

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSÍ



INSTITUTO DE FÍSICA



Tesis con el título

EL MOMENTO MAGNÉTICO DE BARIONES
EN LA TEORÍA DE PERTURBACIONES
QUIRALES EN EL LÍMITE $N_c \rightarrow \infty$

PRESENTADA POR CARLOS ISAAC GARCÍA GUTIERREZ
PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS EN FÍSICA
BAJO LA SUPERVISION DEL DOCTOR RÚBEN FLORES MENDIETA

15 de agosto de 2022

Departamento de Física



El momento magnético de bariones en la teoría de perturbaciones quirales el límite Nc by Carlos Isaac García Gutierrez is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

```
<a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/"></a><br /><span xmlns:dct="http://purl.org/dc/terms/" property="dct:title">El momento magnético de bariones en la teoría de perturbaciones quirales en el límite Nc</span> by <span xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" property="cc:attributionName">Carlos Isaac García Gutierrez</span> is licensed under a <a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License</a>.
```

Resumen

Una de las evidencias experimentales sobre la existencia de los hadrones es el momento magnético de los bariones. Esta cantidad física ha sido extensamente estudiada, y de ella se han elaborado acertadas predicciones por el modelo de quarks (especialmente el cociente entre los momentos magnéticos del nucleón $F/D = \mu_n/\mu_p$, con valor $F/D = -2/3$) y por los formalismos que se derivan de la teoría de perturbaciones quirales. De entre todos estos formalismos hemos empleado la teoría de perturbaciones quirales en el límite $N_c \rightarrow \infty$, donde N_c es el número de colores. Como veremos, este formalismo nos permite desarrollar los veintisiete momentos de bariones del octete, decupleta y los momentos magnéticos de transición. Antes de evaluar estas veintisiete cantidades físicas es necesario desarrollar los acoplamientos axiales. Esto se debe a la necesidad de conocer los diferentes parámetros libres del formalismo y a las ventajas operativas en el proceso de reducción de operadores. En el desarrollo de este observable se analiza la importancia de las contribuciones del límite de degeneración y de las aportaciones de los operadores del rompimiento de simetría. Los resultados teóricos se validan con un estudio comparativo en relación a desarrollos elaborados en HBCHPT, un formalismo afín. Tras verificar los resultados teóricos, se realizan regresiones lineales que determinan los valores de los parámetros libres de la teoría. El resultado de los análisis numéricos son las predicciones del formalismo sobre los momentos magnéticos de bariones. Se discute la congruencia de las predicciones del formalismo con las mediciones experimentales de referencia.

Agradecimientos

Este documento está dedicado a la memoria de mi padre J. de Jesús García Chavarín.

Han transcurrido casi cuatro años desde que ingrese al programa de doctorado. En casi todo este tiempo el esfuerzo principal ha estado centrado en analizar las corrientes del sabor desde el punto de vista del formalismo combinado. El resultado de estos estudios son dos publicaciones. Estos artículos abordan la corriente vectorial axial y los momentos magnéticos de bariones, tópicos que dan fundamentos a la presente tesis.

La primera impresión sobre el documento podría ser que este resume todo lo desarrollado en estos años. Aun cuando lo anterior es cierto, es más acertado decir que el contenido tiene sus fundamentos en dos de las publicaciones más recientes elaboradas por el grupo formado por mi asesor, el profesor Rubén Flores Mendieta y todos sus alumnos. En este sentido, los primeros agradecimientos son para el profesor Rubén y para Johann Hernández, personas con las que he colaborado para desarrollar los temas de esta tesis.

También han sido muy importantes los profesores que han dado seguimiento académico a este proyecto. Por esta razón agradezco la participación y atención del profesor Jorge Arreola Gómez, quien ha sido mi tutor y miembro del comité de seguimiento académico durante todo este tiempo. Asimismo, doy un agradecimiento al profesor Antonio Morelos Pineda por su participación como miembro del comité de seguimiento académico y actualmente como coordinador del posgrado.

Una mención y agradecimiento especial es para las instituciones que nos permiten la labor académica y de investigación con sus programas educativos, instalaciones y que incluso nos brindan soporte financiero. Es por tanto necesario que agradezca a la Universidad Autónoma de San Luis Potosí y al Instituto de Física por hacer posible este proyecto dentro del programa de doctorado. También es de gran importancia mencionar al CONACYT, institución que con sus diversos programas promueve y da soporte financiero a la investigación en el país.

Índice general

Agradecimientos	4
1. Introducción	7
2. Teoría quiral y expansión $1/N_c$ de QCD	11
2.1. Teoría quiral	12
2.1.1. Bariones Pesados en la teoría quiral	14
2.1.2. Momentos magnéticos en la teoría quiral	15
2.2. Expansión $1/N_c$ de QCD	17
2.2.1. Expansión $1/N_c$ de observables en QCD	17
2.2.2. El lagrangiano de la teoría quiral para bariones pesados en la expansión $1/N_c$	20
3. Corriente vectorial axial	22
3.1. Corriente axial en el formalismo combinado	23
3.1.1. Renormalización de la función de onda	23
3.1.2. Correcciones provenientes de los lazos	24
3.1.3. Corriente axial renormalizada	27
3.2. Límite de degeneración $\frac{\Delta}{m} = 0$	29
3.2.1. Correcciones a los acoplamientos axiales g_A	32
3.3. Acoplamientos axiales desde HB χ PT	36
3.4. Comparativo en el límite de degeneración $\frac{\Delta}{m} = 0$	37
3.5. Correcciones totales a la corriente vectorial axial	38
3.5.1. Rompimiento de simetría y la carga vectorial f_1	39
3.6. Análisis Numérico	42

4. Momentos magnéticos	47
4.1. Correcciones perturbativas	51
4.1.1. Correcciones de orden $\mathcal{O}\left(m_q^{\frac{1}{2}}\right)$ para los momentos magnéticos	51
4.1.2. Comparación de resultados con el formalismo HB χ PT	59
4.1.3. Correcciones no-analíticas con orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$	60
4.1.4. Correcciones de orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ para $\Delta = 0$	63
4.1.5. Comparación con resultados obtenidos en HB χ PT	81
4.1.6. Rompimiento de la simetría SU(3)	83
4.1.7. Análisis numérico	86
5. Conclusiones	92
A. Reducción de operadores en la corriente vectorial axial	96
A.1. Singlete de sabor	96
A.2. Octete de Sabor	98
A.3. Representación 27	108
B. Base de operadores y elementos de matriz axiales	127
C. Reducción de operadores en los momentos magnéticos	134
C.0.1. Operadores espín-independientes en la representación 8	135
C.0.2. Operadores espín-dependientes en la representación 8	136
C.0.3. Operadores espín-independientes en la representación 10 + $\overline{10}$	137
C.0.4. Operadores espín-dependientes en la representación 10 + $\overline{10}$	138
C.1. Reducción de operadores magnéticos del diagrama (4.2)	140
C.1.1. Operadores en la representación 1 de sabor	140
C.1.2. Operadores en la representación 8	144
C.1.3. Operadores en la representación 27	154
D. Base de operadores y elementos de matriz magnéticos	182
E. Reglas de Feynman e integrales de lazo	197

Capítulo 1

Introducción

Estudiar bariones con un enfoque en sus constituyentes elementales es uno de los problemas abiertos de la física contemporánea. Esto se debe principalmente a que implica la evaluación de QCD en el régimen de energía no-perturbativo (a escalas de 1 GeV). En este sentido, emplear la simetría quiral y definir una teoría efectiva de campo es una alternativa con mayor viabilidad. Una de estas alternativas es la teoría quiral de bariones pesados introducida por Jenkins y Manohar [1, 2]. Este formalismo consiste en definir un lagrangiano efectivo basado en la simetría quiral $SU(3)_L \times SU(3)_R$ de QCD, asumiendo que cada uno de los bariones presentes en la teoría son campos de fermiones estáticos. Esta formulación es frecuentemente citada como "heavy baryon chiral perturbation theory" (HB χ PT en acuerdo a sus siglas en inglés), y se caracteriza por ser una teoría efectiva de campo no-relativista que ha sido empleada exitosamente en el estudio de interacciones barión-mesón a bajas energías. El éxito alcanzado proviene de su principal ventaja operativa, poseer una expansión consistente en potencias de momento y masas de quarks ligeros.

Justo después de su formulación aparecieron los primeros logros del formalismo en la literatura: el análisis de la corriente vectorial axial para decaimientos semi-leptónicos [1, 2], y los momentos magnéticos de bariones [3]. En estos artículos se calcularon las contribuciones no-analíticas proporcionales a las masas de los quarks $m_q^{\frac{1}{2}}$, así como las contribuciones logarítmicas $m_q \ln m_q$. Se debe mencionar que en el estudio de la corriente vectorial axial destacan dos conclusiones: (1) el cociente de los acoplamientos axiales F y D posee valores muy cercanos al que se obtiene evaluando este objeto fijando la simetría SU(6): $F/D \approx \frac{2}{3}$, valor que se tiene como predicción del modelo de quarks no-relativistas. (2) Existen cancelaciones en el momento de evaluar las correcciones perturbativas a un lazo, algo que ocurre siempre y cuando se consideren las aportaciones simultaneas de cada uno de los miembros del octete

y de la decupleta de bariones en el cálculo. Por otro lado, en el análisis de los momentos magnéticos (desarrollado por Jenkins, Luke, Manohar y Savage) [3] destaca esta conclusión: A diferencia de lo que ha ocurrido al evaluar la corriente vectorial axial, las correcciones de un lazo para los momentos magnéticos que se producen por los estados de la decupleta de bariones no cancelan parcialmente a las contribuciones de los bariones del octete.

Como complemento operativo al formalismo de bariones pesados tenemos a la expansión $1/N_c$ de QCD, cuya principal aportación es describir la estructura de espín-sabor que se manifiesta en los procesos entre bariones a bajas energías [4, 5]. En el contexto de este formalismo es fundamental que en límite con $N_c \rightarrow \infty$ (donde N_c es el número de colores) existe una simetría $SU(2N_f)$ (donde N_f es el número de sabores), grupo que tiene la función de clasificar los estados de bariones y sus elementos de matriz [6]. Los observables físicos de interés se analizan como una expansión ordenada de operadores caracterizados por un coeficiente a cierta potencia en $1/N_c$. Cabe mencionar que los operadores son polinomios formados con los generadores del algebra de espín-sabor $su(2N_f)$. Algunas de las propiedades estacionarias de bariones que han sido calculadas con este método son: las masas [4, 5, 7, 8], acoplamientos vectoriales y axiales [4–6, 9–11], los momentos magnéticos [12–15], y las amplitudes de dispersión en procesos barión-pion [16, 17].

Finalicemos la presentación de referencias a trabajos sobre la corriente vectorial axial. Aun cuando existen más formalismos que abordan el tópico en cuestión, mencionemos a dos particulares que destacan por sus implicaciones en nuestro estudio: lattice QCD [18–23], y heavy baryon chiral perturbation theory [24–28].

Con justificación en el tema principal de esta tesis debemos hablar de los momentos magnéticos de los hadrones. Es un hecho bien conocido que los bariones y mesones poseen una distribución de carga eléctrica (originada por sus constituyentes elementales), propiedad que permite la evidencia experimental de estos objetos en mediciones de sus momentos magnéticos. El argumento anterior nos revela la importancia y necesidad de realizar estudios sobre los momentos magnéticos de bariones. Una prueba de su importancia queda en evidencia al observar el gran número de publicaciones elaboradas en este tópico. Solo por nombrar algunos de los trabajos desarrollados y su metodología, mencionemos a: el modelo de quarks y sus variantes [29–35], las reglas de suma en QCD [36–38, 38, 39], el formalismo chiral perturbation theory [40–50], y finalmente lattice gauge theory [51].

Nuestro objetivo al estudiar los momentos magnéticos de bariones se realiza en dos fases. La primera fase consiste en analizar el observable de corriente vectorial axial para determinar el valor numérico de los parámetros y acoplamientos axiales. Adicionalmente se incluye un

análisis sobre la importancia de las contribuciones por el rompimiento de simetría. Tal desarrollo considera resultados elaborados previamente [52, 53]; como indicador del rompimiento de simetría se emplea el cociente entre las cargas vectoriales $f_1/f_1^{\text{SU}(3)}$. Los resultados de esta primera fase servirán como preludeo a la determinación de los veintisiete momentos magnéticos de bariones. En la segunda fase se desarrollan los momentos magnéticos de los bariones. Como veremos, estos observables comparten una parte de las estructuras de operadores y varios coeficientes obtenidos en el estudio de la corriente vectorial axial y el análisis del rompimiento de simetría con la carga vectorial f_1 .

El objetivo se desarrolla en cinco capítulos. Procederemos en el contexto del formalismo heavy baryon chiral perturbation theory in the large N_c -limit (ocasionalmente nombrado como formalismo combinado, y que suele representarse por sus siglas en inglés: HB χ PT+1/ N_c). El resultado final de este estudio es la predicción de los valores de parámetros y cantidades físicas asociadas a estos observables, mismos que están determinados con base a los datos experimentales disponibles.

El primer y segundo capítulo son las partes del documento con carácter introductorio. Más específicamente, el segundo capítulo está dedicado a presentar los principios básicos de la teoría quiral, el formalismo de bariones pesados y la operatividad de la expansión $1/N_c$ de QCD.

El tercer capítulo de la tesis está completamente enfocado en el análisis de la corriente vectorial axial. Este inicia con la definición de las aportaciones a nivel de árbol. Proceso que consiste en evaluar los elementos de matriz del operador de corriente vectorial axial. El siguiente paso es calcular las correcciones perturbativas que se originan por los lazos de mesones. Este cálculo incluye todas las contribuciones no-analíticas que provienen de cada uno de los estados intermediarios de bariones, y todas estructuras de espín-sabor relevantes en la expansión $1/N_c$ para un número de colores en el valor físico, $N_c = 3$. El conjunto de expresiones que se obtienen es comparado con las disponibles en la literatura (evaluadas en el formalismo afín: heavy baryon chiral perturbation theory [1, 2]). Adicionalmente, se realiza un análisis numérico empleando la metodología de ajuste por mínimos cuadrados. El objetivo es extraer los valores de los parámetros libres de la teoría con los datos experimentales disponibles [54]. En esta parte del estudio se determinan los acoplamientos axiales. Usando los parámetros obtenidos de los ajustes se procede a calcular los valores del indicador del rompimiento de simetría. Este estudio verifica la validez de los resultados numéricos al compararlos con estudios elaborados en lattice QCD [23] y el formalismo combinado [55]. Al final del capítulo se analizan y discuten las consecuencias de todo el trabajo elaborado en la corriente vectorial axial de

bariones y el rompimiento de simetría.

En el cuarto capítulo se desarrolla el tema principal de este documento, el estudio de los momentos magnéticos de bariones. Para llevar a cabo este objetivo se emplea la misma metodología usada en el estudio de la corriente vectorial axial, $HB\chi PT+1/N_c$. El punto de partida es la definición de los valores a nivel de árbol, en otras palabras, los elementos de matriz del operador correspondiente. Posteriormente se evalúan los diagramas de lazo, calculo que incluye todas las contribuciones con ordenes $\mathcal{O}\left(m_q^{\frac{1}{2}}\right)$ y $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$; además, se han considerado todas las estructuras de operadores presentes al nivel del valor físico de colores $N_c = 3$. Las expresiones completas que definen esta propiedad para cada uno de los bariones se presentan explícitamente. De igual forma que en la sección dedicada a la corriente vectorial axial, tales expresiones se verifican por medio de un estudio comparativo. Cabe señalar que se cuenta únicamente con expresiones para los momentos magnéticos de miembros del octete y de la decupleta de bariones (resultados que fueron desarrollados en el formalismo $HB\chi PT$) [3]. El acumulado de expresiones teóricas da paso al proceso de análisis numérico. En él se determinan los parámetros libres de la teoría, objetivo desarrollado empleando la metodología de ajuste por mínimos cuadrados. Finalizaremos analizando las consecuencias de los resultados analíticos y numéricos obtenidos.

En el capítulo final puntualizamos nuestras conclusiones. Así mismo se han incluido cinco apéndices. Este material complementario presenta resultados que no aparecieron en los desarrollos de la corriente vectorial axial y de los momentos magnéticos. Esto se debe principalmente a la extensión de las expresiones y tablas en cuestión. Los apéndices contienen los resultados finales en el proceso de reducción de los operadores, las bases que componen a tales estructuras de espín-sabor y sus elementos de matriz, y por último presentamos un resumen del proceso de integración; apendice que también incluye las reglas de Feynman empleadas.

Capítulo 2

Teoría quiral y expansión $1/N_c$ de QCD

La teoría quiral está fundamentada en la simetría global $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times U(1)_V$ (N_f es el número de sabores) que manifiesta el lagrangiano de QCD en el régimen de bajas energías para el sector de quarks ligeros (donde las transferencias de momento deben ser pequeñas y las masas de quarks despreciables). Una de las consecuencias directas y mejor conocida de la simetría quiral en QCD es la conservación de las corrientes del sabor vectorial y vectorial axial; observables físicos que ahora presentaremos:

$$V^{\mu a} = \left\langle B' \left| \left(i\bar{q}\gamma^\mu T^a q \right)_{\text{QCD}} \right| B \right\rangle, \quad A^{\mu a} = \left\langle B' \left| \left(i\bar{q}\gamma^5\gamma^\mu T^a q \right)_{\text{QCD}} \right| B \right\rangle, \quad (2.1)$$

donde $T^a \in su(N_f)$. Podemos notar que los operadores de QCD solo involucran quarks, los hadrones como tales aparecen como una consecuencia del fenómeno conocido como rompimiento espontaneo de la simetría quiral. Este efecto es inducido por el vacío de QCD, y en el emerge el subgrupo de transformaciones $SU(N_f) \times U(1)_V$, que es el grupo que describe la simetría de los estados de hadrones¹.

La teoría efectiva de norma que describe a los hadrones con base a estas propiedades de transformación es el tema siguiente sección.

¹Observe las referencias [42, 56–59] para encontrar una presentación más detallada de la teoría quiral.

2.1. Teoría quiral

La teoría quiral es una propuesta que utiliza los principios de simetría para describir los procesos de interacción fuerte que experimentan los bariones. En estos procesos la interacción se lleva a cabo por medio del intercambio de los bosones de norma, mejor conocidos como mesones. Más específicamente, los mesones son pseudo-bosones de Goldstone, y como elementos del grupo de lie $SU(N_f)$ poseen una representación exponencial $\xi = \exp\left(\frac{i}{f}\pi\right)$ (aquí aparece la constante del decaimiento de los mesones $f \approx 93\text{MeV}$). Por su parte, los campos π son una combinación lineal que se expande en términos de los generadores del algebra, $T^a \in su(N_f)$ (N_f es el número de sabores de quarks ligeros). Para el número físico de sabores $N_f = 3$, los piones forman un arreglo matricial nombrado octete de mesones:

$$\pi = \pi^a T^a = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & \pi^+ & k^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & k^0 \\ k^- & \bar{k}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Por su parte, los bariones son fermiones con espines $\frac{1}{2}, \dots, \frac{N_c}{2}$, donde N_c es el número de colores. En este sentido, para el valor físico $N_c = 3$ tendremos únicamente a fermiones con espines $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{2}$. La matriz que contiene a los fermiones de espín $1/2$ se conoce como octete de bariones:

$$B = B^a T^a = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & n \\ \Xi^- & \Sigma^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\Lambda \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

El conjunto de fermiones que posee espín $3/2$ es llamado decupleta de bariones. Estos objetos son campos cuánticos de Rarita-Schwinger T_{abc}^μ , y son completamente simétricos en los índices del sabor a, b, c . En componentes, los diez miembros de la decupleta de bariones son:

$$\begin{aligned} T_{111} &= \Delta^{++}, & T_{112} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta^+, & T_{122} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta^0, & T_{222} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta^-, \\ T_{113} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Sigma^{*+}, & T_{123} &= \frac{1}{\sqrt{6}}\Sigma^{*0}, & T_{223} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Sigma^{*-}, \\ T_{133} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Xi^{*0}, & T_{233} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Xi^{*-}, & T_{333} &= \Omega^-, \end{aligned} \quad (2.4)$$

cabe mencionar que los diferentes T_{abc}^μ están restringidos por las relaciones:

$$\gamma_\mu T_{abc}^\mu = 0, \quad \partial_\mu T_{abc}^\mu = 0. \quad (2.5)$$

Ahora que conocemos a los hadrones en la teoría es el momento de presentar las transformaciones quirales ($SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$) que satisfacen los campos de bariones y mesones, sean:

$$\begin{aligned} \xi(x) &\rightarrow L\xi(x)U^\dagger = U\xi(x)R^\dagger, & B(x) &\rightarrow UB(x)U^\dagger, \\ \Sigma(x) = \xi^2(x) = \exp\left(\frac{2i\pi}{f}\right) &\rightarrow L\Sigma(x)R^\dagger, & T_{abc}^\mu &\rightarrow U_{ad}U_{be}U_{cf}T_{def}^\mu, \end{aligned} \quad (2.6)$$

aquí, U es una función que depende de las transformaciones R, L y ξ^2 . Las interacciones entre bariones son producidas por los acoplamientos axial A^μ y vectorial V^μ , definidos por:

$$A^\mu = \frac{i}{2} (\xi\partial^\mu\xi^\dagger - \xi^\dagger\partial^\mu\xi), \quad V^\mu = \frac{1}{2} (\xi\partial^\mu\xi^\dagger + \xi^\dagger\partial^\mu\xi), \quad (2.7)$$

estos acoplamientos poseen las siguientes propiedades de transformación quirales:

$$A^\mu \rightarrow UA^\mu U^\dagger, \quad V^\mu \rightarrow UV^\mu U^\dagger - \partial^\mu UU^\dagger. \quad (2.8)$$

Usando los acoplamientos (2.7) y (2.8) podemos definir las derivadas covariantes para el octete y la decupleta de bariones:

$$D^\mu B = \partial^\mu B + [V^\mu, B], \quad D^\nu T_{abc}^\mu = \partial^\nu T_{abc}^\mu + (V^\nu)_d^a T_{dbc}^\mu + (V^\nu)_d^b T_{adc}^\mu + (V^\nu)_d^c T_{abd}^\mu. \quad (2.9)$$

Con la información precedente podemos presentar los lagrangianos de bariones. El lagrangiano para los miembros del octete de bariones en el primer orden quiral $\mathcal{O}(q)$ es:

$$\mathcal{L} = \text{Tr} \bar{B} (i \not{D} - M_B) B + D \text{Tr} \bar{B} \gamma^\mu \gamma^5 \{A_\mu, B\} + F \text{Tr} \bar{B} \gamma^\mu [A_\mu, B]. \quad (2.10)$$

mientras que el lagrangiano para la decupleta de bariones es:

$$\mathcal{L} = i \bar{T}^\mu \not{D} T_\mu - \Delta \bar{T}^\mu T_\mu + C (\bar{T}^\mu A_\mu B + \bar{B} A_\mu T^\mu) + \mathcal{H} \bar{T}^\mu \gamma_\nu \gamma_5 A^\nu T_\mu, \quad (2.11)$$

aquí aparece el parámetro Δ , la diferencia media de masas entre los bariones. Los lagrangianos (2.10) y (2.11) son complementados por la función de los mesones:

$$\mathcal{L} = \frac{f^2}{4} \text{Tr} (\partial_\mu \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger) + B_0 \frac{f^2}{2} \text{Tr} (M \Sigma^\dagger + M^\dagger \Sigma), \quad (2.12)$$

² $R, L = \exp i\theta_{R,L} \in SU(N_f)_{L,R}$, donde $\theta_{L,R} = P_{L,R} \theta^a \tau^a$; aquí $\tau^a \in \text{su}(N_f)$, y $P_{L,R} = \left(\frac{1 \pm \gamma^5}{2}\right)$.

aquí tenemos a la constante B_0 , que está relacionada con el condensado escalar de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ y la constante del decaimiento de los piones (observe [59, págs. 87-89] para más detalles); también aparece la matriz M , objeto que contiene a las masas de los quarks ligeros:

$$M = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

2.1.1. Bariones Pesados en la teoría quiral

En las expresiones (2.10, 2.11) hemos presentado los lagrangianos básicos para los fermiones dentro de la teoría quiral. Como veremos en seguida, es posible adicionar estos lagrangianos e integrar un grado de libertad [1]. Consideremos un proceso entre bariones para el cual se intercambia un mesón: en él se transfiere una cantidad de momento k^μ , misma que resulta ser muy pequeña en comparación con la masa de los bariones m_B ; en este sentido:

$$p^\mu = m_B v^\mu + k^\mu, \quad v_\mu k^\mu \ll m_B, \quad (2.14)$$

donde p^μ es el momento del barión. Ahora definamos que los campos de fermiones dependen de una velocidad v^μ (donde los componentes de la v -velocidad son, $v^\mu = (1, 0, 0, 0)$):

$$B_v(x) = \exp(im_B \not{v} x^\mu) B(x), \quad T_v^\mu(x) = \exp(im_T \not{v} x^\alpha) T^\mu(x), \quad (2.15)$$

observe que los campos de fermiones son estacionarios y satisfacen nuevas ecuaciones de Dirac:

$$i \not{\partial} B(x) = 0, \quad i \not{\partial} T^\mu(x) = 0. \quad (2.16)$$

Esta asunción es análoga a la utilizada en el formalismo de quarks pesados y su uso tiene ventajas operativas. La más destacable es la de simplificar la estructura de Dirac en el límite de bariones pesados. Observemos esto introduciendo ciertos operadores velocidad-dependientes. El primero de ellos es conocido como el proyector de velocidad:

$$P_v = \frac{1}{2}(1 + \not{v}), \quad (2.17)$$

usemos este proyector para redefinir los campos de fermiones:

$$B_v(x) = P_v B(x), \quad T_v^\mu = P_v T^\mu(x). \quad (2.18)$$

El siguiente es el operador de espín S_v^μ . Este objeto satisface las propiedades:

$$v \cdot S_v = 0, \quad S_v^2 B_v = -\frac{3}{4} B_v, \quad \{S_v^\mu, S_v^\nu\} = \frac{1}{2} (v^\mu v^\nu - g^{\mu\nu}), \quad [S_v^\mu, S_v^\nu] = i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} v_\alpha S_{v\beta}. \quad (2.19)$$

Ahora mostraremos un listado de equivalencias entre la acción de los bilineales covariantes sobre los campos de fermiones y la acción respectiva con los operadores de espín³:

$$\begin{aligned} \bar{B}_v \gamma^5 B_v &= 0, & \bar{B}_v \gamma^\mu B_v &= v^\mu \bar{B}_v B_v, & \bar{B}_v \gamma^\mu \gamma^5 B_v &= 2\bar{B}_v S_v^\mu B_v, \\ \bar{B}_v \sigma^{\mu\nu} B_v &= 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} v_\alpha \bar{B}_v S_{v\beta} B_v, & \bar{B}_v \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 B_v &= 2i (v^\mu \bar{B}_v S_v^\nu B_v - v^\nu \bar{B}_v S_v^\mu B_v). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Es importante mencionar que en HB χ PT el lagrangiano contiene tanto al octete como la decupleta de bariones en sí. En el primer orden quiral ($\mathcal{O}(q)$) posee la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{barion} &= i\text{Tr} \bar{B}_v (v \cdot D) B_v - i\bar{T}_v^\mu (v \cdot D) T_{v\mu} + \Delta \bar{T}_v^\mu T_{v\mu} + 2D\text{Tr} \bar{B}_v S_v^\mu \{A_\mu, B_v\} \\ &+ 2F\text{Tr} \bar{B}_v S_v^\mu [A_\mu, B_v] + C (\bar{T}_v^\mu A_\mu B_v + \bar{B}_v A_\mu T_v^\mu) + 2H\bar{T}_v^\mu S_v^\nu A_\nu T_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Para los fines de esta tesis es necesario introducir la interacción electromagnética entre hadrones, característica que vamos a incluir por medio de los acoplamientos vectorial y axial.

