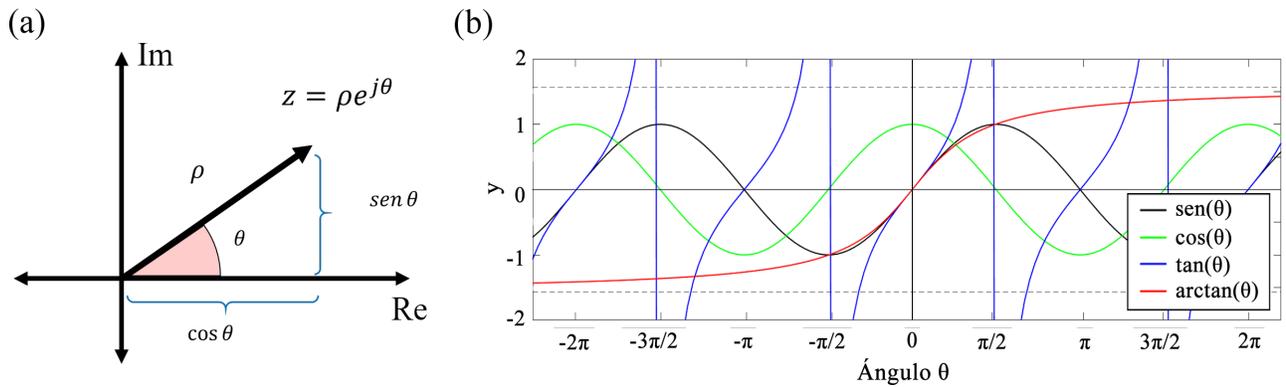


Figura 2.13: (a) Representación de un vector en el plano complejo. (b) Comportamiento de las funciones trigonometricas para diferentes valores de θ .

está entre 0 y $\pi/2$, el cálculo de la fase cae dentro de la rama central de la función tangente y

arcotangente de la Fig. 2.13 (b). Cuando el ángulo tiende a $\pi/2$, la tangente tiende a infinito y la arcotangente alcanza la asíntota horizontal marcada con líneas punteadas. Lo anterior es debido a que cuando $\theta = \pi/2$ el coseno vale cero, mientras que el seno vale uno, obteniendo una discontinuidad en la función tangente. Cuando el ángulo θ toma un ángulo mayor a $\pi/2$, el cálculo de la fase cae en la segunda rama de la función tangente y arcotangente; es decir, ocurre un salto en la discontinuidad resultando en la obtención de una fase ambigua. El cálculo de la función arcotangente no distingue entre los cuadrantes 2-4 y 1-3. El problema aumenta cuando el vector z completa más de un ciclo, pues además de existir ambigüedad en el cuadrante, se debe resolver la rama en donde cae las funciones tangente y arcotangente.

Cuando un mapa de fase tiene saltos 2π se dice que está envuelto. Existen algoritmos computacionales que permiten el desenvolvimiento de fase que se basan en analizar píxeles contiguos y determinar si existió un cambio de 2π en la fase. En la Fig. 2.14 se muestra el cálculo de un perfil de fase. La línea azul es la representación de la fase envuelta que fue obtenida directamente de la función arcotangente. Se puede notar que existen saltos 2π cuando la fase alcanza cierta amplitud. La línea roja es el resultado del desenvolvimiento de fase y representa la fase correcta que se está buscando. Ésta se obtuvo empleando el algoritmo descrito en las Ref. [38, 39]. En éste trabajo, se emplearán estos algoritmos en los resultados relacionados con desenvolvimiento de fase.

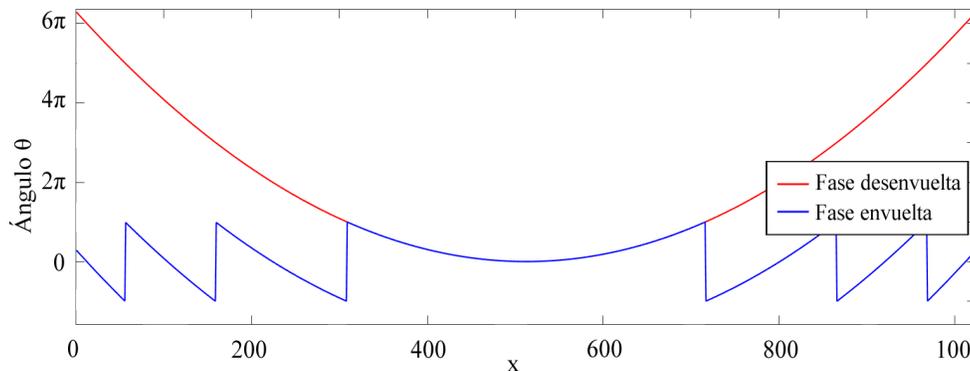


Figura 2.14: Perfil unidimensional de fase.

2.2.7. Hologramas de Lee

Los hologramas generados por computadora (CGH de sus siglas en inglés, computer-generated holograms), como su nombre lo indica, son hologramas generados digitalmente en una computadora. El holograma final es desplegado en un dispositivo modulador de luz espacial (SLM) para su reconstrucción holográfica. Una de las ventajas de estos es que el objeto tridimensional con el que se trabaje puede ser ficticio, permitiendo generar frentes de onda complicados de

construir en el laboratorio. Existen diferentes métodos para la construcción de CGH; algunos de estos son los hologramas de desvío de fase o de detour-phase, hologramas de kinoform [36] y hologramas de Lee [34].

En este apartado únicamente se analizará la generación de hologramas de Lee. Éste método consiste en generar un holograma a partir de la interferencia de dos ondas, una onda de referencia plana $R e^{j\beta(x+y)}$ y una onda con la información del objeto deseado $A(x, y) e^{-j\varphi_o(x,y)}$. La distribución de intensidades resultante de tal interferencia está dada por

$$t(x, y) = R^2 + A^2(x, y) + 2RA(x, y) \cos[\beta(x + y) - \varphi_o(x, y)], \quad (2.90)$$

donde $A(x, y)$ y R son las amplitudes de la onda objeto y referencia, respectivamente; $\varphi_o(x, y)$ la información de fase de la onda objeto y β una frecuencia portadora. De la Ec. (2.90), haciendo $A(x, y)$ y R la unidad, la distribución de intensidad resultante es

$$t(x, y) \propto 1 + \cos[\beta(x + y) - \varphi_o(x, y)]. \quad (2.91)$$

Posteriormente, para que la función $t(x, y)$ pueda ser desplegada en el dispositivo SLM, se obtiene su representación binarizada $h(x, y)$ acorde a

$$h(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } t(x, y) > 0,5, \\ 0 & \text{si } \textit{otro}. \end{cases} \quad (2.92)$$

En este trabajo, los CGH mediante el método de Lee son utilizados para generar frentes de onda con información de amplitud y fase utilizados en los procesos de holografía. El modo de implementación y la información compleja codificada en los CGH se discute de manera más detallada en la Subsección 3.4.

3. Sistemas de imagen de un solo píxel (SPI)

3.1. Introducción

En este capítulo se plantearán los fundamentos teóricos de los sistemas SPI, así como la forma en que fueron implementados para la obtención de amplitud y fase de objetos complejos.

3.1.1. Técnica de imagen de un solo píxel

Los sensores de imagen son arreglos de píxeles en los dispositivos con los cuales las personas de manera implícita están muy familiarizadas y diariamente estos son usados en dispositivos celulares o sensores de cámaras profesionales. A menudo, el proceso de adquisición está relacionado con el término megapíxel (Mpx), el cual es una medida de la cantidad de píxeles individuales que componen dichos dispositivos. Una cámara de un Mpx es un dispositivo con un sensor de imagen compuesto por 10^6 píxeles distribuidos en forma matricial. Comúnmente el número de píxeles se suele utilizar como una métrica de rendimiento o elemento esencial en marketing, pues el razonamiento más común es que mientras mayor sea la cantidad de megapíxeles, mejor es la cámara.

Esto último no es estrictamente cierto cuando los sensores de imagen son utilizados en áreas diferentes a fotografía profesional o entretenimiento. En las disciplinas científicas, los sensores de imagen más utilizados son las cámaras CCD y CMOS, las cuales están compuestas por arreglos de píxeles que permiten obtener imágenes en diferentes rangos espectrales, siendo las más comunes aquellas que trabajan en el espectro visible. Cuando el fenómeno analizado requiere el uso de longitudes de onda externas al visible, es necesario utilizar cámaras especializadas, lo que se ve directamente reflejado en el costo de estas [19, 40]. Algo interesante por preguntarse en la obtención de una imagen es: ¿cuántos píxeles aportan información en una cámara?.

El mecanismo original del televisor de John Logie Baird usa un solo detector sensible a la luz y emplea un disco giratorio con agujeros en espiral para escanear las intensidades de luz en escena,

una posición a la vez. El escáner rasterizado es otro sistema de imagen el cual es comúnmente utilizado en aplicaciones donde se requiere la obtención de imágenes en bandas espectrales donde los dispositivos CCD o CMOS resultan caros o imprácticos. El principio de funcionamiento de esta técnica es escanear de manera secuencial una escena con un haz y registrar la respuesta en intensidad de éste para un procesamiento posterior.

Por otro lado, la técnica SPI permite registrar y reproducir imágenes de una escena, la cual es muestreada con una serie de patrones mientras un detector sin resolución espacial mide la respuesta de intensidad resultante, para posteriormente reconstruir la imagen mediante el cálculo numérico de los datos registrados. A diferencia de los métodos anteriores, en ésta técnica el frente de onda que incide en el objeto es una onda microestructurada formada con el patrón proyectado por el DMD. La onda resultante lleva información espacial del objeto en escena. Básicamente, el método consiste en hacer un barrido polimórfico al proyectar los patrones en un objeto, y la intensidad registrada con un solo píxel es información resultante de muchos lugares a la vez. Las principales diferencias entre los sensores de imagen y las técnicas SPI son: el principio de operación, el tamaño de sensor y el costo. Los sensores de imagen contienen un conjunto de píxeles distribuidos en forma matricial que obtienen imágenes en tiempo real al hacer un mapeo uno a uno de las regiones en escena con los píxeles correspondientes en una imagen. Por otro lado, los sistemas SPI están formados por un único sensor que obtiene imágenes mediante dos procesos no simultáneos, registro y reconstrucción. En el proceso de registro, la escena se muestrea con patrones conocidos y el sensor detecta las intensidades resultantes. En el proceso de reconstrucción, mediante un algoritmo computacional, los patrones conocidos y las intensidades antes registradas, se calcula numéricamente la imagen de la escena.

Los sistemas SPI surgen como una propuesta a bajo costo de los sensores píxelados que son capaces de operar en un rango espectral más amplio que el de las cámaras CCD o CMOS, siendo una buena alternativa de imagen donde las últimas resultan ser costosas o imprácticas. En la Fig. 3.1 (i) se muestra una comparativa y varias aplicaciones de los sistemas de imagen con sensores píxelados, escáneres rasterizados y los basados en SP; así como también la banda espectral en la cual puede trabajar cada uno de ellos y el costo del Mpx. En la Fig. 3.1 (ii) se muestra la banda espectral en la que trabaja el detector SP utilizado. Como puede observarse es capaz de trabajar de 200 (ultravioleta medio) a 1000 (infrarrojo cercano) nm de longitud de onda.

3.1.2. Arquitectura del DMD

El sistema SPI está compuesto por dos componentes principales: un dispositivo SLM y un fotodetector. Los dispositivos SLM se pueden encontrar en proyectores digitales de luz, los cuales

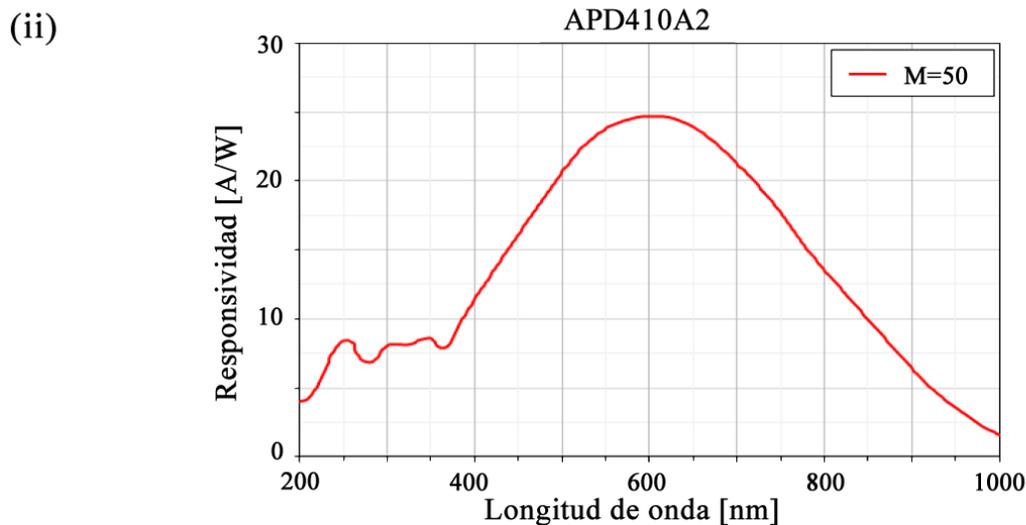
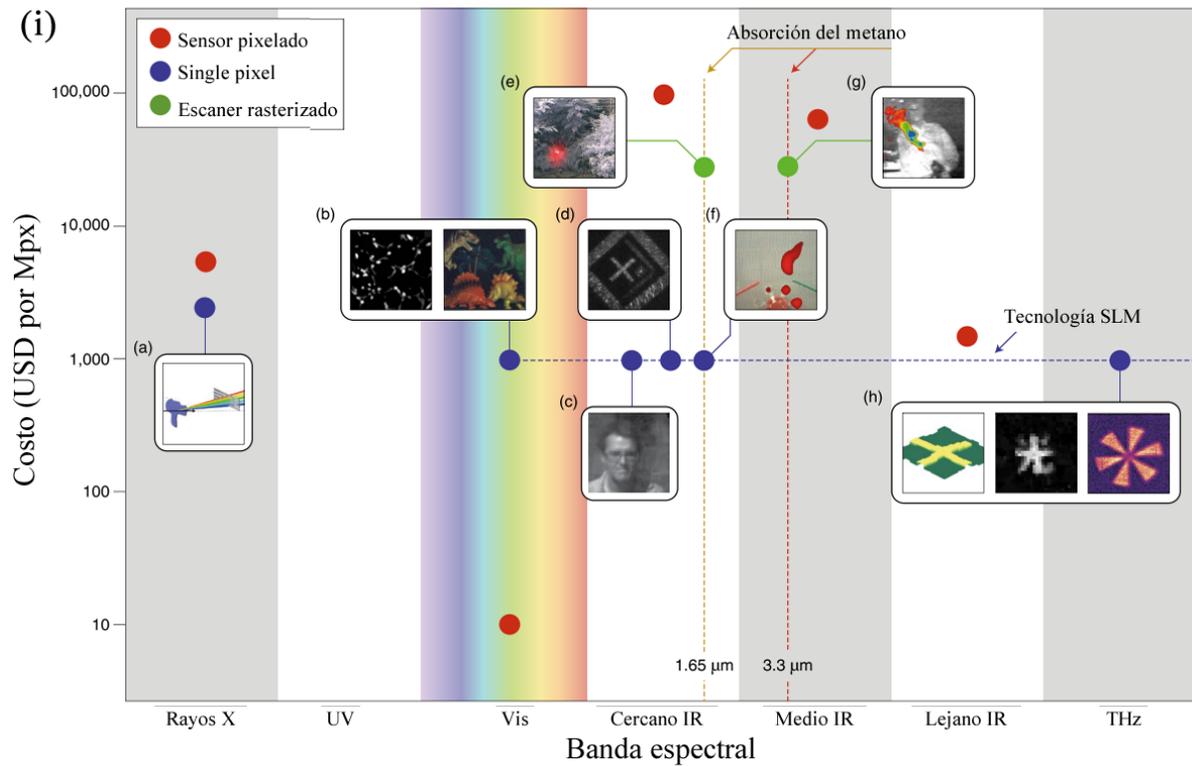


Figura 3.1: (i) Comparación entre costos aproximados por Mpx para diferentes sistemas de imagen. (a) Apertura codificada en rayos X; (b) Cámara SP en visible; (c) imágenes en infrarrojo con onda corta a través de humo; (d) microscopio en infrarrojo con onda corta; (e) imágenes de metano utilizando escáner láser; (f) imágenes de metano utilizando cámaras SP; (g) imágenes en metano utilizando oscilador paramétrico óptico de barrido; (h) imágenes SP en THz. Basado en Ref. [40]. (ii) Banda espectral del detector utilizado en los experimentos.

son comúnmente utilizados para desplegar películas o presentaciones. Estos proyectores son usualmente basados en un DMD, el cual es un modulador de amplitud formado por un arreglo espacial de micro-espejos. Cada uno de estos micro-espejos puede moverse en dos posiciones o estados; +1 cuando se orienta a +12 grados respecto a la normal y 0 cuando se orienta a -12 grados respecto a la normal. En la Fig. 3.2 (b) se muestra un dispositivo DMD y los posibles estados de cada uno de los micro-espejos que lo componen. Se puede apreciar que cuando un micro-espejo individual está en estado +1 o 0, un haz de luz incidente se refleja en una dirección u otra, permitiendo modular en forma espacial el ancho de dicho haz. Los dispositivos DMD

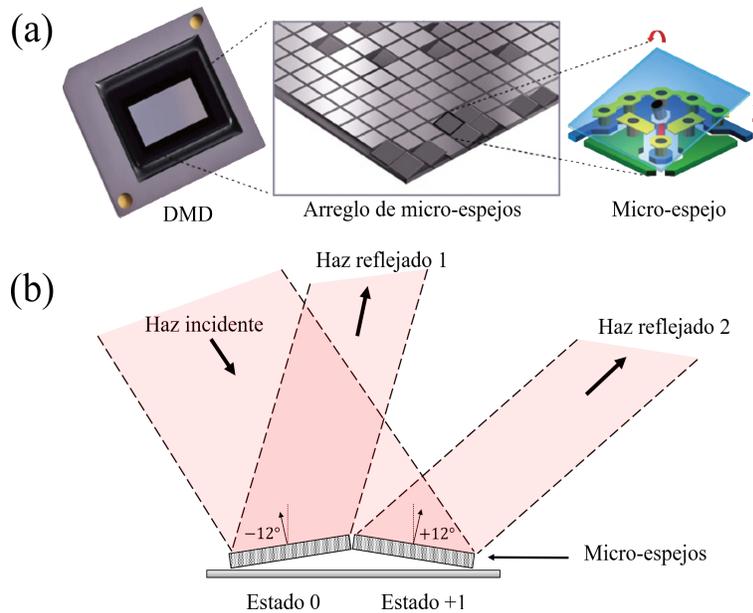


Figura 3.2: (a) Diseño y (b) funcionamiento de un dispositivo DMD.

tienen la capacidad de desplegar un grupo de patrones binarios a una frecuencia de despliegue elevada (hasta 22,7 kHz), permitiendo la modulación espacial de un haz a gran velocidad.

En las siguientes secciones se darán más detalles de la implementación de un DMD en la técnica SPI.

3.2. Imágenes de amplitud de un solo píxel

El proceso de adquisición de una imagen con las técnicas SP es como sigue. Primero se supone un objeto pixelado $X \in \mathbb{R}^{N \times N}$; después, el objeto es muestreado con un grupo de patrones o máscaras con información espacial; finalmente, cada proyección resultante es medida por un fotodetector. Matemáticamente, dicho proceso puede expresarse como

$$y = S\tilde{X}, \quad (3.1)$$

donde $y \in \mathbb{R}^{N^2 \times 1}$ es un vector columna que contiene todas las mediciones de intensidad, $\tilde{X} \in \mathbb{R}^{N^2 \times 1}$ el objeto representado en forma de vector columna y $S \in \mathbb{R}^{N^2 \times N^2}$ una matriz cuyas filas contienen los patrones o máscaras desplegadas en el objeto.

La matriz S es el elemento que varía entre cada técnica SP. Por ejemplo, en el escaneo rasterizado puede verse que esta matriz es igual a la matriz identidad I , esto último porque el objeto es muestreado con las bases canónicas en el proceso de medición (un píxel a la vez). Es posible ir más lejos y utilizar algún otro tipo de base ortonormal para la matriz de muestreo, permitiendo recuperar información de más puntos al mismo tiempo. La base Hadamard, coseno, noiselet o wavelet, pueden ser opciones para dicha matriz.

El sistema SPI presentado en este trabajo puede operar de dos maneras distintas, en el primer modo, llamado de imágenes de amplitud de un solo píxel (SPA), como su nombre lo indica permite recuperar únicamente imágenes de amplitud. Mientras que en el segundo modo, llamado de imágenes holográficas de un solo píxel (SPH), mediante el empleo de holografía tiene la capacidad de recuperar adicionalmente la fase. En la Fig. 3.3 se muestra la etapa de registro de forma resumida de la técnica SPI. En ésta el sistema usa un DMD para proyectar sobre un objeto $O(x, y)$ un grupo de patrones $m_i(x, y)$ resueltos espacialmente, con $i = 1, 2, \dots, N^2$, y siendo N^2 el número total de patrones y píxeles de la imagen. Cuando los patrones de muestreo son proyectados por el DMD, estos son formados en el plano imagen del sistema $4f$ sin efectos de difracción, con ello se asegura que un objeto situado en esa posición sea muestreado con los patrones deseados. Las variaciones de intensidad I_i resultantes de la proyección de los patrones de muestreo en el objeto de estudio son integradas por una lente y registradas por un fotodetector sin resolución espacial. Matemáticamente, la intensidad integrada o coeficientes medidos por el

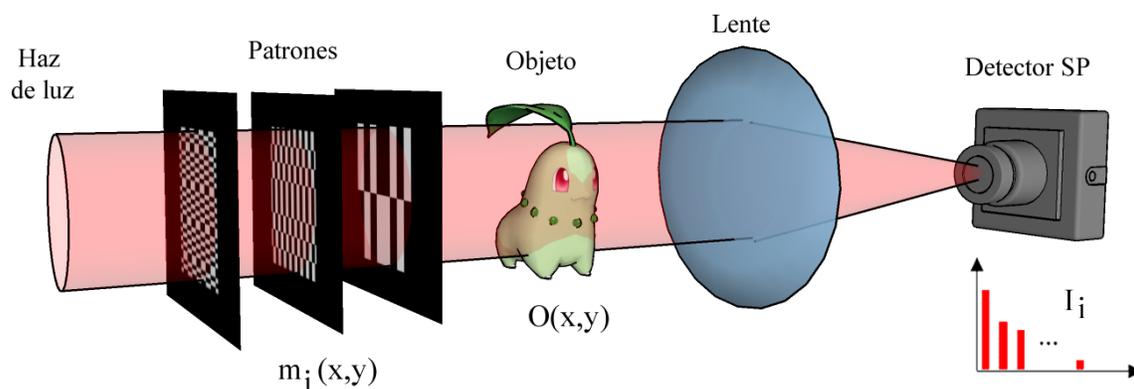


Figura 3.3: Etapa de registro del sistema SPI.

fotodetector es expresada como [4]

$$I_i \propto \iint |O(x, y)m_i(x, y)|^2 dx dy. \quad (3.2)$$

La etapa de reconstrucción se lleva a cabo mediante un algoritmo computacional al calcular numéricamente la distribución de intensidad del objeto, la es cual expresada como una superposición lineal de los patrones de muestreo $m_i(x, y)$ pesados por las mediciones de intensidad I_i

$$|O(x, y)|^2 = \sum_{i=1}^{N^2} I_i m_i(x, y). \quad (3.3)$$

En la Fig. 3.4 se muestra un arreglo experimental simplificado de los sistemas SPI de amplitud; en éste el haz de referencia del interferómetro es bloqueado, habilitando únicamente el haz objeto. El sistema formador de imágenes 4f permite muestrear al objeto (localizado en el plano objeto) con los patrones que son proyectados por el DMD.

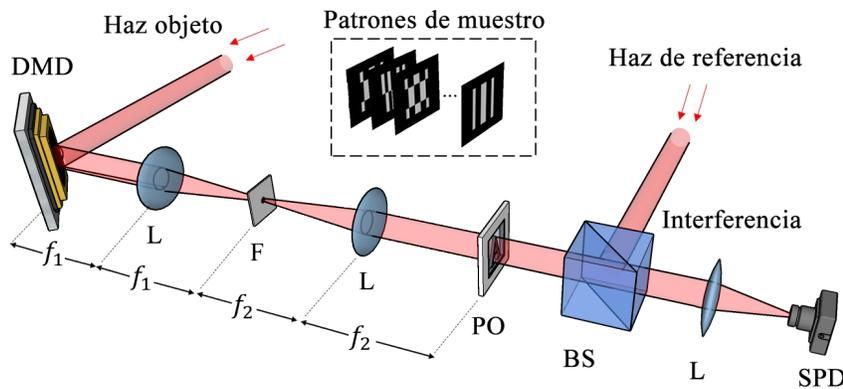


Figura 3.4: Sistema SPI. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; F filtro espacial; PO plano objeto; BS beam splitter; SPD detector de un solo píxel; f_1 y f_2 distancias focales.

3.3. Holografía con sistemas SPI

El procedimiento para registrar imágenes de amplitud puede ser extendido a DH, permitiendo registrar toda la información contenida en un frente de onda y explotar todos los beneficios que brinda la técnica SPI. El sistema SPI para imágenes complejas tiene la capacidad de recuperar las cantidades físicas de un frente de onda reflejado o transmitido por un objeto, como son su amplitud y fase. Para ello, es necesario el sistema de holografía que se obtiene habilitando el haz de referencia de la Fig. 3.4. En este modo de operación se aplican las técnicas de hologramas de Lee y de corrimiento de fase. La primera se emplea en la codificación de los patrones y la segunda para medir la fase de forma más exacta. Ambas se describieron en el capítulo anterior. Después de muestrear el objeto con uno de los patrones, el frente de onda resultante interfiere con el haz de referencia. La irradiancia integrada por la lente y registrada por el fotodetector

puede ser escrita como sigue

$$y_{i,\alpha} \propto \iint |O(x,y)m_i(x,y)e^{j\alpha} + R|^2 dx dy, \quad (3.4)$$

donde R es la amplitud constante del haz de referencia y $\alpha = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ la constante de fase introducida al aplicar la técnica corrimiento de fase. Para cada patrón i se obtienen cuatro valores de intensidad. En la etapa de reconstrucción, los coeficientes complejos del corrimiento de fase asociados a cada patrón de muestreo $m_i(x,y)$ están dados por [4]

$$Y_i = \frac{1}{4R} [(y_{i,0} - y_{i,\pi}) + j(y_{i,3\pi/2} - y_{i,\pi/2})]. \quad (3.5)$$

La amplitud compleja del objeto es reconstruida por la superposición lineal de los patrones de muestreo utilizados, pesados por los coeficientes complejos obtenidos de la Ec. 3.5

$$O(x,y) = \sum_{i=1}^{N^2} Y_i m_i(x,y). \quad (3.6)$$

3.4. Hologramas de Lee en SPI

Para el muestreo de objetos complejos y su registro de amplitud compleja, se emplean los hologramas de Lee. En estos se codifica el patrón i -ésimo de alguna de las bases y el corrimiento de fase α de la técnica de corrimiento de fase vista en la Subsección 2.2.5. Mediante el DMD se modula en amplitud el frente de onda con los hologramas generados, para luego llevarse a cabo el proceso de registro. Hay dos maneras de codificar los patrones de muestreo en los hologramas, ya sea que se codifiquen en la amplitud o en la fase de la onda objeto de la Ec. 2.90. En las siguientes secciones se presenta el desarrollo de ambos métodos.

3.4.1. Codificación de patrones de muestreo en amplitud

Los patrones de muestreo $m_i(x,y)$ son codificados en los hologramas de Lee como sigue: la onda objeto $A(x,y)e^{-j\varphi_o(x,y)}$ de la Ec. 2.90 toma la forma de $m_i(x,y)e^{j\alpha}$, donde la fase α es introducida por la técnica de corrimiento de fase; haciendo $R = 1$ en la onda de referencia de la misma ecuación, se tiene

$$t(x,y) = 1 + m_i(x,y)^2 + 2m_i(x,y) \cos[\beta(x+y) + \alpha]. \quad (3.7)$$

El holograma de amplitud generado por la Ec. 3.7 es binarizado mediante la función $h(x,y)$ descrita por la Ec. 2.92. Los hologramas resultantes son enviados al DMD para llevar a cabo el proceso de registro.

Para entender la diferencia entre los patrones de muestreo utilizados en el sistema SPA y los

hologramas utilizados en el procedimiento actual, se analiza de manera física lo que ocurre en el sistema. En la Subsección 2.1.5 del capítulo anterior se vio un sistema formador de imágenes $4f$, que permite formar una imagen en el plano objeto a la salida del sistema y la cual no es afectada por el fenómeno de difracción.

Por otro lado, la Fig. 3.5 muestra un sistema formador de imágenes $4f$ cuya teoría fue descrita

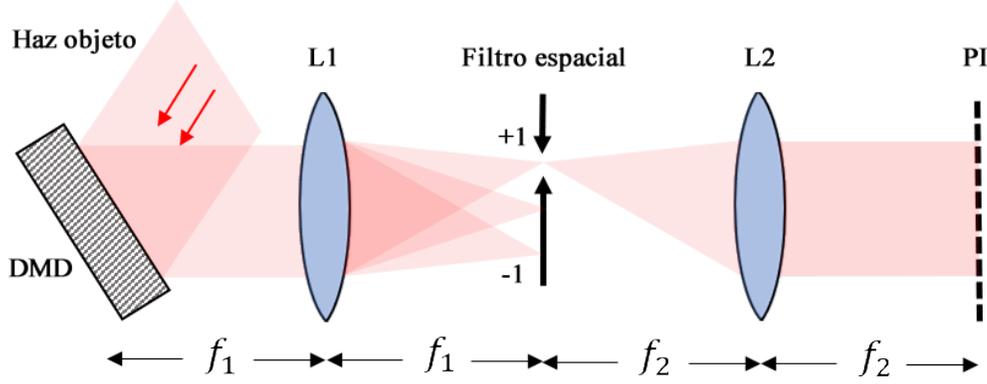


Figura 3.5: Sistema formador de imágenes $4f$. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L1, L2 lente; F filtro espacial; PI plano imagen.

en la Subsección 2.1.4, y que ahora se describe con hologramas. Cuando la función $t(x, y)$ se envía al DMD y se ilumina con un haz objeto como se muestra en la Fig. 3.5, el frente de onda es modulado y se propaga por el sistema $4f$. La lente $L1$ de entrada opera sobre el frente de onda modulado $t(x, y)$ obteniendo en el plano de Fourier su TF óptica

$$\mathcal{F}\{t(x, y)\} = \mathcal{F}\{1\} + \mathcal{F}\{m_i(x, y)^2\} + \mathcal{F}\{m_i(x, y)[e^{j\beta(x+y)}e^{j\alpha} + e^{-j\beta(x+y)}e^{-j\alpha}]\}. \quad (3.8)$$

Aplicando la propiedad de convolución 2 de la Tabla 2 en el Apéndice A.1 se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{t(x, y)\} &= \mathcal{F}\{1\} + \mathcal{F}\{m_i^2\} + \frac{1}{(2\pi)^2} \mathcal{F}\{m_i(x, y)\} * \mathcal{F}\{[e^{j\beta(x+y)}e^{j\alpha} + e^{-j\beta(x+y)}e^{-j\alpha}]\}, \\ &= \mathcal{F}\{1\} + \mathcal{F}\{m_i^2\} + \frac{e^{+j\alpha}}{(2\pi)^2} \mathcal{F}\{m_i(x, y)\} * \delta(k_x - \beta)\delta(k_y - \beta) \\ &\quad + \frac{e^{-j\alpha}}{(2\pi)^2} \mathcal{F}\{m_i(x, y)\} * \delta(k_x + \beta)\delta(k_y + \beta). \end{aligned} \quad (3.9)$$

La Fig. 3.5 muestra un filtro espacial pasa bajos en el plano de Fourier del sistema, el cual filtra el orden de difracción $+1$ del campo resultante; matemáticamente esto es equivalente a tomar el tercer o cuarto término de la ecuación anterior

$$t'(k_x, k_y) = \frac{e^{j\alpha}}{(2\pi)^2} \mathcal{F}\{m_i(x, y)\} * \delta(k_x - \beta)\delta(k_y - \beta). \quad (3.10)$$

El campo resultante se propaga hacia una segunda lente $L2$, obteniendo en el plano imagen del sistema 4f la TF de la Ec. (3.10) (nuevo campo de entrada)

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{t'(k_x, k_y)\} &= \frac{e^{j\alpha}}{(2\pi)^2} \mathcal{F}\{\mathcal{F}\{m_i(x, y)\} * \delta(k_x - \beta)\delta(k_y - \beta)\}, \\ &= \frac{e^{j\alpha}}{(2\pi)^2} \mathcal{F}\{\mathcal{F}\{m_i(x, y)\}\} \mathcal{F}\{\delta(k_x - \beta)\delta(k_y - \beta)\}.\end{aligned}\quad (3.11)$$

El segundo resultado es obtenido al aplicar la propiedad de convolución 1 de la Tabla 2 en el Apéndice A.1. Finalmente, aplicando la propiedad de paridad 1 de la tabla anterior y desarrollando las transformadas indicadas, se obtiene la distribución de campo de salida en el plano imagen del sistema

$$\mathcal{F}\{t'(k_x, k_y)\} = \frac{e^{j\alpha}}{(2\pi)^2} m_i(-x, -y) e^{-j\beta(x+y)}, \quad (3.12)$$

la cual es proporcional a

$$\mathcal{F}\{t'(k_x, k_y)\} \propto e^{j\alpha} m_i(-x, -y). \quad (3.13)$$

Con este resultado, se puede ver que en el plano imagen del sistema 4f se reconstruye el patrón modulado $m_i(x, y)$ (con simetría central) junto al corrimiento de fase $e^{j\alpha}$, lo cual permite muestrear a un objeto situado en esta posición y obtener su amplitud compleja con las técnicas de holografía y el sistema SPI.