2.1.2. Momentos magnéticos en la teoría quiral

Los momentos magnéticos de los hadrones son una consecuencia directa de la carga eléctrica de los quarks que los componen. El estudio de esta propiedad dentro del contexto de la teoría quiral requiere incluir la interacción electromagnética de los hadrones. En este sentido se aplica el principio de norma, que establece ciertas transformaciones que tanto el campo electromagnético como las interacciones debidas al color y al sabor deben obedecer.

Podemos introducir el acoplamiento electromagnético para fermiones y bosones por medio de sustituciones, cuyas propiedades de transformación sean acordes al principio de norma con el grupo de simetría $U(1)$ del campo electromagnético. El generador de la transformación $U(1)$ es el operador carga eléctrica de los quarks, matriz que ahora presentamos:

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

³Relaciones que también son válidas para T^μ , considere las restricciones (2.5).

El acoplamiento electromagnético de los fermiones se introduce por medio de la sustitución vectorial y vectorial axial:

$$\begin{aligned} V'^\mu &\rightarrow V^\mu + \frac{1}{2}ie\mathcal{A}^\mu (\xi^\dagger Q\xi + \xi Q\xi^\dagger) , \\ A'^\mu &\rightarrow A^\mu - \frac{1}{2}e\mathcal{A}^\mu (\xi Q\xi^\dagger - \xi^\dagger Q\xi) , \end{aligned} \quad (2.23)$$

observe que las sustituciones (2.7) se han modificado para incluir el campo de fotones \mathcal{A}^μ . Por su parte, la sustitución análoga para los campos de bosones es:

$$\partial^\mu \Sigma \rightarrow \mathcal{D}^\mu \Sigma = \partial^\mu \Sigma + ie\mathcal{A}^\mu [Q, \Sigma] , \quad (2.24)$$

aquí se necesita incluir la estructura quiral del operador de carga eléctrica, algo que se realiza por medio de la sustitución:

$$Q \rightarrow Q' = \frac{1}{2} (\xi^\dagger Q\xi + \xi Q\xi^\dagger) . \quad (2.25)$$

Concluimos al establecer que el acoplamiento electromagnético se obtiene al tomar las sustituciones anteriores y colocarlas en las definiciones para las derivadas covariantes (2.9). El procedimiento anterior introduce nuevos términos en el lagrangiano (2.21) ⁴.

Los Lagrangianos que contribuyen a los momentos magnéticos de bariones en el formalismo $HB\chi PT$ se definieron en [3]. Para el octete de bariones tenemos a la función:

$$\mathcal{L} = \frac{e}{4m_N} \mu_D (\text{Tr} \bar{B}_v \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \{Q, B_v\} + \mu_F \text{Tr} \bar{B}_v \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} [Q, B_v]) , \quad (2.26)$$

para los momentos magnéticos de la decupleta de bariones tenemos a la función:

$$\mathcal{L} = -i \frac{e}{m_N} \mu_C q_i \bar{T}_{vi}^\mu T_{vi}^\nu F_{\mu\nu} , \quad (2.27)$$

y finalmente, los momentos magnéticos de transición se obtienen a partir del lagrangiano:

$$\mathcal{L} = i \frac{e}{2m_N} \mu_T F_{\mu\nu} (\epsilon_{abc} Q_e^a \bar{B}_{vh}^b S_v^\mu T_v^{\nu ceh} + \epsilon^{abc} Q_a^e \bar{T}_{vceh}^\mu S_v^\nu B_{vb}^h) , \quad (2.28)$$

debido a la presencia del operador de carga eléctrica considere (2.25).

⁴En general, las interacciones se definen por medio de los acoplamientos derecho e izquierdo, vea [42, 57–59] para más detalles.

2.2. Expansión $1/N_c$ de QCD

La expansión $1/N_c$ es un método utilizado para estudiar las propiedades de QCD en el régimen de bajas energías. La operatividad del método asume que al evaluar el límite cuando $N_c \rightarrow \infty$ tanto el fenómeno de confinamiento de quarks como el de rompimiento espontaneo de la simetría quiral persisten. Como resultado los hadrones se organizan en una simetría contraída $SU(2N_f)$ de espín-sabor, donde N_f es el número de quarks ligeros. Los fundamentos así como la teoría de la expansión $1/N_c$ son conocidos a detalle y pueden consultarse en la literatura [4–6, 9, 16, 17].

En el contexto de la expansión $1/N_c$, un operador de QCD transforma en acuerdo a una representación del grupo de espín-sabor $SU(2N_f)$. Esto se lleva a cabo realizando una descomposición escrita con los operadores adjuntos de un cuerpo:

$$\begin{aligned} J^i &= q^\dagger \left(\frac{\sigma^i}{2} \otimes \mathbb{I} \right) q, & (1, 0) \\ T^a &= q^\dagger \left(\mathbb{I} \otimes \frac{\lambda^a}{2} \right) q, & (0, adj) \\ G^{ia} &= q^\dagger \left(\frac{\sigma^i}{2} \otimes \frac{\lambda^a}{2} \right) q, & (1, adj) \end{aligned} \quad (2.29)$$

las etiquetas en paréntesis refieren a las propiedades de transformación del operador bajo espín y sabor. J^i y T^a son los generadores respectivos al espín y sabor. Las relaciones de conmutación que satisfacen los operadores en (2.29) definen al grupo de simetría $SU(2N_f)$:

$$\begin{aligned} [J^i, J^j] &= i\epsilon^{ijk} J^k, & [T^a, T^b] &= if^{abc} T^c, & [J^i, T^a] &= 0, \\ [J^i, G^{ja}] &= i\epsilon^{ijk} G^{ka}, & [T^a, G^{ib}] &= if^{abc} G^{ic}, \\ [G^{ia}, G^{jb}] &= \frac{i}{4} \delta^{ij} f^{abc} T^c + \frac{i}{2N_f} \delta^{ab} \epsilon^{ijk} J^k + \frac{i}{2} \epsilon^{ijk} d^{abc} G^{kc}, \end{aligned} \quad (2.30)$$

en estas relaciones aparecen el símbolo de Levi-Civita ϵ^{ijk} , así como las constantes simétrica y antisimétrica d^{abc} , f^{abc} del grupo de simetría $SU(N_f)$.

2.2.1. Expansión $1/N_c$ de observables en QCD

Partiremos del hecho de que todo operador de QCD transforma como un elemento de las representaciones irreducibles del grupo $SU(2) \times SU(N_f)$. Como consecuencia de esta propiedad le asignaremos una expansión formada con operadores de n-cuerpos, donde $n = 0, \dots, N_c$.

La condición de representación implica que los operadores de quarks involucrados formen un operador con las mismas propiedades de transformación que el observable en cuestión.

En principio, toda expansión de observables en QCD implica operadores de n -cuerpos que aparecen como polinomios escritos con los generadores del algebra $su(2N_f)$:

$$\mathcal{O}_{QCD} = \sum_{lmn} \frac{c^{(n)}}{N_c^{n-1}} (J^i)^l (T^a)^m (G^{ia})^{nlm}. \quad (2.31)$$

En estas expansiones suelen ocurrir reducciones que son consecuencia de las contracciones de índices o de las identidades que existen entre los operadores de n -cuerpos. Esto se evidencia con la presencia de las constantes de estructura del grupo de simetría, los símbolos de Levi-Civita y la delta de Kronecker.

Vamos a establecer la expansión $1/N_c$ de los observables de QCD que se necesitan para desarrollar los objetivos de la tesis. Por su importancia iniciaremos con los operadores de corriente vectorial y corriente vectorial axial. Describamos sus propiedades de transformación y las características de sus elementos de matriz.

Las corrientes vectorial y vectorial axial se definieron en (2.1). Como podemos observar en su definición, la corriente vectorial $V^{\mu a}$ y la corriente vectorial axial $A^{\mu a}$ poseen propiedades de transformación $(1, adj)$ bajo la simetría de espín-sabor. Es importante mencionar que solo las cargas vectoriales V^{0a} , y los componentes espaciales de la corriente vectorial axial A^{ia} no se anulan en el límite de simetría y con cero momento transferido.

Las cargas vectoriales V^{0a} con un número $N_f = 3$ de sabores transforman como $(0, 8)$ bajo la simetría del grupo $SU(2) \times SU(3)$. Por está razón su expansión $1/N_c$ debe manifestar el hecho que tratamos con un objeto de espín cero y octete en relación al sabor. Este argumento nos indica que solo los operadores de uno y dos cuerpos que satisfacen estas condiciones deben considerarse. Uno de ellos es el generador de sabor T^a y el otro es la contracción de espín para el operador G^{ia} :

$$\mathcal{O}_1^a = T^a, \quad \mathcal{O}_2^a = \{J^i, G^{ia}\}, \quad (2.32)$$

el resto de la expansión se forma con la secuencia de operadores $\mathcal{O}_{n+2}^a = \{J^2, \mathcal{O}_n^a\}$:

$$V^{0a} = \sum_{n=1}^{N_c} \frac{c^{(n)}}{N_c^{n-1}} \mathcal{O}_n^a, \quad (2.33)$$

se debe cumplir que al evaluar $q^2 = 0$ debemos recuperar al generador de $SU(3)$; debido a

que todos los operadores \mathcal{O}_n^a son independientes:

$$V^{0a} = v^0 T^a, \quad (2.34)$$

expresión que es válida para todos los órdenes de la expansión $1/N_c$.

Ahora describamos las características de la corriente vectorial axial. Tenemos un observable de espín uno, octete bajo $SU(3)$ e impar con respecto a la inversión temporal. Tales características solo se preservan para una expansión con la forma siguiente:

$$A^{ia} = a_1 G^{ia} + \sum_{n=2,3}^{N_c} \frac{b^{(n)}}{N_c^{n-1}} \mathcal{D}_n^{ia} + \sum_{n=3,5}^{N_c} \frac{c^{(n)}}{N_c^{n-1}} \mathcal{O}_n^{ia}, \quad (2.35)$$

donde los operadores \mathcal{D}_n^{ia} son diagonales y los operadores \mathcal{O}_n^{ia} son no diagonales con respecto al espín (hecho que asegura elementos de matriz no-nulos). Adicionalmente, los operadores de n -cuerpos presentes en la expansión forman una secuencia. Esta es generada a partir de los operadores básicos de dos y tres cuerpos:

$$\mathcal{D}_2^{ia} = J^i T^a, \quad (2.36)$$

$$\mathcal{O}_2^{ia} = \epsilon^{ijk} \{J^j, G^{ka}\}, \quad (2.37)$$

$$\mathcal{D}_3^{ia} = \{J^i, \{J^r, G^{ra}\}\}, \quad (2.38)$$

$$\mathcal{O}_3^{ia} = \{J^2, G^{ia}\} - \frac{1}{2} \{J^i, \{J^r, G^{ra}\}\}, \quad (2.39)$$

el resto de los elementos en la secuencia se generan por las recursiones: $D_n^{ia} = \{J^2, D_{n-2}^{ia}\}$ y $O_n^{ia} = \{J^2, O_{n-2}^{ia}\}$ para $n \geq 4$. Debido a que A^{ia} es impar bajo inversión temporal, debemos omitir a todos los operadores pares O_{2m}^{ia} , con $m = 1, 2, \dots$. Se debe mencionar que los parámetros a_1 , b_n , c_n no están restringidos por los principios de la teoría, y por ende deben ser determinados con regresiones numéricas basadas en los datos obtenidos experimentalmente.

Es el turno de la corriente axial. Siendo un observable con espín uno y un escalar bajo transformaciones $SU(3)$, la expansión $1/N_c$ que representa al operador es:

$$A^k = \sum_{n=1,3}^{N_c} \frac{b_n^{1,1}}{N_c^{n-1}} \mathcal{D}_n^k, \quad (2.40)$$

donde $\mathcal{D}_1^k = J^k$, mientras que el resto forma la secuencia $\mathcal{D}_{2m+1}^k = \{J^2, \mathcal{D}_{2m-1}^k\}$ para $m \geq 1$.

El siguiente observable corresponde a la masa hiperfina \mathcal{M} , un operador que es parte

del lagrangiano de la teoría quiral de bariones pesados en la expansión $1/N_c$. Este operador transforma como $(0, 1)$ bajo $SU(2) \times SU(3)$, y su expansión $1/N_c$ es de la forma:

$$\mathcal{M} = \sum_{n=2,4,\dots}^{N_c-1} \frac{m_n^{0,1}}{N_c^{n-1}} J^n, \quad (2.41)$$

los parámetros $m_n^{0,1}$ (0, 1 indica la representación de origen) también se deben determinar por medio de regresiones numéricas en base a datos experimentales.

Por último presentaremos el observable de los momentos magnéticos de bariones. Este posee las mismas propiedades cinemáticas que la corriente vectorial axial, razón por la cual su expansión $1/N_c$ solo difiere a (2.35) en coeficientes, esto es:

$$M^{ia} = m_1 G^{ia} + \sum_{n=2,3}^{N_c} \frac{m_n}{N_c^{n-1}} \mathcal{D}_n^{ia} + \sum_{n=3,5}^{N_c} \frac{m'_n}{N_c^{n-1}} \mathcal{D}_n^{ia}, \quad (2.42)$$

aquí, los operadores D_n^{ia} y O_n^{ia} están definidos de la misma forma que en la corriente vectorial axial. Por otra parte, los coeficientes m_n , m'_n , $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ son otro conjunto de parámetros libres del formalismo que necesitan determinarse por medio de la información experimental.

2.2.2. El lagrangiano de la teoría quiral para bariones pesados en la expansión $1/N_c$

En esta parte del documento vamos a centrarnos en el lagrangiano que determina el comportamiento de los hadrones en el marco de la expansión $1/N_c$. Siendo una función conocida [60], podemos limitarnos a presentar la información que será de utilidad al desarrollar los observables que son objetivo de esta tesis. Iniciaremos con la presentación del lagrangiano para bariones y sus acoplamientos a los campos de mesones, vectorial y vectorial axial:

$$\mathcal{L} = i\mathcal{D}^0 - \mathcal{M} + \text{Tr}(\mathcal{A}^k \lambda^c) A^{kc} + \frac{1}{N_c} \text{Tr}\left(\mathcal{A}^k \frac{2I}{\sqrt{6}}\right) A^k \dots, \quad (2.43)$$

en esta expresión, los puntos suspensivos refieren a términos que ocurren a ordenes sublíderes en la expansión $1/N_c$ (acoplamientos de mesones que no tienen participación en los desarrollos de la corriente vectorial axial y los momentos magnéticos de bariones en el límite $N_c \rightarrow$

∞^5). También podemos observar la derivada covariante del formalismo (mejor conocida como operador de energía cinética de los bariones), que es definida por la siguiente expresión:

$$\mathcal{D}^0 = \partial^0 \mathbb{I} + \text{Tr} (\mathcal{V}^0 \lambda^c) T^c + \frac{1}{3} \text{Tr} (\mathcal{V}^0 I) N_c \mathbb{I}, \quad (2.44)$$

los campos de piones aparecen en el lagrangiano por vía de los acoplamientos vectoriales:

$$\mathcal{V}^0 = \frac{1}{2} (\xi \partial^0 \xi^\dagger + \xi^\dagger \partial^0 \xi), \quad \mathcal{A}^k = \frac{i}{2} (\xi \nabla^k \xi^\dagger - \xi^\dagger \nabla^k \xi), \quad (2.45)$$

acoplamientos que dependen de forma no lineal con los campos de bosones:

$$\xi(x) = \exp\{i\Pi(x)/f\}, \quad (2.46)$$

es notable la presencia de la noneta de bosones de Goldstone $\Pi(x)$, y la constante del decaimiento de los piones f . La noneta de bosones es un objeto compuesto por el octete de mesones y el campo η' :

$$\Pi(x) = \pi^a(x) T^a + \eta' \frac{\mathbf{I}}{\sqrt{6}}, \quad (2.47)$$

donde \mathbf{I} representa la matriz identidad 3×3 .

Una vez que conocemos los elementos básicos del lagrangiano, es momento de introducir la interacción electromagnética. En analogía a (2.7,2.23), las sustituciones que introducen el campo de fotones \mathcal{A}^μ están definidas por:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}'^0 &= \mathcal{V}^0 + \frac{i}{2} e \mathcal{A}_{\text{em}}^0 (\xi^\dagger Q \xi + \xi Q \xi^\dagger), \\ \mathcal{A}'^k &= \mathcal{A}^k - \frac{1}{2} e \mathcal{A}_{\text{em}}^k (\xi Q \xi^\dagger - \xi^\dagger Q \xi), \end{aligned} \quad (2.48)$$

estas relaciones nos indican la forma en que el campo electromagnético puede introducirse en el lagrangiano (2.43). Las reglas de Feynman se presentan en el apéndice E.

Ahora que han sido presentados todos los elementos básicos del formalismo HB χ PT + $1/N_c$ es el momento de iniciar con el análisis del primer observable: la corriente vectorial axial, tema a desarrollar en el siguiente capítulo del presente documento.

⁵Observe [60] para más detalles en los acoplamientos de mesones, y una presentación general de la definición del lagrangiano quiral para bariones pesados en la expansión $1/N_c$.

Capítulo 3

Corriente vectorial axial

En el transcurso del primer capítulo se presentaron los elementos básicos del formalismo $\text{HB}\chi\text{PT} + 1/N_c$. Estos antecedentes dan paso al desarrollo del observable base de este documento, la corriente vectorial axial. Con el objetivo de determinar las expresiones que definen a todos sus parámetros y constantes, vamos a desarrollar las correcciones perturbativas representadas gráficamente en los lazos (3.1). Cabe mencionar que los diagramas de lazo para definir la corriente vectorial axial son los mismos en ambos formalismos [61]. El esquema de

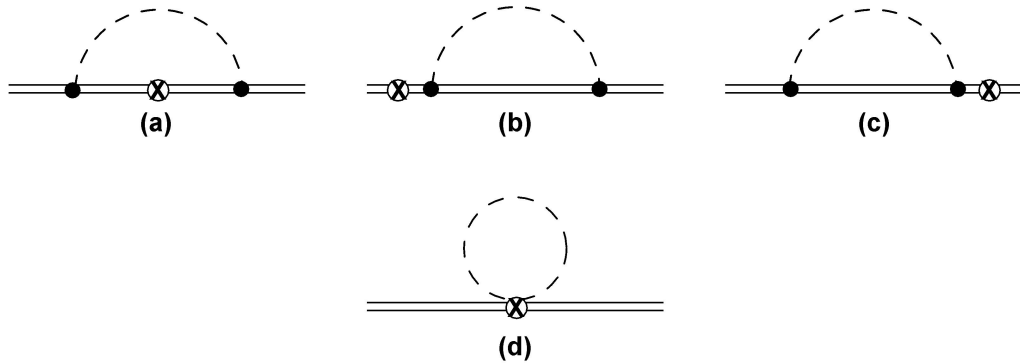


Figura 3.1: Diagramas de lazo que definen las correcciones a la corriente vectorial axial.

cálculo que hemos empleado fue presentado en [62, 63]. Este procedimiento nos permite obtener resultados con una dependencia calculable en potencias del parámetro $\frac{\Delta}{m_\Pi}$, una expansión adecuada para evaluar los acoplamientos axiales en el límite de degeneración.

	np	$\Sigma^\pm\Lambda$	Λp	Σ^-n	$\Xi^-\Lambda$	$\Xi^-\Sigma^0$	$\Xi^0\Sigma^+$	ΔN	$\Sigma^*\Lambda$	$\Sigma^*\Sigma$	$\Xi^*\Xi$
$\langle G^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$\frac{5}{6\sqrt{2}}$	$\frac{5}{6}$	-1	-1	-1	-1
$\langle \mathcal{D}_2^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
$\langle \mathcal{D}_3^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{2\sqrt{2}}$	$\frac{5}{2}$	0	0	0	0
$\langle \mathcal{O}_3^{kc} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$

Tabla 3.1: Elementos de matriz que definen la corriente vectorial axial a nivel de árbol.

3.1. Corriente axial en el formalismo combinado

A partir de aquí vamos a denotar a los elementos de matriz del observable de corriente vectorial axial por los estados inicial y final de bariones B y B' por:

$$\left\langle B' \left| \left(i\bar{q}_{f'} \gamma^5 \gamma^i T^a q_f \right)_{\text{QCD}} \right| B \right\rangle = [A^{ia}]_{B'B} , \quad (3.1)$$

donde, B y B' representan a los estados bariones en las representaciones irreducibles del grupo de espín-sabor $SU(2N_f)$. Los elementos de matriz del operador A^{kc} estan en la tabla (3.1).

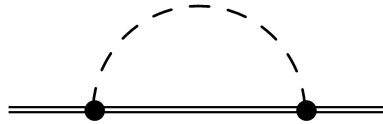


Figura 3.2: Diagrama de renormalización para la función de onda.

3.1.1. Renormalización de la función de onda

Un paso importante en el desarrollo todo observable físico es la renormalización de la función de onda. El punto de partida de esta sección es el lazo de mesones (3.2). Como veremos, su función es asegurar el carácter no divergente del observable. Tenemos un lazo compuesto por dos vértices barión-mesón conectados por un propagador de bariones y cerrados por el propagador de los mesones, objeto que podemos interpretar por la siguiente expresión:

$$iG_B = \sum_{jk,b,B_I} \frac{i^2}{f^2} [A^{kb}]_{BB_I} [A^{jb}]_{B_I B} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(\mathbf{k}^k) (-\mathbf{k}^j)}{(k^2 - m_b^2) ((k+p) \cdot v - \Delta_I + i\epsilon)} , \quad (3.2)$$

a partir de aquí, la integración en (3.2) define a la función $F(m, \Delta_I, \mu)$. Las sumas se evalúan por todos los estados intermediarios de mesón $b = 1, 2, 3, \dots, 9$. Como es conocido, (3.2) también define la corrección a las masas de los bariones, que aparecen explícitamente en [64].

La constante de renormalización por barión se obtiene por medio de la derivación:

$$Z_B = - \frac{\partial G_B}{\partial (p \cdot v)} \Big|_{p \cdot v = 0}. \quad (3.3)$$

En este sentido, la aportación de la función de onda a la corriente vectorial axial es:

$$Z_{B'B} = \frac{1}{2} (Z_{B'} + Z_B). \quad (3.4)$$

Estas constantes pueden escribirse en términos de la función de dos puntos $F(m, \Delta_I, \mu)$:

$$Z_{B'B} = \sum_{j,b,B_I} \frac{i^2}{f^2} [A^{jb}]_{B'B_I} [A^{jb}]_{B_I B} \frac{\partial F(m_b, \Delta_{B_I B}, \mu)}{\partial \Delta_{B_I B}}, \quad (3.5)$$

donde se ha definido al parámetro $\Delta_{B_I B}$ por la diferencia de masas:

$$\Delta_{B_I B} = M_{B_I} - M_B. \quad (3.6)$$

Finalicemos remarcando el carácter diagonal en índices de espín y sabor para $Z_{B'B}$ de (3.5).

3.1.2. Correcciones provenientes de los lazos

Una vez que hemos presentado el proceso para obtener los valores a nivel de árbol y la constante de renormalización de la función de onda para la corriente vectorial axial es el momento de desarrollar las aportaciones que provienen de los lazos (3.1).

El diagrama (3.1-a) es un lazo compuesto por dos vértices barión-mesón, dos líneas de barión, una inserción de corriente axial, y el propagador de los mesones. Esto lo interpretamos como un operador expresado por las siguientes sumas:

$$\begin{aligned} [\delta A^{ia}]_{B'B}^{vertex} = & \sum_{jk, b, B_1 B_2} - \frac{i}{f^2} [A^{kb}]_{B'B_2} [A^{ia}]_{B_2 B_1} [A^{jb}]_{B_1 B} \\ & \times \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(\mathbf{k}^k) (-\mathbf{k}^j)}{(k^2 - m_b^2) (k \cdot v - \Delta_1 + i\epsilon) ((k - q) \cdot v - \Delta_2 + i\epsilon)}, \quad (3.7) \end{aligned}$$

donde q es el momento transferido en la corriente vectorial axial. Es pertinente aclarar que

la cantidad $q \cdot v$ tendrá dos valores. Será nula cuando se evaluén los elementos de matriz entre miembros del octete, mientras que al determinar los elementos de matriz de transición tendremos $q \cdot v = M_T - M_B$, el valor medio para la diferencia de masas octete-decupleta.

Es conveniente realizar la sustitución $\Delta_2 \rightarrow \Delta_2 + q^0$ en el denominador del integrando de (3.7). Ahora podemos hacer una descomposición en fracciones parciales para los denominadores que provienen de propagadores del barión:

$$\frac{1}{(k^0 - \Delta_1 + i\epsilon)(k^0 - \Delta_2 + i\epsilon)} = \frac{1}{(\Delta_1 - \Delta_2)} \left[\frac{1}{(k^0 - \Delta_1 + i\epsilon)} - \frac{1}{(k^0 - \Delta_2 + i\epsilon)} \right], \quad (3.8)$$

al sustituir esta descomposición en (3.7) obtenemos dos integrales, mismas que podemos asociar con la renormalización de la función de onda (3.2). Esta observación nos permite involucrar la función $F(m, \Delta, \mu)$ en el operador que define las aportaciones del diagrama (3.1-a):

$$\begin{aligned} [\delta A^{ia}]_{B'B}^{vertex} = & \sum_{jk, b, B_1 B_2} -\frac{i}{f^2} [A^{kb}]_{B'B_2} [A^{ia}]_{B_2 B_1} [A^{jb}]_{B_1 B} \\ & \times \frac{1}{(\Delta_{B_1 B} - \Delta_{B_2 B'})} [F(m_b, \Delta_{B_1 B}, \mu) - F(m_b, \Delta_{B_2 B'}, \mu)], \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde $\Delta_{B_1 B}$ ha sido definido en (3.6).

Observemos que los diagramas (3.1-b) y (3.1-c) son lazos compuestos de inserciones de corriente axial que se conectan al diagrama de renormalización de la función de onda por la izquierda y derecha. Esto nos indica que sus aportaciones pueden escribirse con la constante de renormalización:

$$[\delta A^{ia}]_{B'B}^{(b+c)} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{B_2} [A^{ia}]_{B'B_2} Z_{B_2 B} + \sum_{B_1} Z_{B'B_1} [A^{ia}]_{B_1 B} \right\}, \quad (3.10)$$

Adicionemos las aportaciones de los diagramas (3.1-a, 3.1-b, 3.1-c) y sustituyamos las definiciones para las constantes de renormalización $Z_{B'B}$:

$$[\delta A^{ia}]_{B'B}^{(abc)} = - \sum_{jk, b, B_1 B_2} [A^{kb}]_{B'B_2} [A^{ia}]_{B_2 B_1} [A^{jb}]_{B_1 B} \frac{F(m_b, \Delta_{B_1 B}, \mu) - F(m_b, \Delta_{B_2 B'}, \mu)}{\Delta_{B_1 B} - \Delta_{B_2 B'}}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \sum_{jk, b, B_1 B_2} [A^{ia}]_{B' B_2} [A^{kb}]_{B_2 B_1} [A^{jb}]_{B_1 B} \frac{\partial F(m_b, \Delta_{B_1 B}, \mu)}{\partial \Delta_{B_1 B}} \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{jk, b, B_1 B_2} [A^{kb}]_{B' B_1} [A^{jb}]_{B_1 B_2} [A^{ia}]_{B_2 B} \frac{\partial F(m_b, \Delta_{B_2 B}, \mu)}{\partial \Delta_{B_2 B}}, \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

observe que esta expresión representa la dependencia total a $\frac{\Delta}{m}$. Establezcamos una expansión en series de potencias con el objetivo de analizar límite de degeneración $\frac{\Delta}{m} = 0$. Apliquemos el límite de masas iguales al primer término racional a la derecha en (3.11):

$$\lim_{\Delta_{B_1 B} = \Delta_{B_2 B'} = 0} \frac{F(m_b, \Delta_{B_1 B}, \mu) - F(m_b, \Delta_{B_2 B'}, \mu)}{\Delta_{B_1 B} - \Delta_{B_2 B'}} \rightarrow F^{(1)}(m_b, 0, \mu) \equiv \frac{\partial F(m_b, \Delta, \mu)}{\partial \Delta}, \quad (3.12)$$

inmediatamente obtenemos a la función $F^{(1)}(m_b, 0, \mu)$ como factor común:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{jk, b, B_1 B_2} F^{(1)}(m_b, 0, \mu) \left\{ - [A^{kb}]_{B' B_2} [A^{ia}]_{B_2 B_1} [A^{jb}]_{B_1 B} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} [A^{ia}]_{B' B_2} [A^{kb}]_{B_2 B_1} [A^{jb}]_{B_1 B} + \frac{1}{2} [A^{kb}]_{B' B_1} [A^{jb}]_{B_1 B_2} [A^{ia}]_{B_2 B} \right\}, \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

cambiemos la notación para hacer notar que los elementos de matriz dentro del corchete forman la estructura de un doble conmutador. Esto es:

$$\begin{aligned}
 \delta A^{ia} & = - \sum_{b, j} F^{(1)}(m_b, 0, \mu) \left\{ - A^{kb} A^{ia} A^{jb} + \frac{1}{2} A^{ia} A^{kb} A^{jb} + \frac{1}{2} A^{kb} A^{jb} A^{ia} \right\} \\
 & = - \frac{1}{2} \sum_{b, j} F^{(1)}(m_b, 0, \mu) [A^{jb}, [A^{jb}, A^{ia}]]. \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

En este sentido, la expansión en potencias de Δ para la función $F(m_b, \Delta, \mu)$ genera el resultado que buscamos. Al considerar todos los términos hasta el orden $\mathcal{O}(\Delta^3)$ tenemos una expresión:

$$\begin{aligned}
 \delta A^{ia} & = \frac{1}{2} \sum_{b, j} \left\{ - F^{(1)}(m_b, 0, \mu) [A^{jb}, [A^{jb}, A^{ia}]] + F^{(2)}(m_b, 0, \mu) \left\{ A^{jb}, [A^{ia}, [\mathcal{M}, A^{jb}]] \right\} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{3} F^{(3)}(m_b, 0, \mu) \left(- [A^{jb}, [[\mathcal{M}, [\mathcal{M}, A^{jb}]], A^{ia}]] + \frac{1}{2} [[\mathcal{M}, A^{jb}], [[\mathcal{M}, A^{jb}], A^{ia}]] \right) \right\}. \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

Este resultado ha sido presentado en los artículos [62–66]. Aun cuando es posible escribir más términos de la expansión, la complejidad de los operadores que aparecen aumenta al punto de

hacer imposible la evaluación de sus elementos de matriz. La razón principal sería el aumento sustancial en el proceso de reducción de operadores con la teoría de grupos.

La última aportación proviene del diagrama (3.1-d), que es un vértice compuesto por la inserción de corriente axial y un propagador de mesones. Su contribución a la corriente vectorial axial se expresa por un doble conmutador:

$$\delta A^{ia} = -\frac{1}{2} \sum_b [T^b, [T^b, A^{ia}]] I(m_b), \quad (3.16)$$

donde aparece la función $I(m_b)$, que proviene de la integración dictada por el lazo de mesones:

$$I(m_b) = \frac{i}{f^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m_b^2}. \quad (3.17)$$

3.1.3. Corriente axial renormalizada

En el apartado anterior se presentó la expresión que define a los acoplamientos axiales hasta un orden $\mathcal{O}(\Delta^3)$. Entre otras características, fue posible notar que los resultados dependen de dos funciones provenientes de los lazos de mesones: $F(m_b, \Delta, \mu)$ e $I(m_b)$.

El proceso de renormalización consistió en evaluar los lazos (3.1-b+c) y (3.2). Sus resultados contienen explícitamente la constante de renormalización y por ende a $F(m_b, \Delta, \mu)$. Aquí opera el enunciado del teorema de Ademollo-Gatto, donde se asegura que la suma de las contribuciones de los diagramas (3.1-a+b+c) y (3.1-d) tiene como consecuencia la cancelación de las divergencias con origen en las integraciones de mesones [62, 63, 67, 68].

Iniciemos presentando las funciones de mesones, $F(m, \Delta, \mu)$ es:

$$\begin{aligned} 24\pi^2 f^2 F(m, \Delta, \mu) = & -\Delta \left[\Delta^2 - \frac{3}{2}m^2 \right] \lambda_\epsilon + \Delta \left[\Delta^2 - \frac{3}{2}m^2 \right] \ln \frac{m^2}{\mu^2} - \frac{8}{3}\Delta^3 + \frac{7}{2}\Delta m^2 \\ & + \begin{cases} 2(m^2 - \Delta^2)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\Delta}{\sqrt{m^2 - \Delta^2}} \right] & (|\Delta| < m) \\ -(\Delta^2 - m^2)^{\frac{3}{2}} \left[-2\pi i + \ln \left[\frac{\Delta - \sqrt{m^2 - \Delta^2}}{\Delta + \sqrt{m^2 - \Delta^2}} \right] \right] & (|\Delta| > m) \end{cases} \end{aligned} \quad (3.18)$$

mientras que la función $I(m)$ del lazo (3.1-d) es:

$$I(m) = \frac{m^2}{16\pi^2 f^2} \left[\ln \frac{m^2}{\mu^2} - (\lambda_\epsilon + 1) \right], \quad (3.19)$$

donde aparecen las divergencias $\lambda_\epsilon = \frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi)$. Es el momento de realizar la suma por los índices del sabor en (3.15) y (3.23). Consideremos las propiedades de simetría en las

expresiones y separemos las contribuciones de las representaciones **1**, **8** y **27** de sabor. Esto queda resumido en el siguiente operador:

$$\begin{aligned} \delta A^{kc} = & \frac{1}{2} [A^{ja}, [A^{jb}, A^{kc}]] \Pi_{(1)}^{ab} - \frac{1}{2} \{A^{ja}, [A^{kc}, [\mathcal{M}, A^{jb}]]\} \Pi_{(2)}^{ab} \\ & + \frac{1}{6} \left([[\mathcal{M}, [\mathcal{M}, A^{jb}]], A^{kc}] - \frac{1}{2} [[[\mathcal{M}, A^{ja}], [\mathcal{M}, A^{jb}]], A^{kc}] \right) \Pi_{(3)}^{ab}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

donde aparece $\Pi_{(n)}^{ab}$, un tensor compuesto por objetos pertenecientes a las representaciones \mathbf{r} . Una característica de este tensor es la total simetría en los índices del sabor:

$$\Pi_{(n)}^{ab} = F_{\mathbf{1}}^{(n)} \delta^{ab} + F_{\mathbf{8}}^{(n)} d^{ab8} + F_{\mathbf{27}}^{(n)} \left[\delta^{a8} \delta^{8b} - \frac{1}{8} \delta^{ab} - \frac{3}{5} d^{ab8} d^{888} \right], \quad (3.21)$$

donde las funciones etiquetadas por las representaciones $F_{\mathbf{r}}^{(n)}$ también son objetos compuestos:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{1}}^{(n)} &= \frac{1}{8} [3F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) + 4F^{(n)}(m_K, 0, \mu) + F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu)], \\ F_{\mathbf{8}}^{(n)} &= \frac{2\sqrt{3}}{5} \left[\frac{3}{2} F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) - F^{(n)}(m_K, 0, \mu) - \frac{1}{2} F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu) \right], \\ F_{\mathbf{27}}^{(n)} &= \frac{1}{3} F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) - \frac{4}{3} F^{(n)}(m_K, 0, \mu) + \frac{1}{2} F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Ahora el operador que representa la aportación del diagrama (3.1-d):

$$\delta A^{kc} = -\frac{1}{2} [T^a, [T^b, A^{kc}]] \Pi^{ab}, \quad (3.23)$$

el tensor simétrico anterior Π^{ab} difiere al de (3.21) en la función de mesones, esto es:

$$\Pi^{ab} = I_{\mathbf{1}} \delta^{ab} + I_{\mathbf{8}} d^{ab8} + I_{\mathbf{27}} \left[\delta^{a8} \delta^{8b} - \frac{1}{8} \delta^{ab} - \frac{3}{5} d^{ab8} d^{888} \right]. \quad (3.24)$$

donde las funciones $I_{\mathbf{r}}$ también guardan similitud con las definidas en (3.22):

$$\begin{aligned} I_{\mathbf{1}} &= \frac{1}{8} [3I(m_\pi, \mu) + 4I(m_K, \mu) + I(m_\eta, \mu)], \\ I_{\mathbf{8}} &= \frac{2\sqrt{3}}{5} \left[\frac{3}{2} I(m_\pi, \mu) - I(m_K, \mu) - \frac{1}{2} I(m_\eta, \mu) \right], \\ I_{\mathbf{27}} &= \frac{1}{3} I(m_\pi, \mu) - \frac{4}{3} I(m_K, \mu) + I(m_\eta, \mu). \end{aligned} \quad (3.25)$$

3.2. Límite de degeneración $\frac{\Delta}{m} = 0$

Podemos resumir todo lo desarrollado hasta el momento en las expresiones para la corriente vectorial axial (3.20, 3.23). El siguiente paso es la reducción de las estructuras de espín-sabor en los operadores y evaluar sus elementos de matriz. Centremos nuestra atención en la expresión analítica que define a las correcciones de la corriente axial δA^{kc} , cuando $\frac{\Delta}{m} = 0$:

$$\delta A^{kc} = \frac{1}{2} [A^{ja}, [A^{jb}, A^{kc}]] \Pi_{(1)}^{ab} - \frac{1}{2} [T^a, [T^b, A^{kc}]] \Pi^{ab}. \quad (3.26)$$

Por razones de simplicidad comenzaremos a desarrollar el segundo término en (3.26)¹. Observemos que es posible reducir directamente la estructura de espín-sabor. Estas son las reducciones ordenadas por la representación de origen:

- 1 La contribución del singulete de sabor:

$$[T^a, [T^a, A^{kc}]] = 3A^{kc}. \quad (3.27)$$

- 2 La contribución del octete de sabor:

$$d^{ab8} [T^a, [T^b, A^{kc}]] = \frac{3}{2} d^{c8e} A^{ke}. \quad (3.28)$$

- 3 La contribución de la representación **27** de sabor:

$$[T^8, [T^8, A^{kc}]] = \frac{3}{2} f^{c8e} f^{8eg} A^{kg}. \quad (3.29)$$

Ahora es claro que la estructura de espín-sabor del operador con origen en el diagrama (3.1-d) contribuye con cantidades de orden $\mathcal{O}(N_c)$, esto es consecuencia del operador de corriente axial presente en cada una de las reducciones anteriores. Los elementos de matriz de estos operadores aparecen en las tablas (3.1, B.2, B.3, B.4, B.5).

La reducción de las estructuras del operador de espín-sabor con origen en los diagramas (3.1-a+b+c) aparece resumida en el apéndice A. Aquí mostraremos únicamente sus contribuciones a la corriente vectorial axial. En principio, cada reducción es una combinación lineal de los doscientos veintiséis operadores que conforman la base $\{S_i^{kc}, O_i^{kc}, T_i^{kc}\}$. Es posible

¹Los resultados de este cálculo son parte del contenido del artículo [62].

presentar a los diez elementos que forman la base para el singulete de sabor $\{S_i^{kc}\}$, sean:

$$\begin{aligned} S_1^{kc} &= G^{kc}, & S_2^{kc} &= \mathcal{D}_2^{kc}, & S_3^{kc} &= \mathcal{D}_3^{kc}, & S_4^{kc} &= \mathcal{O}_3^{kc}, & S_5^{kc} &= \mathcal{D}_4^{kc}, \\ S_6^{kc} &= \mathcal{D}_5^{kc}, & S_7^{kc} &= \mathcal{O}_5^{kc}, & S_8^{kc} &= \mathcal{D}_6^{kc}, & S_9^{kc} &= \mathcal{D}_7^{kc}, & S_{10}^{kc} &= \mathcal{O}_7^{kc}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Los operadores de las bases para las representaciones del octete y **27** de sabor se muestran en el apéndice B, en los incisos (B.1, B.3). Los elementos de matriz de los operadores base $\{S_i^{kc}\}$ pueden obtenerse de la tabla (3.1) al considerar que el anticonmutador con el operador J^2 solo introduce factores que miden el cuadrado del espín total².

Ahora podemos escribir las correcciones perturbativas a la corriente axial δA^{kc} en términos de las representaciones de sabor:

- 1 El operador que representa la contribución del singulete de sabor:

$$\delta A_{\mathbf{1}}^{kc} = \sum_{i=1}^{10} s_i S_i^{kc}. \quad (3.31)$$

- 2 El operador que representa la contribución del octete de sabor:

$$\delta A_{\mathbf{8}}^{kc} = \sum_{i=1}^{51} o_i O_i^{kc}. \quad (3.32)$$

- 3 El operador con la contribución de la representación **27** de sabor:

$$\delta A_{\mathbf{27}}^{kc} = \sum_{i=1}^{165} t_i T_i^{kc}. \quad (3.33)$$

A continuación mostramos el listado de los coeficientes s_i de (3.31). Sean:

$$s_1 = \left[\frac{23}{24} a_1^3 - \frac{2}{3} a_1^2 b_2 - \frac{29}{18} a_1^2 b_3 - \frac{4}{3} a_1^2 c_3 - \frac{1}{4} a_1 b_2^2 - \frac{4}{3} a_1 b_2 b_3 - \frac{11}{9} a_1 b_3^2 - \frac{1}{4} a_1 c_3^2 \right] F_1^{(1)},$$

²Esto es posible por las definiciones de los operadores: $\mathcal{D}_n^{kc} = \{J^2, \mathcal{D}_{n-2}^{kc}\}$ y $\mathcal{O}_n^{kc} = \{J^2, \mathcal{O}_{n-2}^{kc}\}$.

$$\begin{aligned}
s_2 &= \left[\frac{101}{72} a_1^2 b_2 - a_1^2 b_3 - \frac{1}{6} a_1^2 c_3 + \frac{4}{9} a_1 b_2^2 + \frac{29}{54} a_1 b_2 b_3 - \frac{1}{12} a_1 b_2 c_3 + \frac{1}{36} b_2^3 \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{9} a_1 b_3^2 - \frac{8}{9} a_1 b_3 c_3 - \frac{1}{108} b_2 c_3^2 - \frac{8}{81} b_3 c_3^2 \right] F_1^{(1)}, \\
s_3 &= \left[\frac{17}{24} a_1^2 b_3 + \frac{1}{9} a_1^2 c_3 + \frac{11}{72} a_1 b_2^2 + \frac{17}{27} a_1 b_2 b_3 - \frac{1}{2} a_1 b_2 c_3 + \frac{31}{54} a_1 b_3^2 - \frac{13}{18} a_1 b_3 c_3 \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{72} a_1 c_3^2 - \frac{1}{36} b_2^2 b_3 - \frac{2}{27} b_2 b_3^2 - \frac{2}{27} b_2 c_3^2 - \frac{11}{243} b_3^3 - \frac{37}{324} b_3 c_3^2 \right] F_1^{(1)}, \\
s_4 &= \left[\frac{7}{54} a_1^2 b_3 + \frac{167}{216} a_1^2 c_3 + \frac{1}{12} a_1 b_2^2 + \frac{10}{27} a_1 b_2 b_3 - \frac{2}{27} a_1 b_2 c_3 + \frac{125}{486} a_1 b_3^2 - \frac{29}{162} a_1 b_3 c_3 \right. \\
&\quad \left. - \frac{25}{72} b_1 c_3^2 - \frac{1}{36} b_2^2 c_3 - \frac{4}{27} b_2 b_3 c_3 - \frac{11}{81} b_3^2 c_3 - \frac{1}{36} c_3^3 \right] F_1^{(1)}, \\
s_5 &= \left[\frac{11}{162} a_1 b_2 b_3 + \frac{19}{64} a_1 b_2 c_3 + \frac{5}{108} b_2^3 - \frac{1}{9} a_1 b_3^2 - \frac{5}{27} a_1 b_3 c_3 - \frac{1}{36} a_1 c_3^2 + \frac{8}{81} b_2^2 b_3 \right. \\
&\quad \left. + \frac{29}{486} b_2 b_3^2 + \frac{29}{648} b_2 c_3^2 + \frac{4}{243} b_3^3 - \frac{26}{243} b_3 c_3^2 \right] F_1^{(1)}, \\
s_6 &= \left[\frac{11}{324} a_1 b_3^2 + \frac{13}{81} a_1 b_3 c_3 + \frac{1}{108} a_1 c_3^2 + \frac{11}{324} b_2^2 b_3 + \frac{17}{243} b_2 b_3^2 - \frac{11}{324} b_2 c_3^2 + \frac{31}{729} b_3^3 \right. \\
&\quad \left. - \frac{5}{243} b_3 c_3^2 \right] F_1^{(1)}, \\
s_7 &= \left[\frac{13}{486} a_1 b_3^2 + \frac{7}{486} a_1 b_3 c_3 + \frac{49}{324} a_1 c_3^2 + \frac{1}{108} b_2^2 c_3 + \frac{10}{243} b_2 b_3 c_3 + \frac{125}{4374} b_3^2 c_3 \right. \\
&\quad \left. - \frac{43}{1944} c_3^3 \right] F_1^{(1)}, \\
s_8 &= \left[\frac{11}{1458} b_2 b_3^2 + \frac{23}{972} b_2 c_3^2 - \frac{2}{243} b_3^3 - \frac{7}{486} b_3 c_3^2 \right] F_1^{(1)}, \\
s_9 &= \left[\frac{11}{4374} b_3^3 + \frac{8}{729} b_3 c_3^2 \right] F_1^{(1)}, \\
s_{10} &= \left[\frac{13}{4374} b_3^2 c_3 + \frac{25}{2916} c_3^3 \right] F_1^{(1)}. \tag{3.34}
\end{aligned}$$

$B_j B_i$	$D_1^{B_j B_i}$	a_1	b_2	b_3	$D_8^{B_j B_i}$	a_1	b_2	b_3	$D_{27}^{B_j B_i}$	a_1	b_2	b_3
pn	$-\frac{1}{12}$	15	3	5	$-\frac{\sqrt{3}}{72}$	15	3	5	$\frac{1}{480}$	15	3	5
$\Lambda\Sigma^\pm$	$-\frac{\sqrt{6}}{12}$	3	0	1	$-\frac{\sqrt{2}}{24}$	3	0	1	$\frac{\sqrt{6}}{480}$	3	0	1
$\Xi^0\Xi^-$	$-\frac{1}{12}$	3	-3	1	$-\frac{\sqrt{3}}{72}$	3	-3	1	$\frac{1}{480}$	3	-3	1
$p\Lambda$	$\frac{\sqrt{6}}{8}$	3	1	1	$-\frac{\sqrt{2}}{32}$	3	1	1	$3\frac{\sqrt{6}}{320}$	3	1	1
$n\Sigma^-$	$-\frac{1}{12}$	3	-3	1	$\frac{\sqrt{3}}{144}$	3	-3	1	$-\frac{1}{160}$	3	-3	1
$\Lambda\Xi^-$	$-\frac{\sqrt{6}}{24}$	3	3	1	$\frac{\sqrt{2}}{96}$	3	3	1	$-\frac{\sqrt{6}}{320}$	3	3	1
$\Sigma^0\Xi^-$	$-\frac{\sqrt{2}}{24}$	15	3	5	$\frac{\sqrt{6}}{288}$	15	3	5	$-\frac{\sqrt{2}}{320}$	15	3	5
$\Sigma^+\Xi^0$	$-\frac{1}{12}$	15	3	5	$\frac{\sqrt{3}}{144}$	15	3	5	$-\frac{1}{160}$	15	3	5

 Tabla 3.2: Coeficientes $D_{\mathbf{r}}^{B_j B_i}$ para los acoplamiento axiales en la fig. (3.1-d).