3.4.2. Codificación de patrones de muestreo en fase

Para modular en fase el frente de onda con los patrones $m_i(x, y)$, estos últimos son codificados en los hologramas de Lee como sigue. La onda objeto $A(x, y)e^{-j\varphi_o(x,y)}$ de la Ec. 2.90 toma la forma de $e^{j[\alpha+m_i(x,y)]}$. Haciendo R y $A(x, y)$ igual a la unidad en dicha ecuación, ésta resulta en

$$t(x, y) = 2 + 2 \cos[\beta(x + y) + \alpha + m_i(x, y)]. \quad (3.14)$$

Los hologramas resultantes de $t(x, y)$ se envían al DMD, donde un frente de onda incidente se modula espacialmente y refleja hacia el sistema 4f; en el plano imagen de este, el campo resultante de acuerdo a la Ec. (3.13) es

$$\mathcal{F}\{t'(k_x, k_y)\} \propto e^{j\alpha} e^{m_i(-x, -y)}. \quad (3.15)$$

La diferencia más notoria entre las Ecs. (3.13) y (3.15), es que en la primera los patrones son de amplitud y en la segunda de fase. En la Ec. (3.15) los patrones de muestreo $m_i(-x, -y)$ están en el exponente de la exponencial; es decir, un término puramente de fase. La codificación de un patrón en la fase de la Ec. (3.14) da como resultado la modulación de fase de dicho patrón a la salida del sistema 4f. Para entender exactamente lo que ocurre en el plano objeto con el campo resultante, es necesario el desarrollo de dicha función exponencial.

3.4.3. Exponencial de una matriz

En general se tiene la exponencial de una matriz \mathbf{A} , denotada por $e^{\mathbf{A}}$, cuyo desarrollo puede ser obtenido de varias maneras; como por ejemplo mediante su expansión en serie de Taylor o mediante la ayuda del teorema de Cayley Hamilton [41]. Para este trabajo, el resultado de dicho cálculo se basa en el análisis de matrices diagonalizables, no diagonalizables y matrices triangulares. Algunas de las propiedades y resultados utilizados a continuación, se muestran con más detalle en el Apéndice A.2.1.

Matriz diagonalizable

Dada una matriz diagonalizable \mathbf{A} , se sabe que existe una matriz diagonal \mathbf{D} formada por los eigenvalores de \mathbf{A} y una matriz \mathbf{P} formada por sus correspondientes eigenvectores; se cumple la siguiente propiedad

$$\mathbf{A} = \mathbf{PDA}^{-1}. \quad (3.16)$$

Expandiendo la exponencial de la matriz \mathbf{A} en una serie de Taylor se obtiene

$$e^{t\mathbf{A}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} \mathbf{A}^k. \quad (3.17)$$

Aplicando la propiedad $\mathbf{A}^k = \mathbf{PD}^k\mathbf{P}^{-1}$ del Apéndice A.2.1 resulta en

$$\begin{aligned} e^{t\mathbf{A}} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} \mathbf{A}^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} (\mathbf{PD}^k\mathbf{P}^{-1}), \\ &= \mathbf{P}e^{t\mathbf{D}}\mathbf{P}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

En resumen, dicho cálculo puede ser realizado una vez que se tengan los eigenvalores de la matriz \mathbf{A} y sus correspondientes eigenvectores asociados.

Matriz no diagonalizable

Una matriz es no diagonalizable, cuando su matriz \mathbf{P} posee eigenvectores repetidos. En este caso primero se calcula su forma canónica Jordan [41], la cual es una matriz diagonal por bloques; cada bloque k de tamaño $l \times l$ con eigenvalor λ tiene la forma

$$J_k = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Por tanto, la matriz Jordan estará dada por

$$\mathbf{J} = \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_m), \quad (3.20)$$

donde $\text{diag}(\cdot)$ indica una matriz diagonal, m la cantidad de eigenvalores distintos con multiplicidad mayor o igual a uno. Finalmente, una matriz \mathbf{A} no diagonalizable es formada por

$$\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{J}\mathbf{P}^{-1}. \quad (3.21)$$

Al aplicar el método para la matriz diagonalizable se obtiene

$$e^{t\mathbf{A}} = \mathbf{P} \text{diag}(e^{tJ_1}, e^{tJ_2}, \dots, e^{tJ_m}) \mathbf{P}^{-1}. \quad (3.22)$$

Matrices triangulares

Toda matriz triangular superior \mathbf{S} puede ser escrita como la suma de una matriz diagonal \mathbf{D} y una matriz nilpotente \mathbf{N} , de tal manera que se cumple

$$\mathbf{S} = \mathbf{D} + \mathbf{N}. \quad (3.23)$$

Además, para este caso $\mathbf{DN} = \mathbf{ND}$, por tanto la exponencial de \mathbf{S} resulta en

$$e^{t\mathbf{S}} = e^{t\mathbf{D}+t\mathbf{N}} = e^{t\mathbf{D}}e^{t\mathbf{N}}. \quad (3.24)$$

El cálculo del exponencial de la matriz diagonal puede ser obtenido al usar el resultado del Apéndice A.2.1. Por el contrario, para el caso del exponencial de la matriz nilpotente no se puede aplicar dicho resultado; sin embargo, su serie de Taylor es finita y fácil de evaluar. Se sabe que existe un número entero r llamado índice de nilpotencia, tal que $\mathbf{N}^r = 0$. Este método se puede generalizar para cualquier matriz \mathbf{A} , de la cual se puede obtener una matriz triangular al aplicar el teorema de triangularización de Schur [42]; es decir

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^{-1}, \quad (3.25)$$

donde \mathbf{U} es una matriz unitaria y \mathbf{S} una matriz triangular superior. Calculando la exponencial de \mathbf{A} se obtiene

$$\begin{aligned} e^{t\mathbf{A}} &= \mathbf{U}e^{t\mathbf{S}}\mathbf{U}^{-1}, \\ &= \mathbf{U}e^{t\mathbf{D}}e^{t\mathbf{N}}\mathbf{U}^{-1}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

cuya forma es similar a la mostrada en las matrices diagonales.

Cálculo de una matriz exponencial

Los resultados anteriores dan expresiones generales para el cálculo de la exponencial de una matriz. Sin embargo, al no quedar en función de la matriz inicial es difícil imaginar el resultado de tal operación. En el Apéndice A.2.2 se desarrolló una expresión cerrada para dicho cálculo y su forma, a diferencia de las anteriormente descritas, queda en función de la matriz original. A continuación, se muestra el desarrollo de la exponencial de algunas matrices utilizando los métodos anteriores. En la Tabla 3.1 se muestra el cálculo de la exponencial de una matriz \mathbf{P} para tres matrices diferentes: Hadamard, coseno y el logotipo de la UASLP. En la primera columna se muestra el patrón \mathbf{P} ; en la segunda y tercera la parte real e imaginaria del cálculo de $e^{j\mathbf{P}}$, respectivamente. Para la matriz Hadamard y coseno, se puede ver que la parte real de $e^{j\mathbf{P}}$ es proporcional a la matriz identidad, mientras que la parte imaginaria de esta lo es con la matriz \mathbf{P} . En el caso del logotipo de la UASLP, a pesar de que la parte real e imaginaria del cálculo tienen características de \mathbf{P} , no se aplica la propiedad mostrada en las matrices Hadamard y coseno, lo cual es debido a que este patrón no proviene de una base de matrices (véase Apéndice A.2.2).

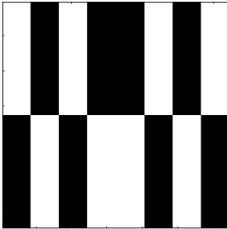
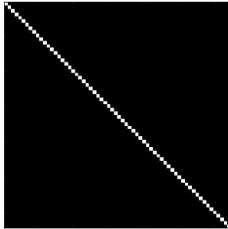
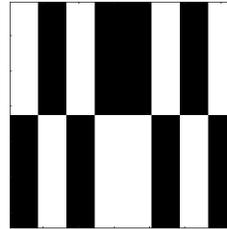
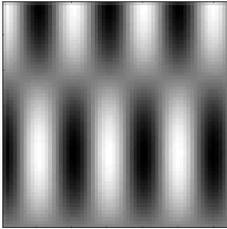
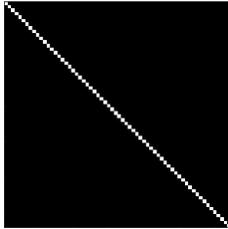
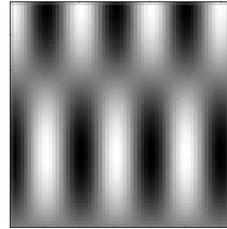
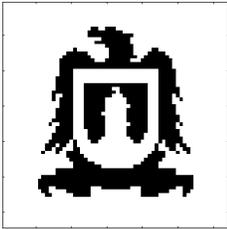
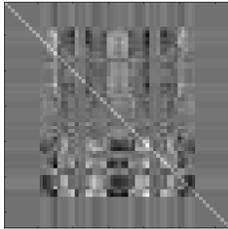
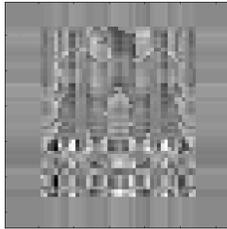
	Matriz \mathbf{P}	Cálculo de $e^{j\mathbf{P}}$	
		Parte real	Parte imaginaria
Matriz Hadamard			
Matriz coseno			
Logotipo UASLP			

Tabla 3.1: Cálculo de la exponencial de una matriz.

3.5. Patrones de muestreo

En este apartado se presenta la teoría matemática para generar las bases de patrones de muestreo utilizadas en la técnica de SPI. En el Capítulo 5 se verá su aplicación.

En álgebra lineal, una base \mathcal{V} es un conjunto de vectores v linealmente independientes que son capaces de generar cualquier otro vector de dicho espacio vectorial \mathcal{B} . Las condiciones que debe cumplir este conjunto de vectores son:

- Todos los elementos de \mathcal{V} pertenecen al espacio vectorial de \mathcal{B} .
- Todo elemento de \mathcal{B} se puede escribir como una combinación lineal de los elementos de la base \mathcal{V} .

Dentro del espacio vectorial, una base \mathcal{V} es ortogonal cuando los s vectores v_1, v_2, \dots, v_s son perpendiculares en pares; es decir

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0, \text{ si } i \neq j, \quad (3.27)$$

donde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ es la operación producto escalar. Además, se dice que estos son ortonormales cuando son una base ortogonal y además sus vectores son unitarios

$$\|v_i\| = 1, \forall i \in 1, 2, \dots, s. \quad (3.28)$$

Por ejemplo, los vectores

$$\begin{aligned} \hat{e}_1 &= (1, 0, \dots, 0), \\ \hat{e}_2 &= (0, 1, \dots, 0), \\ &\vdots \\ \hat{e}_s &= (0, 0, \dots, 1), \end{aligned} \quad (3.29)$$

o base canónica, forman una base ortonormal en \mathbb{R}^s .

En este trabajo, las bases utilizadas para el muestreo de objetos están representadas en forma matricial; es decir, forman matrices ortogonales en las cuales cada vector fila (o columna) cumple con las condiciones de ortogonalidad antes mencionadas. Otra propiedad de estas, es que son matrices cuadradas cuya matriz inversa coincide con su transpuesta

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T = \mathbf{I}, \quad (3.30)$$

donde \mathbf{A}^T representa la matriz transpuesta de \mathbf{A} .

Los patrones de muestreo desarrollados en este trabajo se basan en las transformadas en dos dimensiones utilizando las bases de matrices Hadamard, coseno y noiselet. A continuación, se describe de manera más detallada la forma de obtener los patrones de muestreo a partir de estas bases de transformación. Dichos métodos están implementados en un algoritmo computacional desarrollado en Matlab y más detalles de éste se muestran en el Apéndice B.3.

3.5.1. Base Hadamard

El sistema de imagen de un solo píxel Hadamard (HSI) se basa en el uso de patrones de muestreo resultantes de la transformada Hadamard (TH). Una matriz Hadamard \mathbf{H} es un arreglo cuadrado $N \times N$ de elementos $+1$ y -1 , con $N = 2^n$; sus filas y columnas cumplen las condiciones de ortogonalidad y la característica mostrada en la Ec. (3.30), es decir

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{I}. \quad (3.31)$$

Además, debido a que \mathbf{H} es una matriz simétrica, la ecuación anterior se reduce a

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{H} = \mathbf{I}. \quad (3.32)$$

Una matriz Hadamard \mathbf{H}_n de orden $N = 2^n$ puede ser obtenida con un proceso iterativo acorde a

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}_1 \otimes \mathbf{H}_{n-1}, \quad (3.33)$$

donde el símbolo \otimes indica un producto Kronecker y \mathbf{H}_1 la matriz Hadamard de menor orden dada por

$$\mathbf{H}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Transformada Hadamard de una imagen

Si $f(x, y)$ es una matriz de N^2 elementos con valores de intensidad de una imagen original, la TH $\mathcal{H}\{\cdot\}$ y su inversa (THI) $\mathcal{H}^{-1}\{\cdot\}$ en dos dimensiones están definidas como [43]

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \mathbf{H}(u, v) f(x, y) \mathbf{H}(u, v), \\ f(x, y) &= \mathbf{H}(u, v) F(u, v) \mathbf{H}(u, v), \end{aligned} \quad (3.35)$$

donde $F(u, v)$ es la TH de $f(x, y)$, (x, y) y (u, v) son las coordenadas en el dominio espacial y Hadamard, respectivamente.

En la Fig. 3.6 se muestra el par TH del logotipo de la Facultad de Ciencias de la UASLP. Como puede verse en la Fig. 3.6 (b), las frecuencias más bajas en (u, v) concentran los coeficientes con mayor amplitud, mismos que van decayendo a medida que aumentan las frecuencias. Ésta característica se analizará con más detalle en el Capítulo 5.

Generación de patrones

Para generar digitalmente la base de patrones de muestreo \mathbf{P}_H , se aplica la THI $\mathcal{H}^{-1}\{\cdot\}$ a una función delta $\delta_H(u, v)$ en el dominio Hadamard

$$\mathbf{P}_H(x, y) = \mathcal{H}^{-1}\{\delta_H(u, v)\}, \quad (3.36)$$

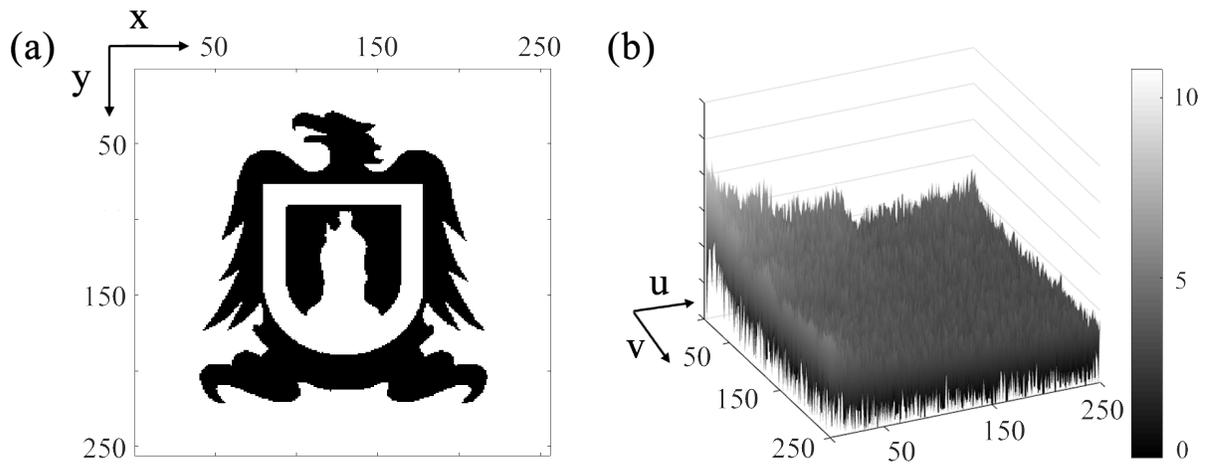


Figura 3.6: Par de transformadas Hadamard del logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de su TH.

donde

$$\delta_H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } u = u_0, v = v_0, \\ 0 & \text{si } \text{otro.} \end{cases} \quad (3.37)$$

En la Fig. 3.7 se muestra como ejemplo un grupo de 16 matrices Hadamard, las cuales son generadas al evaluar la Ec. (3.36) con $0 \leq u, v \leq 4$, y $u, v \in \mathbb{Z}$ para $N = 4$. Por ejemplo, el patrón mostrado en la esquina superior izquierda es generado al calcular la THI de una función delta con $u = v = 1$. Como puede verse las matrices generadas tienen valores $+1$ y -1 , lo cual resulta en un inconveniente al enviarlas directamente al DMD. Recordando que este únicamente puede modular elementos binarios, es decir, valores $+1$ y 0 . Para resolver el problema de los elementos no binarios, la siguiente ecuación es considerada

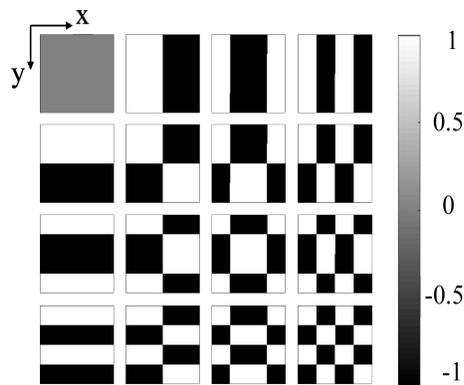


Figura 3.7: Patrones Hadamard para $N = 4$.

$$\mathbf{P}_H = \mathbf{P}_{H^+} - \mathbf{P}_{H^-}, \quad (3.38)$$

donde \mathbf{P}_{H^+} es una matriz generada al llevar a cero todos los elementos negativos de la matriz \mathbf{P}_H y $\mathbf{P}_{H^-} = -(\mathbf{P}_H - \mathbf{P}_{H^+})$. En la Fig. 3.8 se muestra gráficamente la separación de la matriz \mathbf{P}_H , obteniendo en \mathbf{P}_{H^+} y \mathbf{P}_{H^-} únicamente valores +1 y 0, haciendo posible su implementación directa en el DMD.

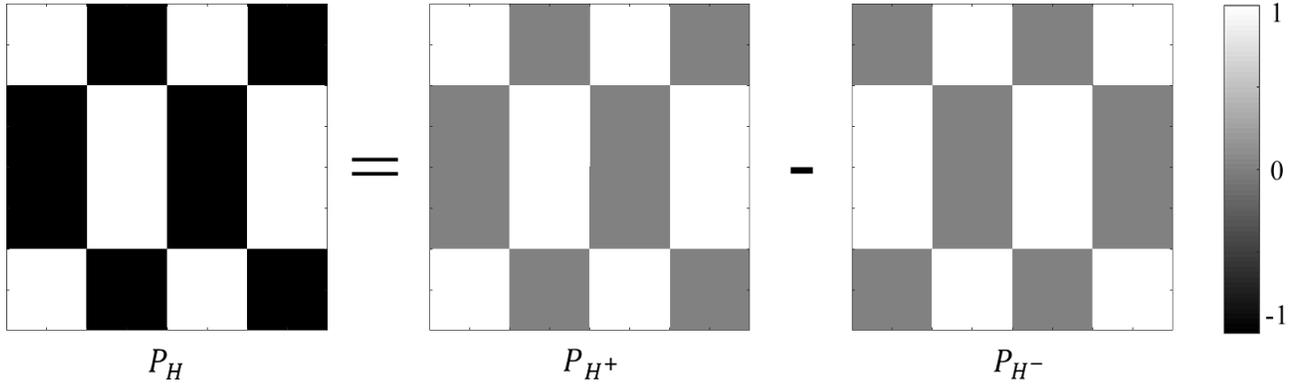


Figura 3.8: Descomposición de matriz \mathbf{P}_H .

3.5.2. Base coseno

El sistema de imagen de un solo píxel coseno (CSI) se basa en el uso de patrones de muestreo resultantes de la transformada coseno discreta (TCD) en dos dimensiones. Una matriz coseno \mathbf{C} es un arreglo cuadrado de $N \times N$ elementos que, a diferencia de \mathbf{H} , sus valores están distribuidos entre -1 y $+1$. Esta matriz cumple con la condición mostrada en la Ec. (3.31)

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}^T = \mathbf{I}. \quad (3.39)$$

Una matriz coseno de dimensión N está definida por

$$\mathbf{C}(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{M}} & \text{si } u = 0, \quad 0 \leq v \leq M - 1, \\ \sqrt{\frac{2}{M}} \cos \left[\frac{(2v+1)u\pi}{2M} \right] & \text{si } 1 \leq u \leq M - 1, \quad 0 \leq v \leq M - 1, \end{cases} \quad (3.40)$$

donde (u, v) son las coordenadas en el dominio coseno.

Transformada coseno de una imagen

La TCD $\mathcal{C}\{\cdot\}$ y su inversa (TCDI) $\mathcal{C}^{-1}\{\cdot\}$ en dos dimensiones de una imagen $f(x, y)$ con tamaño $N \times N$ está definida como

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \mathbf{C}(u, v) f(x, y) \mathbf{C}^T(u, v), \\ f(x, y) &= \mathbf{C}^T(u, v) F(u, v) \mathbf{C}(u, v), \end{aligned} \quad (3.41)$$

donde $F(u, v)$ es la TCD de $f(x, y)$ y (u, v) son las coordenadas en el dominio coseno. En la Fig. 3.9 se muestra el par TCD del logotipo de la Facultad de Ciencias de la UASLP mostrado en la Fig. 3.6 (a). Este logotipo de vuelve a mostrar únicamente para fines ilustrativos. Como puede verse, al igual que en la Fig. 3.6 (b) el espectro de la TCD concentra en sus menores frecuencias los coeficientes de mayor amplitud; dicho de otra forma, la mayor cantidad de energía de la señal se concentra pocos coeficientes, haciendo que el resto tienda a valores cercanos a cero.

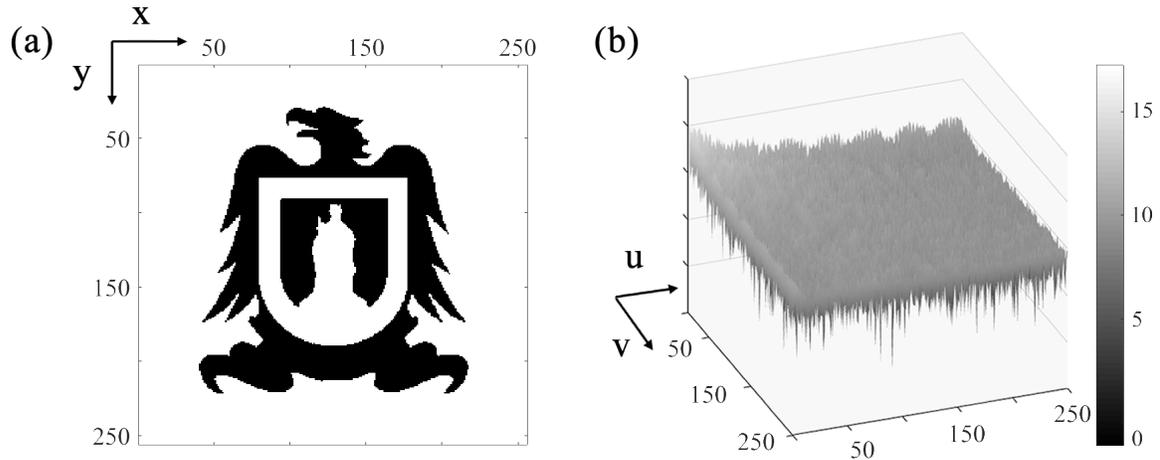


Figura 3.9: Par de transformadas coseno discretas del logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de su TCD.

Generación de patrones

Un patrón \mathbf{P}_C puede ser generado aplicando la TCDI $\mathcal{C}^{-1}\{\cdot\}$ a una función delta $\delta_C(u, v)$ en el dominio coseno, la cual está igualmente definida por la Ec. (3.37)

$$\mathbf{P}_C(x, y) = \mathcal{C}^{-1}\{\delta_C(u, v)\}. \quad (3.42)$$

En la Fig 3.10 se muestra un grupo de 16 matrices coseno con $N = 4$, las cuales fueron obtenidas con un proceso igual al descrito en la base Hadamard. Como puede verse, los elementos de las matrices generadas tienen valores entre -1 y $+1$, lo que agrega dos problemas al implementarlas en el DMD. El proceso para codificarlas en éste es el siguiente:

Primero se emplea un procedimiento similar a HSI con la separación de \mathbf{P}_C en dos matrices, \mathbf{P}_{C+} y \mathbf{P}_{C-} , en donde cada una posee valores entre 0 y $+1$. La matriz \mathbf{P}_C puede ser recuperada de

$$\mathbf{P}_C = \mathbf{P}_{C+} - \mathbf{P}_{C-}, \quad (3.43)$$

donde los superíndices “+” y “-” indican las partes positivas y negativas de \mathbf{P}_C , respectivamente. El segundo paso del método en CSI es discretizar cada matriz \mathbf{P}_{C+} y \mathbf{P}_{C-} al binarizar

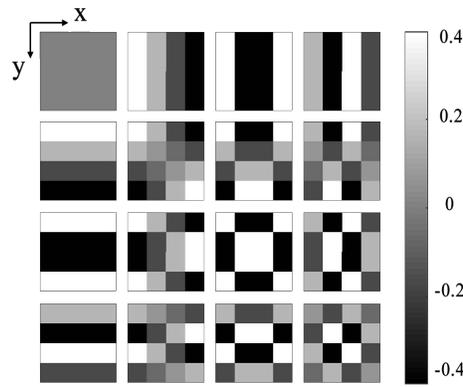


Figura 3.10: Patrones coseno para $N = 4$.

por dithering los valores contenidos en estas con el algoritmo de difusión de error de Floyd-Steinberg [44]. Con esta técnica se crea una ilusión de profundidad en los valores de la matriz con una paleta de colores limitada, en este caso con valores de 0 y +1. Un ejemplo de esto es visto al analizar una imagen impresa en escala de grises. La impresión final es una matriz con puntos, los tonos oscuros y grises son representados con puntos a mayor o menor frecuencia espacial, respectivamente.

La Fig. 3.11 muestra una matriz de la base coseno al ser binarizada por dithering. Esta matriz \mathbf{P}_C se obtiene al evaluar $u = 1$ y $v = 2$ en la Ec. (3.42) con $N = 256$. Como puede verse en la Fig. 3.11 (b), la matriz resultante del proceso anterior posee elementos binarios, por lo que su implementación directa en el DMD es posible.

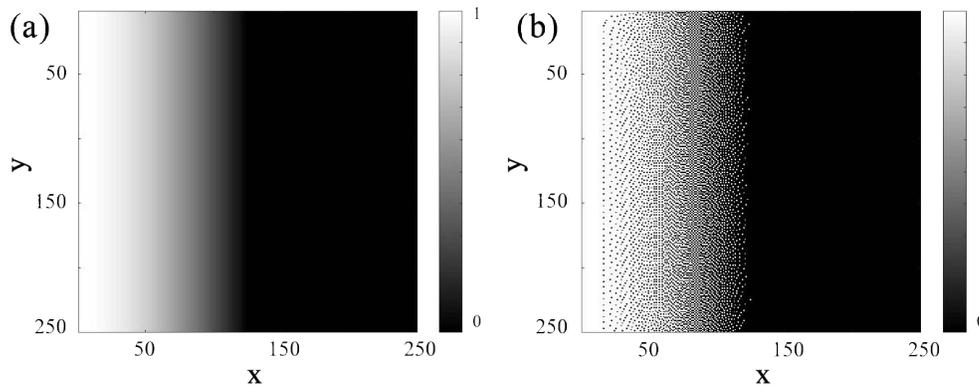


Figura 3.11: Discretización de la función coseno (dithering). (a) sin dithering y (b) con dithering.

3.5.3. Base noiselet

El sistema de imagen de un solo píxel noiselet (NSI) se basa en el uso de patrones de muestreo basados en la transformada noiselet (TN) en dos dimensiones. Una matriz noiselet \mathbf{N} cumple

con las características de ortogonalidad mostradas en \mathbf{H} y \mathbf{C} , pero a diferencia de estas, no cumple con las condiciones mostradas en las Ecuaciones (3.31) y (3.32). Una matriz noiselet es generada a través de un proceso iterativo, comenzando con una matriz $\mathbf{N}_1 = [1]$ de tamaño 1×1 ; posteriormente, las matrices noiselet $\mathbf{N}_2, \mathbf{N}_4, \dots, \mathbf{N}_{2^r}$ de tamaños $2 \times 2, 4 \times 4, \dots, 2^r \times 2^r$ respectivamente, son generadas. El procedimiento iterativo para la generación de una matriz noiselet de tamaño $N \times N$ está dado por [45]

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_N(l, *) &= \frac{1}{2}(1 - j \quad , \quad 1 + j) \otimes \mathbf{N}_{N/2} \left(\frac{l}{2}, * \right), \\ l &= 0, 2, 4, \dots, N - 2, \\ \mathbf{N}_N(l, *) &= \frac{1}{2}(1 + j \quad , \quad 1 - j) \otimes \mathbf{N}_{N/2} \left(\frac{l-1}{2}, * \right), \\ l &= 1, 3, 5, \dots, N - 1, \end{aligned} \tag{3.44}$$

donde $(l, *)$ indica el l -ésimo vector columna de \mathbf{N}_N .