La extensión de las expresiones de los coeficientes para el octete y la representación **27** supera el espacio disponible en el documento (inclusive para un apéndice), razón para ser omitidas.

3.2.1. Correcciones a los acoplamiento axiales g_A

Es el momento de abordar el desarrollo de los acoplamiento axiales. Como sabemos, estos son los elementos de matriz definidos bajo los estados simétricos de barión $|B_1\rangle, |B_2\rangle \in SU(6)$. Presentemos primero aquellos que provienen del lazo (3.1-d), esto es:

$$\delta g_A^{B_1 B_2} = \sum_{\mathbf{r}} D_{\mathbf{r}}^{B_1 B_2} (C_1^{\mathbf{r}} a_1 + C_2^{\mathbf{r}} b_2 + C_3^{\mathbf{r}} b_3)^{B_1 B_2} I_{\mathbf{r}}, \quad (3.35)$$

donde los coeficientes $D_{\mathbf{r}}$ aparecen en la tabla (3.2). Las aportaciones a los acoplamiento δg_A provenientes de los diagramas (3.1-a+b+c) son:

$$\delta g_A^{B_1 B_2} = \langle B_2 | \delta A_{1l}^{kc} | B_1 \rangle = \sum_{\mathbf{r}} \alpha_{\mathbf{r}}^{B_1 B_2} F_{\mathbf{r}}^{(1)}, \quad (3.36)$$

donde $F_{\mathbf{r}}^{(1)}$ fue definido en (3.22). Es necesario conocer a $F^{(1)}(m, 0, \mu)$ explícitamente:

$$F^{(1)}(m, 0, \mu) = \frac{m^2}{16\pi^2 f^2} \left[\lambda_\epsilon + 1 - \ln \frac{m^2}{\mu^2} \right]. \quad (3.37)$$

Complementando a (3.37), este es el listado de coeficientes $\alpha_{\mathbf{r}}^{B_1 B_2}$ de (3.36):

$$\alpha_1^{np} = \frac{115}{144}a_1^3 + \frac{7}{48}a_1^2b_2 - \frac{31}{432}a_1^2b_3 - \frac{11}{12}a_1^2c_3 + \frac{19}{48}a_1b_2^2 + \frac{169}{216}a_1^3a_1b_2b_3 - \frac{37}{36}a_1b_2b_3 + \frac{7}{144}b_2^3 \\ + \frac{247}{432}a_1b_3^2 - \frac{193}{108}a_1b_3c_3 - \frac{11}{48}a_1c_3^2 + \frac{19}{144}b_2^2b_3 + \frac{169}{1296}b_2b_3^2 - \frac{37}{144}b_2c_3^2 + \frac{247}{3888}b_3^3 - \frac{193}{432}b_3c_3^2,$$

$$\alpha_8^{np} = \frac{55}{288\sqrt{3}}a_1^3 - \frac{127}{288\sqrt{3}}a_1^2b_2 - \frac{419}{864\sqrt{3}}a_1^2b_3 - \frac{47}{72\sqrt{3}}a_1^2c_3 - \frac{11}{288\sqrt{3}}a_1b_2^2 + \frac{109}{432\sqrt{3}}a_1b_2b_3 \\ - \frac{59}{72\sqrt{3}}a_1b_2c_3 - \frac{5}{288\sqrt{3}}b_2^3 - \frac{3\sqrt{3}}{32}a_1b_3^2 - \frac{287}{216\sqrt{3}}a_1b_3c_3 - \frac{47}{288\sqrt{3}}a_1c_3^2 - \frac{11}{864\sqrt{3}}b_2^2b_3 \\ + \frac{109}{2592\sqrt{3}}b_2b_3^2 - \frac{59}{288\sqrt{3}}b_2c_3^2 - \frac{1}{32\sqrt{3}}b_3^3 - \frac{287}{864\sqrt{3}}b_3^2c_3^2,$$

$$\alpha_{27}^{np} = \frac{1}{128}a_1^3 + \frac{89}{1920}a_1^2b_2 - \frac{107}{5760}a_1^2b_3 - \frac{23}{1440}a_1^2c_3 + \frac{77}{1920}a_1b_2^2 + \frac{157}{2880}a_1b_2b_3 - \frac{17}{480}a_1b_2c_3 \\ - \frac{5}{1152}b_2^3 - \frac{137}{17280}a_1b_3^2 - \frac{61}{1440}a_1b_3c_3 - \frac{23}{5760}a_1c_3^2 + \frac{77}{5760}b_2^2b_3 + \frac{157}{17280}b_2b_3^2 - \frac{17}{1920}b_2c_3^2 \\ + \frac{137}{155520}b_3^3 - \frac{61}{5760}b_3c_3^2,$$

$$\alpha_1^{\Sigma^\pm\Lambda} = \frac{23}{24\sqrt{6}}a_1^3 + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}a_1^2b_2 + \frac{37}{72\sqrt{6}}a_1^2b_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}a_1^2c_3 + \frac{5}{24\sqrt{6}}a_1b_2^2 + \frac{5}{9\sqrt{6}}a_1b_2b_3 \\ - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1b_2c_3 + \frac{47}{72\sqrt{6}}a_1b_3^2 - \frac{13}{9\sqrt{6}}a_1b_3c_3 - \frac{1}{4\sqrt{6}}a_1c_3^2 + \frac{5}{72\sqrt{6}}b_2^2b_3 + \frac{5}{54\sqrt{6}}b_2b_3^2 \\ - \frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}b_2c_3^2 + \frac{47}{648\sqrt{6}}b_3^3 - \frac{13}{36\sqrt{6}}b_3c_3^2,$$

$$\alpha_8^{\Sigma^\pm\Lambda} = \frac{11}{144\sqrt{2}}a_1^3 - \frac{\sqrt{2}}{9}a_1^2b_2 - \frac{71}{432\sqrt{2}}a_1^2b_3 + \frac{1}{12\sqrt{2}}a_1^2c_3 - \frac{1}{48\sqrt{2}}a_1b_2^2 - \frac{1}{18\sqrt{2}}a_1b_2b_3 \\ - \frac{5}{36\sqrt{2}}a_1b_2c_3 - \frac{1}{432\sqrt{2}}a_1b_3^2 - \frac{17}{108\sqrt{2}}a_1b_3c_3 + \frac{1}{48\sqrt{2}}a_1c_3^2 - \frac{1}{144\sqrt{2}}b_2^2b_3 \\ - \frac{1}{108\sqrt{2}}b_2b_3^2 - \frac{5}{144\sqrt{2}}b_2c_3^2 - \frac{1}{3888\sqrt{2}}b_3^3 - \frac{17}{432\sqrt{2}}b_3c_3^2,$$

$$\alpha_{27}^{\Sigma^\pm\Lambda} = \frac{1}{320}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1^3 - \frac{1}{20\sqrt{6}}a_1^2b_2 - \frac{23}{960\sqrt{6}}a_1^2b_3 + \frac{11}{120\sqrt{6}}a_1^2c_3 - \frac{37}{960\sqrt{6}}a_1b_2b_3 \\ + \frac{5}{48\sqrt{6}}a_1b_2c_3 - \frac{79}{2880\sqrt{6}}a_1b_3^2 + \frac{7}{120\sqrt{6}}a_1b_3c_3 + \frac{11}{480\sqrt{6}}a_1c_3^2 - \frac{37}{2880\sqrt{6}}b_2^2b_3 \\ - \frac{37}{2160\sqrt{6}}b_2b_3^2 + \frac{5}{192\sqrt{6}}b_2c_3^2 - \frac{79}{25920\sqrt{6}}b_3^3 + \frac{7}{480\sqrt{6}}b_3c_3^2,$$

$$\alpha_1^{\Lambda p} = -\frac{23}{16\sqrt{6}}a_1^3 - \frac{53}{48\sqrt{6}}a_1^2b_2 + \frac{35}{48\sqrt{6}}a_1^2b_3 + \frac{7}{4\sqrt{6}}a_1^2c_3 - \frac{47}{48\sqrt{6}}a_1b_2^2 - \frac{43}{24\sqrt{6}}a_1b_2b_3 \\ + \frac{19}{12\sqrt{6}}a_1b_2c_3 - \frac{7}{48\sqrt{6}}b_2^3 - \frac{17}{16\sqrt{6}}a_1b_3^2 + \frac{47}{12\sqrt{6}}a_1b_3c_3 + \frac{7}{16\sqrt{6}}a_1c_3^2$$

$$-\frac{47}{144\sqrt{6}}b_2^2b_3 - \frac{43}{144\sqrt{6}}b_2b_3^2 + \frac{19}{48\sqrt{6}}b_2c_3^2 - \frac{17}{144\sqrt{6}}b_3^3 + \frac{47}{48\sqrt{6}}b_3c_3^2,$$

$$\begin{aligned} \alpha_8^{\Lambda p} &= \frac{11}{192\sqrt{2}}a_1^3 + \frac{65}{576\sqrt{2}}a_1^2c_2 + \frac{233}{576\sqrt{2}}a_1^2b_3 + \frac{5}{16\sqrt{2}}a_1^2c_3 + \frac{35}{576\sqrt{2}}a_1b_2^2 - \frac{59}{864\sqrt{2}}a_1b_2b_3 \\ &+ \frac{31}{144\sqrt{2}}a_1b_2c_3 + \frac{11}{576\sqrt{2}}b_2^3 - \frac{49}{576\sqrt{2}}a_1b_3^2 + \frac{95}{144\sqrt{2}}a_1b_3c_3 + \frac{5}{64\sqrt{2}}a_1c_3^2 + \frac{35}{1728\sqrt{2}}b_2^2b_3 \\ &- \frac{59}{5184\sqrt{2}}b_2b_3^2 + \frac{31}{576\sqrt{2}}b_2c_3^2 - \frac{49}{5184\sqrt{2}}b_3^3 + \frac{95}{576\sqrt{2}}b_3c_3^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{27}^{\Lambda p} &= \frac{9}{640}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1^3 + \frac{5}{128}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1^2b_2 - \frac{13}{640\sqrt{6}}a_1^2b_3 - \frac{1}{32\sqrt{6}}a_1^2c_3 + \frac{13}{128\sqrt{6}}a_1b_2^2 + \frac{119}{960\sqrt{6}}a_1b_2b_3 \\ &- \frac{11}{160\sqrt{6}}a_1b_2c_3 + \frac{3}{640}\sqrt{\frac{3}{2}}b_2^3 + \frac{47}{1920\sqrt{6}}a_1b_3^2 - \frac{1}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1b_3c_3 - \frac{1}{128\sqrt{6}}a_1c_3^2 + \frac{13}{384\sqrt{6}}b_2^2b_3 \\ &+ \frac{119}{5760\sqrt{6}}b_2b_3^2 - \frac{11}{640\sqrt{6}}b_2c_3^2 + \frac{47}{17280\sqrt{6}}b_3^3 - \frac{1}{128}\sqrt{\frac{3}{2}}b_3c_3^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1^{\Sigma^- n} &= \frac{23}{144}a_1^3 - \frac{13}{16}a_1^2b_2 + \frac{253}{432}a_1^2b_3 - \frac{1}{12}a_1^2c_3 - \frac{3}{16}a_1b_2^2 - \frac{49}{216}a_1b_2b_3 - \frac{17}{36}a_1b_2c_3 - \frac{7}{144}b_2^3 \\ &+ \frac{35}{432}a_1b_3^2 + \frac{37}{108}a_1b_3c_3 - \frac{1}{48}a_1c_3^2 - \frac{1}{16}b_2^2b_3 - \frac{49}{1296}b_2b_3^2 - \frac{17}{144}b_2c_3^2 + \frac{35}{3888}b_3^3 + \frac{37}{432}b_3c_3^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_8^{\Sigma^- n} &= -\frac{11}{576\sqrt{3}}a_1^3 - \frac{47}{576\sqrt{3}}a_1^2b_2 + \frac{407}{1728\sqrt{3}}a_1^2b_3 - \frac{5}{48\sqrt{3}}a_1^2c_3 - \frac{49}{576\sqrt{3}}a_1b_2^2 \\ &- \frac{43}{864\sqrt{3}}a_1b_2b_3 - \frac{1}{144\sqrt{3}}a_1b_2c_3 - \frac{5}{576\sqrt{3}}b_2^3 + \frac{49}{1728\sqrt{3}}a_1b_3^2 + \frac{65}{432\sqrt{3}}a_1b_3c_3 - \frac{5}{192\sqrt{3}}a_1c_3^2 \\ &- \frac{49}{1728\sqrt{3}}b_2^2b_3 - \frac{43}{5184\sqrt{3}}b_2b_3^2 - \frac{1}{576\sqrt{3}}b_2c_3^2 + \frac{49}{15552\sqrt{3}}b_3^3 + \frac{65}{1728\sqrt{3}}b_3c_3^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{27}^{\Sigma^- n} &= -\frac{3}{640}a_1^3 - \frac{53}{1920}a_1^2b_2 + \frac{13}{5760}a_1^2b_3 - \frac{7}{288}a_1^2c_3 - \frac{11}{1920}a_1b_2^2 + \frac{23}{2880}a_1b_2b_3 - \frac{19}{480}a_1b_2c_3 \\ &- \frac{11}{52}b_2^3 + \frac{113}{17280}a_1b_3^2 - \frac{5}{288}a_1b_3c_3 - \frac{7}{1152}a_1c_3^2 - \frac{11}{5760}b_2^2b_3 + \frac{23}{17280}b_2b_3^2 - \frac{19}{1920}b_2c_3^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1^{\Xi^- \Lambda} &= \frac{26}{48\sqrt{6}}a_1^3 + \frac{85}{48\sqrt{6}}a_1^2b_2 - \frac{179}{144\sqrt{6}}a_1^2b_3 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1^2c_3 + \frac{37}{48\sqrt{6}}a_1b_2^2 + \frac{89}{72\sqrt{6}}a_1b_2b_3 \\ &- \frac{1}{12\sqrt{6}}a_1b_2c_3 + \frac{7}{48\sqrt{6}}b_2^3 + \frac{59}{144\sqrt{6}}a_1b_3^2 - \frac{89}{36\sqrt{6}}a_1b_3c_3 - \frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1c_3^2 + \frac{37}{144\sqrt{6}}b_2^2b_3 \\ &+ \frac{89}{432\sqrt{6}}b_2b_3^2 + \frac{1}{48\sqrt{6}}b_2c_3^2 + \frac{59}{1296\sqrt{6}}b_3^3 - \frac{89}{144\sqrt{6}}b_3c_3^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_8^{\Xi^- \Lambda} &= -\frac{11}{576\sqrt{2}}a_1^3 - \frac{241}{576\sqrt{2}}a_1^2b_2 - \frac{49}{192\sqrt{2}}a_1^2b_3 - \frac{11}{144\sqrt{2}}a_1^2c_3 - \frac{97}{576\sqrt{2}}a_1b_2^2 - \frac{7}{32\sqrt{2}}a_1b_2b_3 \\ &- \frac{13}{144\sqrt{2}}a_1b_2c_3 - \frac{11}{576\sqrt{2}}b_2^3 - \frac{55}{1728\sqrt{2}}a_1b_3^2 - \frac{23}{144\sqrt{2}}a_1b_3c_3 + \frac{11}{576\sqrt{2}}a_1c_3^2 - \frac{97}{1728\sqrt{2}}b_2^2b_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{7}{192\sqrt{2}}b_2b_3^2 - \frac{13}{576\sqrt{2}}b_2c_3^2 - \frac{55}{15552\sqrt{2}}b_3^3 - \frac{23}{576\sqrt{2}}b_3c_3^3, \\
\alpha_{27}^{\Xi-\Lambda} &= -\frac{3}{640}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1^3 + \frac{7}{640}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1^2b_2 + \frac{127}{640\sqrt{6}}a_1^2b_3 - \frac{11}{160\sqrt{6}}a_1^2c_3 - \frac{43}{640\sqrt{6}}a_1b_2^2 \\
& -\frac{31}{960\sqrt{6}}a_1b_2b_3 + \frac{13}{160\sqrt{6}}a_1b_2c_3 - \frac{3}{640}\sqrt{\frac{3}{2}}b_2^3 + \frac{7}{384\sqrt{6}}a_1b_3^2 + \frac{23}{160\sqrt{6}}a_1b_3c_3 \\
& -\frac{11}{640\sqrt{6}}a_1c_3^2 - \frac{43}{1920\sqrt{6}}b_2^2b_3 - \frac{31}{5760\sqrt{6}}b_2b_3^2 + \frac{13}{640\sqrt{6}}b_2c_3^2 + \frac{7}{3456\sqrt{6}}b_3^3 + \frac{23}{640\sqrt{6}}b_3c_3^2, \\
\alpha_1^{\Xi-\Sigma^0} &= \frac{115}{144\sqrt{2}}a_1^3 + \frac{7}{48\sqrt{2}}a_1^2b_2 - \frac{31}{432\sqrt{2}}a_1^2b_3 - \frac{11}{12\sqrt{2}}a_1^2c_3 + \frac{19}{48\sqrt{2}}a_1b_2^2 \\
& + \frac{169}{216\sqrt{2}}a_1b_2b_3 - \frac{37}{36\sqrt{2}}a_1b_2c_3 + \frac{7}{144\sqrt{2}}b_2^3 + \frac{247}{432\sqrt{2}}a_1b_3^2 - \frac{193}{108\sqrt{2}}a_1b_3c_3 - \frac{11}{48\sqrt{2}}a_1c_3^2 \\
& + \frac{19}{144\sqrt{2}}b_2^2b_3 + \frac{169}{1296\sqrt{2}}b_2b_3^2 - \frac{37}{144\sqrt{2}}b_2c_3^2 + \frac{247}{3888\sqrt{2}}b_3^3 - \frac{193}{432\sqrt{2}}b_3c_3^2, \\
\alpha_8^{\Xi-\Sigma^0} &= -\frac{55}{576\sqrt{6}}a_1^3 + \frac{127}{576\sqrt{6}}a_1^2b_2 + \frac{419}{1728\sqrt{6}}a_1^2b_3 + \frac{47}{144\sqrt{6}}a_1^2c_3 + \frac{11}{576\sqrt{6}}a_1b_2^2 \\
& -\frac{109}{864\sqrt{6}}a_1b_2b_3 + \frac{59}{144\sqrt{6}}a_1b_2c_3 + \frac{5}{576\sqrt{6}}b_2^3 - \frac{3}{64}\sqrt{\frac{3}{2}}a_1b_3^2 + \frac{287}{432\sqrt{6}}a_1b_3c_3 + \frac{47}{576\sqrt{6}}a_1c_3^2 \\
& + \frac{11}{1728\sqrt{6}}b_2^2b_3 - \frac{109}{5184\sqrt{6}}b_2b_3^2 + \frac{59}{576\sqrt{6}}b_2c_3^2 - \frac{1}{64\sqrt{6}}b_3^3 + \frac{287}{1728\sqrt{6}}b_3c_3^2, \\
\alpha_{27}^{\Xi-\Sigma^0} &= -\frac{3}{128\sqrt{2}}a_1^3 - \frac{107}{1920\sqrt{2}}a_1^2b_2 - \frac{719}{5760\sqrt{2}}a_1^2b_3 + \frac{59}{1440\sqrt{2}}a_1^2c_3 + \frac{3}{640\sqrt{2}}a_1b_2^2 \\
& -\frac{31}{2880\sqrt{2}}a_1b_2b_3 - \frac{19}{480\sqrt{2}}a_1b_2c_3 + \frac{1}{1152\sqrt{2}}b_2^3 - \frac{371}{17280\sqrt{2}}a_1b_3^2 - \frac{29}{480\sqrt{2}}a_1b_3c_3 \\
& + \frac{59}{5760\sqrt{2}}a_1c_3^2 + \frac{1}{640\sqrt{2}}b_2^2b_3 - \frac{31}{17280\sqrt{2}}b_2b_3^2 - \frac{19}{1920\sqrt{2}}b_2c_3^2 \\
& -\frac{371}{155520\sqrt{2}}b_3^3 - \frac{29}{1920\sqrt{2}}b_3c_3^2, \\
\alpha_1^{\Xi^0\Sigma^+} &= \frac{115}{144}a_1^3 + \frac{7}{48}a_1^2b_2 - \frac{31}{432}a_1^2b_3 - \frac{11}{12}a_1^2c_3 + \frac{19}{48}a_1b_2^2 + \frac{119}{216}a_1b_2b_3 - \frac{37}{36}a_1b_2c_3 + \frac{7}{144}b_2^3 \\
& + \frac{247}{432}a_1b_3^2 - \frac{193}{108}a_1b_3c_3 - \frac{11}{48}a_1c_3^2 + \frac{19}{144}b_2^2b_3 + \frac{169}{1296}b_2b_3^2 - \frac{37}{144}b_2c_3^2 + \frac{247}{3888}b_3^3 - \frac{193}{432}b_3c_3^2, \\
\alpha_8^{\Xi^0\Sigma^+} &= -\frac{55}{572\sqrt{3}}a_1^3 + \frac{127}{576\sqrt{3}}a_1^2b_2 + \frac{419}{1728\sqrt{3}}a_1^2b_3 + \frac{47}{144\sqrt{3}}a_1^2c_3 + \frac{11}{576\sqrt{3}}a_1b_2^2 \\
& -\frac{109}{864\sqrt{3}}a_1b_2b_3 + \frac{59}{144\sqrt{3}}a_1b_2c_3 + \frac{5}{576\sqrt{3}}b_2^3 - \frac{3\sqrt{3}}{64}a_1b_3^2 + \frac{287}{432\sqrt{3}}a_1b_3c_3 + \frac{47}{576\sqrt{3}}a_1c_3^2 \\
& + \frac{11}{1728\sqrt{3}}b_2^2b_3 - \frac{109}{5184\sqrt{3}}b_2b_3^2 + \frac{59}{576\sqrt{3}}b_2c_3^2 - \frac{1}{64\sqrt{3}}b_3^3 + \frac{287}{1728\sqrt{3}}b_3c_3^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{27}^{\Xi^0 \Sigma^+} = & -\frac{3}{128} a_1^3 - \frac{107}{1920\sqrt{2}} a_1^2 b_2 - \frac{719}{5760} a_1^2 b_3 + \frac{59}{1440} a_1^2 c_3 + \frac{3}{640} a_1 b_2^2 - \frac{31}{2880} a_1 b_2 b_3 \\
 & - \frac{19}{480} a_1 b_2 c_3 + \frac{1}{1152} b_2^3 - \frac{371}{17280} a_1 b_2^2 - \frac{29}{480} a_1 b_3 c_3 + \frac{59}{5760} a_1 c_3^2 + \frac{1}{640} b_2^2 b_3 \\
 & - \frac{31}{17280} b_2 b_3^2 - \frac{19}{1920} b_2 c_3^2 - \frac{371}{155520} b_3^3 - \frac{29}{1920} b_3 c_3^2.
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

3.3. Acoplamientos axiales desde HB χ PT

Toda teoría física debe ser consistente con otras propuestas disponibles en la literatura. Esto va a ser verificado con los acoplamientos axiales evaluados en los formalismos HB χ PT y HB χ PT + 1/N_c. Iniciemos presentando los resultados que resumen todo lo calculado en el formalismo de bariones pesados [1, 2]. Posteriormente utilizaremos estos resultados como referencia para compararlos con lo obtenido al incluir la expansión 1/N_c de QCD en el desarrollo [61]. Preservando el formato del documento, mostraremos las contribuciones de los diagramas (3.1-a+b+c) evaluados en HB χ PT:

$$\delta g_1^{B_1 B_2} = \gamma_\pi^{B_1 B_2} F^{(1)}(m_\pi, 0, \mu) + \gamma_K^{B_1 B_2} F^{(1)}(m_K, 0, \mu) + \gamma_\eta^{B_1 B_2} F^{(1)}(m_\eta, 0, \mu), \tag{3.39}$$

con los coeficientes $\gamma_{\Pi}^{B_1 B_2}$ definidos en el siguiente listado:

$$\begin{aligned}
 \gamma_\pi^{pn} &= -2(D+F)^3 - \frac{2}{9}(D+F)\mathcal{C}^2 - \frac{51}{80}\mathcal{C}^2\mathcal{H}, \\
 \gamma_K^{pn} &= -\frac{1}{6}(13D^3 - D^2F + 3DF^2 + 33F^3) + \frac{1}{18}(3D - 5F)\mathcal{C}^2 - \frac{10}{81}\mathcal{C}^2\mathcal{H}, \\
 \gamma_\eta^{pn} &= -\frac{1}{3}(D^3 - 5D^2F + 3DF^2 + 9F^3), \\
 \gamma_\pi^{\Sigma^- \Lambda} &= -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} \left[D(7D^2 + 3F^2) + \frac{1}{12}(29D - 24F)\mathcal{C}^2 + \frac{5}{9}\mathcal{C}^2\mathcal{H} \right], \\
 \gamma_K^{\Sigma^- \Lambda} &= -\frac{1}{\sqrt{6}} \left[D(3D^2 + 13F^2) + \frac{8}{9}(D - 3F)\mathcal{C}^2 + \frac{5}{27}\mathcal{C}^2\mathcal{H} \right], \\
 \gamma_\eta^{\Sigma^- \Lambda} &= -\frac{1}{6\sqrt{6}} D(8D^2 - \mathcal{C}^2), \\
 \gamma_\pi^{\Lambda p} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{1}{8}(9D^3 + 81D^2F + 75DF^2 + 27F^3) - \frac{1}{12}(23D - 51F)\mathcal{C}^2 + \frac{10}{9}\mathcal{C}^2\mathcal{H} \right], \\
 \gamma_K^{\Lambda p} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{1}{12}(31D^3 + 15D^2F + 9DF^2 + 297F^3) - \frac{1}{4}(D - 5F)\mathcal{C}^2 + \frac{5}{9}\mathcal{C}^2\mathcal{H} \right], \\
 \gamma_\eta^{\Lambda p} &= \frac{1}{24\sqrt{6}} (19D^3 + 27D^2F - 63DF^2 + 81F^3),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_{\pi}^{\Sigma^- n} &= -\frac{1}{24} (35D^3 + 23D^2F + 33DF^2 - 123F^3) - \frac{1}{18} (17D - 41F) \mathcal{C}^2 + \frac{10}{81} \mathcal{H}\mathcal{C}^2, \\
 \gamma_K^{\Sigma^- n} &= -\frac{1}{12} (31D^3 - 53D^2F + 57DF^2 - 51F^3) - \frac{1}{36} (35D - 59F) \mathcal{C}^2 + \frac{5}{81} \mathcal{H}\mathcal{C}^2, \\
 \gamma_{\eta}^{\Sigma^- n} &= -\frac{1}{24} (11D^3 - 17D^2F + 33DF^2 - 27F^3) - \frac{1}{36} (13D - 21F) \mathcal{C}^2, \\
 \gamma_{\pi}^{\Xi^- \Lambda} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{1}{8} (9D^3 - 81D^2F + 75DF^2 - 27F^3) + \frac{4}{3} (D - 3F) \mathcal{C}^2 - \frac{5}{9} \mathcal{H}\mathcal{C}^2 \right], \\
 \gamma_K^{\Xi^- \Lambda} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{1}{12} (31D^3 - 15D^2F + 9DF^2 - 297F^3) + \frac{1}{4} (9D - 19F) \mathcal{C}^2 - \frac{5}{9} \mathcal{H}\mathcal{C}^2 \right], \\
 \gamma_{\eta}^{\Xi^- \Lambda} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{1}{24} (19D^3 - 27D^2F - 63DF^2 - 81F^3) + \frac{1}{12} (11D - 9F) \mathcal{C}^2 \right], \\
 \gamma_{\pi}^{\Xi^- \Sigma^0} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{1}{24} (35D^3 - 23D^2F + 33DF^2 + 123F^3) + \frac{1}{36} (D - 7F) \mathcal{C}^2 - \frac{10}{81} \mathcal{H}\mathcal{C}^2 \right], \\
 \gamma_K^{\Xi^- \Sigma^0} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{1}{12} (31D^3 + 53D^2F + 57DF^2 + 51F^3) + \frac{1}{36} (3D - 5F) \mathcal{C}^2 - \frac{35}{81} \mathcal{H}\mathcal{C}^2 \right], \\
 \gamma_{\eta}^{\Xi^- \Sigma^0} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{1}{24} (11D^3 + 17D^2F + 33DF^2 + 27F^3) - \frac{1}{6} (D + F) \mathcal{C}^2 - \frac{5}{27} \mathcal{H}\mathcal{C}^2 \right], \\
 \gamma_{\pi}^{\Xi^0 \Sigma^+} &= -\frac{1}{24} (35D^3 - 23D^2F + 33DF^2 + 123F^3) + \frac{1}{36} (D - 7F) \mathcal{C}^2 - \frac{10}{81} \mathcal{H}\mathcal{C}^2, \\
 \gamma_K^{\Xi^0 \Sigma^+} &= -\frac{1}{12} (31D^3 + 53D^2F + 57DF^2 + 51F^3) + \frac{1}{36} (3D - 5F) \mathcal{C}^2 - \frac{35}{81} \mathcal{H}\mathcal{C}^2, \\
 \gamma_{\eta}^{\Xi^0 \Sigma^+} &= -\frac{1}{24} (11D^3 + 17D^2F + 33DF^2 + 27F^3) - \frac{1}{6} (D + F) \mathcal{C}^2 - \frac{5}{27} \mathcal{H}\mathcal{C}^2. \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

Al sustituir estos coeficientes en (3.39) y aplicar el límite de quarks no-masivos $m_u = m_d = 0$, tendremos expresiones que pueden compararse directamente con (3.36) y sus coeficientes (3.38)³.

3.4. Comparativo en el límite de degeneración $\frac{\Delta}{m} = 0$

Con el objetivo de comparar los resultados obtenidos en la teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados y la teoría que además implementa la expansión $1/N_c$ de QCD, vamos a ordenar las expresiones que fueron obtenidas en secciones anteriores.

Primeramente, en las expresiones (3.39, 3.40) tenemos toda la información relativa a los acoplamientos axiales δg_A obtenidos desde HB χ PT. Por otra parte, tenemos los resultados

³Se necesita la relación de Gell-Mann Okubo para escribir m_{η} en términos de m_K , y conservar los logaritmos quirales al tomar el límite.

obtenidos desde formalismo que incluye la expansión $1/Nc$ (3.36, 3.37, 3.38). Aquí debemos remarcar que los distintos $\alpha_{\mathbf{r}}^{B_1 B_2}$ de (3.37) se caracterizan por las representaciones \mathbf{r} .

Motivados por el último argumento definiremos a:

$$\delta g_1^{B_1 B_2} = \gamma_{\mathbf{1}}^{B_1 B_2} F_{\mathbf{1}}^{(1)} + \gamma_{\mathbf{8}}^{B_1 B_2} F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \gamma_{\mathbf{27}}^{B_1 B_2} F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (3.41)$$

expresión que representa toda aportación de los lazos (3.1-a+b+c) a los acoplamientos axiales. Es de particular importancia mencionar que las funciones $F_{\mathbf{r}}^{(1)}$ se comparten en ambos formalismos. Observe que a diferencia de (3.39), aquí aparecen los parámetros $\gamma_{\mathbf{r}}^{B_1 B_2}$ relativos a las representaciones del sabor. Estos parámetros están definidos por:

$$\begin{aligned} \gamma_{\mathbf{1}}^{B_1 B_2} &= -(\gamma_{\pi}^{B_1 B_2} + \gamma_K^{B_1 B_2} + \gamma_{\eta}^{B_1 B_2}), \\ \gamma_{\mathbf{8}}^{B_1 B_2} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \left[\gamma_{\pi}^{B_1 B_2} - \frac{1}{2} \gamma_K^{B_1 B_2} - \gamma_{\eta}^{B_1 B_2} \right], \\ \gamma_{\mathbf{27}}^{B_1 B_2} &= -\frac{3}{40} \left[\gamma_{\pi}^{B_1 B_2} - 3\gamma_K^{B_1 B_2} + 9\gamma_{\eta}^{B_1 B_2} \right]. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Ahora presentamos la relación entre los acoplamientos barión-mesón D, F, \mathcal{C} y \mathcal{H} con los parámetros a_1, b_2, b_3, c_3 :

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{6}b_3, & F &= \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{6}b_2 + \frac{1}{9}b_3, \\ \mathcal{C} &= -a_1 - \frac{1}{2}c_3, & \mathcal{H} &= -\frac{3}{2}a_1 - \frac{3}{2}b_2 - \frac{5}{2}b_3, \end{aligned} \quad (3.43)$$

al emplear estas relaciones podemos notar la equivalencia total entre los coeficientes:

$$\alpha_{\mathbf{r}}^{B_1 B_2} = \gamma_{\mathbf{r}}^{B_1 B_2}. \quad (3.44)$$

En otras palabras, hemos mostrado que los resultados obtenidos bajo la aplicación del límite de degeneración en [61], coinciden término a término con los presentados en [1, 2]. En este sentido concluimos que los formalismos HB χ PT y HB χ PT+1/Nc son congruentes.

3.5. Correcciones totales a la corriente vectorial axial

En apartado anterior nos centramos en la corriente vectorial axial evaluada en el límite de degeneración. En el presente vamos a incluir cada una de las correcciones que provienen de los lazos de mesones y las originadas por el rompimiento de la simetría SU(3). Una vez que

se presenten todas las aportaciones a los acoplamientos axiales, será el momento de proceder con los ajustes basados en datos experimentales.

Iniciemos asignando etiquetas a los componentes de la corriente vectorial axial:

$$A^{kc} + \delta A^{kc} = A^{kc} + \delta A_{\text{IL}}^{kc} + \delta A_{\text{SB}}^{kc}, \quad (3.45)$$

cabe aclarar la indexación empleada, $\delta A_{\text{IL}}^{kc}$ representa las aportaciones de los lazos (3.1-a+b+c+d), mientras que $\delta A_{\text{SB}}^{kc}$ representa las contribuciones por rompimiento de simetría.

Las aportaciones de los lazos $\delta A_{\text{IL}}^{kc}$ se han presentado en las secciones anteriores. Ahora nos ocuparemos de las contribuciones originadas por el rompimiento de simetría. Sean:

$$\begin{aligned} \delta A_{\text{SB}}^{kc} = & d_1 d^{c8e} G^{ke} + d_2 \frac{1}{N_c} d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + d_3 \frac{1}{N_c} (\{G^{kc}, T^8\} - \{G^{k8}, T^c\}) \\ & + d_4 \frac{1}{N_c} (\{G^{kc}, T^8\} + \{G^{k8}, T^c\}) . \end{aligned} \quad (3.46)$$

Podemos observar que los operadores en esta expresión son conocidos y por ende, cada aportación que proviene de ellos se encuentra en los elementos de matriz listados en las tablas (3.1, B.2, B.4).

3.5.1. Rompimiento de simetría y la carga vectorial f_1

Los efectos del rompimiento de simetría pueden cuantificarse. Este tema de estudio ha sido llevado a cabo en diferentes trabajos [42, 52, 53, 73–75]. Principalmente, podemos establecer un coeficiente como indicador de estos efectos, tal cantidad implica explícitamente la corriente vectorial definida en (2.1). Debido al enfoque de esta tesis, nos limitamos a resumir el desarrollo de este observable con la presentación de las expresiones necesarias para establecer el cociente:

$$\frac{f_1}{f_1^{\text{SU}(3)}} - 1. \quad (3.47)$$

que es una medida de la magnitud del efecto del rompimiento de la simetría $\text{SU}(3)$ de sabor.

Tal y como se mencionó en el capítulo introductorio, solo el componente cero de la corriente vectorial es distinto de cero en $\text{HB}\chi\text{PT}+1/N_c$. Por esta razón, definiremos las cargas vectoriales como los elementos de matriz del operador (2.34). Esta definición se relaciona directamente al factor f_1 en simetría:

$$f_1^{\text{SU}(3)} = \langle B | V^{0c} | B' \rangle . \quad (3.48)$$

Por otra parte, las correcciones perturbativas δV^c se obtienen de los lazos (a,b,c,d) presentados y evaluados en [52]. Con la información precedente definamos el factor f_1 por:

$$f_1 = \langle B | V^c + \delta V^c | B' \rangle , \quad (3.49)$$

bajo estas definiciones, las expresiones para el indicador del rompimiento en cada proceso son:

$$\begin{aligned} \left[\frac{f_1}{f_1^{SU(3)}} \right]_{\Lambda p} &= 1 + \left[\frac{3}{8} + \frac{17}{32} a_1^2 + \frac{3}{16} a_1 b_2 + \frac{17}{48} a_1 b_3 + \frac{1}{32} b_2^2 + \frac{1}{16} b_2 b_3 + \frac{17}{288} b_3^2 \right] \\ &\quad \times H(m_\pi, m_K) + \left[\frac{3}{8} + \frac{9}{32} a_1^2 + \frac{3}{16} a_1 b_2 + \frac{3}{16} a_1 b_3 + \frac{1}{32} b_2^2 + \frac{1}{16} b_2 b_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{32} b_3^2 \right] H(m_K, m_\eta) + \left[-\frac{1}{4} a_1^2 - \frac{1}{4} a_1 c_3 - \frac{1}{16} c_3^2 \right] K(m_\pi, m_K, \Delta) , \\ \left[\frac{f_1}{f_1^{SU(3)}} \right]_{\Sigma^- n} &= 1 + \left[\frac{3}{8} - \frac{7}{32} a_1^2 - \frac{1}{16} a_1 b_2 - \frac{7}{48} a_1 b_3 + \frac{1}{32} b_2^2 - \frac{1}{48} b_2 b_3 - \frac{7}{288} b_3^2 \right] \\ &\quad \times H(m_\pi, m_K) + \left[\frac{3}{8} + \frac{1}{32} a_1^2 - \frac{1}{16} a_1 b_2 + \frac{1}{48} a_1 b_3 + \frac{1}{32} b_2^2 - \frac{1}{48} b_2 b_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{288} b_3^2 \right] H(m_K, m_\eta) + \left[\frac{1}{2} a_1^2 + \frac{1}{2} a_1 c_3 + \frac{1}{8} c_3^2 \right] K(m_\pi, m_K, \Delta) \\ &\quad + \left[\frac{1}{4} a_1^2 + \frac{1}{4} a_1 c_3 + \frac{1}{16} c_3^2 \right] K(m_K, m_\eta, \Delta) , \\ \left[\frac{f_1}{f_1^{SU(3)}} \right]_{\Xi^- \Lambda} &= 1 + \left[\frac{3}{8} + \frac{9}{32} a_1^2 + \frac{1}{16} a_1 b_2 + \frac{3}{16} a_1 b_3 + \frac{1}{32} b_2^2 + \frac{1}{48} b_2 b_3 + \frac{1}{32} b_3^2 \right] \\ &\quad \times H(m_\pi, m_K) + \left[\frac{3}{8} + \frac{1}{32} a_1^2 + \frac{1}{16} a_1 b_2 + \frac{1}{48} a_1 b_3 + \frac{1}{32} b_2^2 + \frac{1}{48} b_2 b_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{288} b_3^2 \right] H(m_K, m_\eta) + \left[\frac{1}{4} a_1^2 + \frac{1}{4} a_1 c_3 + \frac{1}{16} c_3^2 \right] K(m_K, m_\eta, \Delta) , \\ \left[\frac{f_1}{f_1^{SU(3)}} \right]_{\Xi^- \Sigma^0} &= 1 + \left[\frac{3}{8} + \frac{17}{32} a_1^2 + \frac{5}{16} a_1 b_2 + \frac{17}{48} a_1 b_3 + \frac{1}{32} b_2^2 + \frac{5}{48} b_2 b_3 + \frac{17}{288} b_3^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times H(m_\pi, m_K) + \left[\frac{3}{8} + \frac{25}{32}a_1^2 + \frac{5}{16}a_1b_2 + \frac{25}{48}a_1b_3 + \frac{1}{32}b_2^2 + \frac{5}{48}b_2b_3 \right. \\
 & \left. + \frac{25}{288}b_3^2 \right] H(m_K, m_\eta) + \left[-\frac{1}{4}a_1^2 - \frac{1}{4}a_1c_3 - \frac{1}{16}c_3^2 \right] K(m_\pi, m_K, \Delta) \\
 & + \left[-\frac{1}{2}a_1^2 - \frac{1}{2}a_1c_3 - \frac{1}{8}c_3^2 \right] K(m_K, m_\eta, \Delta) , \\
 \left[\frac{f_1}{f_1^{SU(3)}} \right]_{\Xi^0\Sigma^+} & = 1 + \left[\frac{3}{8} + \frac{25}{32}a_1^2 + \frac{5}{16}a_1b_2 + \frac{25}{48}a_1b_3 + \frac{1}{32}b_2^2 + \frac{5}{48}b_2b_3 + \frac{25}{288}b_3^2 \right] \\
 & \times H(m_\pi, m_K) + \left[\frac{3}{8} + \frac{25}{32}a_1^2 + \frac{5}{16}a_1b_2 + \frac{25}{48}a_1b_3 + \frac{1}{32}b_2^2 + \frac{5}{48}b_2b_3 \right. \\
 & \left. + \frac{25}{288}b_3^2 \right] H(m_K, m_\eta) + \left[-\frac{1}{4}a_1^2 - \frac{1}{4}a_1c_3 - \frac{1}{16}c_3^2 \right] K(m_\pi, m_K, \Delta) \\
 & + \left[-\frac{1}{2}a_1^2 - \frac{1}{2}a_1c_3 - \frac{1}{8}c_3^2 \right] K(m_K, m_\eta, \Delta) , \tag{3.50}
 \end{aligned}$$

donde las funciones $K(m_1, m_2, \Delta)$ y $H(m_1, m_2)$ en (3.50) son:

$$\begin{aligned}
 K(m_1, m_2, \Delta) & \equiv 2I_a(m_1, m_2, \Delta, \mu; 0) + F^{(1)}(m_1, \Delta, \mu) + F^{(1)}(m_2, \Delta, \mu) , \\
 H(m_1, m_2) & \equiv \lim_{\Delta \rightarrow 0} K(m_1, m_2, \Delta) = \frac{1}{16\pi^2 f^2} \left[-\frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2) + \frac{m_1^2 m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} \right] . \tag{3.51}
 \end{aligned}$$

en estas expresiones aparece la primera derivada de la función $F(m, \Delta, \mu)$ definida en (3.2):

$$\begin{aligned}
 16\pi^2 f^2 F^{(1)}(m, \Delta, \mu) & = (m^2 - 2\Delta^2) \left[\lambda_\epsilon + 1 - \ln \frac{m^2}{\mu^2} \right] - 2\Delta^2 \tag{3.52} \\
 & - \begin{cases} 4\Delta\sqrt{m^2 - \Delta^2} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left[\frac{\Delta}{\sqrt{m_1^2 - \Delta^2}} \right] \right] , & |\Delta| < m \\ 2\Delta\sqrt{m^2 - \Delta^2} \left[-2\pi i + \ln \left[\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m_2^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m_2^2}} \right] \right] , & |\Delta| > m. \end{cases} \tag{3.53}
 \end{aligned}$$

También necesitamos la expresión que define a $I_a(m_1, m_2, \Delta, \mu; 0)$:

$$\begin{aligned}
 32\pi^2 f^2 I_a(m_1, m_2, \Delta, \mu; 0) & = -(m_1^2 + m_2^2 - 4\Delta^2) \lambda_\epsilon - \frac{3}{2}(m_1^2 + m_2^2) + \frac{28}{3}\Delta^2 \\
 & + \frac{1}{3(m_1^2 - m_2^2)} \left[(3m_1^4 - 12m_1^2\Delta^2 + 8\Delta^4) \ln \frac{m_1^2}{\mu^2} - (3m_2^4 - 12m_2^2\Delta^2 + 8\Delta^4) \ln \frac{m_2^2}{\mu^2} \right] \\
 & + \frac{8}{3} \frac{\Delta}{m_1^2 - m_2^2} R(m_1, m_2, \Delta) , \tag{3.54}
 \end{aligned}$$

aquí, la función $R(m_1, m_2, \Delta)$ depende de los valores de sus parámetros m_1, m_2 y $|\Delta|$:

$$R(m_1, m_2, \Delta) = \begin{cases} \begin{aligned} & 2(m_1^2 - \Delta^2)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left[\frac{\Delta}{\sqrt{m_1^2 - \Delta^2}} \right] \right] \\ & - 2(m_2^2 - \Delta^2)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left[\frac{\Delta}{\sqrt{m_2^2 - \Delta^2}} \right] \right], \end{aligned} & |\Delta| < m_2 < m_1 \\ \begin{aligned} & -(\Delta^2 - m_1^2)^{\frac{3}{2}} \ln \left[\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m_1^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m_1^2}} \right] \\ & - 2(m_2^2 - \Delta^2)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left[\frac{\Delta}{\sqrt{m_2^2 - \Delta^2}} \right] \right], \end{aligned} & m_1 < |\Delta| < m_2 \\ \begin{aligned} & -(\Delta^2 - m_1^2)^{\frac{3}{2}} \ln \left[\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m_2^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m_2^2}} \right] \\ & - (\Delta^2 - m_2^2)^{\frac{3}{2}} \ln \left[\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m_2^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m_2^2}} \right], \end{aligned} & m_1 < m_2 < |\Delta| \end{cases} \quad (3.55)$$

donde la parte divergente de las funciones es $\lambda_\epsilon = \frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln(4\pi)$.

En base a lo presentado en esta sección podemos concluir que el estudio del rompimiento de simetría puede cuantificarse con el indicador (3.47). Podemos notar que este observable depende de los parámetros del operador de corriente axial a_1, b_2, b_3, c_3 , que se determinan con regresiones numéricas.

3.6. Análisis Numérico

Observe que en este punto de la tesis se han acumulado un conjunto de parámetros. Primero tenemos a los que son parte de la definición del operador de corriente vectorial axial A^{kc} ; este operador posee cuatro parámetros en el valor físico de colores, $N_c = 3$: a_1, b_2, b_3 y c_3 .

Por otra parte, el operador del rompimiento de simetría $\delta A_{\text{SB}}^{kc}$ ha introducido a cuatro nuevos: d_1, d_2, d_3 y d_4 . Esto implica que nuestro estudio de la corriente vectorial axial nos lleva a determinar los valores numéricos de los parámetros en los operadores del formalismo. Estos parámetros deben emplearse para dar una predicción de los acoplamientos en la teoría quiral $\mathcal{D}, \mathcal{F}, \mathcal{C}$ y \mathcal{H} . Esto da paso a la asignación de valores para los acoplamientos axiales g_A , constantes indispensables para evaluar los efectos del rompimiento de simetría en la carga vectorial y posteriormente a los momentos magnéticos de bariones.

Previo a la presentación de las tablas que resumen el proceso del ajuste experimental donde se encuentran los valores de los acoplamientos axiales y las cargas vectoriales, cabe aclarar el origen de la información que se ha empleado.

Los datos utilizados para obtener los parámetros del octete de bariones provienen de las

	Ajuste A	Ajuste B
a_1	1,11 (0,05)	1,20 (0,07)
b_2	-0,53 (0,09)	-1,60 (0,18)
b_3	-0,62 (0,21)	1,25 (0,07)
c_3	-0,20 (0,19)	0,46 (0,09)
d_1	0,33 (0,05)	0,76 (0,12)
d_2	-1,45 (0,23)	-0,65 (0,25)
d_3	0,37 (0,03)	0,35 (0,08)
d_4	0,30 (0,07)	-0,01 (0,07)
D	0,45 (0,01)	0,81 (0,04)
F	0,21 (0,02)	0,27 (0,01)
\mathcal{C}	-1,01 (0,05)	-1,43 (0,04)
\mathcal{H}	0,68 (0,54)	-2,52 (0,06)
F/D	0,47 (0,03)	0,34 (0,02)
$3F - D$	0,19 (0,05)	0,01 (0,05)
χ^2/dof	28,8/4	8,8/4

Tabla 3.3: Valores de los parámetros y acoplamientos en la vectorial corriente axial. El fit Ajuste A está asociado al observable evaluado en límite de degeneración (3.26). El fit Ajuste B incorpora parcialmente en sí el estudio realizado con una y dos inserciones de masa.

tazas del decaimiento en procesos semi-leptónicos, los cocientes entre los acoplamientos vectoriales y axiales f_1/g_1 , los coeficientes de correlación angular y los coeficientes de asimetría en el espín publicados en [54]. En el caso de la decupleta de bariones se tienen las relaciones de Goldberger-Treiman, con las que es posible determinar los acoplamientos axiales g desde las amplitudes de decaimiento fuertes (observe [9]).

Para realizar el ajuste numérico se ha considerado el procedimiento de mínimos cuadrados implementado en el artículo [52]. El conjunto de datos que corresponden al cociente $\frac{f_1}{g_1}$, y al acoplamiento g que han sido utilizados en el ajuste de parámetros pertenecen a curvas experimentales. Por otra parte, la información que se ha empleado en el estudio de la carga vectorial f_1 tiene su origen en curvas teóricas.

Cada una de las tablas distribuidas en la sección de análisis numérico son parte de los resultados presentados y analizados en el artículo [61].