Transformada noiselet de una imagen

La TN $\mathcal{N}\{\cdot\}$ en dos dimensiones de una matriz $f(x, y)$ de tamaño $N \times N$ está definida por [46]

$$F(u, v) = \mathbf{N}_{N^2}(u, v) \text{vec}(f(x, y)), \tag{3.45}$$

donde $F(u, v)$ indica la TN de la matriz $f(x, y)$; (u, v) son las coordenadas en el dominio noiselet y $\text{vec}(\cdot)$ denota la vectorización de la matriz (\cdot) obtenida al apilar todas las columnas de la matriz en un solo vector columna. En la Fig. 3.12 se muestra el par TN del logotipo de la Facultad de Ciencias de la UASLP mostrado en la Fig. 3.6 (a). Lo más notorio de la TN respecto a TH y TCD, es que ésta contiene elementos complejos distribuidos entre -1 y $+1$, y $-j$ y $+j$. Otra característica es que los coeficientes del espectro obtenido están distribuidos en todas las frecuencias; es decir, su energía no se concentra en pocos elementos como en el caso de TH y TCD.

Generación de patrones

Un patrón \mathbf{P}_N es generado al aplicar la TN $\mathcal{N}\{\cdot\}$ a una función delta $\delta_N(x, y)$ en el dominio espacial, la cual está definida como en la Ec. (3.37)

$$\mathbf{P}_N = \mathbf{N}_{N^2}(u, v) \text{vec}(\delta_N(x, y)). \tag{3.46}$$

En la Fig. 3.13 se muestra la parte real e imaginaria de un grupo de 16 patrones noiselet para $N = 4$, cuya obtención es mediante un proceso igual al utilizado en la base Hadamard y coseno. Para poder implementar estos en el DMD, se aplica el siguiente proceso:

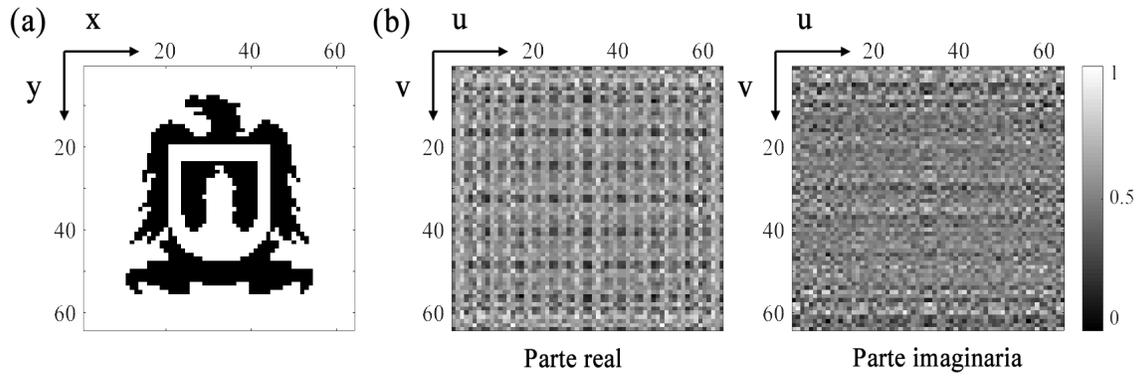


Figura 3.12: Par TN de logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) parte real e imaginaria de TN.

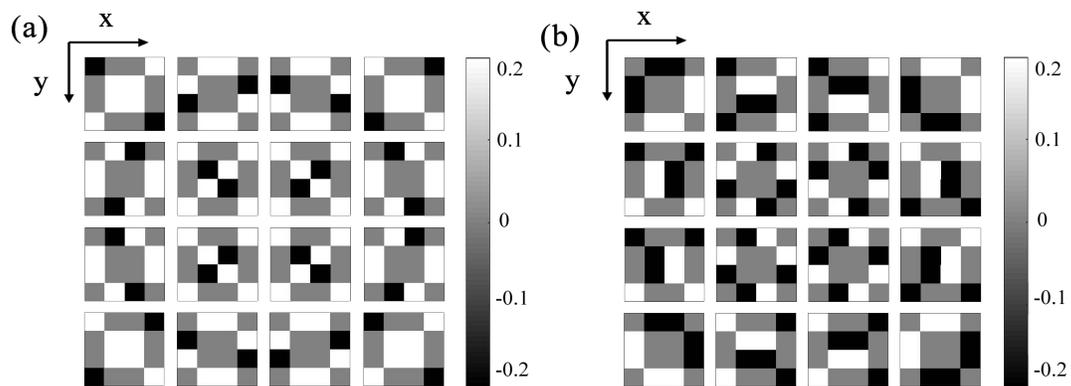


Figura 3.13: Patrones noiselet para $N = 4$. (a) Parte real y (b) parte imaginaria.

Primero, un patrón \mathbf{P}_N es normalizado de tal manera que los elementos resultantes sean $+1$, -1 , $+j$ y $-j$; después, la matriz resultante es dividida en $\mathbf{P}_{N Re}$ y $\mathbf{P}_{N Im}$, las cuales contienen las partes reales e imaginarias de \mathbf{P}_N , respectivamente. Finalmente, se implementa un proceso de separación de partes positivas y negativas similar al utilizado en HSI y CSI, obteniendo así cuatro matrices. \mathbf{P}_N puede ser recuperado de

$$\mathbf{P}_N = (\mathbf{P}_{N Re^+} - \mathbf{P}_{N Re^-}) + j(\mathbf{P}_{N Im^+} - \mathbf{P}_{N Im^-}), \quad (3.47)$$

donde el superíndice “+” y “-” indican las partes positivas y negativas, respectivamente.

3.5.4. Otras bases de transformación

Además de las bases antes mencionadas, existen algunas otras que también podrían ser una buena opción para la generación de patrones de muestreo; a continuación se muestran dos ejemplos de bases conocidas, las cuales pueden ser propuestas de sistemas SPI no mostrados aquí. En este apartado, al tratarse de métodos complementarios, no se describirán con tanto detalle las propuestas, sino que se mostrarán únicamente como sugerencia.

Base Fourier

El sistema de imagen de un solo píxel Fourier (FSI) se basa en el uso de la transformada de Fourier discreta (TFD) para la generación de patrones de muestreo. La transformada de Fourier discreta $F\{\cdot\}$ y su inversa (TFDI) $F^{-1}\{\cdot\}$ de una imagen $f(x, y)$ de tamaño $N \times N$ está definida como [24]

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi\left(\frac{xu}{N} + \frac{yv}{N}\right)}, \\ f(x, y) &= \frac{1}{N^2} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi\left(\frac{xu}{N} + \frac{yv}{N}\right)}, \end{aligned} \quad (3.48)$$

donde (u, v) son las coordenadas en el dominio Fourier. Nótese que esta definición es el caso discreto de Ec. (2.22). En la Fig. 3.14 se muestra el par TFD para el logotipo de la Facultad de Ciencias de la UASLP. En esta se puede apreciar que la mayor cantidad de energía se concentra en las frecuencias centrales del espectro, característica que comparte con HSI y CSI.

Un patrón de la base Fourier \mathbf{P}_F puede ser obtenido al aplicar la TFDI a una función delta $\delta_F(u, v)$ que esta igualmente definida con la Ec. (3.37)

$$\mathbf{P}_F = F^{-1}\{\delta_F(u, v)\}. \quad (3.49)$$

En la Fig. 3.15 se muestra un grupo de 16 matrices Fourier con $N = 4$, su obtención sigue un proceso igual al utilizado en la base Hadamard. Como puede verse, las matrices mostradas tienen

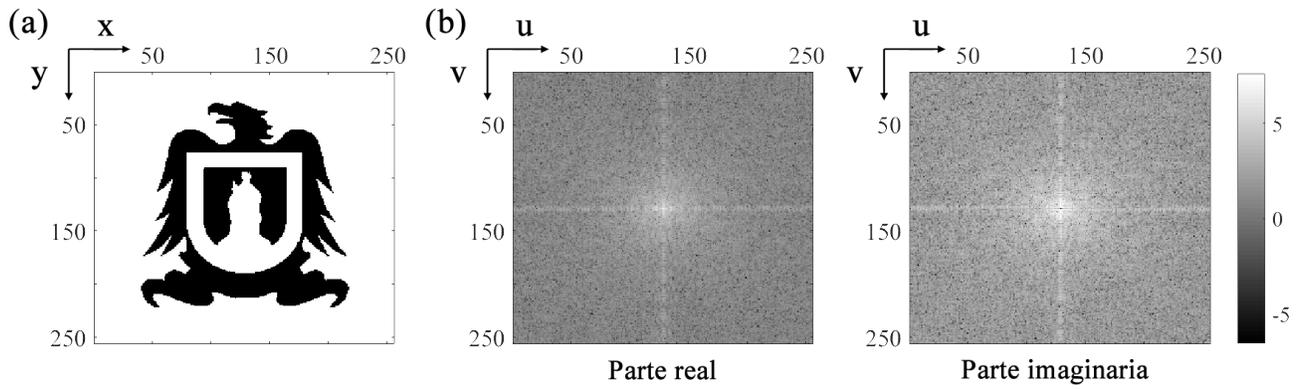


Figura 3.14: Par TFD de logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de la parte real e imaginaria de TFD.

información compleja y sus elementos no son binarios, por lo que para su implementación en el DMD requerirá de una separación de matrices reales ($\mathbf{P}_{F Re}$) e imaginarias ($\mathbf{P}_{F Im}$), positivas y negativas; además de un procedimiento de binarización por dithering (como en CSI) para cada matriz resultante. Un patrón \mathbf{P}_F podrá ser obtenido de

$$\mathbf{P}_F = (\mathbf{P}_{F Re^+} - \mathbf{P}_{F Re^-}) + j(\mathbf{P}_{F Im^+} - \mathbf{P}_{F Im^-}), \quad (3.50)$$

donde los superíndices “+” y “-” indican las matrices positivas y negativas, respectivamente.

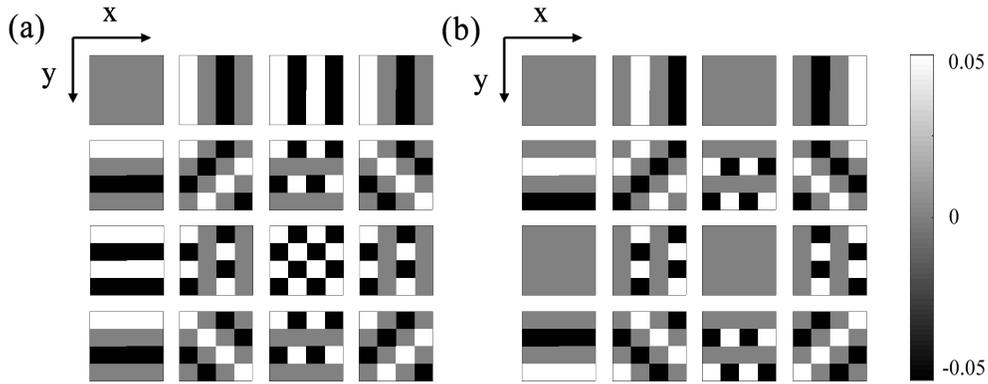


Figura 3.15: Patrones Fourier para $N = 4$. (a) Parte real y (b) parte imaginaria.

Base Haar

El sistema de imagen de un solo píxel Haar se basa en el uso de la transformada Haar para la obtención de patrones de muestreo. Una matriz Haar es una matriz cuadrada real, cuya construcción se basa en un proceso iterativo comenzando con una matriz $\mathbb{H}_1 = [1]$ de tamaño 1×1 . Para obtener una matriz Haar \mathbb{H}_N de tamaño $N \times N$ se sigue el proceso iterativo dado

por [45]

$$\mathbb{H}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbb{H}_{N/2} \otimes (1 \ 1) \\ \mathbf{I}_{N/2} \otimes (1 \ -1) \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

Esta matriz cumple la condición mostrada en la Ec. (3.31), es decir

$$\mathbb{H}_N^T \mathbb{H}_N = \mathbf{I}. \quad (3.52)$$

La transformada Haar $H\{\cdot\}$ y su inversa $H^{-1}\{\cdot\}$ de una imagen $f(x, y)$ de tamaño $N \times N$ está definida como

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \mathbb{H}(u, v) f(x, y) \mathbb{H}^T(u, v), \\ f(x, y) &= \mathbb{H}^T(u, v) F(u, v) \mathbb{H}(u, v), \end{aligned} \quad (3.53)$$

donde (u, v) son las coordenadas en el dominio Haar. En la Fig. 3.16 se muestra el par transformada Haar del logotipo de la Facultad de Ciencias de la UASLP. Como puede verse, ésta transformada separa en componentes horizontales, verticales y diagonales a la función sobre la que opera, lo cual es una herramienta de gran utilidad en la detección de objetos o compresión de imágenes. Un patrón $\mathbf{P}_{\mathcal{H}}$ se obtiene al aplicar la transformada Haar inversa a una función

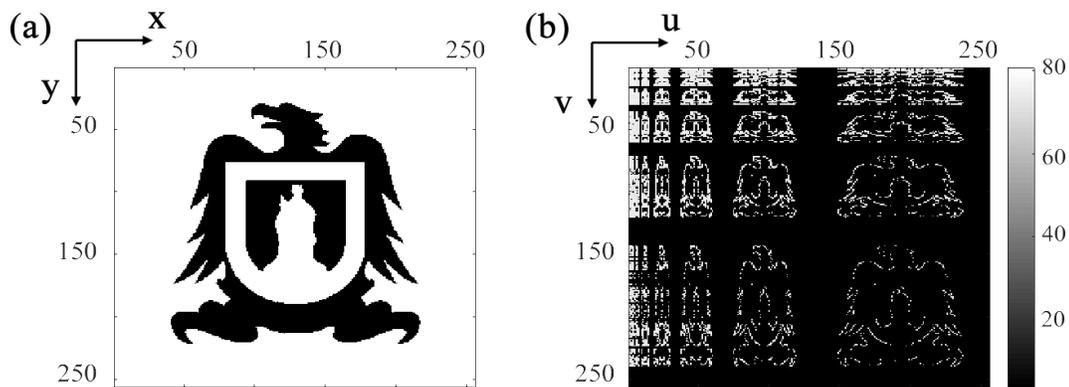


Figura 3.16: Par transformada Haar de logotipo de la Facultad de Ciencias, UASLP. (a) Logotipo original y (b) logaritmo del valor absoluto de la transformada.

delta $\delta_{\mathcal{H}}(u, v)$ en el dominio Haar que esta igualmente definida como en la Ec. (3.37)

$$\mathbf{P}_{\mathcal{H}} = H^{-1}\{\delta_{\mathcal{H}}(u, v)\}. \quad (3.54)$$

En la Fig. 3.17 se muestra un grupo de 16 matrices Haar con $N = 4$. Como puede verse, las matrices poseen elementos positivos y negativos con diferentes escalas individuales. Para su implementación en DMD cada matriz original se separa en partes positivas y negativas, y a cada una se aplica un proceso de binarización por dithering. De esta manera, un patrón $\mathbf{P}_{\mathcal{H}}$ podrá ser reconstruido de

$$\mathbf{P}_{\mathcal{H}} = \mathbf{P}_{\mathcal{H}^+} - \mathbf{P}_{\mathcal{H}^-}, \quad (3.55)$$

donde los superíndices “+” y “-” indican las matrices positivas y negativas, respectivamente.

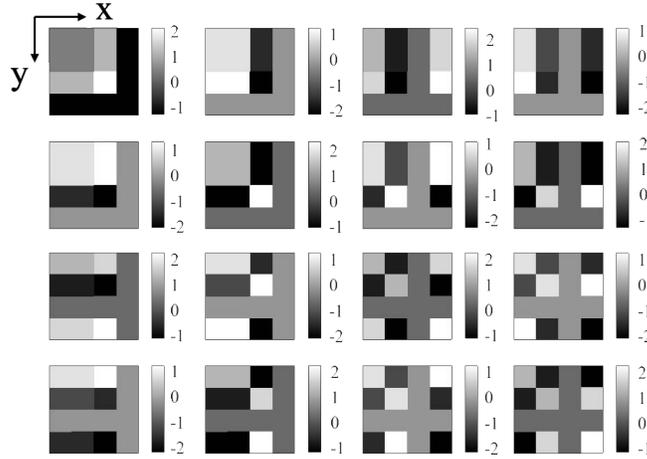


Figura 3.17: Patrones Haar para $N = 4$.

3.6. Sistema de imagen HSI, CSI y NSI

Los sistemas HSI, CSI y NSI se basan en los patrones de muestreo resultantes de las transformadas Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente; estos adquieren el espectro de un objeto cuando es muestreado con un grupo de patrones de dicha base. Posteriormente, el resultado de la proyección entre el patrón y el objeto es medido con un fotodetector y un proceso de reconstrucción es llevado a cabo para la reconstrucción de una imagen final.

De la Ec. (3.38), (3.43) y (3.47), se observa que en el proceso de registro para obtener un coeficiente del espectro en los sistemas SPI, son necesarias dos mediciones; estas se obtienen al muestrear el objeto con los patrones \mathbf{P}_{Q+} y \mathbf{P}_{Q-} , los cuales corresponden a los patrones positivos y negativos de cada base, respectivamente. De acuerdo con la Ec. (3.2), el coeficiente (intensidad) I_i en el proceso de registro estará dado por

$$I_i = (I_+ + I_0) - (I_- + I_0), \quad (3.56)$$

donde I_+ e I_- son las respuestas en intensidad cuando el objeto es muestreado con los patrones \mathbf{P}_{Q+} y \mathbf{P}_{Q-} , respectivamente; I_0 representa la respuesta del detector a la iluminación de fondo. El proceso de medición de coeficientes anterior es llamado medición diferencial. Este provee una mejor calidad en las imágenes reconstruidas al reducir de manera efectiva la influencia del ruido generado por la iluminación de fondo con la cancelación del término I_0 en la Ec. (3.56). De esta manera, el muestreo completo de una imagen de $N \times N$ píxeles usando la medición diferencial tomará $2 \times N^2$ mediciones para HSI y CSI, mientras que para NSI serán necesarias $2 \times 2 \times N^2$ mediciones.

En la Fig. 3.18 se muestra un diagrama de flujo con los procesos involucrados en los sistemas SPI y de los cuales se trató en las secciones anteriores: estos son la creación de patrones, muestreo de objeto y su correspondiente reconstrucción en amplitud y fase. Este diagrama representa un

resumen de los procesos vistos en este capítulo.

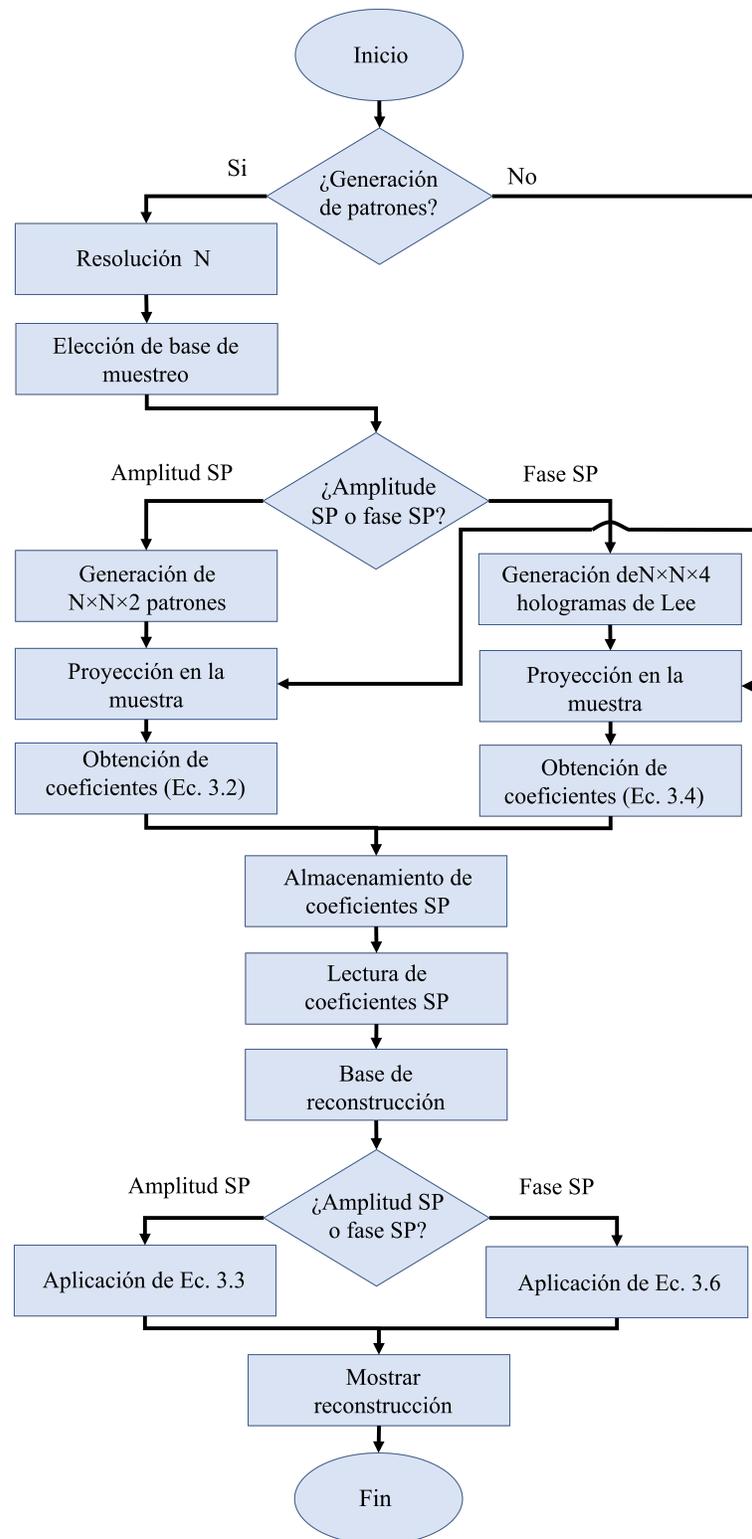


Figura 3.18: Diagrama de flujo del de los procesos involucrados en los sistemas SPI.

4. Arreglos experimentales

En el Capítulo 2 se describió a la holografía como una técnica de imagen con la capacidad de recuperar la amplitud y fase de un objeto cualquiera (FAC), independientemente si estos son únicamente de amplitud (opacos), de fase (transparentes) o en general una combinación de estos (semitransparentes).

En la Fig. 4.1 (a) se muestra un interferómetro de Mach Zehnder, el cual es utilizado en holografía en modo transmisión para la medición de objetos semitransparentes. Con dicha configuración, la luz que incide en un objeto de este tipo podrá pasar a través de él y la onda resultante tendrá información de su amplitud y fase.

Si en lugar de un objeto transparente se coloca uno opaco, la luz que incide sobre éste se refle-

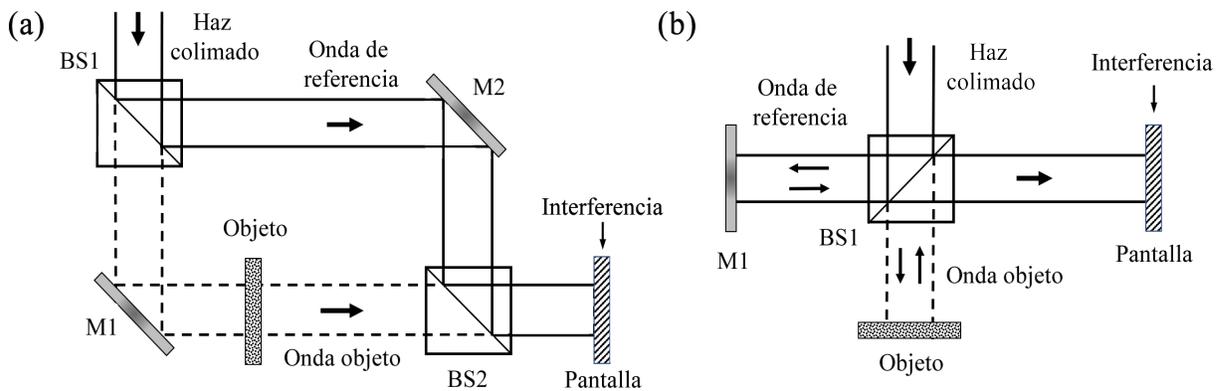


Figura 4.1: Configuraciones en holografía. (a) Interferómetro de Mach Zehnder y (b) interferómetro de Michelson.

para haciendo imposible el registro de un holograma y por ende su reconstrucción en amplitud y fase. Para este tipo de objetos es necesario implementar una configuración diferente que permita medir el frente de onda reflejado. En la Fig. 4.1 (b) se muestra un interferómetro de Michelson que trabaja en modo reflexión, en éste un objeto opaco reflejará la luz que le incida y el frente de onda resultante se propagará hasta el BS1 donde finalmente interfiere con el haz de referencia. A continuación, se describirán de manera detallada las configuraciones experimentales que se implementaron en este trabajo.

4.1. Transmisión

En la Fig. 4.2 se muestra el sistema experimental utilizado, el cual está basado en un interferómetro de Mach Zehnder. Con este sistema es posible el análisis de objetos complejos mediante técnicas de holografía (con un interferómetro) y objetos de amplitud mediante las técnicas SPI (sin el haz de referencia). El sistema tiene integrado un DMD (modulador de amplitud) que modula el frente de onda reflejado, generando un frente de onda microestructurado el cual es proyectado en el objeto. Además, es posible modular el frente en fase, y así aplicar la técnica de corrimiento de fase.

El sistema experimental está formado por una fuente de luz coherente de un láser de He-Ne

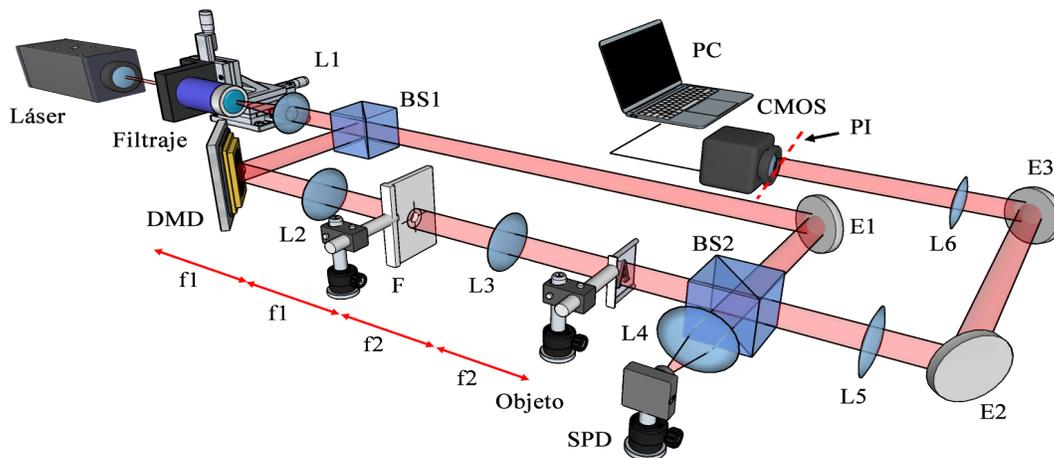


Figura 4.2: Sistema experimental para la medición de objetos por transmisión. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; BS beam splitter; E espejo; SPD detector single-pixel; PI plano imagen; f longitud focal.

(JDSU model 1508-1) con longitud de onda de 633 nm, la cual es filtrada y colimada al propagarse y pasar por el filtraje espacial y la lente L1 (longitud focal=125 mm); el haz resultante es dividido mediante el BS1 para formar un haz objeto y un haz de referencia. Cuando el usuario envíe una máscara al DMD (DLP7000), los micro-espejos de este adquirirán cierta dirección en función del patrón u holograma enviado a éste (véase Sección 3.1.2); el resultado será la modulación espacial de un frente de onda incidente en su superficie.

El frente de onda resultante se propaga hacia un sistema formador de imágenes 4f, el cual está constituido por dos lentes (L2 de longitud focal=250 mm y L3 con longitud focal=125 mm) y cuya descripción se abordó en la Sección 3.1.1 del Capítulo 3. Este sistema 4f contiene un filtraje espacial que se encuentra colocado en su plano de Fourier, posición en donde se filtra el orden de difracción +1 y discrimina el resto de información en frecuencias; operando como un procesador óptico al recuperar la información desplegada por el DMD, lo que permite muestrear al objeto de estudio (situado en el plano objeto) con el frente de onda modulado con los patrones

de muestreo deseados: bases de matrices para el caso de objetos de amplitud en SPA, o bases de matrices e información de fase codificadas en los CGH para el sistema de SPH. En el BS2 interfieren el haz objeto con el haz de referencia y el campo resultante es dividido en dos. Por un lado se tiene un haz que pasa a través de la lente L4 donde su intensidad es integrada y focalizada en el foco de éste, cuya posición coincide con la región de detección del fotodetector (Thorlabs APD410A2). Una tarjeta de adquisición de datos (DAQ) (NI USB-6210) conectada a éste permite digitalizar la intensidad de fotocorrientes (también conocidos como pesos) y almacenarlas en una computadora para un procesamiento posterior. El segundo haz restante del BS2 pasa por otro sistema formador de imágenes 4f, el cual forma el campo del plano objeto del interferómetro en la superficie de una cámara CMOS (UI-1482LE-M). La función de ésta es monitorear lo que ocurre en el sistema interferométrico y la función del arreglo 4f es evitar una imagen con efectos difracción. Si la medición del sistema es únicamente de amplitud, el haz de referencia del interferómetro estará bloqueado; por el contrario, si se trata de una medición de fase, el haz de referencia se encontrará habilitado y hará interferencia con el haz objeto en el BS2. En ambos modos de medición, el campo resultante es dividido en dos haces por el BS2 y focalizado en los dos planos imagen del interferómetro (véase Fig. 4.2).

4.1.1. Magnificación

En un arreglo de lentes la magnificación lateral total M_T se define como la razón en el tamaño lateral de la imagen de salida y el correspondiente tamaño lateral del objeto de entrada; es decir, es una relación que mide el aumento en dimensiones de un objeto al ser procesado por un sistema óptico de lentes. La magnificación lateral final de dicho sistema será el producto de las magnificaciones laterales de las lentes individuales, esto es [47]

$$M_T = -\frac{S_i}{S_o}, \quad (4.1)$$

donde S_o y S_i son las distancias de la lente al objeto e imagen, respectivamente. El sistema formador de imágenes 4f está formado por dos lentes con distancias focales diferentes, lo cual provoca que exista una magnificación diferente a la unidad, haciendo que la imagen proyectada por el DMD cambie de tamaño al muestrear el objeto de estudio. Las lentes involucradas en ese arreglo óptico son las lentes L2 y L3, con distancias focales 250 mm y 125 mm, respectivamente. Al evaluar $S_o = 250 \text{ mm}$ y $S_i = 125 \text{ mm}$ en la Ec. (4.1), se obtiene una magnificación de $M_T = -1/2$. El signo negativo del resultado indica una imagen invertida que, para fines de los experimentos desarrollados no tiene relevancia. Por otro lado, el coeficiente 1/2 indica una disminución del tamaño en esa cantidad del objeto de entrada.

Los patrones de muestreo $\mathbf{P}(x, y)$ y hologramas $h(x, y)$, tienen un tamaño de 64×64 píxeles,

mismos que son escalados en un factor de 8. Esto da como resultado un área de 512×512 micro-espejos o $7 \times 7 \text{ mm}^2$ en el DMD (el tamaño de cada micro-espejo es de $13,7 \mu\text{m}$). Finalmente, las máscaras proyectadas por el DMD a través del sistema 4f, serán procesadas y magnificadas. Estas tendrán un tamaño aproximado de $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$ en el plano imagen, la cual será el área efectiva en el sensado de objetos.