Primeramente, tenemos a la tabla (3.3). En ella se han listado los valores obtenidos de cada uno de los parámetros y acoplamientos que se requieren para formar las expresiones de la corriente vectorial axial. En la tabla podemos notar que se han elaborado dos clases de análisis numéricos. Cabe destacar que ambos ajustes consideran a las contribuciones de los lazos de mesones y los efectos del rompimiento de la simetría. El primer análisis es el de la

columna con nombre "Ajuste A". En esta columna se han presentado los resultados obtenidos con las expresiones teóricas de los acoplamientos axiales para el límite de degeneración. Aquí debemos destacar que estudio tiene en consideración a todos los operadores que contribuyen a los acoplamientos axiales para el valor físico del número de colores $N_c = 3$. La columna con la etiqueta "Ajuste B" incluye resultados más elaborados y completos. Entre otras características, en este ajuste se han considerado parcialmente los operadores que corresponden a las correcciones con inserciones de una y dos masas. Por lo completo de este ajuste, sus parámetros son los mejores obtenidos y serán utilizados durante el desarrollo del observable de momentos magnéticos. Cabe aclarar que los errores marcados en los paréntesis de la tabla tienen origen solo en el ajuste numérico correspondiente.

Proc.	Total	Tree	SB	Fig. (3.1-a+b+c), $\mathcal{O}(\Delta^0)$			Fig. (3.1-d)		
				1	8	27	1	8	27
np	1,270	0,664	0,336	0,269	-0,119	-0,001	0,179	-0,060	0,001
$\Sigma^\pm\Lambda$	0,598	0,369	0,078	0,127	-0,043	0,000	0,100	-0,033	0,001
Λp	-0,89	-0,444	-0,150	-0,203	0,046	-0,001	-0,120	-0,020	0,003
Σ^-n	0,328	0,239	-0,042	0,042	0,016	-0,001	0,065	0,011	-0,001
$\Xi^-\Lambda$	0,187	0,076	0,048	0,076	-0,039	0,004	0,020	0,003	0,000
$\Xi^-\Sigma^0$	0,726	0,470	-0,119	0,190	0,042	-0,002	0,127	0,021	-0,003
$\Xi^0\Sigma^+$	1,027	0,664	-0,168	0,269	0,060	-0,003	0,179	0,030	-0,004
ΔN	-2,030	-1,008	-0,579	-0,408	0,151	-0,002	-0,272	0,091	-0,002
$\Sigma^*\Lambda$	-1,737	-1,008	-0,191	-0,408	0,053	0,000	-0,272	0,091	-0,002
$\Sigma^*\Sigma$	-1,694	-1,008	-0,104	-0,408	0,019	-0,010	-0,272	0,091	-0,002
$\Xi^*\Xi$	-1,413	-1,008	0,241	-0,408	-0,062	0,008	-0,272	0,091	-0,002

Tabla 3.4: Valores obtenidos para los acoplamientos axiales en el límite de degeneración, $\Delta=0$. Las cuatro primeras columnas hacen referencia a el proceso, y a los valores acumulados del observable. El resto de las columnas muestra las contribuciones clasificando la información por los lazos de origen y su representación de sabor correspondiente.

Durante el procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados se han utilizado los valores físicos de las masas de los mesones y bariones, estos han sido extraídos del reporte experimental [54]. Por otra parte, se han empleado los valores de datos adicionales como la masa hiperfina (la diferencia media de masas entre los miembros del octete y decupleta de bariones) $\Delta = 0,231$ GeV, la escala de renormalización $\mu = 1$ GeV, y los valores establecidos para los coeficientes V_{ud} y V_{us} de la matriz CKM.

En la tabla (3.4) se reportan las primeras predicciones elaboradas sobre los acoplamientos axiales g_A para cada uno de los distintos procesos. En este primer análisis, los datos mostrados

Proc.	Total	Tree	SB	Fig. (3.1-a+b+c) $\mathcal{O}(\Delta^0)$			Fig. (3.1-a+b+c) $\mathcal{O}(\Delta)$			Fig. (3.1-a+b+c) $\mathcal{O}(\Delta^2)$			Fig. (3.1-d)		
				1	8	27	1	8	27	1	8	27	1	8	27
np	1.270	1.080	0.426	0.061	0.049	0.007	0.232	-0.111	-0.002	-0.446	-0.220	-0.003	0.292	-0.097	0.002
$\Sigma^\pm \Lambda$	0.600	0.660	0.178	0.324	-0.072	-0.004	-0.269	-0.028	0.000	-0.281	-0.031	0.002	0.178	-0.059	0.001
Λp	-0.816	-0.663	0.016	0.250	-0.186	0.004	-0.553	0.173	-0.002	0.265	0.087	-0.002	-0.179	-0.030	0.004
$\Sigma^- n$	0.3.26	0.535	0.001	0.733	-0.061	-0.002	-0.891	0.094	0.000	-0.242	-0.007	-0.001	0.145	0.024	-0.003
$\Xi^- \Lambda$	0.221	0.004	0.080	-0.574	-0.062	-0.003	0.822	-0.045	0.004	0.016	-0.024	0.003	0.001	0.000	0.000
$\Xi^- \Sigma^0$	0.840	0.764	-0.151	0.043	-0.017	0.004	0.164	0.039	-0.002	-0.315	0.078	-0.003	0.206	0.034	-0.005
$\Xi^0 \Sigma^+$	1.188	1.080	-0.213	0.061	-0.025	0.006	0.232	0.056	-0.002	-0.446	0.110	-0.004	0.292	0.049	-0.006
ΔN	-2.037	-1.428	-0.627	-0.647	-0.012	-0.010	0.223	-0.157	-0.018	0.630	0.266	0.004	-0.386	0.128	-0.003
$\Sigma^* \Lambda$	-1.712	-1.428	-0.436	-0.647	0.030	0.020	0.223	-0.001	0.007	0.630	0.154	-0.003	-0.386	0.128	-0.003
$\Sigma^* \Sigma$	-1.738	-1.428	-0.019	-0.647	0.185	-0.012	0.223	-0.228	-0.013	0.630	-0.154	-0.014	-0.386	0.128	-0.003
$\Xi^* \Xi$	-1.390	-1.428	-0.037	-0.647	0.149	0.009	0.223	0.042	0.045	0.630	-0.112	-0.005	-0.386	0.128	-0.003

Tabla 3.5: Valores de los acoplamientos axiales obtenidos en los mejores ajustes. En el procedimiento se han considerado las contribuciones parciales de operadores con una y dos inserciones de masa. Las primeras columnas hacen referencia al proceso, y a los valores acumulados: **Total**, **Tree** y **SB**. Las demás etiquetan las contribuciones clasificándolas por los lazos de origen, representación de sabor y el orden con respecto a las inserciones de masa.

	Ajuste A	Ajuste B	Ref. [55]	LQCD [23]
Λp	-0,028	-0,067	-0,067 (15)	-0,05 (2)
$\Sigma^- n$	-0,043	-0,028	-0,025 (10)	-0,02 (3)
$\Xi^- \Lambda$	-0,034	-0,060	-0,053 (10)	-0,06 (4)
$\Xi^- \Sigma^0$	-0,024	-0,049	-0,068 (17)	-0,05 (2)
$\Xi^0 \Sigma^+$	-0,024	-0,049		

Tabla 3.6: Indicador del rompimiento de simetría formado con la carga vectorial $f_1: \frac{f_1}{f_1^{\text{SU}(3)}} - 1$.

en la tabla se obtienen de los ajustes con los resultados teóricos obtenidos en el límite de degeneración. En este sentido podemos decir que esta información es congruente al "Ajuste A" de (3.3). El operador al que hace referencia puede observarse en la expresión (3.26) de la sección dedicada al límite de degeneración. Dentro de las tablas, las columnas distinguen el origen de las contribuciones: los acumulados **Total**, **Tree** y **SB**; las clasificaciones por lazos: (**Fig. 3.1-a+b+c, d**), y sus representaciones de sabor **{1, 8, 27}**.

Por su parte, en la tabla (3.5) se presentan las predicciones elaboradas con los resultados teóricos más completos. Esta información se asocia directamente a los parámetros del mejor ajuste elaborado, el "Ajuste B" de (3.3). El origen de los desarrollos complementarios a esta tesis se encuentra en el artículo [63]. Este trabajo destaca por incluir en forma parcial las aportaciones de los operadores con ordenes $\mathcal{O}(\Delta)$ y $\mathcal{O}(\Delta^2)$. La información proveniente de esta referencia se observa en las columnas correspondientes. Los operadores que originan estas aportaciones a los acoplamientos axiales aparecen explícitamente en la expresión (3.20) de la sección de corriente axial renormalizada.

Finalicemos aclarando el contenido de la tabla (3.6). La columna con el título "Ajuste A" muestra los valores obtenidos para el indicador del rompimiento de simetría que utilizan los parámetros del ajuste A en la tabla (3.3). Podemos notar que los valores coinciden en el orden de magnitud con los datos de las otras columnas, aun cuando no se han tomado en cuenta las aportaciones de operadores con ordenes más altos (con respecto al límite de degeneración). Por otra parte, debemos resaltar los valores numéricos del indicador del rompimiento de simetría "Ajuste B", elaborado con los mejores resultados teóricos que hemos desarrollado en este trabajo. Aquí podemos destacar la congruencia entre los valores obtenidos con respecto a los presentados en los trabajos de referencia. En principio, puede observarse el gran acuerdo con los resultados obtenidos en la expansión ξ del formalismo combinado implementado en [55], y también con los evaluados en lattice QCD de [23]. Por último desatacaremos la predicción elaborada para el proceso $\Xi^0 \Sigma^+$, cálculo que no tiene contraparte en la literatura.

Capítulo 4

Momentos magnéticos

Es el momento de analizar el observable de momento magnético. Procederemos de igual forma que en la corriente vectorial axial: presentaremos todos los elementos necesarios para evaluar esta propiedad para cada uno de los veintisiete procesos entre bariones. Iniciaremos con los valores a nivel de árbol y posteriormente desarrollaremos el contenido de los lazos que definen perturbativamente al observable. El primer paso es clarificar las propiedades y

	n	p	Σ^-	Σ^0	Σ^+	Ξ^-	Ξ^0	Λ	$\Sigma^0\Lambda$
$\langle S_1^{33} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
$\langle S_2^{33} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle S_3^{33} \rangle$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	-1	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\langle S_1^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle S_2^{38} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	0
$\langle S_3^{38} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{3}{2}$	0

Tabla 4.1: Elementos de matriz para los momentos magnéticos I.

características del operador de momento magnético (2.42). Por la naturaleza de la interacción electromagnética este operador es siempre proporcional a la matriz de cargas eléctricas de los quarks (presentada en 2.22). Esta matriz forma parte del operador de momentos magnéticos, y como consecuencia de ello, el operador obtiene la descomposición:

$$M^k = M^{kQ} \equiv M^{k3} + \frac{1}{\sqrt{3}}M^{k8}, \quad (4.1)$$

donde M^{33} y M^{38} son los componentes iso-vectoriales e iso-escalares. Además, los superíndices

	Δ^{++}	Δ^+	Δ^0	Δ^-	Σ^{*+}	Σ^{*0}	Σ^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^{*-}	Ω^-
$\langle S_1^{33} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0
$\langle S_2^{33} \rangle$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0
$\langle S_3^{33} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{45}$	$\frac{2}{15}$	0	$-\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$	0
$\langle S_1^{38} \rangle$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle S_2^{38} \rangle$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{2}{9}$
$\langle S_3^{38} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	0	0	0	$-\frac{4}{45}$	$-\frac{4}{45}$	$-\frac{2}{45}$

Tabla 4.2: Elementos de matriz magnéticos II.

Q y \bar{Q} de la definición anterior serán utilizados para representar a:

$$\begin{aligned}
 M^Q &\equiv M^{3Q} = M^{33} + \frac{1}{\sqrt{3}}M^{38}, \\
 M^{\bar{Q}} &\equiv M^{3\bar{Q}} = M^{33} - \frac{1}{\sqrt{3}}M^{38},
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

observe que hemos fijado el índice de espín a 3. Con lo presentado hasta ahora, cada uno de

	$\Delta^+ p$	$\Delta^0 n$	$\Sigma^{*0} \Lambda$	$\Sigma^{*0} \Sigma^0$	$\Sigma^{*+} \Sigma^{*+}$	$\Sigma^{*-} \Sigma^{*-}$	$\Xi^{*0} \Xi^{*0}$	$\Xi^{*-} \Xi^{*-}$
$\langle S_1^{33} \rangle$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\langle S_4^{33} \rangle$	3	3	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle S_1^{38} \rangle$	0	0	0	1	1	1	1	1
$\langle S_4^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$

Tabla 4.3: Elementos de matriz magnéticos III.

los veintisiete momentos magnéticos a nivel de árbol se calcularon evaluando los elementos de matriz de (4.2). Es conveniente asignar etiquetas a cada tipo de elemento de matriz:

$$\begin{aligned}
 \mu_B^{(0)} &= \langle B | M^Q | B \rangle, & \mu_T^{(0)} &= \langle T | M^Q | T \rangle, \\
 \mu_{BB'}^{(0)} &= \langle B | M^Q | B' \rangle, & \mu_{TB}^{(0)} &= \langle T | M^Q | B \rangle,
 \end{aligned}$$

aquí, los momentos magnéticos a nivel de árbol μ^0 (que en algunas ocasiones podría ser $\mu^{\text{SU}(3)}$) se evalúan por los elementos del octete de bariones B, la decupleta de bariones T e incluso por ambos estados TB; definiendo así a los correspondientes momentos magnéticos de transición.

En general, una expresión teórica para una de tales cantidades físicas es:

$$\mu_B^{(0)} = \sum_{j=1}^{n=4} \mu_j \langle B | S_j^{3Q} | B \rangle, \quad (4.3)$$

aquí aparece la base de operadores $\{S_i^{kc}\}$, misma que es compartida con la presentada para la corriente vectorial axial (3.30). El listado de los elementos de matriz indispensables¹ para calcular los veintisiete momentos magnéticos de bariones a nivel de árbol se encuentran en las tablas (4.1, 4.2, 4.3). Las expresiones obtenidas al evaluar estos veintisiete cantidades físicas se encuentran en la columna (a) de la tabla (4.4). Esta tabla también contiene listados los valores experimentales actuales de los momentos magnéticos disponibles en la literatura [54].

Es necesario presentar la relación existente entre la parametrización del operador para el formalismo de bariones pesados y la parametrización al incluir la expansión $1/N_c$, esta es:

$$\begin{aligned} \mu_D &= \frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{6}m_3, \\ \mu_F &= \frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_2 + \frac{1}{9}m_3, \\ \mu_C &= \frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{5}{6}m_3, \\ \mu_T &= -2m_1 - m_4, \end{aligned} \quad (4.4)$$

observe que esto muestra la equivalencia de lo presentado en las columnas (a) y (b) de la tabla (4.4). Por último, es importante destacar que todas estas expresiones y resultados contenidos en las tablas están en acuerdo con las relaciones de Coleman-Glashow [69]:

$$\begin{aligned} \mu_{\Sigma^+}^{\text{SU}(3)} &= \mu_p^{\text{SU}(3)}, & 2\mu_{\Lambda}^{\text{SU}(3)} &= \mu_n^{\text{SU}(3)}, & \mu_{\Xi^-}^{\text{SU}(3)} &= \mu_{\Sigma^-}^{\text{SU}(3)}, & \mu_{\Xi^0}^{\text{SU}(3)} &= \mu_n^{\text{SU}(3)}, \\ -\mu_p^{\text{SU}(3)} &= \mu_{\Sigma^-}^{\text{SU}(3)} + \mu_n^{\text{SU}(3)}, & 2\mu_{\Sigma^0\Lambda}^{\text{SU}(3)} &= -\sqrt{3}\mu_n^{\text{SU}(3)}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

este conjunto de expresiones finaliza con la relación de isospín:

$$\mu_{\Sigma^+}^{\text{SU}(3)} - 2\mu_{\Sigma^0}^{\text{SU}(3)} + \mu_{\Sigma^-}^{\text{SU}(3)} = 0. \quad (4.6)$$

¹En referencia a un operador de barión X_j^{kc} , dos tipos particulares de elementos de matriz no serán listados: aquellos en los que $\langle X_j^{kc} \rangle = 0$ o los definidos por un anti-conmutador $\langle X_j^{kc} \rangle = \langle \{J^2, X_{j-2}^{kc}\} \rangle$.

Proceso	Momento magnético $\mu^{(0)}$		$\mu_{\text{experimental}}$
	(a)	(b)	
n	$-\frac{1}{3}m_1 - \frac{1}{9}m_3$	$-\frac{2}{3}\mu_D$	$-1,9130 \pm 0,000$
p	$\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{6}m_2 + \frac{1}{6}m_3$	$\frac{1}{3}\mu_D + \mu_F$	$2,7928 \pm 0,000$
Σ^-	$\frac{1}{6}m_1 + \frac{1}{18}m_3$	$\frac{1}{3}\mu_D - \mu_F$	$-1,160 \pm 0,025$
Σ^0	$\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{6}m_2 + \frac{1}{6}m_3$	$\frac{1}{3}\mu_D$	
Σ^+	$-\frac{1}{6}m_1 - \frac{1}{6}m_2 - \frac{1}{18}m_3$	$\frac{1}{3}\mu_D + \mu_F$	$2,458 \pm 0,010$
Ξ^-	$-\frac{1}{6}m_1 - \frac{1}{6}m_2 - \frac{1}{18}m_3$	$\frac{1}{3}\mu_D - \mu_F$	$-0,6507 \pm 0,0025$
Ξ^0	$-\frac{1}{3}m_1 - \frac{1}{9}m_3$	$-\frac{2}{3}\mu_D$	$-1,250 \pm 0,014$
Λ	$-\frac{1}{6}m_1 - \frac{1}{18}m_3$	$-\frac{1}{3}\mu_D$	$-0,613 \pm 0,004$
$\Sigma^0\Lambda$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}m_1 + \frac{1}{6\sqrt{3}}m_3$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\mu_D$	$1,61 \pm 0,08$
Δ^{++}	$m_1 + m_2 + \frac{5}{3}m_3$	$2\mu_C$	
Δ^+	$\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{5}{6}m_3$	μ_C	
Δ^0	0	0	
Δ^-	$-\frac{1}{2}m_1 - \frac{1}{2}m_2 - \frac{5}{6}m_3$	$-\mu_C$	
Σ^{*+}	$\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{5}{6}m_3$	μ_C	
Σ^{*0}	0	0	
Σ^{*-}	$-\frac{1}{2}m_1 - \frac{1}{2}m_2 - \frac{5}{6}m_3$	$-\mu_C$	
Ξ^{*0}	0	0	
Ξ^{*-}	$-\frac{1}{2}m_1 - \frac{1}{2}m_2 - \frac{5}{6}m_3$	$-\mu_C$	
Ω^-	$-\frac{1}{2}m_1 - \frac{1}{2}m_2 - \frac{5}{6}m_3$	$-\mu_C$	$-2,02 \pm 0,05$
Δ^+p	$\frac{1}{3\sqrt{2}}(2m_1 + m_4)$	$-\frac{1}{3\sqrt{2}}\mu_T$	$3,51 \pm 0,09$
Δ^0n	$\frac{1}{3\sqrt{2}}(2m_1 + m_4)$	$-\frac{1}{3\sqrt{2}}\mu_T$	
$\Sigma^{*0}\Lambda$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}(2m_1 + m_4)$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}\mu_T$	
$\Sigma^{*0}\Sigma^0$	$\frac{1}{6\sqrt{2}}(2m_1 + m_4)$	$-\frac{1}{6\sqrt{2}}\mu_T$	
$\Sigma^{*+}\Sigma^+$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}(2m_1 + m_4)$	$-\frac{1}{3\sqrt{2}}\mu_T$	
$\Sigma^{*-}\Sigma^-$	0	0	
$\Xi^{*0}\Xi^0$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}(2m_1 + m_4)$	$-\frac{1}{3\sqrt{2}}\mu_T$	
$\Xi^{*-}\Xi^-$	0	0	

Tabla 4.4: Momentos magnéticos a nivel de árbol. Observe que ambas columnas exhiben los elementos de matriz del operador (4.2); en la parametrización del formalismo combinado (a), y en HB χ PT (b). Se incluyen los valores experimentales de los momentos magnéticos actuales y disponibles en la literatura.

4.1. Correcciones perturbativas

Una vez que se han presentado los valores de los veintisiete momentos magnéticos a nivel de árbol (4.4) es el momento de establecer las expresiones que dan origen a las correcciones perturbativas. Abordaremos estos cálculos desarrollando las aportaciones a los momentos magnéticos representadas por dos grupos de diagramas (4.1, 4.2). Estas figuras representan gráficamente las aportaciones con orden $\mathcal{O}\left(m_q^{\frac{1}{2}}\right)$ y $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ respectivamente. Las expresiones analíticas obtenidas en la evaluación de los lazos aparecen en los artículos [70, 71], mientras que las evaluaciones y resultados numéricos de los elementos de matriz pertenecen al documento base de esta parte de la tesis [72].

En igual forma que en el desarrollo de los acoplamientos axiales, nuestro objetivo estará centrado en dar un análisis completo de cada contribución posible en el formalismo combinado, resultados que tendrán un comparativo con los obtenidos en el formalismo afín HB χ PT.

4.1.1. Correcciones de orden $\mathcal{O}\left(m_q^{\frac{1}{2}}\right)$ para los momentos magnéticos

A partir de este momento nos referiremos a correcciones con orden $\mathcal{O}\left(m_q^{\frac{1}{2}}\right)$ a las aportaciones que tienen origen en la evaluación de los diagramas (a) y (b) de (4.1). Estas contribuciones quedan expresadas por los operadores:

$$\delta M_{\text{lazos1}}^k = \sum_j \epsilon^{ijk} A^{ia} \mathcal{P}_j A^{jb} \Gamma^{ab}(\Delta_j), \quad (4.7)$$

aquí hemos convenido que solo la suma por los espines j sea explícita. Los componentes de la expresión anterior son los operadores de corriente vectorial axial A^{ia} , A^{jb} , el proyector de espín \mathcal{P}_j y un tensor antisimétrico Γ^{ab} . Estos objetos deben ser presentados considerando los valores físicos del color y del sabor $N_c = 3$, $N_f = 3$. Iniciemos por los operadores de proyección al espín \mathcal{P}_j . Se tiene un operador de proyección para $j = \frac{1}{2}$ y otro para $j = \frac{3}{2}$:

$$\mathcal{P}_{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3} \left(J^2 - \frac{15}{4} \right), \quad \mathcal{P}_{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \left(J^2 - \frac{3}{4} \right). \quad (4.8)$$

Tenemos otro parámetro relacionado a la suma por los espines, Δ mejor conocido como masa hiperfina. Este parámetro queda definido por la diferencia de masa entre miembros de la

²En otras palabras, para bariones en el octete y bariones en la decupleta (los objetos permitidos para un número de colores $N_c = 3$).

decupleta y octete de bariones, su valor depende del espín del objeto en cuestión:

$$\Delta_{\frac{1}{2}} = \begin{cases} 0 & J = \frac{1}{2} \\ -\Delta & J = \frac{3}{2} \end{cases}, \quad \Delta_{\frac{3}{2}} = \begin{cases} \Delta & J = \frac{1}{2} \\ 0 & J = \frac{3}{2} \end{cases}. \quad (4.9)$$

Por otra parte, tenemos al tensor Γ^{ab} . A este objeto lo define la siguiente expresión:

$$\Gamma^{ab}(\Delta_j) = A_0(\Delta_j)\Gamma_0^{ab}(\Delta_j) + A_1(\Delta_j)\Gamma_1^{ab}(\Delta_j) + A_2(\Delta_j)\Gamma_2^{ab}(\Delta_j), \quad (4.10)$$

esta expresión contiene a tres coeficientes $A(\Delta_j)$, funciones que representan a las aportaciones que tienen origen en la evaluación de los lazos de mesones:

$$\begin{aligned} A_0(\Delta_j) &= \frac{1}{3} [I_1(m_\pi, \Delta_j, \mu) + 2I_1(m_K, \Delta_j, \mu)], \\ A_1(\Delta_j) &= \frac{1}{3} [I_1(m_\pi, \Delta_j, \mu) - I_1(m_K, \Delta_j, \mu)], \\ A_2(\Delta_j) &= \frac{1}{\sqrt{3}} [I_1(m_\pi, \Delta_j, \mu) - I_1(m_K, \Delta_j, \mu)], \end{aligned} \quad (4.11)$$

aquí, la función $I_1(m_\Pi, \Delta_j, \mu)$ es la integral definida por los diagramas de lazo:

$$\frac{8\pi^2 f^2}{M_N} I_1(m, \Delta, \mu) = -\Delta \ln \frac{m^2}{\mu^2} + \begin{cases} 2\sqrt{m^2 - \Delta^2} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\Delta}{\sqrt{m^2 - \Delta^2}} \right] & |\Delta| \leq m, \\ \sqrt{\Delta^2 - m^2} \left[-2i\pi + \ln \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m^2}} \right] & |\Delta| \geq m, \end{cases}. \quad (4.12)$$

esta integral contiene al parámetro M_N , la masa del nucleón. El resto de los parámetros que aparecen en esta integración fueron presentados en el capítulo de la corriente vectorial axial. Para su futura utilidad, este es el valor de la integral anterior en el límite de degeneración:

$$I_1(m, 0, \mu) = \frac{1}{8\pi f^2} M_N m. \quad (4.13)$$

Los últimos componentes que debemos presentar son los tensores Γ_i^{ab} , mismos que se componen de las constantes de estructura que pertenecen al grupo de simetría SU(3) de sabor:

$$\begin{aligned} \Gamma_0^{ab} &= f^{abQ}, \\ \Gamma_1^{ab} &= f^{ab\bar{Q}}, \\ \Gamma_2^{ab} &= f^{abQ} d^{be8} - f^{beQ} d^{ae8} - f^{abe} d^{eQ8}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

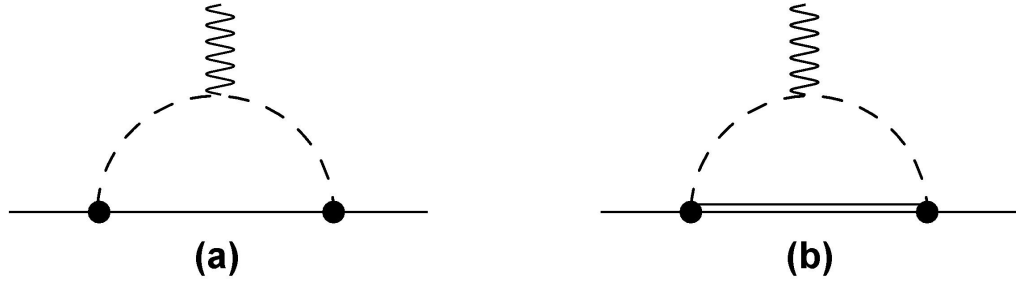


Figura 4.1: Diagramas de lazo que contienen las correcciones no-analíticas $\mathcal{O}(m_q)^{\frac{1}{2}}$ para miembros del octete de bariones. Los diagramas correspondientes a los momentos magnéticos de la decupleta y de transición son similares.

Por su definición, Γ_0^{ab} y Γ_1^{ab3} poseen la misma propiedad de transformación que la carga eléctrica, y ambos tensores son octetes dentro de la simetría de sabor. El último de los tensores Γ_2^{ab} rompe la simetría del sabor, esto es debido a que se encuentra en la representación $\mathbf{10} + \bar{\mathbf{10}}$.

Las correcciones para los momentos magnéticos δM^k pueden organizarse en base a las propiedades de sabor. En otras palabras, organizadas en términos de sus representaciones:

$$\delta M_{lazo1}^k = \sum_j \left[A_0(\Delta_j) M_{\mathbf{8},lazo1}^{kQ}(\mathcal{P}_j) + A_1(\Delta_j) M_{\mathbf{8},lazo1}^{k\bar{Q}}(\mathcal{P}_j) + A_2(\Delta_j) M_{\mathbf{10}+\bar{\mathbf{10}},lazo1}^{kQ}(\mathcal{P}_j) \right], \quad (4.15)$$

donde $M_{\mathbf{r},lazo1}^{kc}$ es un operador asociado a la representación \mathbf{r} ; sus expresiones son:

$$\begin{aligned} M_{\mathbf{8},lazo1}^{kc}(\mathcal{P}_j) &= \epsilon^{ijk} f^{abc} A^{ia} \mathcal{P}_j A^{jb}, \\ M_{\mathbf{10}+\bar{\mathbf{10}},lazo1}^{kc}(\mathcal{P}_j) &= \epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) A^{ia} \mathcal{P}_j A^{jb}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

En este punto deben desarrollarse las reducciones de los operadores de momentos magnéticos (proceso resumido en el apéndice C). Considerando tales desarrollos es posible escribir una expresión genérica para las contribuciones con orden $\mathcal{O}(m_q^{1/2})$, esta posee la forma:

$$\delta \mu_B^{\text{loop1}} = \sum_{j=1}^{51} \mu_j^{\text{loop1}} \langle B | \mathbb{O}_j^{3Q} | B \rangle, \quad (4.17)$$

podemos observar la presencia de los coeficientes μ_j^{loop1} y los operadores de la base $\{\mathbb{O}_j\}$. A diferencia de lo que sucedió con la base de operadores $\{S_j\}$, la base $\{\mathbb{O}_j\}$ solo comparte los primeros diecinueve elementos con los acoplamientos axiales (más detalles en (D.1)).

³observe que Γ_1^{ab} está en la representación del sabor que contiene a las antipartículas.

Las expresiones que definen las correcciones (4.17) para el octete de bariones son:

$$\begin{aligned} \delta\mu_n^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{25}{36}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{54}b_2b_3 + \frac{25}{324}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\ &+ \left[-\frac{1}{36}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{36}b_2^2 - \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{54}b_2b_3 - \frac{1}{324}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\ &+ \left[\frac{2}{9}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1c_3 + \frac{1}{18}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) + \left[\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{1}{36}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\mu_p^{(\text{lazo1})} &= - \left[\frac{25}{36}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{54}b_2b_3 + \frac{25}{324}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\ &- \left[\frac{7}{18}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1b_2 + \frac{1}{18}b_2^2 + \frac{7}{27}a_1b_3 + \frac{2}{27}b_2b_3 + \frac{7}{162}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\ &- \left[\frac{2}{9}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1c_3 + \frac{1}{18}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) + \left[\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{1}{72}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\mu_{\Sigma^-}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{7}{18}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1b_2 + \frac{1}{18}b_2^2 + \frac{7}{27}a_1b_3 + \frac{7}{27}b_2b_3 + \frac{7}{162}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\ &+ \left[\frac{1}{36}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{54}b_2b_3 + \frac{1}{324}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\ &- \left[\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{1}{72}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) - \left[\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{1}{36}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\mu_{\Sigma^0}^{(\text{lazo1})} &= \left[-\frac{1}{3}a_1^2 - \frac{1}{6}a_1b_2 - \frac{2}{9}a_1b_3 - \frac{1}{18}b_2b_3 - \frac{1}{27}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\ &- \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\mu_{\Sigma^+}^{(\text{lazo1})} &= - \left[\frac{7}{18}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1b_2 + \frac{1}{18}b_2^2 + \frac{7}{27}a_1b_3 + \frac{2}{27}b_2b_3 + \frac{7}{162}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\ &- \left[\frac{25}{36}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{54}b_2b_3 + \frac{25}{324}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\ &+ \left[\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{1}{72}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) - \left[\frac{2}{9}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1c_3 + \frac{1}{18}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\mu_{\Xi^-}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{1}{36}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{54}b_2b_3 + \frac{1}{324}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\ &+ \left[\frac{7}{18}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1b_2 + \frac{1}{18}b_2^2 + \frac{7}{27}a_1b_3 + \frac{2}{27}b_2b_3 + \frac{7}{162}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\ &- \left[\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{1}{36}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) - \left[\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{1}{72}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Xi^0}^{(\text{lazo1})} &= - \left[\frac{1}{36}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{54}b_2b_3 + \frac{1}{324}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &+ \left[\frac{25}{36}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{54}b_2b_3 + \frac{25}{324}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &+ \left[\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{1}{36}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) + \left[\frac{2}{9}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1c_3 + \frac{1}{18}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
 \delta\mu_{\Lambda}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{2}{9}a_1b_3 + \frac{1}{18}b_2b_3 + \frac{1}{27}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &+ \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) . \tag{4.18}
 \end{aligned}$$

Por otro lado, las correcciones (4.17) para miembros de la decupleta de bariones son:

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Delta^{++}}^{(\text{lazo1})} &= - \left[\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1b_2 + \frac{1}{4}b_2^2 + \frac{5}{6}a_1b_3 + \frac{5}{6}b_2b_3 + \frac{25}{36}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &- \left[\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1b_2 + \frac{1}{4}b_2^2 + \frac{5}{6}a_1b_3 + \frac{5}{6}b_2b_3 + \frac{25}{36}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &- \left[\frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1c_3 + \frac{1}{8}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, -\Delta, \mu) - \left[\frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1c_3 + \frac{1}{8}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu) , \\
 \delta\mu_{\Delta^+}^{(\text{lazo1})} &= - \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &- \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{1}{6}b_2^2 + \frac{5}{9}a_1b_3 + \frac{5}{9}b_2b_3 + \frac{25}{54}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &- \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, -\Delta, \mu) - \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1c_3 + \frac{1}{12}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu) , \\
 \delta\mu_{\Delta^0}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &- \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &+ \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, -\Delta, \mu) - \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu) , \\
 \delta\mu_{\Delta^-}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1b_2 + \frac{1}{4}b_2^2 + \frac{5}{6}a_1b_3 + \frac{5}{6}b_2b_3 + \frac{25}{36}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &+ \left[\frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1c_3 + \frac{1}{8}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu) ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Sigma^*0}^{(\text{lazo1})} &= 0, \\
 \delta\mu_{\Sigma^{*+}}^{(\text{lazo1})} &= - \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{1}{6}b_2^2 + \frac{5}{9}a_1b_3 + \frac{5}{9}b_2b_3 + \frac{25}{54}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &\quad - \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &\quad - \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1c_3 + \frac{1}{12}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, -\Delta, \mu) - \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu), \\
 \delta\mu_{\Sigma^{*-}}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{1}{6}b_2^2 + \frac{5}{9}a_1b_3 + \frac{5}{9}b_2b_3 + \frac{25}{54}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &\quad + \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &\quad + \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1c_3 + \frac{1}{12}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, -\Delta, \mu) + \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu), \\
 \delta\mu_{\Xi^*0}^{(\text{lazo1})} &= - \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &\quad + \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &\quad - \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, -\Delta, \mu) + \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu), \\
 \delta\mu_{\Xi^{*-}}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &\quad + \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{1}{6}b_2^2 + \frac{5}{9}a_1b_3 + \frac{5}{9}b_2b_3 + \frac{25}{54}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 &\quad + \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, -\Delta, \mu) + \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1c_3 + \frac{1}{12}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu), \\
 \delta\mu_{\Omega^-}^{(\text{lazo1})} &= \left[\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1b_2 + \frac{1}{4}b_2^2 + \frac{5}{6}a_1b_3 + \frac{5}{6}b_2b_3 + \frac{25}{36}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 &\quad + \left[\frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{2}a_1c_3 + \frac{1}{8}c_3^2 \right] I_1(m_K, -\Delta, \mu). \tag{4.19}
 \end{aligned}$$

En cuanto a las correcciones (4.17) para momentos magnéticos de transición tenemos:

$$\sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^0\Lambda}^{(\text{lazo1})} = - \left[\frac{2}{3}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{4}{9}a_1b_3 + \frac{1}{9}b_2b_3 + \frac{2}{27}b_3^2 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu)$$

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{2}{9}a_1b_3 + \frac{1}{18}b_2b_3 + \frac{2}{27}b_3^2 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1c_3 + \frac{1}{12}c_3^2 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) - \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
\sqrt{3}\delta\mu_{\Delta^+p}^{(\text{lazo1})} & = - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{5}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{25}{18}a_1^2 + \frac{25}{18}a_1b_2 + \frac{125}{54}a_1b_3 + \frac{25}{36}a_1c_3 + \frac{25}{36}b_2c_3 + \frac{125}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) \\
& - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{36}b_2c_3 + \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Delta^0n}^{(\text{lazo1})} & = - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{5}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{25}{18}a_1^2 + \frac{25}{18}a_1b_2 + \frac{125}{54}a_1b_3 + \frac{25}{36}a_1c_3 + \frac{25}{36}b_2c_3 + \frac{125}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) \\
& - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{36}b_2c_3 + \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Sigma^*0\Lambda}^{(\text{lazo1})} & = - \left[\frac{1}{3}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_3 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{5}{3}a_1^2 + \frac{5}{3}a_1b_2 + \frac{25}{9}a_1b_3 + \frac{5}{6}a_1c_3 + \frac{5}{6}b_2c_3 + \frac{25}{18}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) \\
& - \left[\frac{5}{6}a_1^2 + \frac{5}{6}a_1b_2 + \frac{25}{18}a_1b_3 + \frac{5}{12}a_1c_3 + \frac{5}{12}b_2c_3 + \frac{25}{36}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^*0\Sigma^0}^{(\text{lazo1})} & = - \left[\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
& - \left[\frac{5}{6}a_1^2 + \frac{5}{6}a_1b_2 + \frac{25}{18}a_1b_3 + \frac{5}{12}a_1c_3 + \frac{5}{12}b_2c_3 + \frac{25}{36}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
\sqrt{3}\delta\mu_{\Delta^+p}^{(\text{lazo1})} & = \left[-\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
& + \left[-\frac{5}{18}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{5}{54}a_1b_3 - \frac{5}{36}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{5}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{36}b_2c_3 + \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) \\
 & - \left[\frac{25}{18}a_1^2 + \frac{25}{18}a_1b_2 + \frac{125}{54}b_3 + \frac{25}{36}a_1c_3 + \frac{25}{36}b_2c_3 + \frac{125}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
 \\
 & \sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^*\Sigma^-}^{\text{lazo1}} = \left[\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 & + \left[-\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 & + \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{36}b_2c_3 + \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) \\
 & + \left[-\frac{5}{18}a_1^2 - \frac{5}{18}a_1b_2 - \frac{25}{54}a_1b_3 - \frac{5}{36}a_1c_3 - \frac{5}{36}b_2c_3 - \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
 \\
 & \sqrt{2}\delta\mu_{\Xi^*\Xi^0}^{\text{lazo1}} = \left[-\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 & - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{5}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 & - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{36}b_2c_3 + \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) \\
 & - \left[\frac{25}{18}a_1^2 + \frac{25}{18}a_1b_2 + \frac{125}{54}a_1b_3 + \frac{25}{36}a_1c_3 + \frac{25}{36}b_2c_3 + \frac{125}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \\
 \\
 & \sqrt{2}\delta\mu_{\Xi^*\Xi^-}^{\text{lazo1}} = \left[\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, 0, \mu) \\
 & + \left[-\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, 0, \mu) \\
 & + \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{36}b_2c_3 + \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_\pi, \Delta, \mu) \\
 & - \left[\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{36}b_2c_3 + \frac{25}{108}b_3c_3 \right] I_1(m_K, \Delta, \mu) , \tag{4.20}
 \end{aligned}$$

Cabe resaltar que existe congruencia total entre estas expresiones y las reglas de Coleman-Glashow (presentadas en 4.5, 4.6). Esto continua siendo cierto aun en el orden $\mathcal{O}(m_q)$, incluso cuando $\Delta \neq 0$. En el mismo sentido, también es posible verificar las relaciones de isospín (presentadas en el artículo [14]); para $I = 2$ tenemos:

$$\mu_{\Delta^{++}}^{\text{lazo1}} - \mu_{\Delta^+}^{\text{lazo1}} - \mu_{\Delta^0}^{\text{lazo1}} + \mu_{\Delta^-}^{\text{lazo1}} = 0, \quad \mu_{\Sigma^{*+}}^{\text{lazo1}} - 2\mu_{\Delta^{*0}}^{\text{lazo1}} - \mu_{\Delta^{*-}}^{\text{lazo1}} = 0, \tag{4.21}$$

	β_B^π	β_B^K	$\beta_B^{\prime\pi}$	$\beta_B^{\prime K}$
n	$(D + F)^2$	$-(D - F)^2$	$\frac{2}{9}\mathcal{C}^2$	$\frac{1}{9}\mathcal{C}^2$
p	$-(D + F)^2$	$-\frac{2}{3}(D^2 + 3F^2)$	$\frac{2}{9}\mathcal{C}^2$	$-\frac{1}{18}\mathcal{C}^2$
Σ^-	$\frac{2}{3}(D^2 + 3F^2)$	$(D - F)^2$	$-\frac{1}{18}\mathcal{C}^2$	$-\frac{1}{9}\mathcal{C}^2$
Σ^0		$-2DF$		$-\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$
Σ^+	$-\frac{2}{3}(D^2 + 3F^2)$	$-(D + F)^2$	$\frac{1}{18}\mathcal{C}^2$	$-\frac{2}{9}\mathcal{C}^2$
Ξ^-	$(D - F)^2$	$\frac{2}{3}(D^2 + 3F^2)$	$-\frac{1}{9}\mathcal{C}^2$	$-\frac{1}{18}\mathcal{C}^2$
Ξ^0	$-(D - F)^2$	$(D + F)^2$	$\frac{1}{9}\mathcal{C}^2$	$\frac{2}{9}\mathcal{C}^2$
Λ		$2DF$		$\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$

 Tabla 4.5: Coeficientes β_B^P para miembros del octete de bariones.

mientras que para el valor de isospín $I = 3$:

$$\mu_{\Delta^{++}}^{\text{lazo1}} - 3\mu_{\Delta^+}^{\text{lazo1}} + 3\mu_{\Delta^0}^{\text{lazo1}} - \mu_{\Delta^-}^{\text{lazo1}} = 0, \quad (4.22)$$

por último, para los momentos magnéticos de transición en el valor $I = 2$ tenemos:

$$\mu_{\Sigma^{*+}\Sigma^+}^{\text{lazo1}} - 2\mu_{\Sigma^{*0}\Sigma^0}^{\text{lazo1}} + \mu_{\Sigma^{*-}\Sigma^-}^{\text{lazo1}} = 0. \quad (4.23)$$

4.1.2. Comparación de resultados con el formalismo HB χ PT

Una vez que las expresiones que definen a los momentos magnéticos de bariones han sido establecidas, podemos discutir la congruencia entre los resultados obtenidos empleando los formalismos HB χ PT + $1/N_c$ y HB χ PT. Esto puede hacerse evidente mostrando la relación entre los coeficientes que parametrizan las expresiones de ambos formalismos. Consideremos las relaciones (3.43), de ellas obtengamos las expresiones inversas:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{3}{2}D + \frac{3}{2}F + \frac{1}{6}\mathcal{H}, & b_2 &= -4D + 6F, \\ b_3 &= \frac{3}{2}D - \frac{9}{2}F - \frac{1}{2}\mathcal{H}, & c_3 &= -3D - 3F - 2\mathcal{C} - \frac{1}{3}\mathcal{C}, \end{aligned} \quad (4.24)$$

ahora debemos sustituir las relaciones (4.24) en cada una de las expresiones de (4.18, 4.19, 4.20). Los momentos magnéticos resultantes de estas sustituciones pueden verificarse con sus

contrapartes de la literatura. Estos son los resultados obtenidos en HB χ PT [3]:

$$\delta\mu_i^{\text{lazo}} = \sum_{P=\pi,K} \beta_i^P I(m_P, 0, \mu) + \sum_{P=\pi,K} \beta_i^{\prime P} I(m_P, \Delta, \mu). \quad (4.25)$$

donde aparecen los coeficientes β_i^P , el índice P corre por los mesones $P = \{\pi, K\}$, mientras que el índice i por los bariones $i = \{n, p, \dots \Lambda, \Delta^{++}, \Delta^+, \dots \Omega^-, \Sigma^0 \Lambda, \Delta^+ p, \dots \Xi^{*-} \Xi^-\}$. Podemos observar esto en las tablas (4.5, 4.6, 4.7), que contienen a los coeficientes para los bariones del octete, decupleta y de transición. Ahora podemos hacer el comparativo entre los resultados

	β_T^π	β_T^K	$\beta_T^{\prime\pi}$	$\beta_T^{\prime K}$
Δ^{++}	$-\frac{1}{9}\mathcal{H}^2$	$-\frac{1}{9}\mathcal{H}^2$	$-\frac{1}{2}\mathcal{C}^2$	$-\frac{1}{2}\mathcal{C}^2$
Δ^+	$-\frac{1}{27}\mathcal{H}^2$	$-\frac{2}{27}\mathcal{H}^2$	$-\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$	$-\frac{1}{3}\mathcal{C}^2$
Δ^0	$\frac{1}{27}\mathcal{H}^2$	$-\frac{2}{27}\mathcal{H}^2$	$\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$	$-\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$
Δ^-	$\frac{1}{9}\mathcal{H}^2$		$\frac{1}{2}\mathcal{C}^2$	
Σ^{*+}	$-\frac{2}{27}\mathcal{H}^2$	$-\frac{1}{27}\mathcal{H}^2$	$-\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$	$-\frac{1}{3}\mathcal{C}^2$
Σ^{*0}				
Σ^{*-}	$\frac{2}{27}\mathcal{H}^2$	$\frac{1}{27}\mathcal{H}^2$	$\frac{1}{3}\mathcal{C}^2$	$\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$
Ξ^{*0}	$-\frac{1}{27}\mathcal{H}^2$	$\frac{1}{27}\mathcal{H}^2$	$-\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$	$\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$
Ξ^{*-}	$\frac{1}{27}\mathcal{H}^2$	$\frac{2}{27}\mathcal{H}^2$	$\frac{1}{6}\mathcal{C}^2$	$\frac{1}{3}\mathcal{C}^2$
Ω^-		$\frac{1}{9}\mathcal{H}^2$		$\frac{1}{2}\mathcal{C}^2$

Tabla 4.6: Coeficientes β_T^P para los momentos magnéticos de la decupleta de bariones.

obtenidos en ambos formalismos. Estas expresiones se encuentran en los incisos (4.18-4.20) y (4.25). Es necesario remarcar que las funciones de mesones $I(m_p, \Delta, \mu)$ se comparten en ambos formalismos. En este sentido, al considerar las relaciones existentes entre los parámetros del operador de momento magnético y los invariantes de SU(3) en HB χ PT, podemos notar la equivalencia término por término, lo que valida nuestros desarrollos en el contexto de la teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados.

4.1.3. Correcciones no-analíticas con orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$

El desarrollo en turno corresponde a las contribuciones con origen en los diagramas (4.2 a-d). Como veremos, se obtienen resultados en diferentes ordenes con respecto a la masa hiperfina Δ . Destaca el hecho de que los términos en la expansión con la masa mantienen cierta similitud a las contribuciones análogas encontradas para la corriente vectorial axial de (3.15). De esto se concluye que parte del análisis presentado en [62, 63, 71] puede extenderse

	β_{TB}^π	β_{TB}^K	$\beta_{TB}^{\prime\pi}$	$\beta_{TB}^{\prime K}$
$\Sigma^0\Lambda$	$\frac{-4DF}{\sqrt{3}}$	$\frac{-2DF}{\sqrt{3}}$	$\frac{-1}{3\sqrt{3}}$	$\frac{-1}{6\sqrt{3}}$
Δ^+p	$\frac{C(D+F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{25\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$	$-\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$
Δ^0n	$\frac{C(D+F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{25\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$	$-\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$
$\Sigma^*0\Lambda$	$\frac{2CD}{3\sqrt{6}}$	$\frac{CD}{3\sqrt{6}}$	$-\frac{10\mathcal{H}}{9\sqrt{6}}$	$-\frac{5\mathcal{H}}{9\sqrt{6}}$
$\Sigma^*0\Sigma^0$		$\frac{CD}{3\sqrt{2}}$		$-\frac{5\mathcal{H}}{9\sqrt{2}}$
$\Sigma^*\Sigma^+$	$\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{C(D+F)}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$	$-\frac{25\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$
$\Sigma^*\Sigma^-$	$-\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$	$-\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$
$\Xi^*0\Xi^0$	$\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{C(D+F)}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$	$-\frac{25\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$
$\Xi^*\Xi^-$	$-\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{C(D-F)}{3\sqrt{2}}$	$\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$	$-\frac{5\mathcal{H}}{27\sqrt{2}}$

 Tabla 4.7: Coeficientes β_{TB}^P para los momentos magnéticos de transición.

considerando las diferencias en parametrización entre los operadores de corriente vectorial axial (2.35) y de momento magnético (2.42). Tal extensión a sido llevada a cabo en el artículo [72], enfocándose en calcular toda contribución para $N_c = 3$ en el límite $\Delta = 0$.

Comencemos por mostrar una expresión que contiene en sí a toda contribución de los diagramas (a-d) de la figura (4.2) a orden $\mathcal{O}(\Delta^3)^4$:

$$\begin{aligned} \delta M_{(\text{lazo } 2\text{ad})}^{kc} &= \frac{1}{2} [A^{ja}, [A^{jb}, M^{kc}]] \Pi_{(1)}^{ab} - \frac{1}{2} \{A^{ja}, [M^{kc}, [\mathcal{M}, A^{jb}]]\} \Pi_{(2)}^{ab} \\ &+ \frac{1}{6} \left([A^{ja}, [[\mathcal{M}, [\mathcal{M}, A^{jb}]], M^{kc}]] - \frac{1}{2} [[\mathcal{M}, A^{ja}], [[\mathcal{M}, A^{jb}], M^{kc}]] \right) \Pi_{(3)}^{ab}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

donde aparecen los operadores de corriente vectorial axial A^{ja} , A^{jb} , el operador de los momentos magnéticos M^{kc} , el operador masa hiperfina \mathcal{M} , y los tensores simétricos $\Pi_{(n)}^{ab}$. Este último tensor guarda características y similitudes al presentado en (3.21). Con base en sus propiedades de sabor, este objeto posee una descomposición en sus representaciones (**1**, **8**, **27**):

$$\Pi_{(n)}^{ab} = F_{\mathbf{1}}^{(n)} \delta^{ab} + F_{\mathbf{8}}^{(n)} d^{ab8} + F_{\mathbf{27}}^{(n)} \left[\delta^{a8} \delta^{b8} - \frac{1}{8} \delta^{ab} - \frac{3}{5} d^{ab8} d^{888} \right], \quad (4.27)$$

⁴Aun cuando no es explícito el proceso de renormalización, este ha sido considerado en el desarrollo [71].