4.2. Reflexión

En la Fig. 4.3 se muestra el arreglo experimental para la medición de muestras en modo reflexión. En la entrada del sistema se tiene un láser de He-Ne a 633 nm, mismo que es filtrado

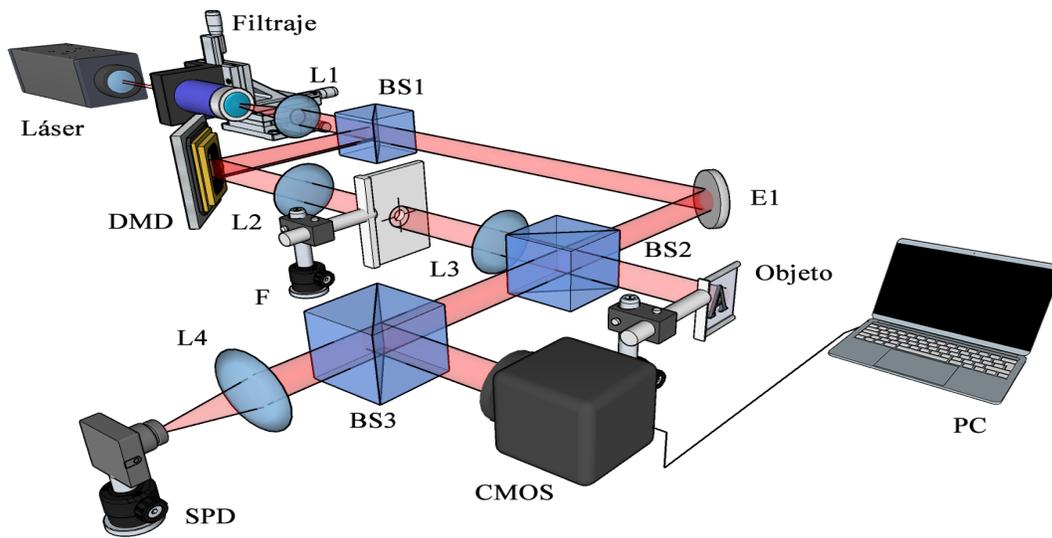


Figura 4.3: Sistema experimental para la medición de objetos por reflexión. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; BS beam splitter; E espejo; SPD detector single-pixel.

y colimado cuando pasa por la zona de filtraje espacial y una lente L1; posteriormente el haz es dividido en dos al pasar por el BS1. El primer haz viaja hasta la superficie del DMD y se modula espacialmente con los patrones u hologramas proyectados por éste, después el sistema formador de imágenes 4f (formado por la lente L2 y L3) proyecta los patrones de muestreo o la información de amplitud y fase codificados en los hologramas de Lee en su plano imagen, posición en donde se encuentra el objeto a analizar. A diferencia del método anterior, los objetos opacos analizados en este sistema reflejarán parte de la luz incidente en su superficie, la cual es dirigida hacia el BS2 situado frente al objeto (véase Fig. 4.3). El haz de referencia resultado de BS1, viaja al espejo E1 y al reflejarse incide en BS2, donde interfiere con el haz objeto. El campo resultante es dirigido al BS3 de donde se obtienen dos haces; el primero forma una imagen de monitoreo para la cámara CMOS y el segundo una imagen que es integrada por la lente L4 y registrada por medio del fotodetector.

A diferencia del sistema mostrado en la Fig. 4.1 (b) que utiliza un solo BS para dividir un haz de entrada y posteriormente hacer interferencia, en el sistema actual son necesarios dos BS para dividir e interferir las ondas. Esto último debido a que el haz objeto necesita ser modulado y filtrado antes de incidir en el objeto y cuyo proceso no puede afectar al haz de referencia. El BS3 únicamente funciona para fines de monitoreo, si se omite no permite de forma simultánea registrar la intensidad en el fotodetector y en la cámara.

Las lentes descritas en este sistema son las mismas etiquetadas en el sistema de reflexión, por lo que la magnificación final de los patrones en el plano objeto del interferómetro es la misma $M_T = -1/2$.

En esta configuración es posible llevar a cabo mediciones de amplitud con el sistema SPA y mediciones de fase con el sistema SPH; si el tipo de medición es únicamente de amplitud, el haz de referencia producido por el BS1 es bloqueado; si por el contrario, es una medición de fase, al tener el haz de referencia activo hará interferencia con el haz objeto en BS2.

4.3. Microscopía

El sistema experimental de microscopía que se muestra en la Fig. 4.4 es una variante de los sistemas anteriores, con este es posible la obtención de imágenes en amplitud y fase de muestras microscópicas mediante un método no invasivo y no destructivo, lo que resulta de mucho interés en el estudio imágenes biológicas o médicas. Este arreglo combina los modos de medición de los sistemas anteriores, un interferómetro de Mach Zehnder para objetos semitransparentes (modo transmisión) y un interferómetro de Michelson para muestras opacas (modo reflexión). El resultado es un sistema de imagen muy versátil para el manejo de muestras de casi cualquier tipo.

A la entrada se tiene un láser de He-Ne a 633 nm el cual es filtrado y colimado al pasar por un filtraje espacial y por la lente L1; después, el haz es dividido en dos por medio del BS1. El primer haz resultante incide en la superficie del DMD, el cual lo modula espacialmente con las máscaras desplegadas; debido a que solo se tiene disponible un DMD, el haz reflejado de este es compartido por ambos interferómetros al estar acoplados por medio de dos sistemas de imagen 4f en el BS3. El primer sistema 4f es formado por la lente L2 y L3, y el segundo por L2 y L4. El resultado es la formación de los patrones de muestreo en los planos objeto de ambos interferómetros, cuyo principio de operación y método de muestreo es el mismo que en los montajes anteriores. El segundo haz (referencia) resultante del BS1 también es compartido para ambos interferómetros al ser dividido mediante BS2. Los elementos que le dan el carácter de microscopía al sistema son los objetivos de microscopio (OM) añadidos.

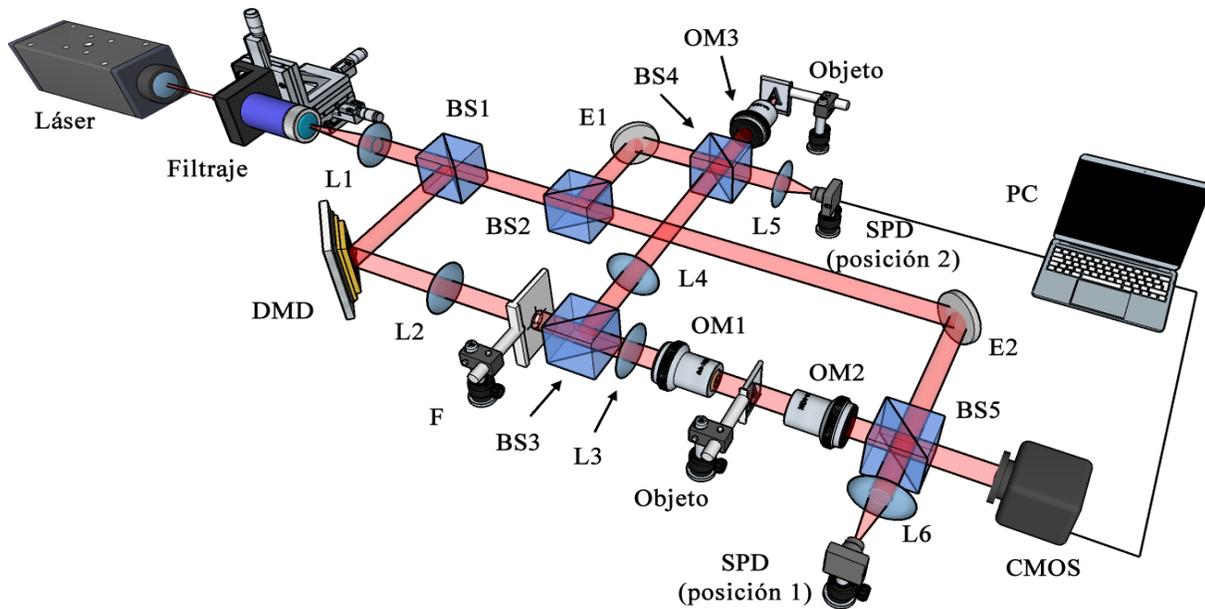


Figura 4.4: Sistema experimental para la medición de objetos microscópicos. DMD dispositivo digital de micro-espejos; L lente; BS beam splitter; E espejo; OM objetivo de microscopio; SPD detector single-pixel.

Transmisión

En el interferómetro de Mach Zehnder se tienen dos OM de 10X. El OM1 focaliza los patrones de muestreo en el plano objeto del sistema justo donde se tiene a la muestra microscópica, mientras que OM2 captura el campo resultante y corrige la curvatura del haz provocado por el OM1. En la Fig. 4.5 (a) se muestra la configuración de OM1 y OM2. El haz resultante hace interferencia con el haz de referencia por medio del BS5, donde el campo final es monitoreado por la cámara CMOS e integrado mediante la lente L6 para finalmente ser registrado en intensidad con el fotodetector (posición 1).

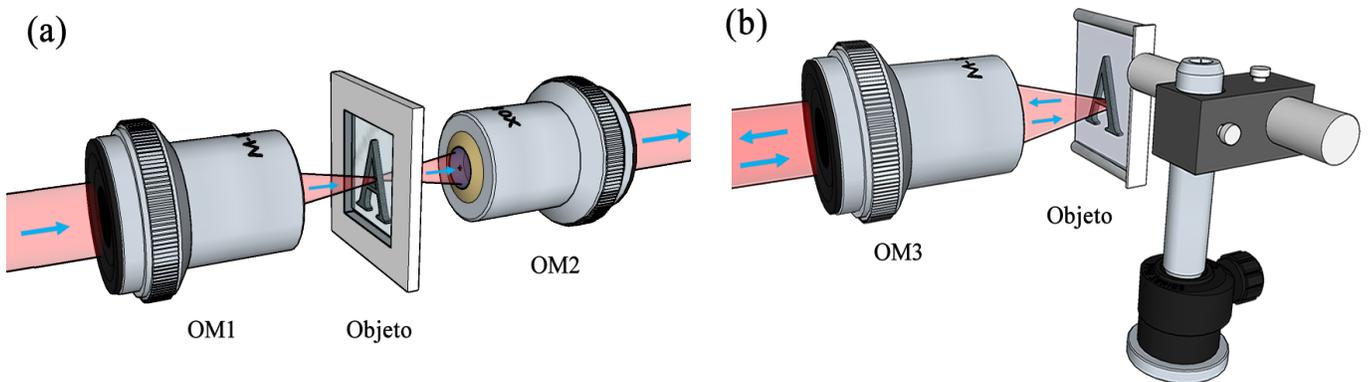


Figura 4.5: Configuración de objetivos de microscopio en (a) interferómetro de Mach Zehnder y (b) Michelson. OM objetivo de microscopio.

Reflexión

El interferómetro de Michelson toma el haz objeto proveniente del BS3, y en conjunto con el sistema formador de imágenes 4f y el OM3 10X, focalizan los patrones de muestreo en el objeto analizado. El OM3 concentra los patrones de muestreo y recoge el campo reflejado por el mismo camino óptico; en la Fig. 4.5 (b) se muestra la configuración de OM3 y el objeto de estudio. Finalmente, en el BS4 se da la interferencia entre el campo proveniente del objeto y el haz de referencia resultante de BS2. La información de interferencia resultante es integrada por la lente L5 y registrada por el fotodetector (posición 2).

Con esta configuración es posible obtener mediciones de amplitud al inhabilitar el haz de referencia producido por el BS1, y mediciones de fase al habilitar el mismo.

4.4. Cámara de monitoreo

Con los sistemas presentados es posible obtener la amplitud y fase de objetos mediante las técnicas SPI; sin embargo, para que esto sea posible primero es necesario verificar que todos los parámetros para la interferencia sean los adecuados. Con el uso de la cámara CMOS es posible monitorear el sistema de imagen de forma confiable, en tiempo real y controlar algunos parámetros tales como:

- **Visibilidad:** parámetro que indica la calidad de la interferencia de dos ondas mediante el contraste de sus franjas de interferencia en una imagen (véase Ec. (2.68)). Este parámetro se modifica al cambiar el grado de las densidades ópticas (elementos que modifican la amplitud de una onda) en ambos haces. Para mayor información ver Subsección 2.2.3.
- **Enfoque de objeto:** cuando el objeto de estudio se encuentra en un plano diferente al plano imagen del sistema 4f (plano objeto del interferómetro) o la cámara en una posición diferente al plano imagen de éste, la imagen vista en ésta se encuentra fuera de foco y un registro en esta posición resulta en una mala interpretación del objeto. Para corregir esto únicamente es necesario mover el objeto de estudio al plano objeto del sistema (o la cámara al plano imagen), justo donde los patrones de muestreo son desplegados sin efectos de difracción.
- **Filtraje espacial:** como ya se mencionó en los sistemas de medición, en el plano de Fourier del sistema 4f de cada uno se encuentra un filtro espacial, el cual consiste de un diafragma que permite modificar el área de filtrado. Con este dispositivo, al ser un filtro pasa bajos, es posible discriminar frecuencias no deseadas en el espectro de Fourier. Para una correcta reconstrucción de los patrones de muestreo en el plano objeto, es necesario modificar el área de filtrado hasta obtener una sola imagen nítida en el plano imagen correspondiente a solo un orden de difracción en el plano de Fourier.
- **Frecuencia de franjas de interferencia:** cuando dos haces interfieren, el resultado en una

pantalla es un patrón de interferencia formado por líneas paralelas. Si la inclinación de un haz cambia respecto al otro, se observa que la frecuencia en dichas líneas se modifica, lo cual es debido a que los frentes de onda están interfiriendo en una posición diferente. La frecuencia de estos aumenta a medida que el ángulo formado entre ambos haces crece y disminuye cuando el ángulo tiende a cero (haces paralelos).

En los experimentos desarrollados es necesario que los haces de objeto y referencia tengan un ángulo cercano a cero. De esta manera si ambos frentes de onda son planos, la frecuencia en las líneas de interferencia se va a cero y únicamente debería observarse una región clara u oscura; es decir, máximo o mínimo de interferencia.

En condiciones ideales, la medida de la aberración en el sistema debería arrojar una fase constante en toda la región de muestreo. Si por el contrario existe alguna aberración óptica (caso real), es posible observarla mediante el procedimiento anterior, permitiendo además medirla y compensarla. En este trabajo se midió la aberración óptica y se compensó mediante el uso de CGH.

4.4.1. Sensibilidad de la cámara

Uno de los cuidados para tener en cuenta en el manejo de la cámara de monitoreo es su sensibilidad a la luz, ya que para trabajar en condiciones óptimas es necesario introducir filtros de densidad neutra en el sistema que atenúen la amplitud de los haces monitoreados, evitando siempre la sobresaturación de la imagen en un monitor que podría provocar un daño irreversible en el hardware de la cámara. En condiciones ideales, las imágenes visualizadas tendrán un buen contraste y su interpretación será clara. Cuando los haces del sistema no están compensados, pueden provocar una saturación en la imagen de la cámara y la obtención errónea de datos. Para el manejo del sistema, es importante introducir los filtros de mayor grado disponibles e ir reduciéndolos hasta encontrar las condiciones óptimas para la cámara y para los parámetros antes mencionados.

5. Desarrollo de experimentos y resultados

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos de las técnicas SPI con las tres bases de muestreo vistas en el Capítulo 3. Además, a manera de referencia con otro sistema de imagen se muestran comparativas de los resultados obtenidos mediante la cámara de monitoreo CMOS.

5.1. Modulación de amplitud y fase

Uno de los elementos principales en la técnica de SPI es el DMD, que modula la fase y la amplitud como se verá a continuación en los resultados obtenidos. En ambos experimentos de modulación se utiliza el sistema mostrado en la Fig. 4.2.

5.1.1. Modulación de amplitud

El DMD es un modulador de amplitud, con éste, el frente de onda que incide en su superficie y posteriormente es reflejado, adquiere la forma micro-estructurada de la matriz binaria que previamente le fue enviada, modulando así la amplitud espacial del haz. El campo resultante a la salida del sistema formador de imágenes $4f$ y de acuerdo con la Ec. (3.13) es exactamente la matriz binaria de entrada (información enviada al DMD).

En la Fig. 5.1 se muestran dos ejemplos de dicha modulación de amplitud. Como puede verse, en la Fig. 5.1 (a.I) se tiene una matriz de dimensión 4×4 con elementos binarios, la cual es visualizada en la Fig. 5.1 (a.II) como una imagen. Posteriormente, ésta es reescalada a un factor de 128 y enviada al DMD, lo que asegura que la imagen cubra un área en el dispositivo de 512×512 micro-espejos. En la Fig. 5.1 (a.III) se muestra una fotografía tomada a la superficie del DMD, en esta se pueden apreciar regiones blancas y oscuras que representan a los micro-espejos en estados $+1$ y 0 . Finalmente, en la Fig. 5.1 (a.IV) se muestra una fotografía tomada con la cámara de monitoreo CMOS que corresponde al plano imagen del sistema $4f$, es decir, una imagen de la superficie de DMD (plano objeto del sistema $4f$). De esta manera se puede ver que los elementos mostrados en la Fig. 5.1 (a.I) son exactamente los recuperados en la Fig. 5.1 (a.IV), demostrando así la capacidad de modulación en amplitud del DMD.

En la Fig. 5.1 (b.I) se muestra una imagen de la Mona Lisa en formato RGB, la cual es una imagen más compleja a comparación de la mostrada en la Fig. 5.1 (a). En la Fig. 5.1 (b.II) se muestra su representación en escala de grises y binarizada antes de enviarse al DMD, dicha representación tiene un tamaño de 512×512 píxeles, la cual cubre un área en el DMD de 512×512 micro-espejos (véase Fig. 5.1 (b.III)). Finalmente, en la Fig. 5.1 (b.IV) se muestra una fotografía del campo proyectado en el plano imagen del sistema 4f, la cual coincide con la matriz inicial en la Fig. 5.1 (b.II).

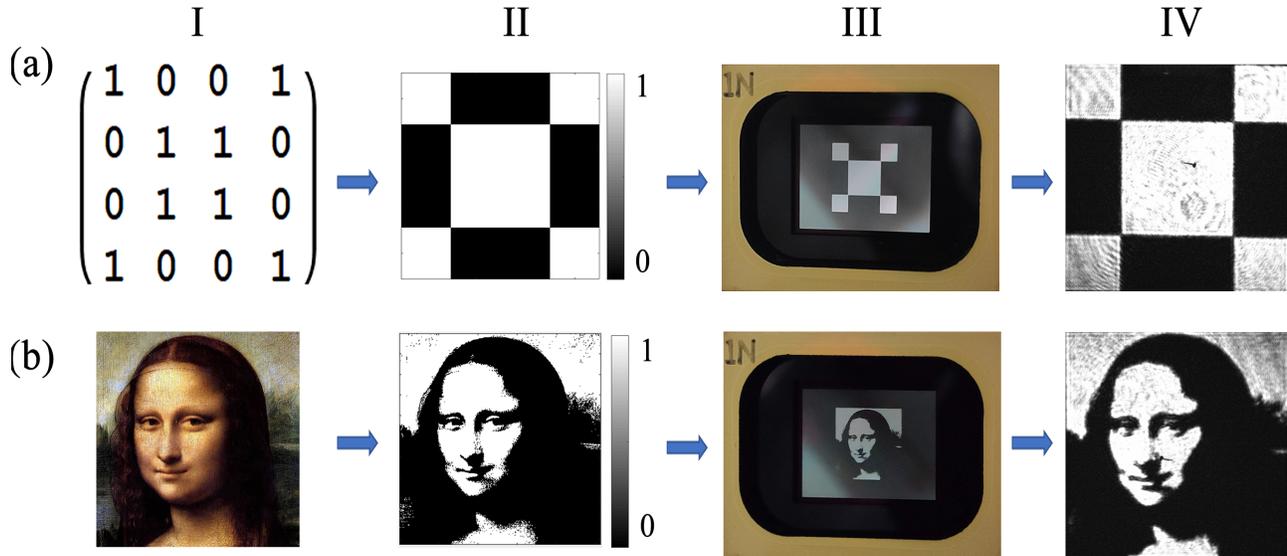


Figura 5.1: Modulación de amplitud en el DMD. (a) Matriz binaria y (b) Mona Lisa.

5.1.2. Modulación de amplitud y fase mediante hologramas de Lee

Como es bien conocido, un transductor piezoeléctrico introduce corrimientos de fase en un haz respecto a otro. Sin embargo, este dispositivo no puede introducir tales corrimientos en fase con un control espacial de ellos; más aún, mediante este dispositivo no es posible modular simultáneamente la fase y amplitud de un haz.

En la Subsección 2.2.7 del capítulo 2 se describió la teoría fundamental de los hologramas de Lee, con estos es posible codificar cualquier información compleja de una onda en un holograma y posteriormente decodificarla mediante un sistema formador de imágenes 4f. Este método al ser implementado en el sistema usa al DMD como un dispositivo modulador de amplitud para modular información de amplitud (véase sección anterior), y adicionalmente información de fase con control espacial.

Para introducir la información de fase en el haz se usa la Ec. (3.7); en ésta se introduce la información deseada y se crean los CGH, los cuales se envían al DMD para ser modulados y

procesados por el sistema 4f. El resultado es un control de la información de fase en el plano imagen del sistema. Si el objeto a analizar se omite en este plano y se aplica la técnica de corrimiento de fase a lo observado por la cámara de monitoreo, es posible medir la fase codificada y registrarla para un procesamiento posterior. Esta técnica es necesaria para toda medición de fase en el sistema; por lo tanto, para cada patrón proyectado por el DMD son necesarios cuatro hologramas de Lee correspondientes a los cuatro corrimientos de fase.

CGH con técnica de corrimiento de fase

En la Fig. 5.2 se muestran cuatro CGH correspondientes a cuatro corrimientos de fase. En estos se observa un corrimiento de $\alpha = \pi/2$ en las franjas de interferencia de cada uno, lo que se traduce directamente en un corrimiento de fase de la misma cantidad de un frente de onda respecto al otro.

En la Fig. 5.3 se muestran dos ejemplos de modulación de fase vistos desde la cámara de

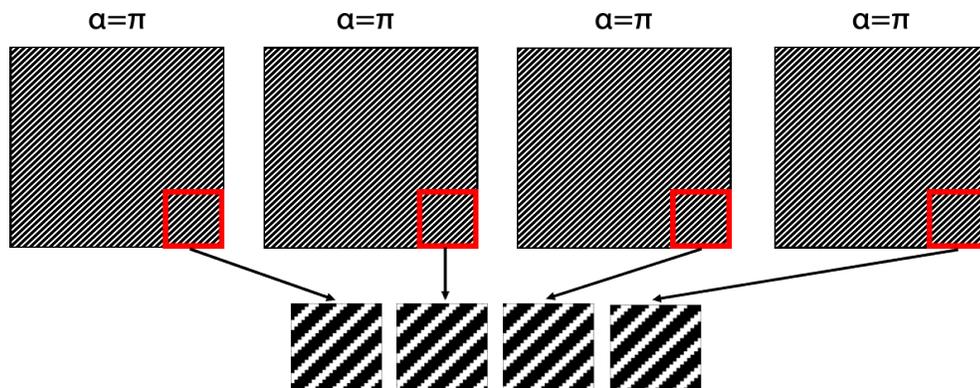


Figura 5.2: Hologramas de Lee con corrimiento de fase de cuatro pasos.

monitoreo y sus correspondientes fases obtenidas mediante la técnica de corrimiento de fase de cuatro pasos. En ambos casos el sistema óptico utilizado es el que se muestra en la Fig. 4.2.

En la Fig. 5.3 (a.I) se muestra el patrón de fase que se codificó en los CGH mediante hologramas de Lee, se trata de dos regiones que forman un escalón de fase $\alpha = \pi/2$. Para poder ser observado, los CGH son enviados al DMD y procesados por el sistema 4f de la figura antes mencionada. En la Fig. 5.3 (a.II) se muestra el patrón de interferencia resultante de dicho sistema observado mediante la cámara de monitoreo, del cual se pueden apreciar las franjas de interferencia de la onda objeto y la onda de referencia, así como el corrimiento de fase mostrado en la Fig. 5.3 (a.I). Dicho corrimiento de fase resulta ser más evidente en la región central donde ocurren los saltos abruptos en las franjas de interferencia, recordando que un cambio de blanco a oscuro en éstas indica un cambio de fase entre las ondas de $\pi/2$. En la Fig. 5.3 (a.III) se muestra un mapa 2D de la fase obtenida mediante el método de corrimiento de fase, en éste se muestran los

corrimientos de fase de las ondas (líneas deformadas) y el escalón de fase introducido en Fig. 5.3 (a.I) (corte central y corrimiento en fase de $\pi/2$).

En la Fig. 5.3 (b.I) se muestra un segundo ejemplo de modulación de fase, para este caso se

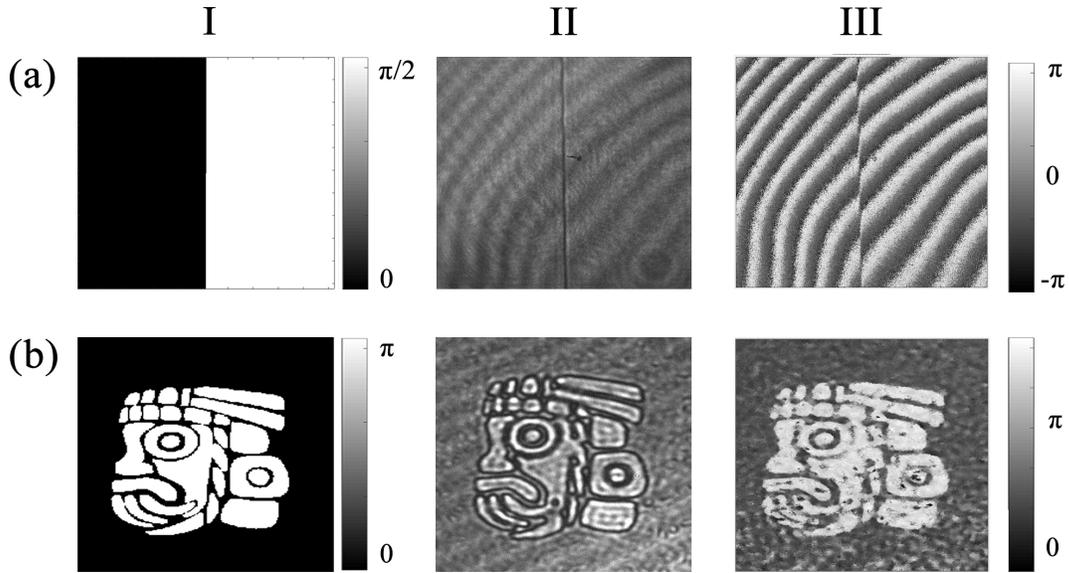


Figura 5.3: Modulación de fase en el DMD. (a) Escalón de fase y (b) símbolo azteca.

tiene la figura de un símbolo azteca cuyo mapa de intensidad únicamente pueden tomar dos valores; la parte blanca de la figura indica un valor de π en fase mientras que la parte oscura una fase igual a cero. Para poder modularse en fase, esta figura fue codificada en CGH mediante hologramas de Lee, los cuales se proyectaron y decodificaron en el DMD y en el sistema 4f de la Fig. 4.2, respectivamente. En la Fig. 5.3 (b.II) se tiene el patrón de interferencia resultante de la interferencia del haz objeto (modulado con la figura del símbolo azteca en fase) y la onda de referencia del interferómetro de la Fig. 4.2. De éste patrón se puede apreciar un cambio en el contraste de interferencia que claramente indica un cambio en fase entre ambas ondas. En la Fig. 5.3 (b.III) se presenta un mapa 2D de la fase obtenida mediante la técnica de corrimiento de fase con los cuatro interferogramas registrados, se puede ver que la fase final coincide en forma y valores a los mostrados en la Fig. 5.3 (b.I).

Para demostrar la capacidad de los métodos y el sistema, en el siguiente ejemplo se tiene la modulación de información en amplitud y fase de manera simultánea.

En la Fig. 5.4 (a)-(b) se tiene el logotipo del IICO y de la UASLP para codificarse en la amplitud $A(x, y)$ y en la fase $\varphi_o(x, y)$ de la Ec. (2.90), respectivamente. Aplicando la técnica de corrimiento de fase de cuatro pasos, se generan cuatro CGH mediante hologramas de Lee; estos al ser enviados al DMD, son modulados en el plano imagen del sistema 4f de la Fig. 4.2. Finalmente, registrando los cuatro interferogramas con la cámara de monitoreo y aplicando el método de corrimiento de fase, se obtiene la amplitud compleja de la onda codificada. En la

Fig. 5.4 (c)-(d), se tienen los mapas de información codificados en amplitud (Fig. 5.4 (a)) y fase (Fig. 5.4 (b)).

En las Figs. 5.4 (e.I) a 5.4 (e.III) se muestran tres acercamientos de los mapas 2D de amplitud y fase; (e.I) de la misma figura corresponde a la zona dentro del recuadro rojo mostrado en la Fig. 5.4 (c), mientras que las Figs. 5.4 (e.II) y (e.III) representan las zonas dentro del recuadro rojo y azul en la Fig. 5.4 (d), respectivamente. Para la información de fase recuperada se muestran dos casos; en la Fig. 5.4 (e.II) se observa el mapa en fase correspondiente al logotipo de la UASLP mostrado en la Fig. 5.4 (b), mientras que en la Fig. 5.4 (e.III), a pesar de ser una medición de fase se tiene la silueta del logotipo del IICO en amplitud mostrado en la Fig. 5.4 (a), lo cual se debe a que se está aplicando el método de corrimiento de fase a un objeto opaco; éste al no tener partes semitransparentes que puedan modificar la fase de la onda incidente, arroja como resultado una fase completamente aleatoria. Finalmente, en la Fig. 5.4 (f) se muestra un perfil de fase unidimensional que corresponde a la región marcada por la línea roja en la Fig. 5.4 (e.II), de este se puede ver que existe un cambio de fase de π entre las regiones blancas y oscuras tal y como se codificó en la Fig. 5.4 (b).

5.2. Compensación de aberración

Por aberración óptica del sistema se hace referencia a cualquier cambio en la fase de las ondas a interferir. Dicha modificación en la fase es producto de los elementos ópticos del arreglo experimental tales como lentes, divisores de haz y espejos.

Para medir la aberración del sistema experimental, se hizo una medición de fase sin el objeto de estudio. Para el caso ideal, si se consideran que las dos ondas de interferencia son planas, se tiene como resultado una fase constante. En el caso real y en los experimentos desarrollados, la fase del sistema no es constante y existe cierta aberración introducida por el sistema tal y como se observa en las Figs. 5.3 y 5.4.

Con el sistema implementado, además de modular la fase, es posible corregir el problema de aberración en el sistema y obtener una fase constante a la salida. Gracias a la modulación de fase introducida en el apartado anterior, es posible corregir el problema de aberración en el sistema y obtener una fase constante en este; para ello es necesario medir la aberración óptica en ausencia del objeto de estudio y posteriormente modularla en fase, tal y como se mostró en la Sección 5.1. Dicha aberración es introducida como una constante de fase en todos los hologramas de Lee que se envíen al DMD, con ello la Ec. (3.7) toma la forma de

$$t(x, y) = 1 + m_i(x, y)^2 + 2m_i(x, y) \cos[\beta(x + y) + \alpha + \varphi_0(x, y)], \quad (5.1)$$

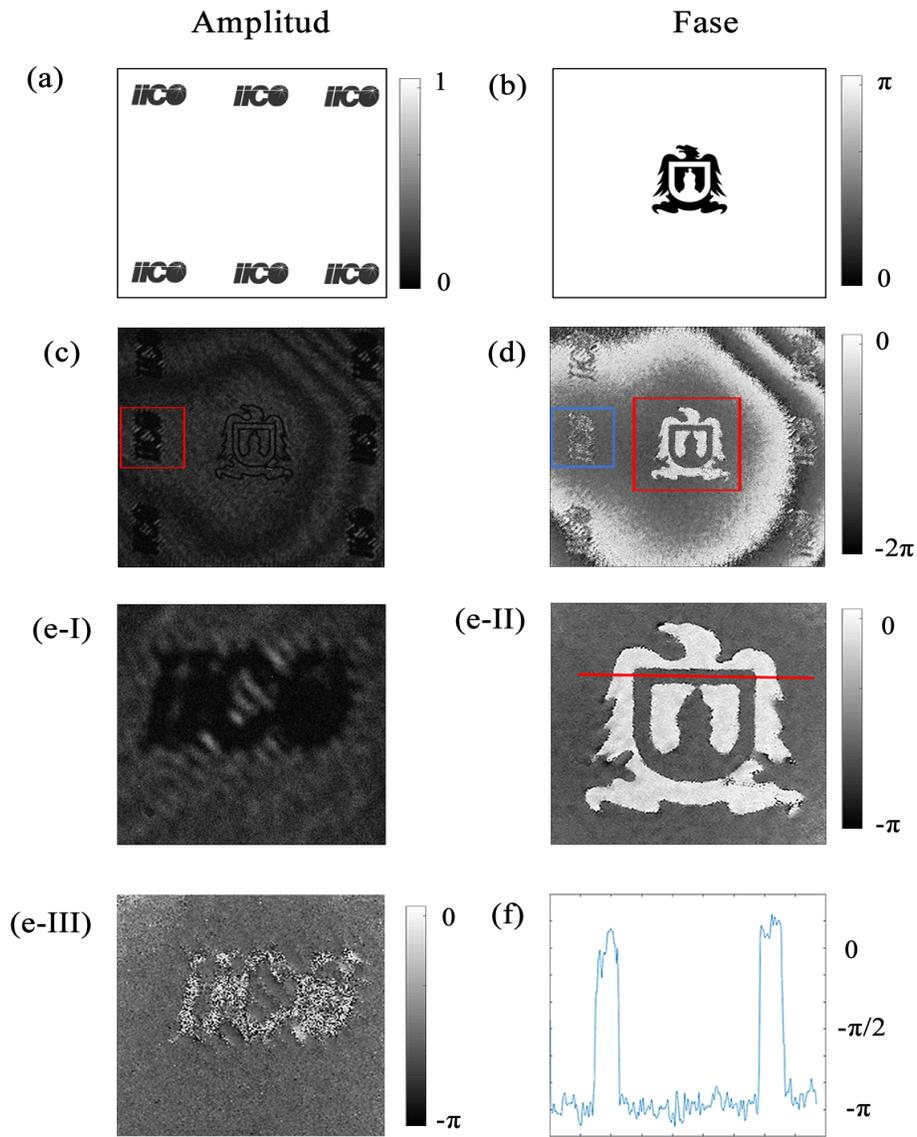


Figura 5.4: Codificación y decodificación de amplitud y fase mediante hologramas de Lee.

donde $\varphi_0(x, y)$ es la aberración óptica del sistema. De esta manera, los nuevos CGHs generados tomarán en cuenta la aberración óptica y la compensarán en tiempo real al ser proyectados por el DMD en el sistema.

En la Fig. 5.5 se muestra la compensación de aberración en el sistema; en la Fig. 5.5 (a) se muestra la medición de la aberración del sistema y en la Fig. 5.4 (b) la fase constante de un frete de onda, cuya aberración fue compensada y vista desde la cámara de monitoreo. En las Figs. 5.6 (a)-(c) se muestra la misma compensación de aberración reconstruida al aplicar la técnica SPH para la base de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente. En éstas imágenes se puede ver que la mayor parte de la zona analizada se ha compensado en fase correctamente, así también existen regiones en donde la fase no es constante y no hay una buena compensación; en los experimentos el objeto de análisis normalmente se encuentra centrado, por lo que éstas regiones sin compensar no afectan la interpretación de datos en esas zonas de estudio.

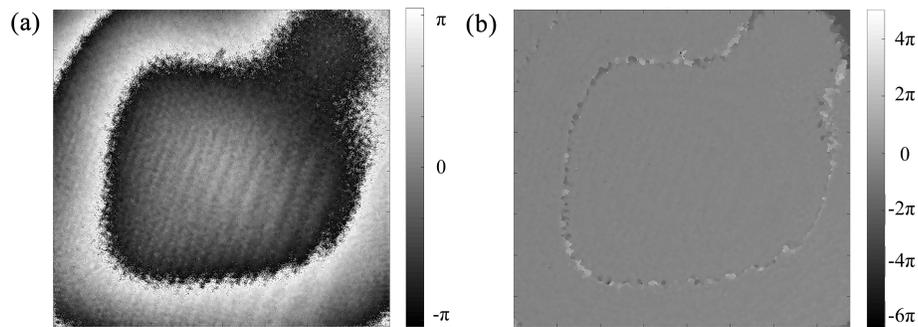


Figura 5.5: Registro de fase con cámara CMOS. (a) Medición y (b) compensación de aberración presente en el sistema.

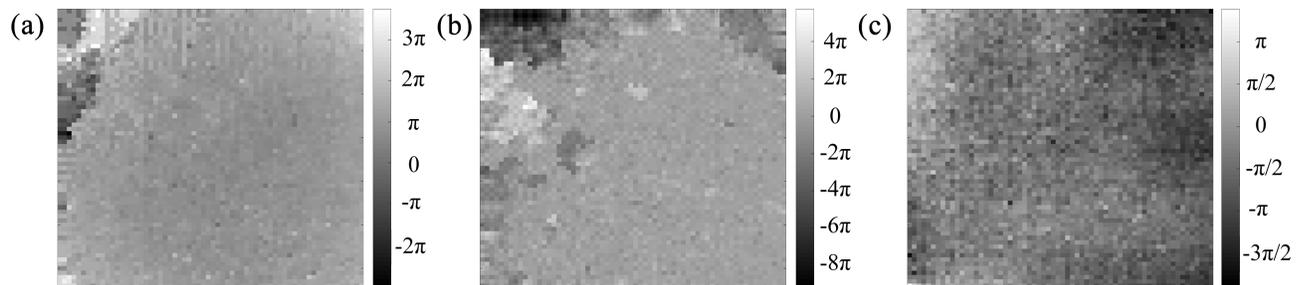


Figura 5.6: Compensación de la aberración del sistema con la técnica SPH para la base (a) Hadamard, (b) coseno y (c) noiselet.

5.3. Poder de resolución

El poder de resolución de un sistema de microscopía óptica es la capacidad que éste tiene para diferenciar dos puntos muy próximos entre sí. Éste parámetro es un valor numérico que

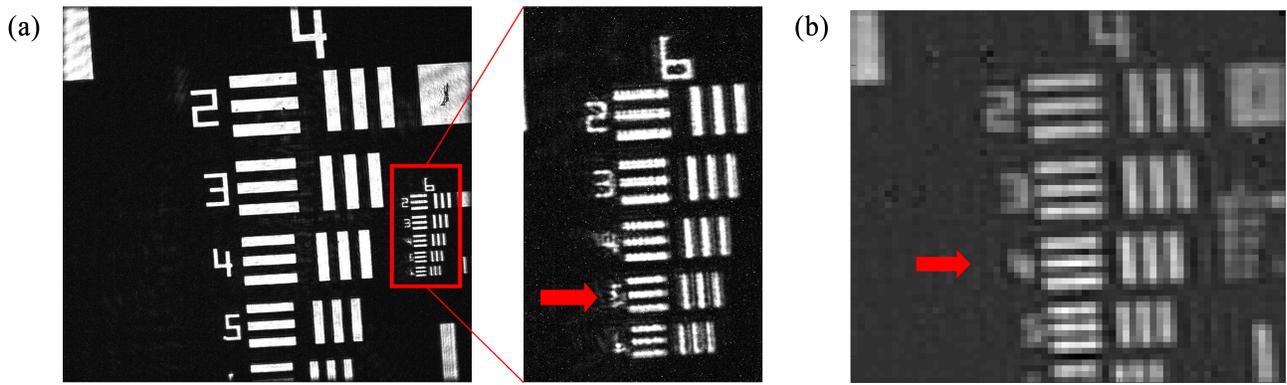


Figura 5.8: Caracterización del poder de resolución en los sistemas de imagen con (a) cámara de monitoreo CMOS y (b) técnica HSI.

método empleado en la observación de éste, es decir, el tipo de sensor y la resolución de imagen resultante. Estos resultados muestran una comparativa de los detalles que se pueden tener en una imagen de 1400×1400 píxeles obtenida mediante una cámara con tecnología CMOS y una imagen de 64×64 píxeles obtenida con la técnica SPA utilizando un detector sin resolución espacial.

5.4. Sistema de imagen de un solo píxel

En este apartado se muestran los resultados obtenidos con el sistema SPI utilizando las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, ofreciendo en estos una comparativa con imágenes obtenidas por la cámara de monitoreo CMOS. Los objetos de prueba fueron analizados en amplitud y fase utilizando los sistemas con con y sin microscopía.

5.4.1. Amplitud

Para la medición de amplitud se utiliza el sistema de holografía de la Figs. 4.2-4.4. Para ello, el objeto de prueba es colocado en el plano imagen del sistema 4f. El sistema seleccionado dependerá del tipo de medición que se requiera, ya sea en modo transmisión o reflexión. El procedimiento a seguir es el siguiente: primero se carga el total de patrones de muestreo en un programa desarrollado en LabVIEW. Después, al ejecutar éste, se envían los patrones al DMD a cierta frecuencia. Para las mediciones de amplitud, el DMD trabaja a una frecuencia de 2100 Hz para HSI y CSI, mientras que para NSI a 4200 Hz.

Para una resolución de imagen de 64×64 píxeles, en los sistemas HSI y CSI se requieren $64 \times 64 \times 2$ patrones de muestreo, mientras que para NSI son necesarios $64 \times 64 \times 4$ patrones de muestreo. El tiempo de registro de coeficientes para los tres métodos es de cuatro segundos.

Cuando en el sistema óptico el muestreo del objeto es llevado a cabo, las intensidades resultantes de las proyecciones son detectadas o registradas por el fotodetector, y mediante un convertidor analógico a digital (tarjeta DAQ) son enviadas a la computadora. Más detalles del programa de control en LabVIEW son mostrados en el Apéndice B.1.

Con los pesos registrados y los patrones de muestreo se calcula numéricamente la imagen de 64×64 píxeles en escala de grises a 8 bits. Éstas reconstrucciones son llevadas a cabo en un programa desarrollado en Matlab, el cual permite reconstruir y analizar las imágenes en base a las mediciones de amplitud y/o fase. Más detalles de esta aplicación son mostrados en el Apéndice B.3.

Sistema en modo transmisión para objetos de amplitud

Para trabajar en el modo transmisión se utilizaron los sistemas ópticos de las Figs. 4.2 (sin microscopía) y 4.4 (con microscopía), en las que el haz de referencia de los interferómetros se encontraba obstruido. Con estos y utilizando el procedimiento descrito anteriormente es posible obtener imágenes de amplitud. Las muestras analizadas fueron variadas, sin embargo, en este apartado únicamente se muestran las mejores reconstrucciones obtenidas con el sistema SPA. En la Fig. 5.9 se muestran las reconstrucciones de amplitud de un ala de insecto. Para este experimento se utilizó el sistema óptico sin microscopía. En la Fig. 5.9 (a) se puede ver una imagen obtenida con la cámara de monitoreo CMOS y en las Figs. 5.9 (b)-(d) las imágenes reconstruidas al aplicar la técnica SPA utilizando las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente. Como puede verse, la diferencia más notoria entre ambos sistemas de imagen es la resolución, siendo la obtenida de la cámara CMOS de aproximadamente 1400×1400 píxeles, mientras que las obtenidas con SPA de 64×64 píxeles. Aún con la reducción de dimensiones entre ambos sistemas de imagen, las reconstrucciones del sistema SPA mostradas en la Fig. 5.9 poseen la misma información cualitativa que la obtenida mediante la cámara de monitoreo, teniendo la capacidad de visualizar en todas ellas las características del ala de insecto analizada.

Para las mediciones de microscopía se emplea el sistema óptico de la Fig. 4.4 con el fin de analizar detalles y elementos que a simple vista no se aprecian en el objeto de estudio. La Fig. 5.10 (a) muestra la imagen reconstruida del ala de insecto con la cámara CMOS, y las Figs. 5.10 (b)-(d) las reconstrucciones obtenidas al aplicar la técnica SPA utilizando las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente. En la Fig. 5.10 se pueden distinguir algunos elementos ramificados de la estructura central del ala del insecto, cualitativamente todas las subfiguras contienen la misma información haciendo posible su caracterización. La imagen con mayor resolución es la obtenida con la cámara CMOS en la Fig. 5.10 (a).

Para medir cuantitativamente el error de las imágenes reconstruidas de los sistemas SPA se

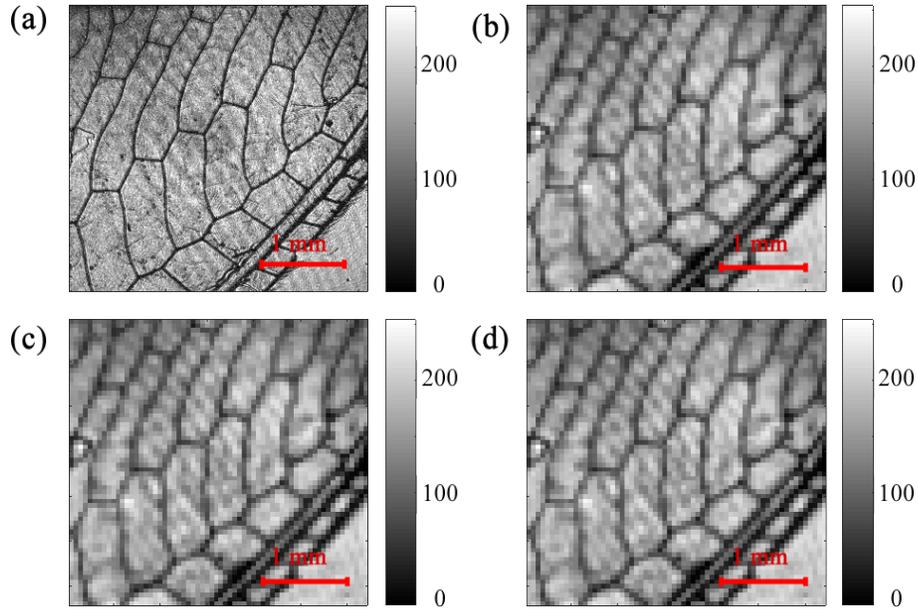


Figura 5.9: Medición de amplitud de un ala de insecto mediante (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$.

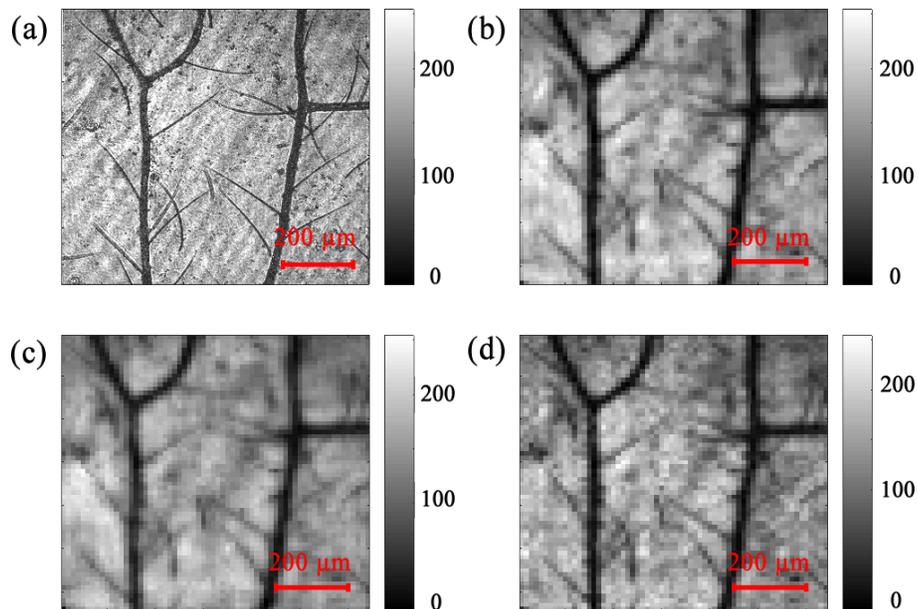


Figura 5.10: Medición de amplitud de un ala de insecto con el sistema de microscopía usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $880 \times 880 \mu\text{m}^2$.

diseñó un experimento. La Fig. 5.11 (a) muestra el logotipo de la UASLP, el cual fue utilizado como la imagen ideal del experimento. Éste logotipo fue diseñado en computadora, fue impreso y fotografiado con una cámara de alta resolución, obteniendo de ello una transparencia reducida en tamaño. La transparencia resultante se utilizó como objeto en el sistema de microscopía de la Fig. 4.4 y se muestreo con los patrones del sistema SPA. En la Fig. 5.11 (b)-(d) se muestran las imágenes reconstruidas al aplicar la técnica SPA con las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente. Los experimentos fueron llevados a cabo de tal manera que

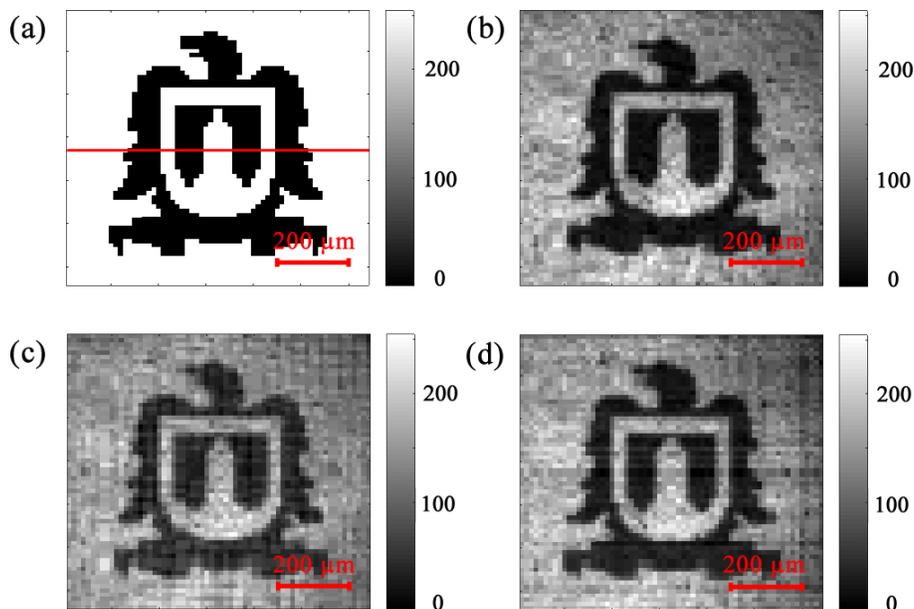


Figura 5.11: Medición de amplitud del logotipo de la UASLP con el sistema de microscopía (Fig. 4.4). Imágenes recuperadas con (a) cámara CMOS, HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $880 \times 880 \mu m^2$.

se capturara una imagen lo más parecida posible a la original; es decir, una imagen que estuviera centrada, con la orientación correcta e iluminación uniforme. De esta manera, al tener en las reconstrucciones las mismas dimensiones que la imagen ideal, es posible hacer una comparación y obtener una medida del error entre los sistemas SPI de amplitud; HSI, CSI y NSI.

Para medir cuantitativamente la calidad de las imágenes reconstruidas se aplicó el criterio PSNR, el cual está definido por

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{Max^2}{\frac{1}{NM} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N [U_0(i, j) - U(i, j)]^2}, \quad (5.3)$$

donde M y N son las dimensiones de las imágenes a comparar; U_0 la imagen ideal; U la imagen reconstruida con las diferentes bases de muestreo y $Max = 2^8 - 1$ es el valor máximo de los píxeles en la imagen. En este caso, dicho coeficiente es calculado a lo largo de una distribución de amplitud unidimensional, tomando como imagen de referencia (la ideal) la mostrada en

la Fig. 5.11 (a). En la Fig. 5.12 se muestran las distribuciones de amplitud unidimensionales correspondientes a las bases de muestreo; la línea roja en la Fig. 5.11 (a) indica la zona de interés de donde se obtuvieron cada uno de los perfiles de las Figs. 5.11 (b)-(d).

El valor PSNR de los perfiles unidimensionales mostrados en la Fig. 5.12 son 7,57, 7,84 y 7,5

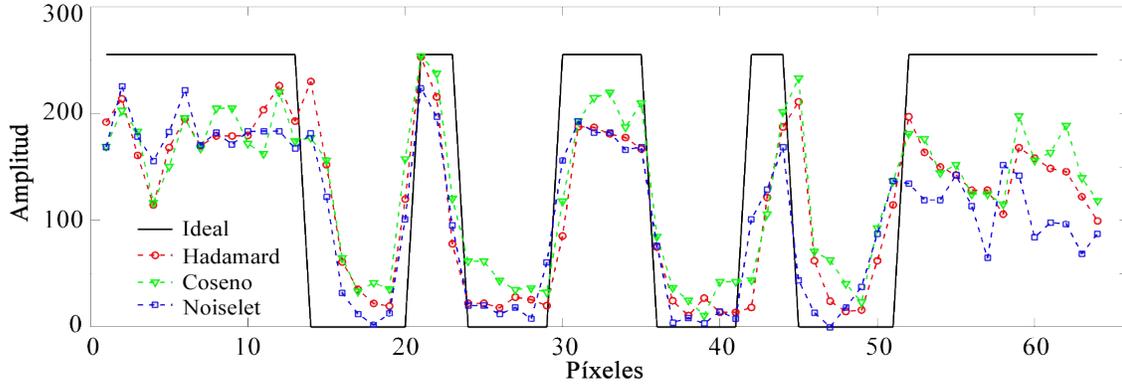


Figura 5.12: Distribuciones de amplitud unidimensionales de las reconstrucciones obtenidas de HSI, CSI y NSI. Los perfiles de amplitud corresponden a la región marcada con la línea roja de la Fig. 5.11 (a).

dB para las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente. El valor más alto de PSNR corresponde a la imagen reconstruida con mejor calidad. Para los valores PSNR 2D los resultados encontrados fueron 7,61, 7,48 y 7,45 dB para las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente. Dicho comportamiento es similar al caso unidimensional. Visualmente las tres reconstrucciones aportan la misma información cualitativa mostrada en la imagen ideal, por lo que cualquier opción de base de muestreo funciona muy bien para el sistema SPA.

Sistema en modo reflexión para objetos de amplitud

Para este modo de trabajo se emplean los sistemas interferométricos de las Figs. 4.3 (sin microscopía) y 4.4 (con microscopía). Ambos sistemas usan un interferómetro de Michelson con el brazo de referencia bloqueado para obtener imágenes de amplitud. Las muestras analizadas tienen la característica de que su superficie es reflejante, con el fin de capturar la mayor cantidad de luz posible por la cámara o el sensor SP.

En la Fig. 5.13 (a) se muestra una antena dipolo vista con la cámara de monitoreo CMOS y en las Figs. 5.13 (b)-(d) las imágenes reconstruidas con el sistema SPA usando las bases Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente.

Una de las diferencias entre los modos transmisión y reflexión en la reconstrucción de imágenes aplicando la técnica SPA (sin microscopía), es que en reflexión la imagen reconstruida posee

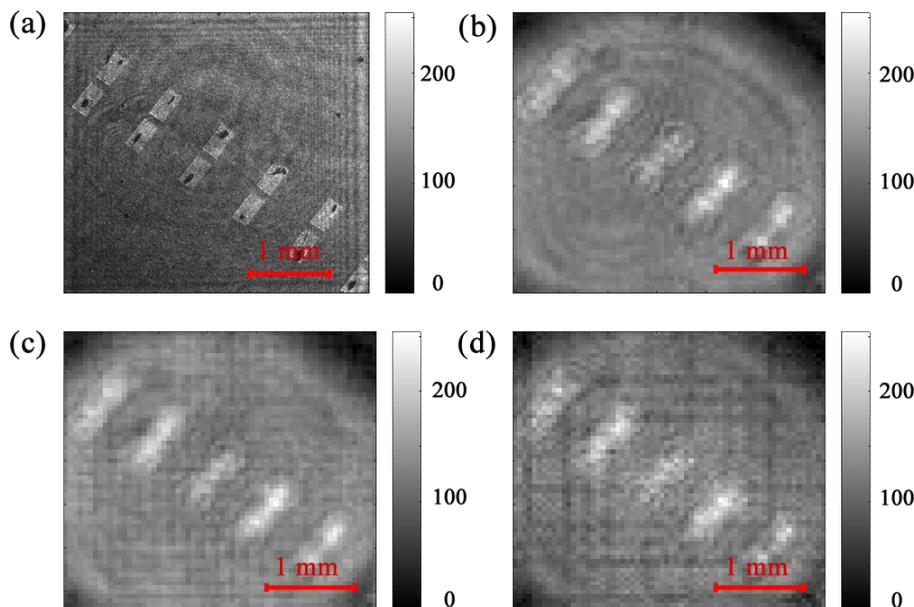


Figura 5.13: Medición de amplitud de antenas dipolo usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$.

menos detalles de la estructura de los objetos que las reconstruidas por transmisión. La razón es que cuando los patrones de luz inciden en el objeto, éste al tener una superficie no plana (ideal) la luz es reflejada en todas direcciones (difusión de luz). De la Fig. 4.3, se puede ver que únicamente los rayos de luz que regresen del objeto por la dirección de entrada serán capturados por el BS2 y llegarán hasta el sensor de la cámara o SP, perdiendo gran cantidad de luz al no acoplarse a este elemento. Esta pérdida en la iluminación arroja una menor cantidad de información en las reconstrucciones, lo que se traduce en una disminución de los detalles disponibles en cada imagen; dicho comportamiento únicamente se observa cuando se trabaja en modo reflexión, siendo más efectivo el sistema por transmisión con la técnica SPA.

Para habilitar el sistema de microscopía por reflexión se utiliza el arreglo experimental mostrado en la Fig. 4.4. La configuración del objeto utilizada en este sistema se muestra en la Fig. 4.5 (b), de ésta se puede ver que al igual que sin microscopía, existirá pérdida de información por la cantidad de luz que se refleje en todas direcciones; únicamente los rayos de luz que regresen por el mismo camino de entrada y se acoplen al OM3 podrán ser capturados por el sensor de la cámara y SP.

En la Fig. 5.14 se muestra la antena dipolo del experimento anterior vista desde el sistema de microscopía (Fig. 4.4), el cual al tener un campo de visión muy cerrado imposibilita registrar las geometrías de las antenas individuales que se muestran en la Fig. 5.13. En la Fig. 5.14 (a) se puede ver una fotografía del objeto registrada por la cámara de monitoreo CMOS; mientras que en las Figs. 5.14 (b)-(d) se muestran las imágenes reconstrucciones a partir de la técnica SPA

con las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente. De estas no se pueden resolver algunas de las características mostradas en la Fig. 5.14 (a) debido a las pequeñas dimensiones que tienen. Esto es un comportamiento esperado por la diferencia del poder de resolución en ambos sistemas de imagen y por las reflexiones de luz en todas direcciones de la superficie del objeto de estudio. Aún con ello, es posible identificar el objeto que se está estudiando de manera cualitativa.

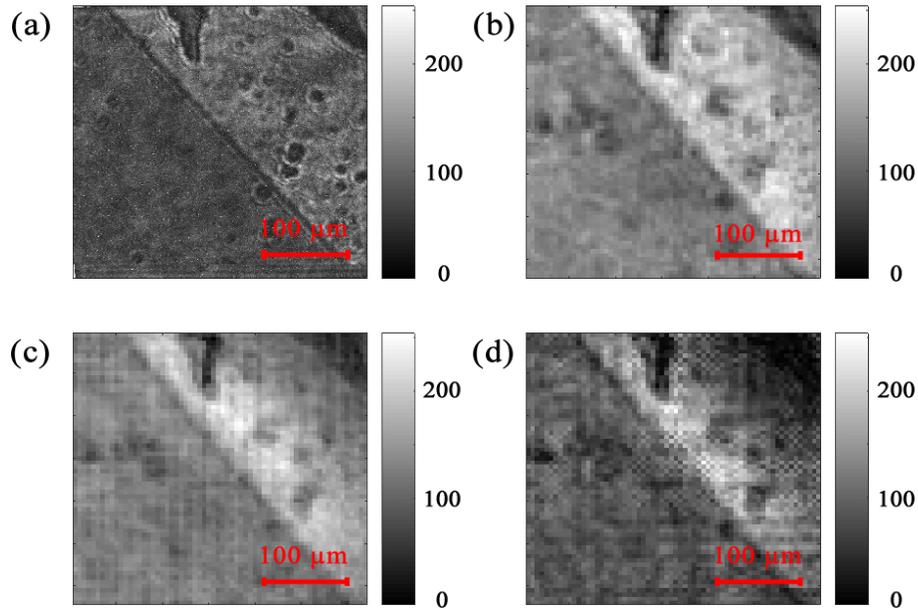


Figura 5.14: Medición de amplitud de antenas dipolo con el sistema de microscopía usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $350 \times 350 \mu m^2$.

5.4.2. Fase

El registro de hologramas mediante los sistemas de DH ofrece la información completa de un objeto, amplitud y fase; siendo ésta última la que proporciona una descripción tridimensional del objeto. Para las mediciones de fase se utilizaron los sistemas ópticos de las Figs. 4.2-4.3 para el análisis de muestras milimétricas (sin microscopía) y el de la Fig. 4.4 para muestras microscópicas (con microscopía). El sistema elegido depende de si el objeto a analizar es semi-transparente u opaco.

El procedimiento para medir la fase es muy similar al utilizado previamente, con la diferencia que ahora el objeto es muestreado con la base de patrones codificados en hologramas, y en los cuales se considera la técnica de corrimiento de fase de cuatro pasos y la aberración del sistema. Por cada patrón (64×64 patrones de muestreo) se generaron cuatro hologramas ($64 \times 64 \times 4$ CGH) con una diferencia de fase de $\pi/2$ entre ellos, compensados con la aberración

del sistema que fue previamente medida (ver subsecciones 5.1.2 y 5.2). Los CGHs son cargados en la aplicación de control de LabVIEW y enviados al DMD, mismo que los proyecta en su superficie a una frecuencia de 4200 Hz. La base de patrones con los corrimientos de fase muestrean el objeto localizado en el plano objeto del sistema $4f$ y el haz resultante hace interferencia con el haz de referencia del interferómetro utilizado. Finalmente, el campo de salida es registrado en intensidad por el fotodetector y monitoreado por la cámara CMOS. El tiempo en que se proyectan los patrones de muestreo en el objeto y en el que se registran los coeficientes SP con la tarjeta DAQ es determinado por la frecuencia antes mencionada y la cantidad de hologramas desplegados, este es de aproximadamente cuatro segundos para los tres sistemas SPH; HSI, CSI y NSI.

Utilizando la aplicación de Matlab mostrada en el Apéndice B.3 y en base a los coeficientes SP obtenidos, un holograma de 64×64 píxeles es reconstruido. La teoría de holografía y el registro y reconstrucción en los sistemas SPH no distinguen entre las configuraciones de los arreglos ópticos, por lo tanto, el procedimiento para muestrear un objeto, la medición de coeficientes y su reconstrucción de la amplitud compleja son los mismos para los modos de reflexión, transmisión, con y sin microscopía.

En el Apéndice C se muestran algunas mediciones de fase obtenidas con el sistema de holografía usando la cámara CMOS. Dichas mediciones no son mostradas en el cuerpo de este trabajo, sin embargo, son de gran interés debido a que las muestras analizadas son variadas, lo que sugiere que los sistemas de holografía pueden usarse en aplicaciones distintas para medir diferentes parámetros (índice de refracción, LCO y deformación o strain). A continuación, se muestran algunos de los resultados obtenidos con los sistemas SPH y su respectiva comparación con la cámara de monitoreo CMOS.

Sistema en modo transmisión para objetos de fase o semitransparentes

Las muestras biológicas tales como tejidos de plantas o insectos son una buena opción para el análisis y caracterización del alcance del sistema, de éstas se pueden analizar tejidos delgados o membranas. Los cuales son objetos de fase (transparentes o semitransparentes) que cumplen con la condición de permitir el paso de luz a través de ellos. Otra opción son las lentes, éstas al ser elementos puramente de fase pueden ser medidas y caracterizadas con los sistemas SPH.

En la Fig. 5.15 se muestra una distribución de fase desenvuelta obtenida de una lente biconvexa, en las Figs. 5.15 (a), (c)-(e) se muestran los resultados obtenidos con técnicas de holografía usando la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI, respectivamente. Las fases están representadas en forma desenvuelta usando el código y algoritmo mostrado en las Ref. [38,39]. La diferencia más notoria entre éstas imágenes es el tamaño de resolución, con 1400×1400 píxeles en la cámara de monitoreo y 64×64 píxeles en las técnicas SPH.

La fase de una muestra transparente se ve afectada por dos parámetros: por la geometría o por el índice de refracción que varían espacialmente. En el caso de la lente analizada, el índice de refracción es una constante, por lo que la forma de la fase se ve únicamente afectada y moldeada por la geometría de ésta; en las regiones centrales al haber un mayor espesor en la lente, el frente de onda se ve más afectado en fase que en las regiones de los bordes. El resultado es una fase con forma de paraboloides mostrada en la Fig. 5.15 (b) con mínimo de amplitud en el centro. La calidad de resultados obtenidos muestra que el sistema SPH con base de muestreo coseno es el menos eficiente, esto debido a que en la Fig. 5.15 (d) existen regiones con fase errónea que pueden provocar un error en la lectura e interpretación de datos. Una posible razón de éste comportamiento es el error introducido en la binarización de la base para la generación de patrones, provocando que información importante se pierda en el proceso.

La Fig. 5.16 muestra los perfiles de fase unidimensional obtenidos de las distribuciones de fase

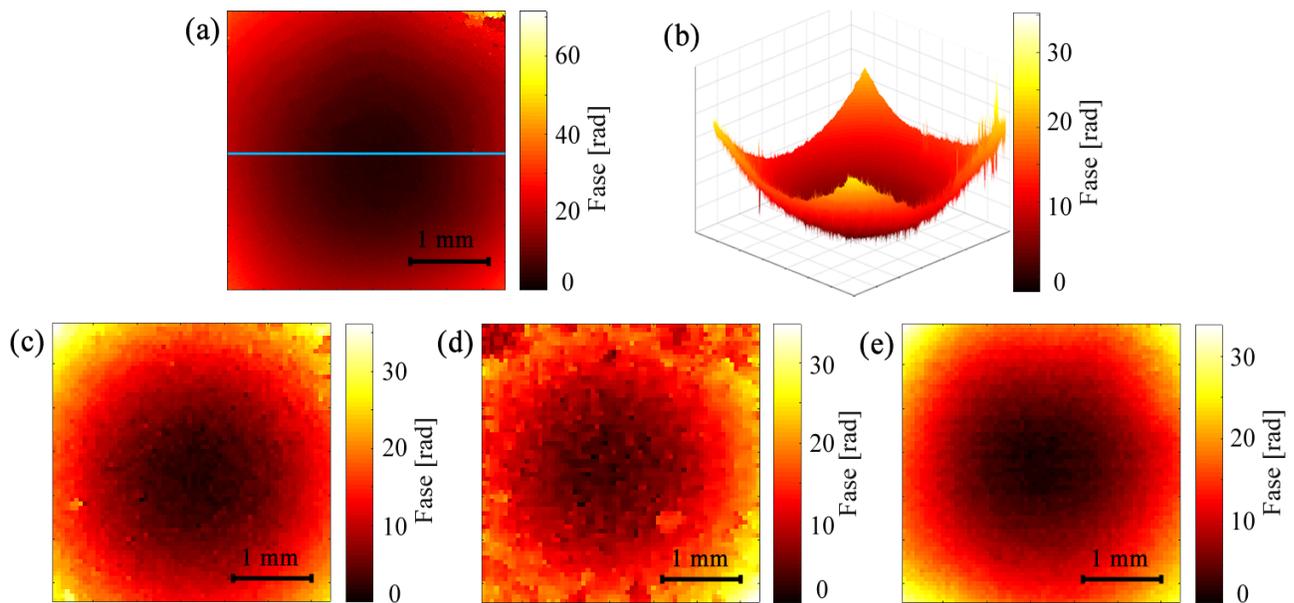


Figura 5.15: Distribución de fase de una lente biconvexa obtenida mediante el sistema de holografía a partir de (a) cámara CMOS, (c) HSI, (d) CSI y (e) NSI. (b) Vista tridimensional de la fase obtenida en (a). El área analizada en las imágenes es de aproximadamente $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$.

de la Fig. 5.15, la región de interés está marcada en la Fig. 5.15 (a) por la línea azul. El perfil de fase de la cámara CMOS de tamaño 1×1400 píxeles fue reducido a 1×64 píxeles para poder compararlo con los demás sistemas de imagen, esto únicamente con fines ilustrativos. Como puede observarse, la fase obtenida de los sistemas de holografía usando la cámara CMOS, HSI y NSI tienen un comportamiento parecido a lo largo del perfil seleccionado, siendo CSI el que a pesar de tener una misma tendencia de fase como en los demás sistemas de imagen, tiene problemas de reconstrucción en algunas regiones del perfil seleccionado, siendo más evidente en

los bordes de éste. Todas las reconstrucciones de los sistemas de imagen tienen un mínimo de 0 radianes de fase en el centro y un máximo de 17-18 radianes en los bordes.

El segundo objeto analizado se trata de una lente oftálmica progresiva, la cual es un antejojo

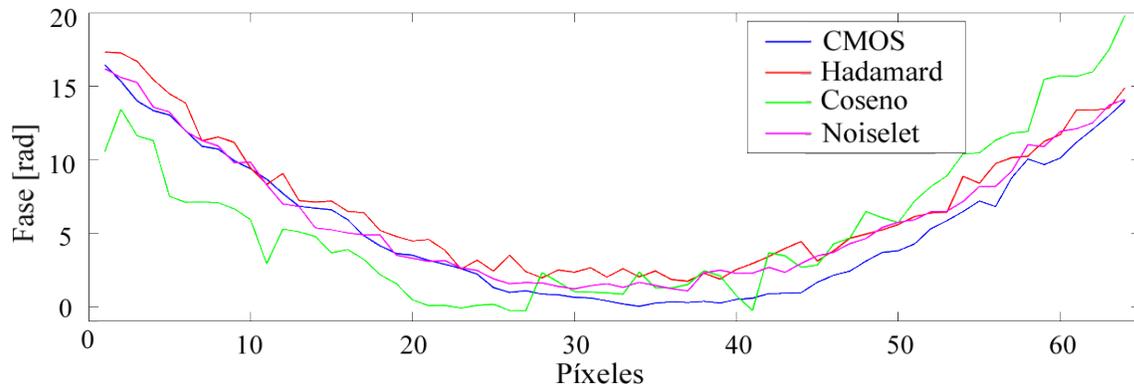


Figura 5.16: Distribuciones de fase unidimensionales de las reconstrucciones obtenidas con la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI. Los perfiles de fase corresponden a la región comprendida por la línea azul de la Fig. 5.15 (a).

diseñado para que un usuario pueda ver objetos a diferentes distancias. En la Fig. 5.17 (a), (c)-(e) se muestran las distribuciones de fase obtenidas de los sistemas de holografía usando la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI, respectivamente; en la Fig. 5.17 (b) se puede ver una vista tridimensional de la fase mostrada en la Fig. 5.17 (a), en esta se observa mejor como éste parámetro va cambiando según la geometría de la lente.

Las fases mostradas en las Fig. 5.17 (a)-(c) y (e) son obtenidas a partir del algoritmo de desenvolvimiento de fase. A diferencia de éstas, la fase mostrada en la Fig. 5.17 (d) presenta problemas de reconstrucción en algunas regiones, lo que imposibilita aplicar el algoritmo de desenvolvimiento de fase [38,39].

Debido a que la lente analizada no presenta cambios de espesor, la única manera de modificar la fase tal y como se observa en la Fig. 5.17 es con un cambio en el índice de refracción. Dichos resultados describen un objeto de fase con un índice de refracción progresivo, resultando es una lente capaz de enfocar objetos a diferentes distancias.

En la Fig. 5.18 se muestra la fase de una epidermis de cebolla obtenida con el sistema de holografía usando la cámara CMOS, de ésta se pueden apreciar celdas individuales que corresponden a las células. En la parte inferior izquierda de esta imagen, se pueden apreciar cambios muy rápidos de la fase envuelta, lo que puede deberse a una concentración de aire o agua en la región; debido a esto se seleccionó un área que únicamente contuviera los elementos de mayor interés y con cambios de fase suaves.

En la Fig. 5.19 (a)-(b) se muestra el área delimitada por el rectángulo azul de la Fig. 5.18, en la Fig. 5.19 (a) se muestra la fase obtenida a partir del sistema de holografía con la cámara CMOS

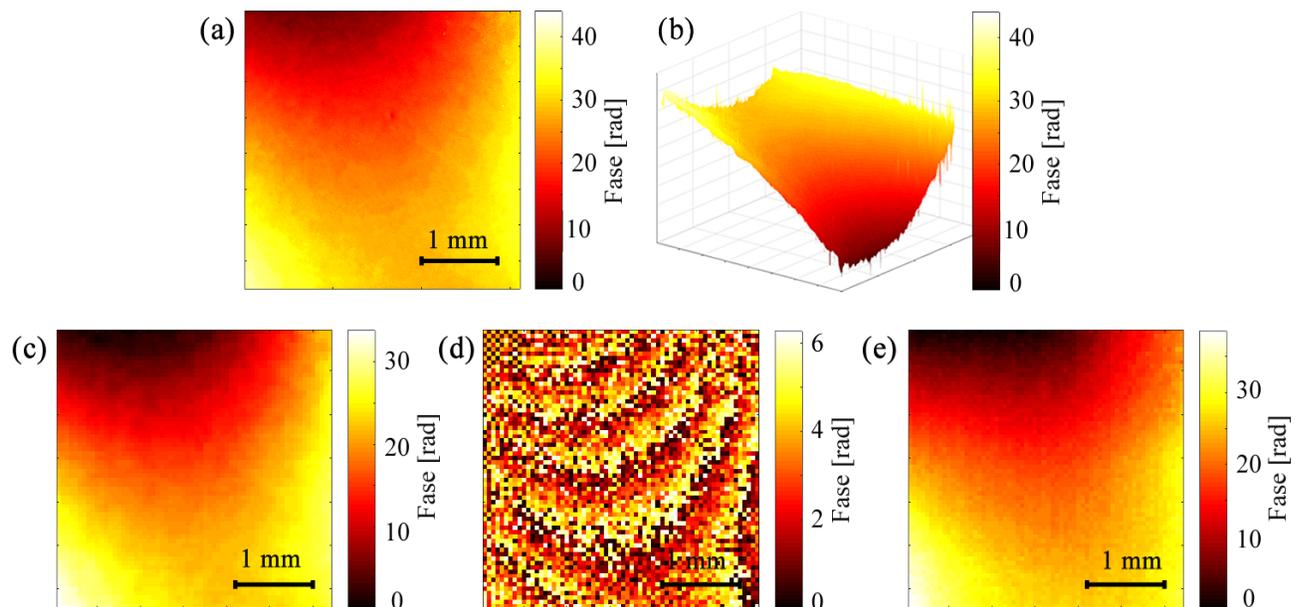


Figura 5.17: Distribución de fase de una lente oftálmica progresiva obtenida mediante el sistema de holografía a partir de (a) cámara CMOS, (c) HSI, (d) CSI y (e) NSI. (b) Vista tridimensional de la fase obtenida en (a). El área analizada en las imágenes es de $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$.

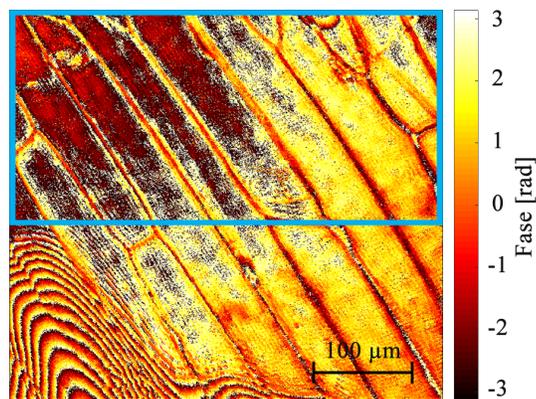


Figura 5.18: Distribución de fase microscópica de epidermis de cebolla obtenida mediante el sistema de holografía usando la cámara de CMOS. El área analizada en las imágenes es de $440 \times 440 \mu\text{m}^2$.

y en la Fig. 5.19 (b) una reconstrucción del sistema SPH usando la base de muestreo Hadamard, en ambos casos la fase se presenta desenvuelta y es posible distinguir las células individuales y su tamaño aproximado en micrómetros. Los resultados obtenidos con los sistemas de imagen CSI y NSI no se presentan porque la muestra analizada contiene geometrías complejas que se ven directamente reflejadas en los coeficientes medidos en los sistemas SPH, provocando problemas en la fase reconstruida y una interpretación errónea de datos.

La Fig. 5.19 (c) muestra una comparación entre las imágenes obtenidas con la cámara CMOS (Fig. 5.19 (a)) y la técnica HSI (Fig. 5.19 (b)). En ésta se muestran dos perfiles de LCO unidimensionales de las líneas punteadas azules marcadas en las Figs. Fig. 5.19 (a)-(b). La LCO a partir de una distribución de fase es obtenida por

$$LCO = \frac{\varphi_o \lambda}{2\pi}. \quad (5.4)$$

La línea roja en la Fig. 5.19 (c) es la LCO marcada en la Fig. 5.19 (a), la cual fue reducida en tamaño para poder ser comparada con la de la Fig. 5.19 (b). En ambos casos la tendencia y valores de LCO coinciden entre sí, lo que indica una correspondencia entre ambos sistemas de imagen.

En la Fig. 5.20 (a)-(d) se muestra la fase desenvuelta de una fotoresina depositada sobre un

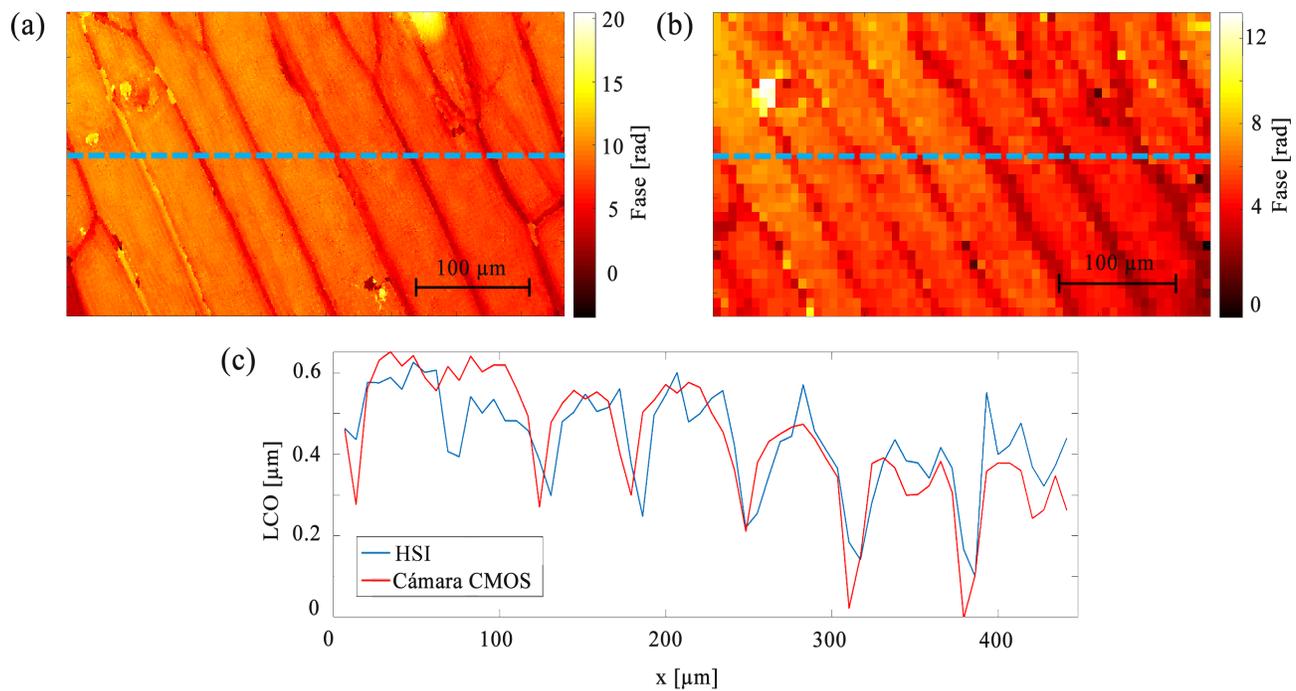


Figura 5.19: Fase obtenida con el sistema de holografía y microscopía usando (a) cámara CMOS y (b) HSI. (c) Distribuciones de LCO correspondientes a las regiones comprendidas en las líneas punteadas azules de (a) y (b).

substrato (utilizada en procesos de fotolitografía) obtenida con los sistemas de holografía usando

la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI, respectivamente. La imagen de fase de la cámara CMOS (Fig. 5.20 (a)) fue reducida a un tamaño de 64×64 píxeles para poder ser comparada con el resto de las reconstrucciones. La región analizada se trata de un escalón de fotoresina que se pudo generar durante la etapa de depósito.

De las reconstrucciones obtenidas, se puede ver que en la parte superior izquierda existen pro-

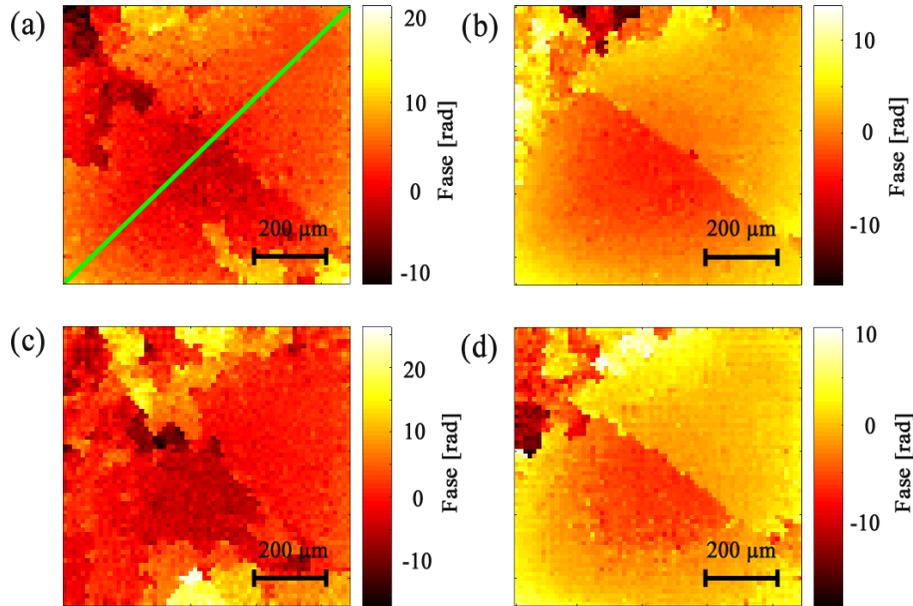


Figura 5.20: Distribución de fase microscópica de fotoresina obtenida mediante el sistema de holografía usando (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de $800 \times 800 \mu m^2$.

blemas de reconstrucción en todos los sistemas de imagen, esto es debido a que en esa región la forma de la fotoresina es complicada y da como resultado un cálculo de fase desenvuelta errónea. Con el fin de analizar los datos de fase obtenidos en la Fig. 5.20, se calcularon cuatro perfiles de LCO a partir de las regiones marcadas con la línea verde en 5.20 (a) para todos los sistemas de holografía, las gráficas encontradas se muestran en la Fig. 5.21. Los resultados muestran un escalón en la fase localizado en la región central de la muestra cuyo salto de LCO es de aproximadamente $0.6 \mu m$; la muestra al ser del mismo material y no tener cambios en el índice de refracción, indica que el cambio de fase se debe a un cambio en la geometría de ésta; situación que representa el caso complementario de la lente oftálmica antes mencionada, donde un cambio de fase se debía a un cambio en el índice de refracción de la muestra.

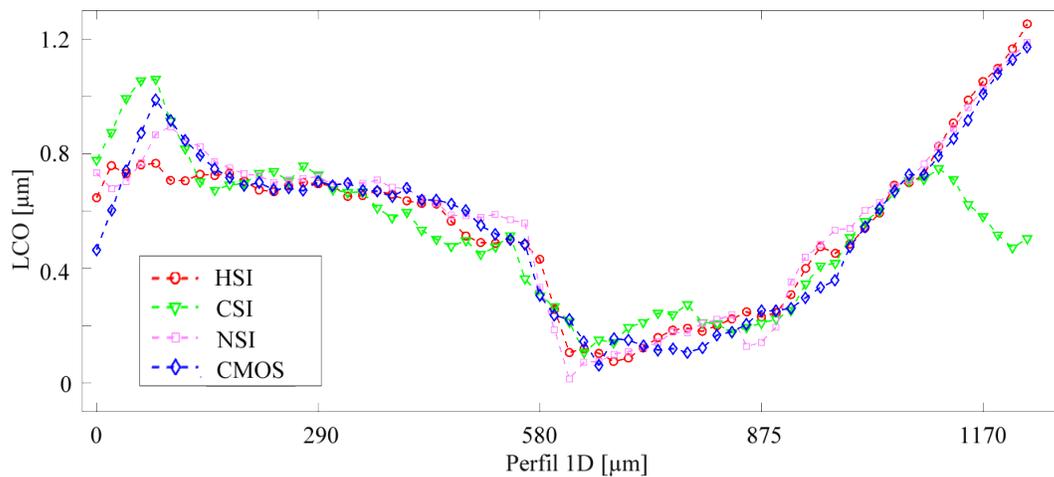


Figura 5.21: Distribuciones de LCO de las reconstrucciones obtenidas con la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI. Los perfiles de LCO corresponden a la región comprendida por la línea verde de la Fig. 5.20 (a).

Sistema en modo reflexión para objetos de fase o semitransparentes

Para el análisis de fase en modo reflexión se emplean objetos opacos y con superficies reflejantes (de preferencia), esto último es con el fin de aprovechar la mayor cantidad de luz reflejada y registrar con buena calidad los coeficientes por los sistemas SPH. Los sistemas que se utilizaron se muestran en las Fig. 4.4 (con microscopía) y Fig. 4.3 (sin microscopía).

A diferencia del arreglo óptico usado en modo transmisión, la configuración en modo reflexión tiene ciertos inconvenientes en el proceso de registro de coeficientes SP al muestrear un objeto de estudio. En la Fig. 5.22 se muestra un acercamiento a la etapa de muestreo en el sistema en modo reflexión, en particular este arreglo corresponde a la configuración de microscopía (en el arreglo sin microscopía ocurre lo mismo). En la figura se pueden observar líneas de colores en diferentes direcciones, las cuales indican la dirección de los haces de luz en el proceso de muestreo de un objeto. Las flechas rojas dirigidas hacia la derecha indican el haz incidente en la muestra, la cual al tener una superficie porosa y rugosa (en general) refleja haces de luz en varias direcciones. Las flechas azules y verdes dirigidas hacia la izquierda representan los haces de luz reflejados de la muestra, las cuales forman a la onda objeto. Únicamente las flechas verdes reflejadas en la misma dirección que los haces de entrada (flechas rojas), podrán acoplarse al OM y propagarse hacia la zona de interferencia, cuya intensidad finalmente es integrada y registrada para formar los coeficientes SP complejos.

En la Sección 2.2.3 de Coherencia del capítulo 2 se menciona el parámetro de visibilidad, el cual es una medida de la calidad de interferencia entre dos ondas y es directamente afectado por la amplitud de éstas. En el sistema por reflexión, la pérdida de luz provocada por las reflexiones en el objeto afecta la amplitud de la onda objeto y por tanto la visibilidad y calidad de interfe-

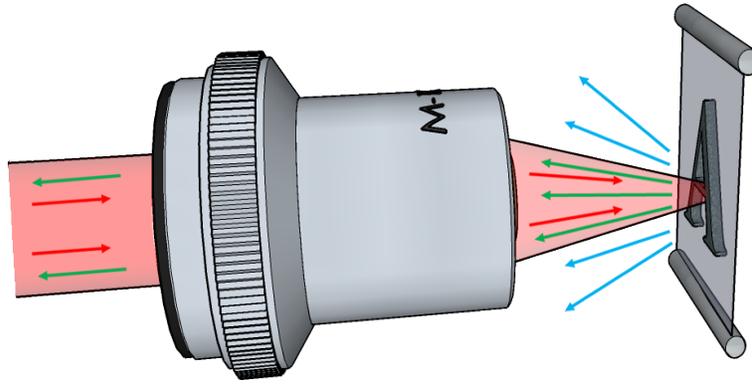


Figura 5.22: Muestreo del objeto de estudio y formación de onda objeto para el sistema de holografía en modo reflexión.

rencia, resultando en un mal registro de coeficientes complejos SP. Debido a lo anterior, en los experimentos realizados únicamente es posible obtener reconstrucciones de fase en el sistema de microscopía, siendo el sistema sin microscopía incapaz de resolver objetos de fase.

En la Fig. 5.23 (a)-(d) se muestra una distribución fase envuelta obtenida con los sistemas de holografía usando la cámara CMOS, HSI, CSI y NSI, respectivamente. Ésta distribución de fase corresponde a la aberración óptica del sistema experimental en modo reflexión. En la Fig. 5.23 (a) se puede ver claramente que ésta tiene un perfil de fase con forma de paraboloide, y en las Figs. 5.23 (b)-(d) se muestra la misma distribución de fase, pero con problemas de reconstrucción y aberraciones añadidas. Para este experimento, no fue posible compensar la aberración del sistema debido a los problemas de reconstrucción de fase. Éstos comportamientos se deben a los problemas de visibilidad y calidad de interferencia, lo que se ve directamente reflejado en las reconstrucciones de fase. Los datos de las reconstrucciones obtenidas con los sistemas SPH muestran una tendencia similar a la obtenida con la cámara CMOS, sin embargo, existen diferencias notables entre estos: HSI es el sistema que ofrece una mejor reconstrucción y CSI el que resulta ser el menos eficiente.

5.5. Señales sparse

En la Sección 3.5 de Patrones de muestreo del Capítulo 3, se describió una característica entre las bases de patrones utilizadas en los sistemas SPA. Las bases de las transformadas Hadamard y coseno presentaron cierto comportamiento en sus coeficientes al concentrar la mayor energía en bajas frecuencias, haciendo que el resto de coeficientes tengan valores cercanos a cero, y cuya característica que no se observó en la base noiselet. Este comportamiento entre las señales de HSI y CSI es llamado sparse, y básicamente es cuando una señal concentra una cantidad significativa de energía en pocos coeficientes. En la Fig. 5.24 (a)-(b) se muestran los espectros

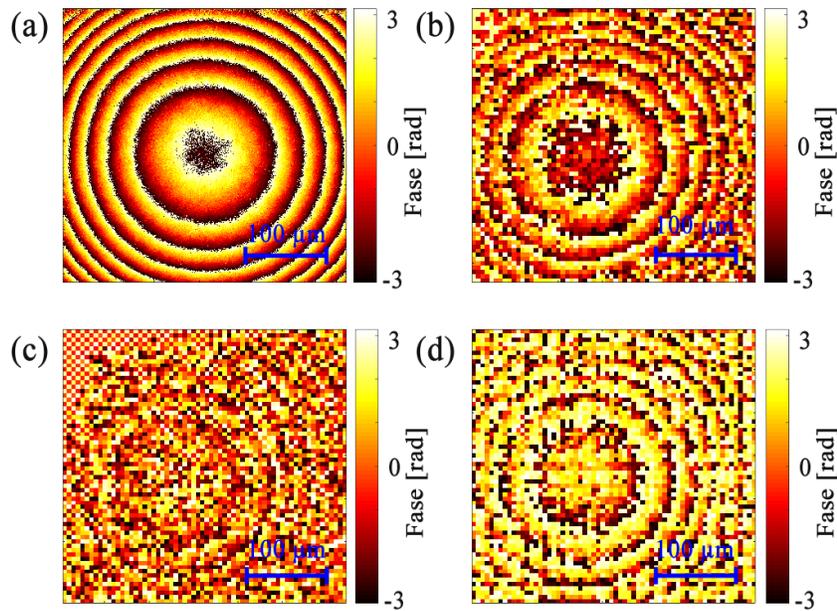


Figura 5.23: Medición de aberración óptica del arreglo experimental en modo reflexión. Fases obtenidas mediante el sistema de holografía a partir de (a) cámara CMOS, (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI. El área analizada en las imágenes es de $350 \times 350 \mu\text{m}^2$.

sparse correspondientes a HSI y CSI cuando el objeto de la Fig. 5.11 (a) es muestreado con las bases Hadamard y coseno, respectivamente. Como comparación, en la Fig. 5.24 (c) se muestra el espectro no sparse asociado a NSI en el mismo experimento. Los coeficientes de cada espectro fueron ordenados acorde al procedimiento de zig-zag descrito en la Ref. [17]. Como puede verse, en los espectros de HSI y CSI los coeficientes de mayor amplitud son concentrados al inicio de la señal, mientras que en el espectro de NSI, la energía de los coeficientes es distribuida a lo largo de toda la señal. Éstas características entre HSI y CSI permiten reconstruir la imagen de un objeto tomando solo una fracción del total de datos, manteniendo la misma cantidad de información que una reconstrucción completa [17, 19, 28, 31].

En la Fig. 5.25 se muestra el valor PSNR para diferentes radios de reconstrucción en HSI y CSI. Estos valores se obtienen al ir reduciendo la cantidad de datos tomados en cuenta en la reconstrucción del objeto mostrado en la Fig. 5.11, barriendo el espectro de la señal de inicio a fin. Por ejemplo, para un radio de reconstrucción del 30 %, únicamente se toma un 30 % de los 4096 coeficientes de dicha señal, es decir, aproximadamente 1230 valores, comenzando con el elemento 1 y terminando en el elemento 1230 en cada uno de los espectros de la Fig. 5.24. Cuando el radio de reconstrucción excede el $\sim 55\%$, el valor PSNR en ambas reconstrucciones es mayor a 30 dB, lo cual indica una imagen de alta fidelidad. Las ventajas de los espectros en HSI y CSI sobre NSI es que estos pueden reconstruir imágenes de buena calidad sin tomar en cuenta el total de datos, lo cual sugiere un menor tiempo y esfuerzo en computo para reconstruir

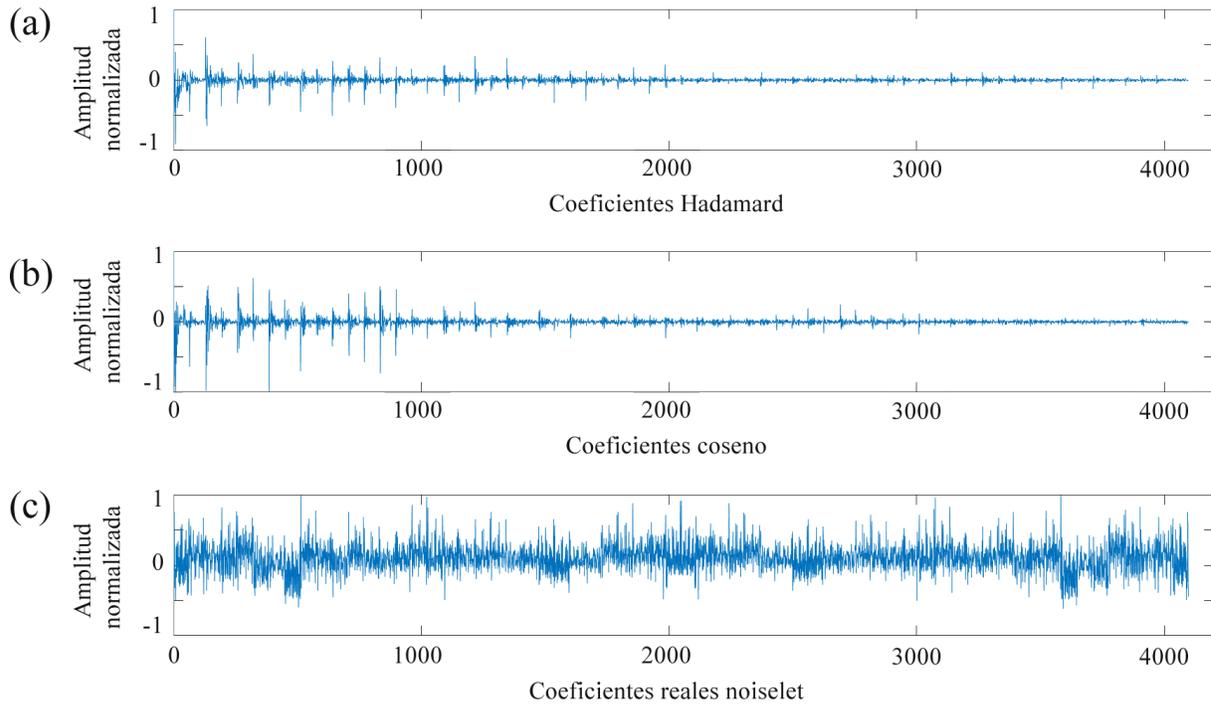


Figura 5.24: Coeficientes del espectro (b) HSI, (c) CSI y (d) NSI, cuando el objeto de la Fig. 5.11 (a) es muestreado con las bases de muestreo Hadamard, coseno y noiselet, respectivamente.

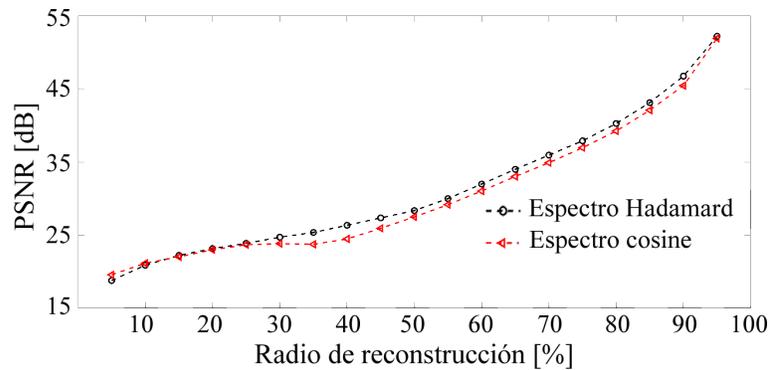


Figura 5.25: Valores PSNR para diferentes radios de reconstrucción de la Fig. 5.11 (a).

imágenes con la misma información que en NSI. Además, gracias a la propiedad de esparcidad de las bases Hadamard y coseno, resultan ser buenas opciones para bases de muestreo en sistemas de imágenes basados en algoritmos de CS.

6. Conclusiones

En este trabajo se desarrollaron varios sistemas ópticos aplicando la técnica de SP con la capacidad de reconstruir imágenes de amplitud y fase de muestras milimétricas y microscópicas. Se trabajó con objetos semitransparentes analizados en un interferómetro de Mach Zehnder, y con objetos opacos en un interferómetro de Michelson. El área de visión en las muestras ronda desde los $3,5 \times 3,5 \text{ mm}^2$ en la configuración sin microscopía, hasta los $350 \times 350 \mu\text{m}^2$ en los sistemas con microscopía.

Los resultados experimentales muestran una comparación entre las técnicas HSI, CSI y NSI con respecto a la imagen registrada en una cámara CMOS. En general, debido a que no se tiene control sobre los objetos analizados, no es posible obtener una medida cuantitativa del error en los sistemas SPI. Por lo que la mayoría de los resultados son una comparación cualitativa entre la técnica SP y la cámara de monitoreo. Tomando esto en cuenta, se diseñó un experimento para el sistema SPA donde posible conocer el objeto analizado. Los resultados muestran una medida del error cuyos los valores PSNR asociados a perfiles unidimensionales de la Fig. 5.11 son 7,57, 7,84 y 7,5 dB para HSI, CSI y NSI, respectivamente. Mientras que para distribuciones de intensidad 2D de la misma figura son 7,61, 7,48 y 7,45 dB para HSI, CSI y NSI, respectivamente. Estos resultados muestran que las técnicas CSI y HSI recuperan las distribuciones de amplitud con mejor calidad respecto a NSI.

Por otro lado, en los sistemas de holografía para la obtención de imágenes de fase, las técnicas HSI y NSI resultan ser más eficientes respecto a CSI; éste último al tener problemas en las reconstrucciones posiblemente asociados al error introducido en la binarización de los patrones de muestreo.

La alta velocidad de trabajo del DMD y el elevado radio de muestreo de la tarjeta DAQ utilizada, permite hacer el proceso de registro de coeficientes SP en un tiempo aproximado de cuatro segundos para imágenes de 64×64 píxeles; además, el proceso de medición diferencial en los sistemas SPI permite contrarrestar efectivamente el ruido generado por la iluminación de fondo y mejorar la calidad de las imágenes reconstruidas. La ventaja de utilizar un DMD en el sistema de holografía, es que mediante los CGH es posible modular la amplitud de un haz de forma espacial. Además, a pesar de que éste modulador de amplitud no puede modular fase

directamente, mediante hologramas de Lee y un sistema 4f, es posible hacerlo. Gracias a esto se puede implementar el método de corrimiento de fase para la reducción del ruido provocado por el orden cero en los sistemas de holografía y la compensación de las distorsiones del haz (aberración óptica) en tiempo real.

Las bases Hadamard y coseno al tener la propiedad de esparcidad, permiten aplicar los métodos de compresión de imágenes basados en algoritmos de CS, siendo posible reconstruir imágenes con buena calidad utilizando solo una fracción del total del espectro de coeficientes.

Además de los sistemas SPI (HSI, CSI y NSI) presentados en este trabajo, se implementó el sistema SPI basado en la transformada Haar en el laboratorio. Sin embargo, los resultados obtenidos no fueron satisfactorios. El espectro del objeto que se obtiene en el proceso de registro concentra la mayor cantidad de energía en muy pocas muestras, haciendo que el resto de los coeficientes tiendan a cero y provocando que la mayoría de ellos no se puedan medir. Si en un futuro se quisiera utilizar esta base de muestreo, un proceso de medición diferente es necesario. El poder de resolución es una de las diferencias entre los sistemas de imagen de la cámara de monitoreo y SPI, siendo el de la cámara ($8,8 \mu\text{m}$) mejor respecto al de la técnica SPI ($22,1 \mu\text{m}$). Sin embargo, a pesar de tal diferencia el sistema SPI es capaz de resolver mucha de la información cualitativa obtenida con la cámara de monitoreo, fallando únicamente ante ésta en características de dimensiones reducidas y cambios abruptos de fase en objetos.

En conclusión, los sistemas SPI presentados ofrecen reconstrucciones de imágenes de alta fidelidad, a bajo costo y con la capacidad de mostrar todas las características cualitativas de un sistema de imagen convencional basado en cámaras CCD o CMOS.

El sistema de holografía presentado ofrece una manera de obtener imágenes de amplitud y fase en objetos de forma no invasiva y no destructiva, permitiendo el análisis de muestras médicas o biológicas sin alterar la estructura de estas; con los resultados obtenidos es posible recuperar parámetros tales como el índice de refracción o las dimensiones de las muestras, lo que resulta de mucho interés para su caracterización completa.

Este trabajo puede proveer una guía para la elección de un sistema SPI de acuerdo a las necesidades que se requieran en diferentes áreas de investigación.

Apéndice

A Desarrollos matemáticos

A.1 Transformadas de Fourier

Propiedad	Función $g(x, y)$	Transformada de Fourier $\mathcal{F}\{g(x, y)\}$
Transformada	$f(x, y)$	$\mathbf{F}(k_x, k_y)$
Corrimiento	$f(x - x_0, y - y_0)$	$\mathbf{F}(k_x, k_y)e^{jk_x x_0 + jk_y y_0}$
Dilatación	$f(ax, by)$	$\frac{1}{ ab }f\left(\frac{k_x}{a}, \frac{k_y}{b}\right)$
Diferenciación	$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$	$-jk_x \mathbf{F}(k_x, k_y)$
Convolución 1	$f_1(x, y) * f_2(x, y)$	$\mathbf{F}_1(k_x, k_y)\mathbf{F}_2(k_x, k_y)$
Convolución 2	$f_1(x, y)f_2(x, y)$	$\frac{1}{(2\pi)^2}\mathbf{F}_1(k_x, k_y) * \mathbf{F}_2(k_x, k_y)$
Constante	A	$(2\pi)^2 A\delta(k_x, k_y)$
Delta de Dirac	$\delta(x, y)$	1
Otras propiedades		
Paridad 1	$\mathcal{F}\{\mathcal{F}\{f(x, y)\}\} = (2\pi)^2 f(-x, -y)$	
Paridad 2	$\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}^{-1}\{\mathbf{F}(k_x, k_y)\}\} = \frac{1}{(2\pi)^2}\mathbf{F}(-k_x, -k_y)$	

Tabla 2: Transformadas de Fourier importantes.

A.2 Análisis de matrices

A.2.1 Propiedades de matrices diagonales

Propiedad 1

Se tienen tres matrices \mathbf{S} , \mathbf{P} y \mathbf{T} tal que

$$\mathbf{S} = \mathbf{P}\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1}, \tag{A.1}$$

donde \mathbf{T} una matriz diagonal formada por los eigenvalores de \mathbf{S} y \mathbf{P} una matriz invertible cuyos vectores columna son los eigenvectores asociados a cada eigenvalor en \mathbf{S} . Dichas matrices cumplen la siguiente propiedad

$$\mathbf{S}^k = \mathbf{P}\mathbf{T}^k\mathbf{P}^{-1}, \quad (\text{A.2})$$

para $k \in \mathbb{Z}^+$.

Prueba: se considera el siguiente cálculo

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^2 &= \mathbf{S}\mathbf{S} = (\mathbf{P}\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1})(\mathbf{P}\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1}) = \mathbf{P}\mathbf{T}(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P})\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}\mathbf{T}^2\mathbf{P}^{-1}, \\ \mathbf{S}^3 &= \mathbf{S}^2\mathbf{S} = (\mathbf{P}\mathbf{T}^2\mathbf{P}^{-1})(\mathbf{P}\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1}) = \mathbf{P}\mathbf{T}^2(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P})\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}\mathbf{T}^3\mathbf{P}^{-1}, \\ &\vdots \\ \mathbf{S}^k &= \mathbf{S}^{k-1}\mathbf{S} = (\mathbf{P}\mathbf{T}^{k-1}\mathbf{P}^{-1})(\mathbf{P}\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1}) = \mathbf{P}\mathbf{T}^{k-1}(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P})\mathbf{T}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}\mathbf{T}^k\mathbf{P}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Propiedad 2

Sea \mathbf{D} una matriz diagonal $n \times n$ de la forma

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \quad (\text{A.4})$$

con la propiedad

$$\mathbf{D}^k = \text{diag}(\lambda_1^k, \lambda_2^k, \dots, \lambda_n^k). \quad (\text{A.5})$$

La exponencial de esta matriz cumple con

$$e^{\mathbf{D}} = \text{diag}(e^{\lambda_1}, e^{\lambda_2}, \dots, e^{\lambda_n}). \quad (\text{A.6})$$

Prueba: considérese la expansión en serie de Taylor

$$\begin{aligned} e^{\mathbf{D}} &= \mathbf{I} + \mathbf{D} + \frac{\mathbf{D}^2}{2!} + \dots + \frac{\mathbf{D}^k}{k!} + \dots, \\ &= \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1^2}{2!} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\lambda_n^2}{2!} \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1^k}{k!} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\lambda_n^k}{k!} \end{pmatrix} + \dots, \\ &= \begin{pmatrix} 1 + \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{2!} + \dots + \frac{\lambda_1^k}{k!} + \dots & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 + \lambda_n + \frac{\lambda_n^2}{2!} + \dots + \frac{\lambda_n^k}{k!} + \dots \end{pmatrix}, \\ &= \begin{pmatrix} e^{\lambda_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{\lambda_n} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

A.2.2 Exponencial de una matriz base

Sea $\mathbf{f}(x, y)$ una matriz de proveniente de una base (Hadamard, coseno, noiselet, etc.) dada por

$$\mathbf{f}(x, y) = \mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H}, \quad (\text{A.8})$$

donde

$$\delta(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } u = u_0, v = v_0, \\ 0 & \text{si } \text{ otro.} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Considérese la exponencial de la función compleja $\mathbf{f}(x, y)$ ($\mathbf{f}(x, y)$ como función fase)

$$\begin{aligned} e^{j\mathbf{f}(x,y)} &= \mathbf{I} + j\mathbf{f}(x, y) + \frac{j^2\mathbf{f}(x, y)^2}{2!} + \dots + \frac{j^k\mathbf{f}(x, y)^k}{k!} + \dots, \\ &= \mathbf{I} + j\mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H} + \frac{j^2(\mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H})^2}{2!} + \dots + \frac{j^k(\mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H})^k}{k!} + \dots, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

usando la propiedad

$$\mathbf{f}(x, y)^k = \mathbf{H}\delta(u, v)^k\mathbf{H}, \quad (\text{A.11})$$

se obtiene

$$e^{j\mathbf{f}(x,y)} = \mathbf{I} + j\mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H} + \frac{j^2\mathbf{H}\delta(u, v)^2\mathbf{H}}{2!} + \dots + \frac{j^k\mathbf{H}\delta(u, v)^k\mathbf{H}}{k!} + \dots \quad (\text{A.12})$$

Debido a que $\delta(u, v)$ es una matriz de ceros con un solo elementos +1 en la posición (u_0, v_0) , su producto matricial consigo misma genera dos posibles resultados

$$\delta(u, v)^k = \begin{cases} 0\mathbf{I} & \text{si } u \neq v, \\ \delta(u, v) & \text{si } u = v, \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

para todo entero $k > 2$. Por tanto, para la condición $u \neq v$ se tiene que la serie en la Ec. (A.12) resulta en

$$\begin{aligned} e^{j\mathbf{f}(x,y)} &= \mathbf{I} + j\mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H}, \\ &= \mathbf{I} + j\mathbf{f}(x, y). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Para el caso donde $u = v$ la serie de la Ec. (A.12) converge a

$$\begin{aligned} e^{j\mathbf{f}(x,y)} &= \mathbf{I} + j\mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H} + \frac{j^2\mathbf{H}\delta(u, v)^2\mathbf{H}}{2!} + \dots + \frac{j^k\mathbf{H}\delta(u, v)^k\mathbf{H}}{k!} + \dots, \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{j^k}{k!} + \frac{j^0}{0!} - \frac{j^0}{0!} \right), \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{H}\delta(u, v)\mathbf{H} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{j^k}{k!} - 1 \right), \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{f}(x, y) (e^j - 1), \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

B Aplicaciones de control desarrolladas

Los programas utilizados en este trabajo son tres: dos programas de control y uno de análisis. El primer programa de control, responsable de la etapa del muestreo y registro de coeficientes SP está programado en LAbVIEW; el segundo programa de control se trata de la aplicación comercial del DMD, AlpDemo, la cual es utilizada para la calibración del sistema; el programa de análisis y reconstrucción se diseñó Matlab y es en donde se analizan e interpretan los datos obtenidos de los sistemas SPA y SPH.

B.1 Programa de control 1 en LabVIEW

En la Fig. B.1 se muestra el panel frontal del programa de control en LabVIEW, este es el responsable del muestro y registro de coeficientes en los sistemas de imagen SP. Las partes importantes de este son:

- (a) Carga de patrones. En estos controles se elige la dirección de la carpeta contenedora de los patrones de muestreo.
- (b) Parámetros de entrada. Estas entradas numéricas controlan la cantidad de patrones que se introducen en el programa y la frecuencia en la que se desplegaran en el DMD. También se tienen los botones de ejecutar medición y el paro de programa.
- (c) Parámetros de muestro. En estos controles se elige la tarjeta DAQ utilizada en el proceso de medición, el voltaje mínimo y máximo detectado por la tarjeta, así como la cantidad de muestras y la frecuencia de muestreo de las mismas.
- (d) Trigger. En este apartado se escogen las configuraciones del trigger.
- (e) Resultados. En la grafica mostrada en este apartado se despliegan las mediciones obtenidas del sistema, graficando los datos obtenidos en contra del voltaje de cada uno de ellos.
- (f) Errores. Muestran los códigos de error asociados al mal funcionamiento de alguna parte del programa en específico.

En la Fig. B.2 se muestra el diagrama de bloques del programa de control en LabVIEW, en este se muestra el código responsable de su funcionamiento. En general se tiene una estructura flat Sequence, el cual consiste de uno o mas subdiagramas que se ejecutan secuencialmente. Este es constituido por los siguientes subdiagramas o frames:

- (a) En este frame se tienen la mayoría de controles vistos en el panel frontal y la inicialización del DMD.
- (b) En esta parte del flat sequence se tiene la carga de los patrones de muestreo, la cual se hace a partir de un ciclo *for* que recorre todos los elementos de la carpeta contenedora de patrones.

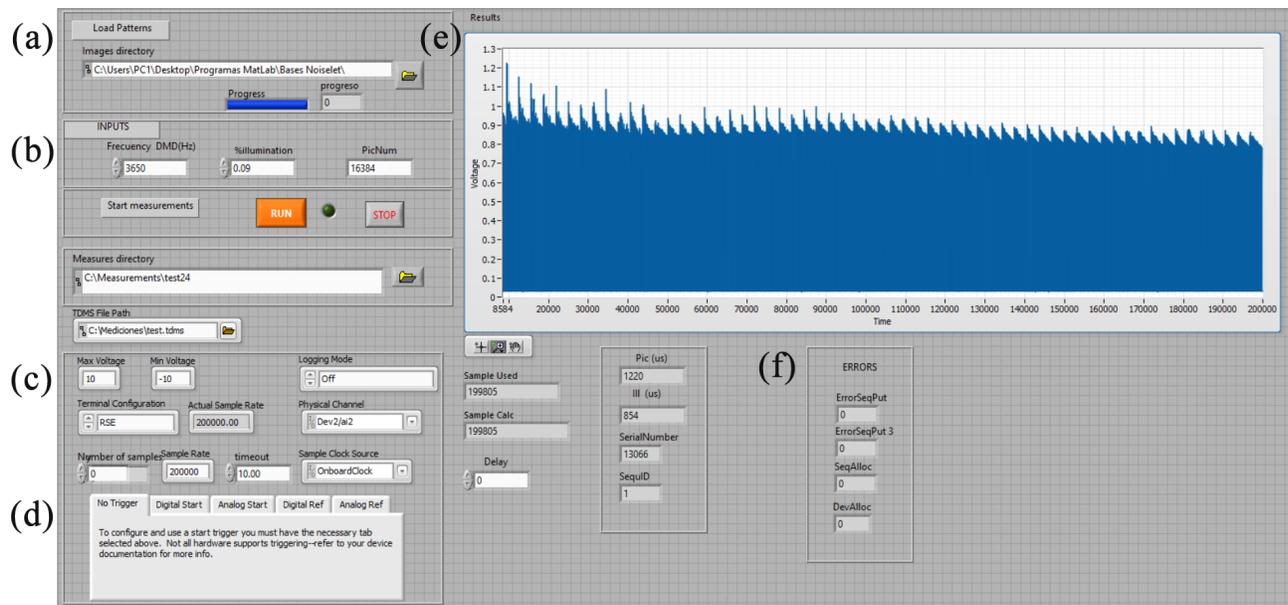


Figura B.1: Panel frontal de de programa de control en LabVIEW. (a) Carga de patrones; (b) parámetros de entrada; (c) parámetros de muestreo; (d) configuraciones de trigger; (e) gráfico de resultados; (f) errores.

- (c) En este frame se tiene la etapa de registro y guardado de datos. Esta constituida por ciclo *while* que se detiene cuando el usuario lo desea. Las partes de este son:
- (c-1) En esta etapa se tiene el envío de patrones al DMD y la lectura de intensidad por la tarjeta DAQ, ambos procesos son simultáneos y están sincronizados al iniciar.
 - (c-2) Guardado de datos en un archivo “.txt”.
- (d) Finalizacion del DMD.

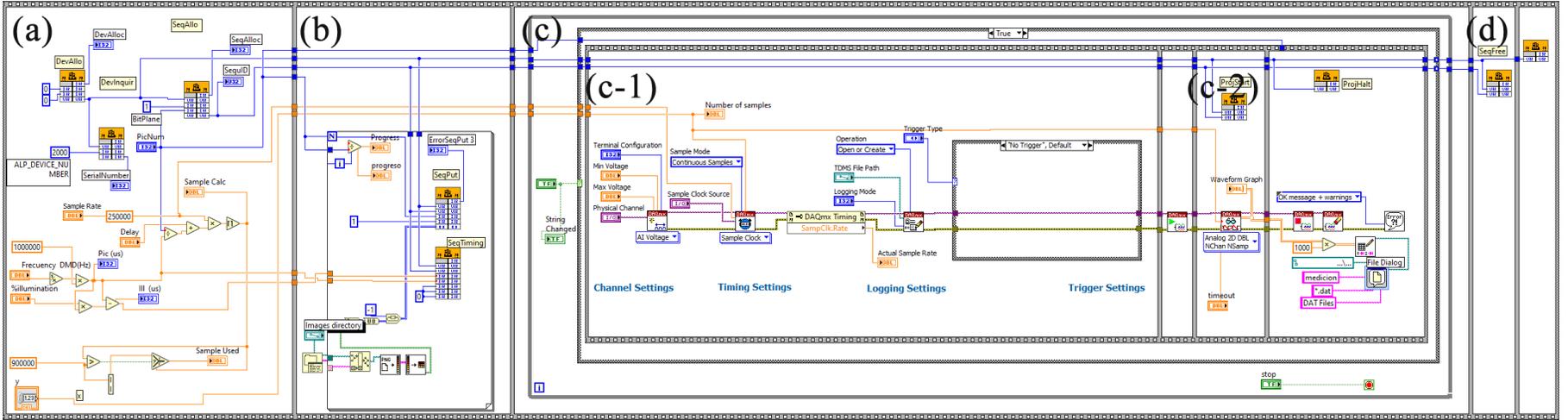


Figura B.2: Diagrama de bloques de aplicación en LabVIEW. (a) Controles; (b) carga de patrones de muestreo; (c) etapa de muestreo, registro y guardado de coeficientes SP; (d) finalización del DMD.

B.2 Programa de control 2 AlpDemo

En la Fig. B.3 se muestra el segundo programa de control. Este es un programa comercial utilizado para controlar las funciones básicas del DMD. Para fines de este trabajo, el software es utilizado para la calibración del sistema. Para poder enviar algún patrón o imagen en general al DMD, es necesario que estos sean elementos binario con una resolución de 768×1024 píxeles. En (a) se muestra la pantalla principal de la aplicación. Al seleccionar la pestaña “ALP” se desglosa la pestaña “ALP device selection” mostrada en (b), la cual permite elegir el tipo de dispositivo disponible para su inicialización. En (c) se muestra la pestaña “Abrir”, la cual se encuentra en la ruta File>Abrir. Con esta pestaña el usuario puede seleccionar el o los patrones que se desplegarán en el DMD. El último paso es indicarle al programa el orden en que los patrones serán desplegados, para ello es necesario ir a la pestaña (d) “Sequence Control” en la ruta ALP>Sequence Control e indicar el orden de los frames y la frecuencia con la que desplegarán.

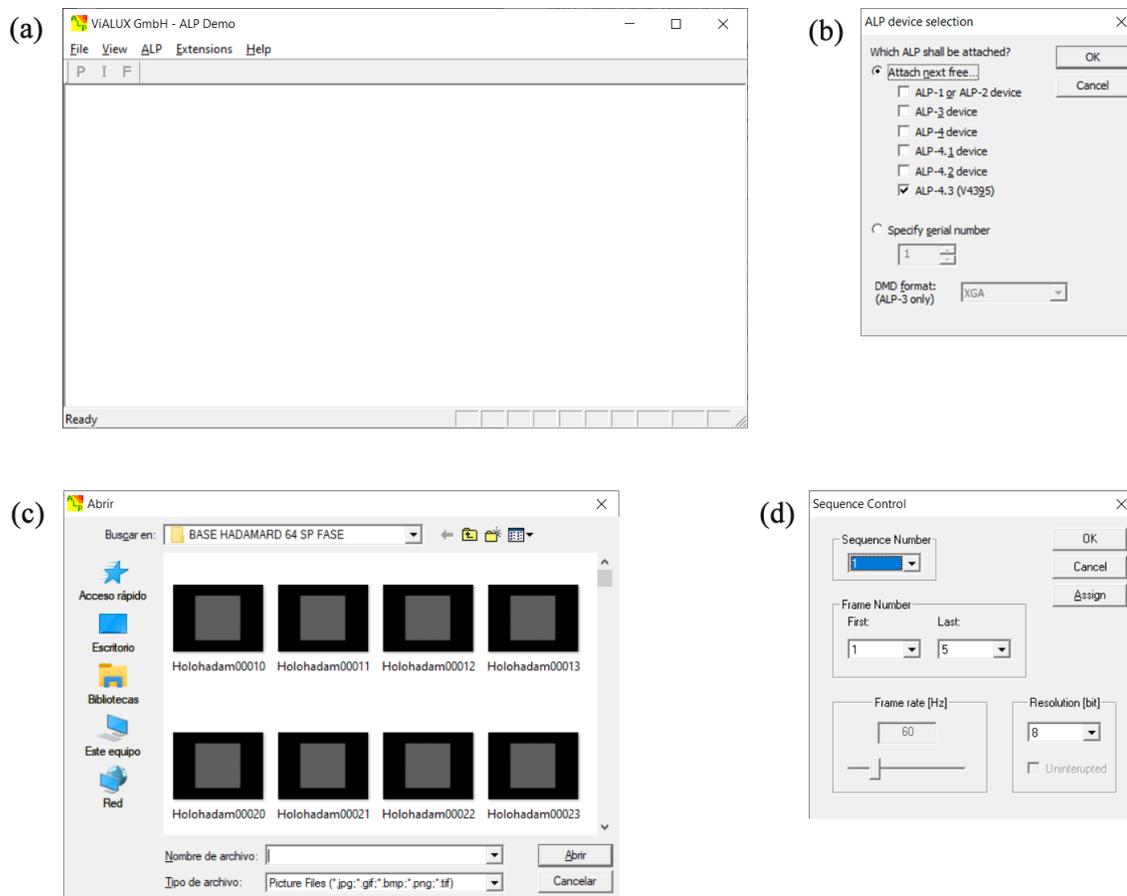


Figura B.3: Aplicación demo del DMD. (a) pantalla principal; (b) inicialización de DMD; (c) selección de patrones a desplegar; (d) parámetros de despliegue de patrones.

B.3 Programa de análisis y reconstrucción en Matlab

En la Fig. B.4 se muestran algunas capturas del programa diseñado en Matlab para el análisis de datos. Este se divide en cinco paneles diseñados para tareas específicas en los sistemas SPI, las cuales se enumeran como sigue:

- (a) Panel 1 - Recuperación de imágenes de amplitud y fase SP. En este panel se lee un archivo “.txt” proveniente del programa de control 1 y el cual contiene los coeficientes SP registrados, posteriormente el usuario puede visualizar estos valores y obtener de ellos una reconstrucción de amplitud o fase en función de la base de muestreo que escoja. Finalmente, el usuario tiene la opción de guardar las reconstrucciones en archivos de datos “.mat” para un análisis posterior.
- (b) Panel 2 - Creación de patrones para los sistemas de imagen SP. Este apartado permite al usuario la creación de los patrones de muestreo en amplitud y los hologramas de Lee para los sistemas de holografía. Entre las opciones disponibles están el poder escoger la base de muestreo, el tipo de sistema, y sí se desea compensar la aberración para los sistemas de holografía. El resultado de este panel son los patrones de muestreo con las características adecuadas para ser enviados al DMD.
- (c) Panel 3 - Análisis de hologramas con cámara CMOS. En este apartado el usuario tiene la capacidad de visualizar el plano objeto de los interferómetros en tiempo real, esto gracias a una visualización de la cámara de monitoreo CMOS que permite registrar hologramas y obtener de ellos su amplitud compleja. Las funciones de este apartado son utilizadas para una calibración rápida del sistema o el monitoreo de una muestra. El usuario tiene la opción de guardar la amplitud compleja calculada en un archivo de datos “.mat” para un análisis posterior.
- (d) Panel 4 - Creación y análisis de hologramas en el sistema de holografía con cámara CMOS. Las funciones de este apartado permiten al usuario la creación de los hologramas de Lee para el sistema de holografía usando la cámara de monitoreo CMOS; los hologramas creados pueden contener alguna información de fase o la aberración del sistema para su compensación. El resultado de este apartado son cuatro hologramas de Lee correspondientes al método de corrimiento de fase de cuatro pasos, estos hologramas son los usados en el panel 3 para la reconstrucción de la amplitud compleja de un objeto.
- (e) Panel 5 - Análisis de datos. Este apartado lee un archivo “.mat” con datos de amplitud o fase proveniente del Panel 1 o 3, es decir, para los sistemas de imagen SP o para los datos obtenidos con la cámara. Con los controles disponibles en este apartado es posible recortar imágenes, desenvolver fase, agregar corrimientos en fase, calculo de LCO, aplicación de filtros o la obtención de perfiles unidimensionales de amplitud o fase. Este apartado provee al

usuario de una herramienta de análisis e interpretación de datos para las imágenes obtenidas de los sistemas SP

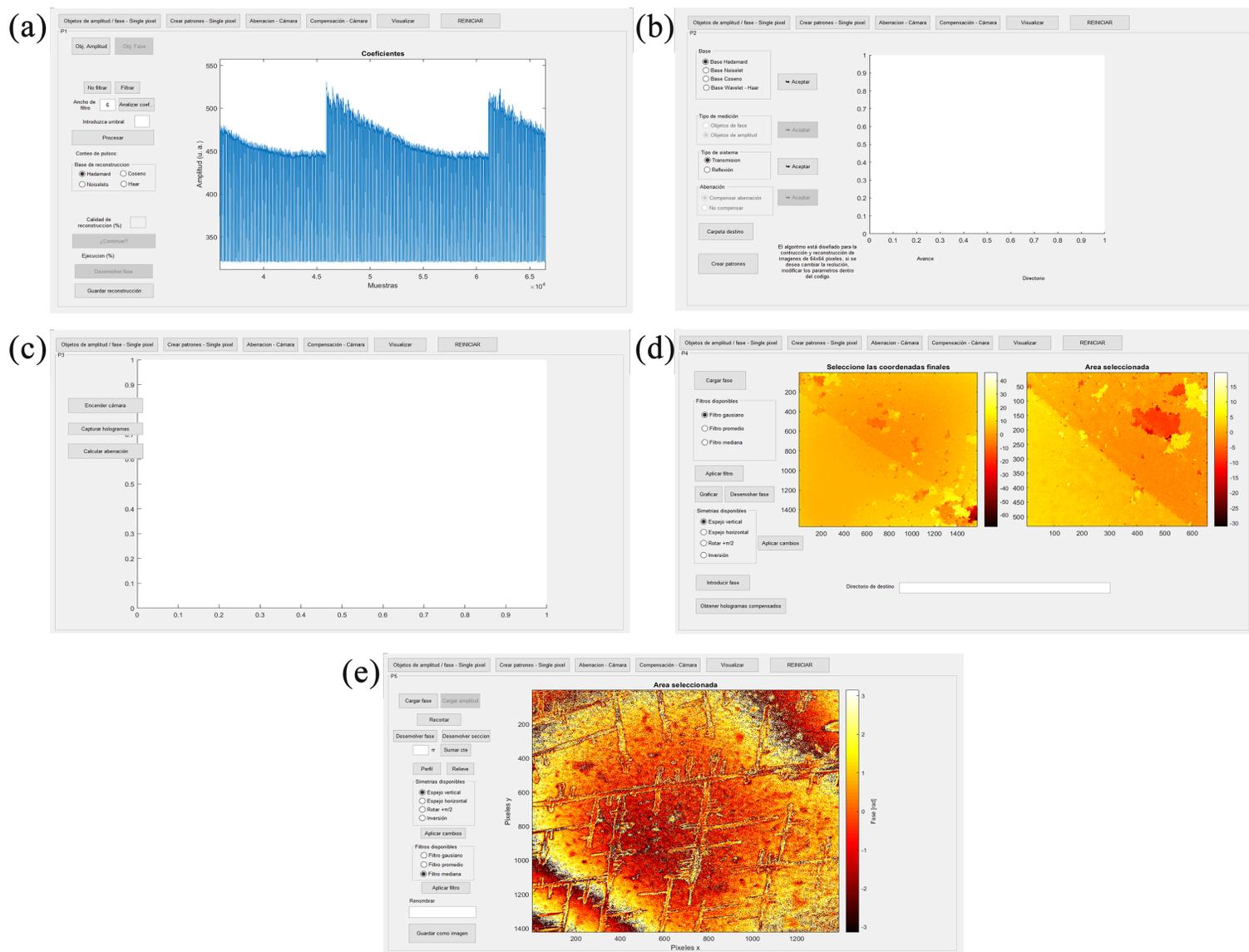


Figura B.4: Programa de análisis. (a) Panel reconstrucción de amplitud y fase SP; (b) creación de patrones y hologramas SP; (c) monitoreo del sistema y obtención de hologramas con cámara CMOS; (d) creación de hologramas para el sistema de holografía con cámara CMOS; (e) panel de análisis e interpretación de resultados.

C Mediciones con sistema de holografía

Las siguientes mediciones fueron obtenidas con el sistema de holografía microscópica en modo transmisión usando la cámara de monitoreo CMOS. Estos resultados, no pudieron ser analizados con la técnica SPH debido a la complejidad en su estructura.

En la Fig. C.1 se muestra la fase envuelta obtenida de la epidermis de apio. En esta se pueden apreciar las células individuales con un tamaño aproximado de $50 \times 50 \mu m^2$.

Las Figs. C.2-C.6 son muestras facilitadas por la Unidad de Biología de la Universidad Autóno-

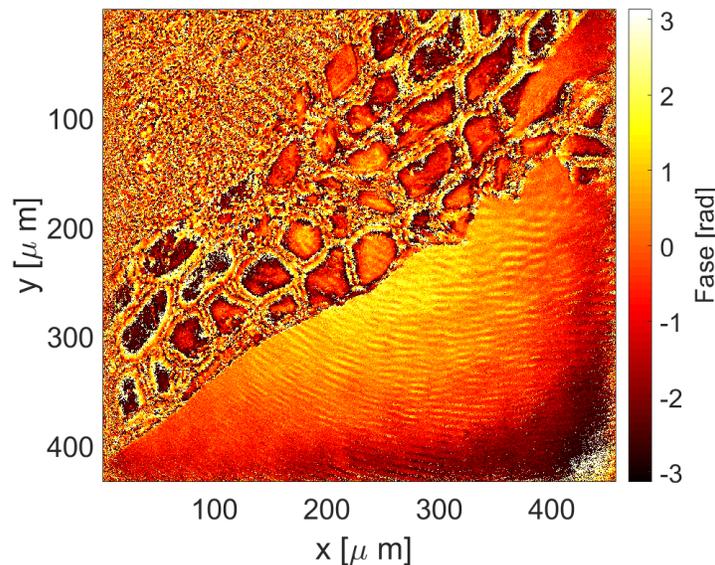


Figura C.1: Fase de epidermis de apio.

ma de Zacatecas (UAZ). En la Fig. C.2 se muestra la fase envuelta obtenida del objeto nombrado como “muestra 11”, el cual se trata de un polímero en el que se pueden apreciar estructuras con forma de montículos en diferentes tamaños; los mas pequeños alcanzan las decenas de micras, mientras que las estructuras más grandes rondan las $150 \mu m$.

En la Fig. C.3 se muestra la fase envuelta del objeto nombrado como “muestra 12”, cuyas características son muy similares a las de la Fig. C.2.

En la Fig. C.4 se muestra la fase envuelta del objeto nombrado como “muestra 189”. Se trata de un polímero con características diferentes a los mostrados en las Figs. C.2-C.3. En este se tienen estructuras ramificadas en todas direcciones las cuales se forman a medida que el material liquido es evaporado.

En la Fig. C.5 se muestra la fase envuelta del objeto nombrado como “muestra 189”. Este objeto es un polímero en cuya zona analizada se pueden observar elementos diferentes a las estructuras formadas en las figuras C.3-C.4, los cuales tienen una forma parecida a una “cruz”. En la Fig. C.6 se muestra un acercamiento a dichos elementos, se puede ver que la fase en la “cruz” es

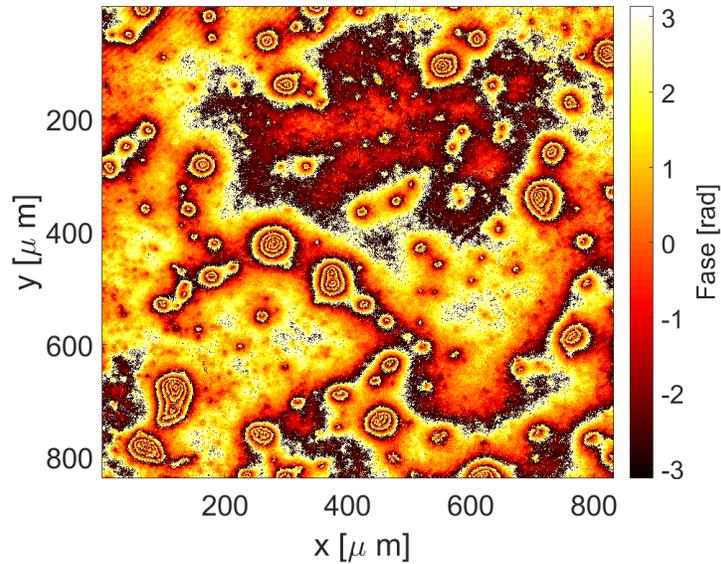


Figura C.2: Fase de polímero etiquetado como “muestra 11”.

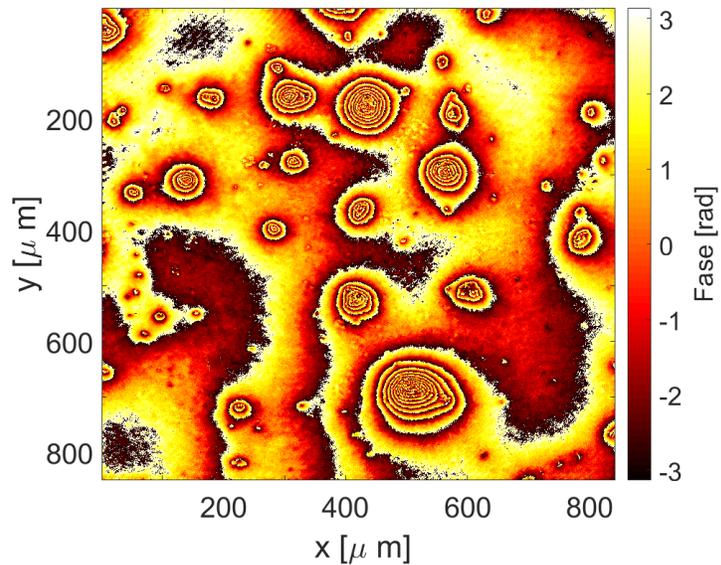


Figura C.3: Fase de polímero etiquetado como “muestra 12”.

creciente hacia las regiones centrales de la misma; esto sugiere una estructura parecida a un montículo con esa forma.

En la Fig. C.7 se muestra la fase envuelta de fotoresina utilizada en procesos de fotolitografía. A partir de la fase obtenida se puede ver un aumento en el espesor de las regiones centrales. Al tener un índice de refracción constante, es posible calcular su variación en altura de manera espacial.

En la Fig. C.8 se muestra la fase envuelta de una placa de plástico. La zona analizada corres-

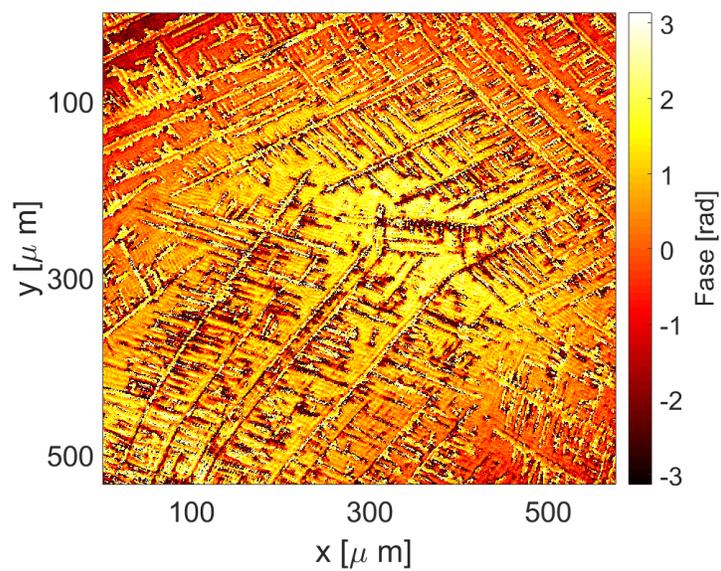


Figura C.4: Fase de polímero etiquetado como “muestra 189”.

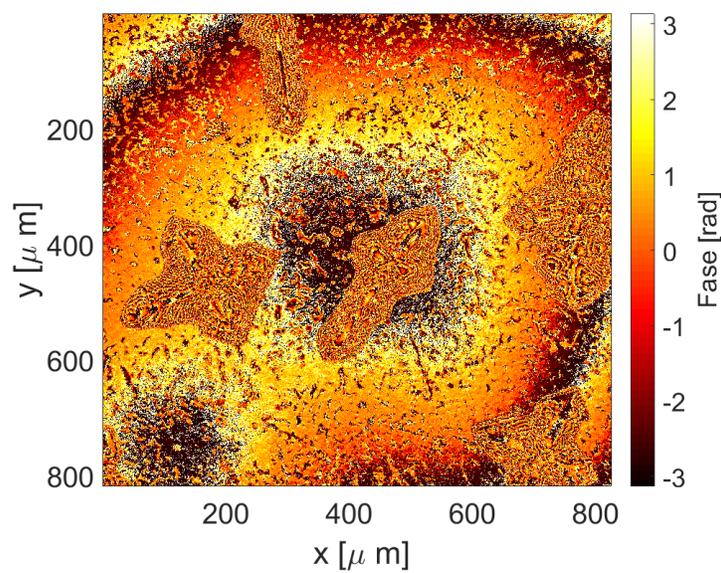


Figura C.5: Fase de polímero etiquetado como “muestra 101”.

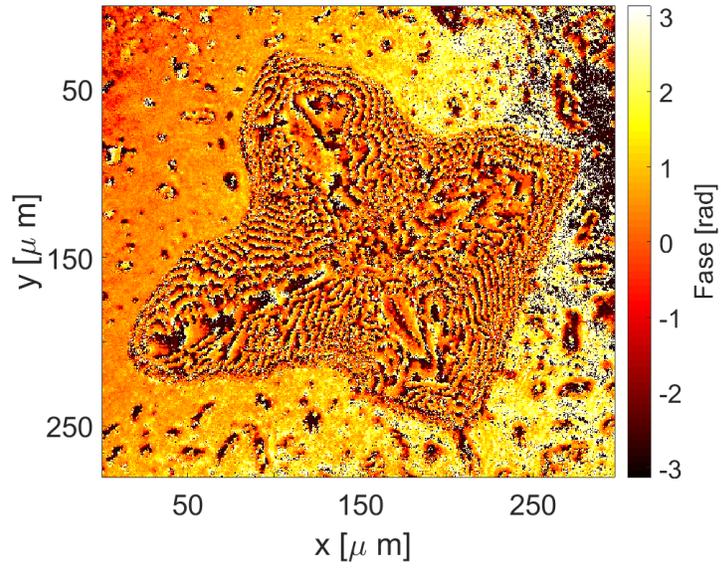


Figura C.6: Acercamiento a la región central de la fase mostrada en la Fig. C.5.

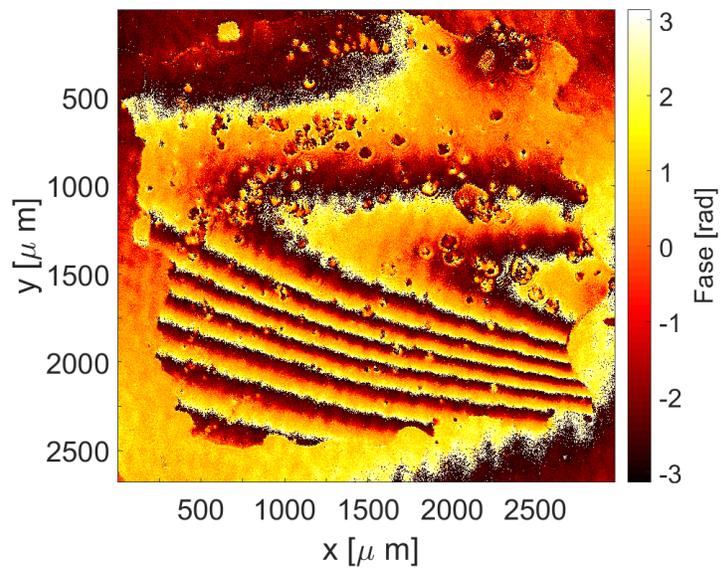


Figura C.7: Fase de fotoresina utilizada en procesos de fotolitografía.

ponde a un defecto en el proceso de producción de la pieza, en donde una concentración del material dio lugar a cambios en el índice de refracción. Al tener un espesor constante, es posible calcular la variación de índice de refracción en la zona y relacionarlo con efectos de strain en la muestra.

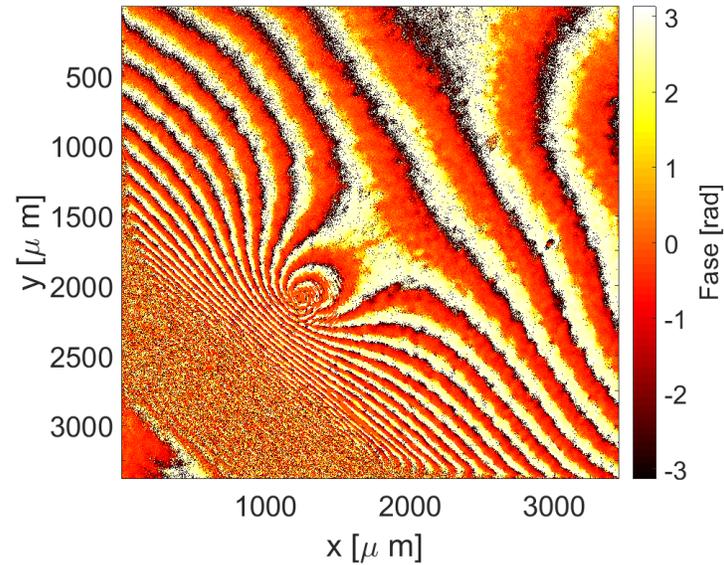


Figura C.8: Imagen de fase que muestra el defecto en una placa de plástico.

D Publicación científica

Artículo científico *Phase and amplitude reconstruction in single-pixel transmission microscopy: a comparison between Hadamard, cosine and noiselet basis* aceptado para su publicación en la revista Applied Optics.

Phase and amplitude reconstruction in single-pixel transmission microscopy: a comparison of Hadamard, cosine, and noiselet bases

A. SANTOS-AMADOR,^{1,4} M. ARAIZA-ESQUIVEL,^{2,*} H. GONZÁLEZ,^{2,3} A. RODRÍGUEZ-COBOS,¹ E. TAJAHUERCE,³ L. MARTÍNEZ-LEÓN,³ G. RAMÍREZ-FLORES,¹ AND R. E. BALDERAS-NAVARRO^{1,5}

¹Instituto de Investigación en Comunicación Óptica (IICO-UASLP), Av. Karakorom 1470, Lomas 4ta. Secc., San Luis Potosí C.P. 78210, Mexico
²Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica, Benemerita Universidad Autónoma de Zacatecas, Jardín Juárez 147, Zona Centro, Zacatecas, C.P. 98000, Mexico

³GROC-UJI, Institute of New Imaging Technologies (INIT), Universitat Jaume I, Avda. Sos Baynat s/n, 12071 Castelló, Spain

⁴e-mail: a253595@alumnos.uaslp.mx

⁵e-mail: raul.balderas@uaslp.mx

*Corresponding author: arazama@auz.edu.mx

Received 14 April 2021; revised 23 June 2021; accepted 3 July 2021; posted 6 July 2021 (Doc. ID 427698); published 5 August 2021

Hadamard, cosine, and noiselet bases are implemented into a digital holographic microscope based on single-pixel imaging with the capability to retrieve images of complex objects. The object is illuminated with coherent light modulated with different patterns deployed in a digital micromirror device, and the resulting fields are captured by single-pixel detection. For amplitude images, the experimental results of the three bases are evaluated with the peak SNR criteria. It is shown that the cosine basis recovers amplitude distributions with the best quality. Regarding phase images, the recovered ones compare well with those obtained with a CMOS camera. © 2021 Optical Society of America

<https://doi.org/10.1364/AO.427698>

1. INTRODUCTION

Digital holography (DH) has opened the door for many applications, such as phase microscopy for biomedical imaging and optical metrology [1–11]. However, the cost of conventional cameras depends on the operating wavelength, increasing the costs for nonvisible wavelengths. An alternative is to use a single-pixel (SP) scheme, which uses a nonspatial resolution image sensor for registration, providing a low-cost imaging technique that can work in a wide spectral band [12–17]. In addition, it has been shown that SP cameras can work in low-light environments [5, 18–20]. Jointly used with compressive sensing (CS), it is possible to decrease the number of measurements and the imaging recording time [14, 15, 18, 21–23].

Several techniques based on single-pixel imaging (SPI) are being developed for different applications, such as microscopy [12, 19, 21, 24, 25], edge detection [26], imaging through dispersive media [5, 18, 27, 28], computational color imaging [14, 24, 29], computational ghost imaging [30], and other applications [31, 32]. In particular, SPI techniques have been applied to phase and complex amplitude imaging using both non-interferometric and interferometric approaches. Regarding

non-interferometric techniques, there are methods based on coherent diffraction [33], wavefront sampling with position sensing detectors [6], the transport of intensity equation [34], or reference-free holography [35]. Concerning interferometric approaches, in general all the methods are based on optical interferometers combining spatial light modulator (SLM) sampling of the complex pattern to be reconstructed with single-pixel detection. Among the different optical architectures, we can distinguish ghost imaging [22], Mach-Zehnder interferometers [28], Michelson interferometers with phase-encoded reference beams [36, 37], or common path interferometers [37].

The SPI technique consists of the projection of a series of microstructured light patterns onto a sample, while a photodetector without spatial resolution records the light intensity associated with each pattern. In general, the object is sampled with functions comprising an orthogonal basis codified on a SLM. Based on the measurements and using a computational algorithm, the final image is reconstructed numerically. The approach based on Hadamard single-pixel imaging (HSI) calls for a deterministic model using functions of the Hadamard basis for sample illumination [6, 12, 18, 19, 21, 22, 27, 28, 36, 38, 39].

Figura C.9: Portada de artículo *Phase and amplitude reconstruction in single-pixel transmission microscopy: a comparison between Hadamard, cosine and noiselet basis*.

Bibliografía

- [1] U. Schnars, C. Falldorf, J. Watson, and W. Jüptner, *Digital Holography and Wavefront Sensing*. Springer-Verlag Berlin, 2015.
- [2] U. Schnars and W. Jueptner, *Digital holography: Digital hologram recording, numerical reconstruction, and related techniques*. Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [3] M. K. Kim, *Digital Holographic Microscopy*, vol. 162 of *Springer Series in Optical Sciences*. New York, NY: Springer New York, 2011.
- [4] L. Martínez-León, P. Clemente, Y. Mori, V. Climent, J. Lancis, and E. Tajahuerce, “Single-pixel digital holography with phase-encoded illumination,” *Optics Express*, vol. 25, no. 5, p. 4975, 2017.
- [5] H. González, L. Martínez-León, F. Soldevila, M. Araiza-Esquivel, J. Lancis, and E. Tajahuerce, “High sampling rate single-pixel digital holography system employing a DMD and phase-encoded patterns,” *Optics Express*, vol. 26, p. 20342, aug 2018.
- [6] M. Kumar, O. Matoba, X. Quan, S. K. Rajput, Y. Awatsuji, and Y. Tamada, “Single-shot common-path off-axis digital holography: applications in bioimaging and optical metrology [Invited],” *Applied Optics*, vol. 60, no. 4, p. A195, 2021.
- [7] A. K. Singh, D. N. Naik, G. Pedrini, M. Takeda, and W. Osten, “Looking through a diffuser and around an opaque surface: A holographic approach,” *Optics Express*, vol. 22, p. 7694, apr 2014.
- [8] F. Soldevila, V. Durán, P. Clemente, J. Lancis, and E. Tajahuerce, “Phase imaging by spatial wavefront sampling,” *Optica*, vol. 5, p. 164, nov 2018.
- [9] T. Tahara, K. Ito, T. Kakue, M. Fujii, Y. Shimozato, Y. Awatsuji, K. Nishio, S. Ura, T. Kubota, O. Matoba, J. W. Goodman, R. W. Lawrence, C. Poon, K. Doh, B. Schilling, M. Wu, K. Shinoda, Y. Suzuki, M. H. Jericho, H. J. Kreuzer, J. Sheng, E. Malkiel, J. Katz, J. Adolf, and R. Belas, “Parallel phase-shifting digital holographic microscopy,” *Biomedical optics express*, vol. 1, no. 2, p. 610, 2010.

- [10] O. Mendoza-Yero, E. Tajahuerce, J. Lancis, and J. Garcia-Sucerquia, “Diffractive digital lensless holographic microscopy with fine spectral tuning,” *Optics Letters*, vol. 38, no. 12, p. 2107, 2013.
- [11] P. Clemente, V. Durán, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, and J. Lancis, “Compressive holography with a single-pixel detector,” *Optics Letters*, vol. 38, p. 2524, jul 2013.
- [12] A. Anand, V. K. Chhaniwal, and B. Javidi, “Real-time digital holographic microscopy for phase contrast 3D imaging of dynamic phenomena,” *Journal of Display Technology*, vol. 6, no. 10, pp. 500–505, 2010.
- [13] G. Singh and D. S. Mehta, “Measurement of change in refractive index in polymeric flexible substrates using wide field interferometry and digital fringe analysis,” *Applied Optics*, vol. 51, no. 35, p. 8413, 2012.
- [14] S. Murata and N. Yasuda, “Potential of digital holography in particle measurement,” *Optics and Laser Technology*, vol. 32, pp. 567–574, oct 2000.
- [15] S. S. Welsh, M. P. Edgar, R. Bowman, B. Sun, and M. J. Padgett, “Near video-rate linear Stokes imaging with single-pixel detectors,” *Journal of Optics*, vol. 17, p. 025705, feb 2015.
- [16] S. S. Welsh, M. P. Edgar, R. Bowman, P. Jonathan, B. Sun, and M. J. Padgett, “Fast full-color computational imaging with single-pixel detectors,” *Optics Express*, vol. 21, p. 23068, oct 2013.
- [17] Z. Zhang, X. Wang, G. Zheng, and J. Zhong, “Hadamard single-pixel imaging versus Fourier single-pixel imaging,” *Optics Express*, vol. 25, p. 19619, jun 2017.
- [18] X. Hu, H. Zhang, Q. Zhao, P. Yu, Y. Li, and L. Gong, “Single-pixel phase imaging by Fourier spectrum sampling,” *Applied Physics Letters*, vol. 114, p. 051102, feb 2019.
- [19] N. Radwell, K. J. Mitchell, G. M. Gibson, M. P. Edgar, R. Bowman, and M. J. Padgett, “Single-pixel infrared and visible microscope,” *Optica*, vol. 1, no. 5, p. 285, 2014.
- [20] S. L. Burnes-Rudecino, L. Martínez-León, P. J. Clemente Pseudo, E. Tajahuerce, and M. Araiza-Esquivel, “Alternative sampling functions for single-pixel imaging with a digital micromirror device,” in *Emerging Digital Micromirror Device Based Systems and Applications XI* (M. R. Douglass, B. L. Lee, and J. Ehmke, eds.), vol. 10932, p. 12, SPIE, mar 2019.
- [21] R. Horisaki, H. Matsui, R. Egami, and J. Tanida, “Single-pixel compressive diffractive imaging,” *Applied Optics*, vol. 56, no. 5, p. 1353, 2017.

- [22] Z. Zhang, X. Wang, G. Zheng, and J. Zhong, “Fast Fourier single-pixel imaging via binary illumination,” *Scientific Reports*, vol. 7, p. 12029, dec 2017.
- [23] M. Yao, Z. Cai, X. Qiu, S. Li, J. Peng, and J. Zhong, “Full-color light-field microscopy via single-pixel imaging,” *Optics Express*, vol. 28, no. 5, p. 6521, 2020.
- [24] J. Huang, D. Shi, K. Yuan, S. Hu, and Y. Wang, “Computational-weighted Fourier single-pixel imaging via binary illumination,” *Optics Express*, vol. 26, p. 16547, jun 2018.
- [25] E. Tajahuerce, V. Durán, P. Clemente, E. Irles, F. Soldevila, P. Andrés, and J. Lancis, “Image transmission through dynamic scattering media by single-pixel photodetection,” *Optics Express*, vol. 22, p. 16945, jul 2014.
- [26] F. Soldevila, E. Salvador-Balaguer, P. Clemente, E. Tajahuerce, and J. Lancis, “High-resolution adaptive imaging with a single photodiode,” *Scientific Reports*, vol. 5, p. 14300, sep 2015.
- [27] Á. D. Rodríguez Jiménez, P. J. Clemente Pseudo, E. Tajahuerce, and J. Lancis, “Dual-mode optical microscope based on single-pixel imaging,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 82, pp. 87–94, 2016.
- [28] Y. Chen, S. Liu, X. R. Yao, Q. Zhao, X. F. Liu, B. Liu, and G. J. Zhai, “Discrete cosine single-pixel microscopic compressive imaging via fast binary modulation,” *Optics Communications*, vol. 454, no. March 2019, p. 124512, 2020.
- [29] H. Ren, S. Zhao, J. Gruska, D. V. Strelakov, A. V. Sergienko, D. N. Klyshko, Y. H. Shih, S. M. Zhao, H. Yang, Y. Q. Li, F. Cao, Y. B. Sheng, and W. W. Cheng, “Edge detection based on single-pixel imaging,” *Optics Express*, vol. 26, no. 5, p. 5501, 2018.
- [30] D. B. Conkey, A. M. Caravaca-Aguirre, E. Niv, and R. Piestun, “High-speed phase-control of wavefronts with binary amplitude DMD for light control through dynamic turbid media,” in *MEMS Adaptive Optics VII*, vol. 8617, p. 86170I, 2013.
- [31] B. L. Liu, Z. H. Yang, X. Liu, and L. A. Wu, “Coloured computational imaging with single-pixel detectors based on a 2D discrete cosine transform,” *Journal of Modern Optics*, vol. 64, pp. 259–264, feb 2017.
- [32] J. H. Shapiro, “Computational ghost imaging,” *Physical Review A*, vol. 78, no. 6, p. 061802, 2008.

- [33] S. Bouguezzel, M. O. Ahmad, and M. N. Swamy, “Binary discrete cosine and hartley transforms,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 60, no. 4, pp. 989–1002, 2013.
- [34] W. H. Lee, “Binary computer-generated holograms,” *Applied Optics*, vol. 18, no. 21, p. 3661, 1979.
- [35] U. S. Inan and A. S. Inan, *Electromagnetics waves*. New Jersey: Prentice Hall, 2000.
- [36] T.-C. Poon and J.-P. Liu, *Introduction to Modern Digital Holography*, vol. Index. New York: Cambridge University Press, 2015.
- [37] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1991.
- [38] M. A. Herráez, D. R. Burton, M. J. Lalor, and M. A. Gdeisat, “Fast two-dimensional phase-unwrapping algorithm based on sorting by reliability following a noncontinuous path,” *Applied Optics*, vol. 41, pp. 7437–7444, dec 2002.
- [39] M. F. Kasim, “Fast 2D phase unwrapping implementation in MATLAB,” 2017.
- [40] M. P. Edgar, G. M. Gibson, and M. J. Padgett, “Principles and prospects for single-pixel imaging,” *Nature Photonics*, vol. 13, pp. 13–20, jan 2019.
- [41] C. T. Chen, *Linear system theory and design. By C.-T. Chen*, vol. 22. New York: Oxford University Press, 1999.
- [42] T. S. Shores, *Applied Linear Algebra and Matrix Analysis*. New York, NY: Springer, 2007.
- [43] W. K. Pratt, H. C. Andrews, and J. Kane, “Hadamard Transform Image Coding,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 57, no. 1, pp. 58–68, 1969.
- [44] R. A. Ulichney, “Dithering with Blue Noise,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 1, pp. 56–79, 1988.
- [45] T. Tuma and P. Hurley, “On the incoherence of noiselet and Haar bases,” in *SAMPTA '09*, p. General session, 2009.
- [46] A. Pastuszczak, B. Szczygieł, M. Mikołajczyk, and R. Kotyński, “Efficient adaptation of complex-valued noiselet sensing matrices for compressed single-pixel imaging,” *Applied Optics*, vol. 55, p. 5141, jul 2016.
- [47] E. Hecht, *Optics*, vol. 48. United States: Pearson Education, 5 ed., 2017.