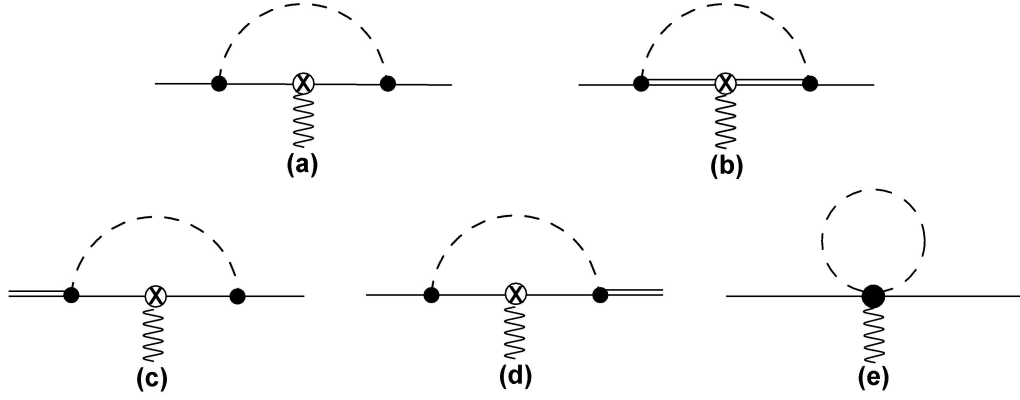


Figura 4.2: Diagramas de lazo que contienen las correcciones no-analíticas $m_q \ln(m_q)$ para los momentos magnéticos de los miembros del octete de bariones. Los diagramas de lazo que corresponden a los bariones de la decupleta, y a los momentos de transición son similares.

también aparecen las funciones $F_{\mathbf{r}}^{(n)}$, mismas que están definidas por:

$$\begin{aligned}
 F_{\mathbf{1}}^{(n)} &= \frac{1}{8} \left[3F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) + 4F^{(n)}(m_K, 0, \mu) + F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu) \right], \\
 F_{\mathbf{8}}^{(n)} &= \frac{2\sqrt{3}}{5} \left[\frac{3}{2}F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) - F^{(n)}(m_K, 0, \mu) - \frac{1}{2}F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu) \right], \\
 F_{\mathbf{27}}^{(n)} &= \frac{1}{3}F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) - \frac{4}{3}F^{(n)}(m_K, 0, \mu) + F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu).
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

en estas expresiones aparece el término $F^{(n)}(m_\Pi, 0, \mu)$, tal notación representa la derivación:

$$F^{(n)}(m_\pi, \Delta, \mu) \equiv \frac{\partial^n F(m_\Pi, \Delta, \mu)}{\partial^n \Delta}, \tag{4.29}$$

mientras que la función $F(m_\Pi, \Delta, \mu)$ proviene de la integración de lazos. Debe mencionarse que tal integración es la misma presentada en la ecuación (3.18). Estas son las primeras tres derivadas de la función $F(m_\Pi, \Delta, \mu)$ evaluadas en el límite de degeneración:

$$\begin{aligned}
 F^{(1)}(m, 0, \mu) &= -\frac{m^2}{16\pi^2 f^2} \ln \frac{m^2}{\mu^2}, & F^{(2)}(m, 0, \mu) &= -\frac{1}{8\pi f^2} m, \\
 F^{(3)}(m, 0, \mu) &= \frac{1}{4\pi^2 f^2} \ln \frac{m^2}{\mu^2},
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

observe que estas funciones acumulan las dependencias no-analíticas con las masas de los quarks, logaritmos que caracterizan y dan sentido al nombre de esta sección del documento.

4.1.4. Correcciones de orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ para $\Delta = 0$

Con la finalidad de abordar el límite de masa hiperfina nula en las aportaciones de los diagramas (4.2 a-d), podemos partir de la ecuación (4.26). Consideremos únicamente el término independiente al operador de masa hiperfina de los bariones:

$$\delta M_{(\text{lazo } 2\text{ad})}^{kc} = \frac{1}{2} [A^{ja}, [A^{jb}, M^{kc}]] \Pi_{(1)}^{ab}, \quad (4.31)$$

y las definiciones de sus componentes (4.27, 4.28, 4.30). Ahora, consideremos sus propiedades de sabor y organicemos estas contribuciones en términos de las representaciones (**1**, **8**, **27**):

$$\delta M_{(\text{lazo } 2\text{ad})}^k = F_{\mathbf{1}} M_{\mathbf{1},(\text{lazo } 2\text{ad})}^{kQ} + F_{\mathbf{8}} M_{\mathbf{8},(\text{lazo } 2\text{ad})}^{kQ} + F_{\mathbf{27}} M_{\mathbf{27},(\text{lazo } 2\text{ad})}^{kQ}, \quad (4.32)$$

esto nos permite evaluar los elementos de matriz de las estructuras $M_{\text{rep}(\text{lazo } 2\text{ad})}^k$ y posteriormente escribir la forma genérica de sus aportaciones (el proceso de reducción de operadores se ha resumido en las expresiones del apéndice C, mientras que las bases de operadores y sus elementos de matriz pueden encontrarse en las tablas correspondientes del apéndice D):

$$\begin{aligned} \delta \mu_{j,\mathbf{1}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} &= \sum_{j=1}^{10} \mu_{j,\mathbf{1}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} \langle B | S_j^{3Q} | B \rangle, \\ \delta \mu_{j,\mathbf{8}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} &= \sum_{j=1}^{41} \mu_{j,\mathbf{8}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} \langle B | \mathbb{O}_j^{3Q} | B \rangle, \\ \delta \mu_{j,\mathbf{27}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} &= \sum_{j=1}^{167} \mu_{j,\mathbf{27}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} \langle B | \mathbb{T}_j^{3Q} | B \rangle, \end{aligned} \quad (4.33)$$

aquí se tienen un conjunto de coeficientes $\mu_{j,\text{rep}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})}$, y las bases de operadores $\{S_j, \mathbb{O}_j, \mathbb{T}_j\}$ presentadas en (3.30, D.1, D.7)⁵. Los elementos de matriz de los operadores (4.33) se encuentran en las tablas (4.1-4.3), (D.2- D.4), y (D.8-D.19) del apéndice D.

Una vez que se han aclarado los detalles sobre la forma genérica de las correcciones de orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$, es el momento de presentar las expresiones resultantes del procedimiento de cálculo. Preservando el orden de presentación, estos son los momentos magnéticos para los

⁵Puede notarse que se han empleado dos estilos de texto, esto significa que las bases magnéticas poseen algunos elementos diferentes a los que conforman la base axial. Vea el apéndice D para más detalles.

miembros del octete de bariones:

$$\begin{aligned}
\delta\mu_n^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(-\frac{7}{48}a_1^2 - \frac{1}{72}a_1b_2 - \frac{5}{216}a_1b_3 - \frac{1}{9}a_1c_3 - \frac{7}{432}b_2^2 - \frac{35}{648}b_2b_3 + \frac{2}{27}b_2c_3 - \frac{175}{3888}b_3^2 \right. \right. \\
& + \frac{10}{81}b_3c_3 - \frac{13}{108}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{35}{144}a_1^2 + \frac{5}{216}a_1b_2 + \frac{25}{648}a_1b_3 + \frac{5}{27}a_1c_3 + \frac{1}{432}b_2^2 + \frac{5}{648}b_2b_3 \right. \\
& + \frac{25}{3888}b_3^2 + \frac{5}{108}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{7}{144}a_1^2 - \frac{35}{648}a_1b_2 - \frac{175}{1944}a_1b_3 + \frac{7}{81}a_1c_3 - \frac{7}{1296}b_2^2 - \frac{35}{1944}b_2b_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{175}{11664}b_3^2 + \frac{7}{324}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{10}{27}a_1^2 + \frac{2}{27}a_1b_2 + \frac{10}{81}a_1b_3 + \frac{5}{27}a_1c_3 + \frac{1}{27}b_2c_3 + \frac{5}{81}b_3c_3 \right) m_4 \right] \\
& \times I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{7}{48}a_1^2 - \frac{1}{24}a_1b_2 - \frac{7}{72}a_1b_3 - \frac{23}{432}b_2^2 - \frac{25}{648}b_2b_3 + \frac{1}{27}b_2c_3 - \frac{95}{3888}b_3^2 \right. \right. \\
& + \frac{2}{81}b_3c_3 - \frac{1}{54}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{13}{144}a_1^2 + \frac{1}{216}a_1b_2 - \frac{1}{648}a_1b_3 + \frac{5}{54}a_1c_3 - \frac{1}{432}b_2^2 + \frac{1}{648}b_2b_3 \right. \\
& - \frac{1}{3888}b_3^2 + \frac{5}{216}c_3^2 \Big) m_2 + \left(\frac{11}{432}a_1^2 - \frac{25}{648}a_1b_2 - \frac{95}{1944}a_1b_3 + \frac{8}{81}a_1c_3 - \frac{23}{1296}b_2^2 - \frac{25}{1944}b_2b_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{95}{11664}b_3^2 + \frac{2}{81}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{2}{27}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_2 + \frac{2}{81}a_1b_3 + \frac{1}{27}a_1c_3 + \frac{1}{54}b_2c_3 + \frac{1}{81}b_3c_3 \right) m_4 \right] \\
& \times I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{36}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}b_2^2 - \frac{1}{54}b_2b_3 - \frac{1}{324}b_3^2 \right) m_1 \right. \\
& \left. + \left(-\frac{1}{108}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_2 - \frac{1}{162}a_1b_3 - \frac{1}{108}b_2^2 - \frac{1}{162}b_2b_3 - \frac{1}{972}b_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu), \\
\delta\mu_p^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(\frac{13}{48}a_1^2 + \frac{11}{72}a_1b_2 + \frac{55}{216}a_1b_3 - \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{13}{432}b_2^2 + \frac{65}{648}b_2b_3 - \frac{2}{27}b_2c_3 \right. \right. \\
& + \frac{325}{3888}b_3^2 - \frac{10}{81}b_3c_3 + \frac{7}{108}c_3^2 \Big) m_1 + \left(-\frac{17}{144}a_1^2 + \frac{25}{216}a_1b_2 + \frac{125}{648}a_1b_3 - \frac{11}{27}a_1c_3 + \frac{5}{432}b_2^2 \right. \\
& + \frac{25}{648}b_2b_3 + \frac{125}{3888}b_3^2 - \frac{11}{108}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{281}{432}a_1^2 + \frac{65}{648}a_1b_2 + \frac{325}{1944}a_1b_3 - \frac{73}{81}a_1c_3 \right. \\
& + \frac{13}{1296}b_2^2 + \frac{65}{1944}b_2b_3 + \frac{325}{11664}b_3^2 - \frac{73}{324}c_3^2 \Big) m_3 + \left(-\frac{10}{27}a_1^2 - \frac{2}{27}a_1b_2 - \frac{10}{81}a_1b_3 - \frac{5}{27}a_1c_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{27}b_2c_3 - \frac{5}{81}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{5}{36}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{2}{27}b_2^2 \right. \right. \\
& + \frac{11}{324}b_2b_3 + \frac{1}{54}b_2c_3 + \frac{29}{972}b_3^2 - \frac{7}{162}b_3c_3 + \frac{17}{432}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{7}{72}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_2 + \frac{23}{324}a_1b_3 \right. \\
& - \frac{1}{108}a_1c_3 + \frac{5}{216}b_2^2 + \frac{1}{81}b_2b_3 + \frac{23}{1944}b_3^2 - \frac{1}{432}c_3^2 \Big) m_2 + \left(\frac{1}{54}a_1^2 + \frac{11}{324}a_1b_2 + \frac{29}{486}a_1b_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{23}{324}a_1c_3 + \frac{2}{81}b_2^2 + \frac{11}{972}b_2b_3 + \frac{29}{2916}b_3^2 - \frac{23}{1296}c_3^2 \right) m_3 + \left(-\frac{7}{54}a_1^2 + \frac{1}{54}a_1b_2 - \frac{7}{162}a_1b_3 \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{7}{108}a_1c_3 + \frac{1}{108}b_2c_3 - \frac{7}{324}b_3c_3) m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{24}a_1^2 + \frac{1}{12}a_1b_2 + \frac{1}{36}a_1b_3 \right. \right. \\
& + \frac{1}{24}b_2^2 + \frac{1}{36}b_2b_3 + \frac{1}{216}b_3^2) m_1 + \left(\frac{1}{72}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1b_2 + \frac{1}{108}a_1b_3 + \frac{1}{72}b_2^2 + \frac{1}{108}b_2b_3 + \frac{1}{648}b_3^2 \right. \\
& \left. \left. \times \right) m_2 + \left(\frac{1}{72}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1b_2 + \frac{1}{108}a_1b_3 + \frac{1}{72}b_2^2 + \frac{1}{108}b_2b_3 + \frac{1}{648}b_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta\mu_{\Sigma^-}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} &= \left[\left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{13}{108}a_1b_2 - \frac{5}{81}a_1b_3 + \frac{1}{108}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2^2 - \frac{1}{36}b_2b_3 - \frac{1}{54}b_2c_3 \right. \right. \\
& - \frac{1}{81}b_3^2 + \frac{1}{162}b_3c_3 - \frac{1}{432}c_3^2) m_1 - \left(\frac{13}{72}a_1^2 - \frac{7}{54}a_1b_2 - \frac{37}{324}a_1b_3 - \frac{1}{108}a_1c_3 - \frac{7}{216}b_2^2 \right. \\
& - \frac{7}{162}b_2b_3 - \frac{37}{1944}b_3^2 - \frac{1}{432}c_3^2) m_2 + \left(\frac{7}{324}a_1^2 - \frac{1}{36}a_1b_2 - \frac{2}{81}a_1b_3 + \frac{19}{324}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_2^2 \right. \\
& - \frac{1}{108}b_2b_3 - \frac{1}{243}b_3^2 + \frac{19}{1296}c_3^2) m_3 + \left(\frac{1}{54}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_2 + \frac{1}{162}a_1b_3 + \frac{1}{108}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_2c_3 \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{324}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{11}{144}a_1^2 - \frac{31}{216}a_1b_2 - \frac{89}{648}a_1b_3 + \frac{7}{54}a_1c_3 - \frac{1}{48}b_2^2 \right. \right. \\
& - \frac{5}{216}b_2b_3 - \frac{1}{27}b_2c_3 - \frac{35}{1296}b_3^2 + \frac{1}{81}b_3c_3 + \frac{5}{216}c_3^2) m_1 + \left(-\frac{7}{48}a_1^2 - \frac{17}{216}a_1b_2 - \frac{103}{648}a_1b_3 \right. \\
& + \frac{5}{54}a_1c_3 - \frac{7}{432}b_2^2 - \frac{17}{648}b_2b_3 - \frac{103}{3888}b_3^2 + \frac{5}{216}c_3^2) m_2 + \left(\frac{575}{1296}a_1^2 - \frac{5}{216}a_1b_2 - \frac{35}{648}a_1b_3 \right. \\
& + \frac{85}{162}a_1c_3 - \frac{1}{144}b_2^2 - \frac{5}{648}b_2b_3 - \frac{35}{3888}b_3^2 + \frac{85}{648}c_3^2) m_3 + \left(\frac{1}{27}a_1^2 - \frac{1}{27}a_1b_2 + \frac{1}{81}a_1b_3 \right. \\
& + \frac{1}{54}a_1c_3 - \frac{1}{54}b_2c_3 + \frac{1}{162}b_3c_3) m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{27}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{1}{162}b_3^2 \right. \right. \\
& + \frac{1}{72}c_3^2) m_1 + \left(-\frac{1}{27}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{1}{162}b_3^2 + \frac{1}{72}c_3^2) m_2 + \left(\frac{5}{27}a_1^2 - \frac{1}{81}a_1b_3 + \frac{11}{54}a_1c_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{486}b_3^2 + \frac{11}{216}c_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta\mu_{\Sigma^0}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} &= \left[\left(\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{2}{27}a_1b_2 + \frac{11}{162}a_1b_3 - \frac{1}{54}a_1c_3 + \frac{1}{27}b_2^2 + \frac{4}{81}b_2b_3 - \frac{1}{27}b_2c_3 \right. \right. \\
& + \frac{19}{972}b_3^2 - \frac{2}{81}b_3c_3 + \frac{1}{72}c_3^2) m_1 + \left(\frac{25}{324}a_1^2 + \frac{4}{81}a_1b_2 + \frac{19}{486}a_1b_3 + \frac{1}{54}a_1c_3 + \frac{1}{81}b_2^2 \right. \\
& + \frac{4}{243}b_2b_3 + \frac{19}{2916}b_3^2 + \frac{1}{216}c_3^2) m_3 + \left(-\frac{2}{27}a_1^2 - \frac{1}{27}a_1b_2 - \frac{2}{81}a_1b_3 - \frac{1}{27}a_1c_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{54}b_2c_3 - \frac{1}{81}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{7}{144}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_2 + \frac{1}{648}a_1b_3 + \frac{5}{108}a_1c_3 \right. \right. \\
& + \frac{5}{432}b_2^2 + \frac{1}{162}b_2b_3 - \frac{1}{54}b_2c_3 + \frac{41}{3888}b_3^2 - \frac{5}{162}b_3c_3 + \frac{5}{144}c_3^2) m_1 + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{72}a_1b_2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{5}{36}a_1c_3 - \frac{1}{216}b_2b_3 - \frac{1}{324}b_3^2 - \frac{5}{144}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{139}{1296}a_1^2 \right. \\
& + \frac{1}{162}a_1b_2 + \frac{41}{1944}a_1b_3 - \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{5}{1296}b_2^2 + \frac{1}{486}b_2b_3 + \frac{41}{11664}b_3^2 - \frac{5}{144}c_3^2 \Big) m_3 \\
& \left. + \left(-\frac{5}{54}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_2 - \frac{5}{162}a_1b_3 - \frac{5}{108}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_2c_3 - \frac{5}{324}b_3c_3 \right) m_4 \right] \\
& \times I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{36}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{162}b_3^2 - \frac{1}{54}b_3c_3 + \frac{1}{48}c_3^2 \right) m_1 + \right. \\
& \left(\frac{5}{108}a_1^2 + \frac{1}{81}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{486}b_3^2 + \frac{1}{144}c_3^2 \right) m_3 + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_3 \right. \\
& \left. - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_4 \Big] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
\delta\mu_{\Sigma^+}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{29}{108}a_1b_2 + \frac{16}{81}a_1b_3 - \frac{5}{108}a_1c_3 + \frac{11}{108}b_2^2 + \frac{41}{324}b_2b_3 - \frac{1}{18}b_2c_3 \right. \right. \\
& + \frac{25}{486}b_3^2 - \frac{1}{18}b_3c_3 + \frac{13}{432}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{13}{72}a_1^2 + \frac{7}{54}a_1b_2 + \frac{37}{324}a_1b_3 + \frac{1}{108}a_1c_3 + \frac{7}{216}b_2^2 \right. \\
& + \frac{7}{162}b_2b_3 + \frac{37}{1944}b_3^2 + \frac{1}{432}c_3^2 \Big) m_2 + \left(\frac{43}{324}a_1^2 + \frac{41}{324}a_1b_2 + \frac{25}{243}a_1b_3 - \frac{7}{324}a_1c_3 + \frac{11}{324}b_2^2 \right. \\
& + \frac{41}{972}b_2b_3 + \frac{25}{1458}b_3^2 - \frac{7}{1296}c_3^2 \Big) m_3 + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{18}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{36}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{25}{144}a_1^2 + \frac{23}{216}a_1b_2 + \frac{91}{648}a_1b_3 - \frac{1}{27}a_1c_3 + \frac{19}{432}b_2^2 + \frac{23}{648}b_2b_3 \right. \right. \\
& + \frac{187}{3888}b_3^2 - \frac{2}{27}b_3c_3 + \frac{5}{108}c_3^2 \Big) m_1 + \left(-\frac{3}{16}a_1^2 + \frac{11}{216}a_1b_2 + \frac{79}{648}a_1b_3 - \frac{10}{27}a_1c_3 + \frac{7}{432}b_2^2 \right. \\
& + \frac{11}{648}b_2b_3 + \frac{79}{3888}b_3^2 - \frac{5}{54}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{853}{1296}a_1^2 + \frac{23}{648}a_1b_2 + \frac{187}{1944}a_1b_3 - \frac{65}{81}a_1c_3 + \frac{19}{1296}b_2^2 \right. \\
& + \frac{23}{1944}b_2b_3 + \frac{187}{11664}b_3^2 - \frac{65}{324}c_3^2 \Big) m_3 + \left(-\frac{2}{9}a_1^2 - \frac{2}{9}a_1^2 - \frac{2}{27}a_1b_3 - \frac{1}{9}a_1c_3 - \frac{1}{27}b_3c_3 \right) m_4 \Big] \\
& \times I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_3 + \frac{1}{54}b_3^2 - \frac{1}{27}b_3c_3 + \frac{1}{36}c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{1}{27}a_1b_3 - \frac{1}{18}a_1c_3 \right. \right. \\
& + \frac{1}{162}b_3^2 - \frac{1}{72}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{5}{54}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_3 - \frac{4}{27}a_1c_3 + \frac{1}{162}b_3^2 - \frac{1}{27}c_3^2 \right) m_3 \\
& \left. + \left(-\frac{1}{9}a_1^2 - \frac{1}{27}a_1b_3 - \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{1}{54}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
\delta\mu_{\Xi^-}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(\frac{1}{48}a_1^2 - \frac{1}{24}a_1b_2 + \frac{1}{72}a_1b_3 - \frac{7}{432}b_2^2 + \frac{7}{648}b_2b_3 - \frac{1}{27}b_2c_3 - \frac{7}{3888}b_3^2 \right. \right. \\
& + \frac{1}{81}b_3c_3 - \frac{1}{108}c_3^2 \Big) m_1 + \left(-\frac{7}{144}a_1^2 + \frac{5}{216}a_1b_2 - \frac{5}{648}a_1b_3 - \frac{1}{27}a_1c_3 - \frac{5}{432}b_2^2 + \frac{5}{648}b_2b_3 \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_2 + \left(-\frac{7}{144}a_1^2 + \frac{5}{216}a_1b_2 - \frac{5}{648}a_1b_3 - \frac{1}{27}a_1c_3 - \frac{5}{432}b_2^2 + \frac{5}{648}b_2b_3 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_3 + \left(-\frac{7}{144}a_1^2 + \frac{5}{216}a_1b_2 - \frac{5}{648}a_1b_3 - \frac{1}{27}a_1c_3 - \frac{5}{432}b_2^2 + \frac{5}{648}b_2b_3 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{5}{3888}b_3^2 - \frac{1}{108}c_3^2)m_2 + \left(\frac{19}{432}a_1^2 + \frac{7}{648}a_1b_2 - \frac{7}{1944}a_1b_3 + \frac{4}{81}a_1c_3 - \frac{7}{1296}b_2^2\right. \\
 & + \frac{7}{1944}b_2b_3 - \frac{7}{11664}b_3^2 + \frac{1}{81}c_3^2)m_3 + \left(\frac{1}{27}a_1^2 - \frac{1}{27}a_1b_2 + \frac{1}{81}a_1b_3 + \frac{1}{54}a_1c_3 - \frac{1}{54}b_2c_3\right. \\
 & \left. + \frac{1}{162}b_3c_3\right)m_4 \Big] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{9}a_1^2 - \frac{5}{36}a_1b_2 - \frac{1}{6}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 - \frac{1}{54}b_2^2 - \frac{11}{324}b_2b_3\right. \right. \\
 & - \frac{1}{54}b_2c_3 - \frac{29}{972}b_3^2 + \frac{1}{162}b_3c_3 + \frac{13}{432}c_3^2)m_1 + \left(-\frac{5}{24}a_1^2 - \frac{4}{27}a_1b_2 - \frac{71}{324}a_1b_3 + \frac{13}{108}a_1c_3\right. \\
 & - \frac{5}{216}b_2^2 - \frac{4}{81}b_2b_3 - \frac{71}{1944}b_3^2 + \frac{13}{432}c_3^2)m_2 + \left(\frac{4}{9}a_1^2 - \frac{11}{324}a_1b_2 - \frac{29}{486}a_1b_3 + \frac{173}{324}a_1c_3\right. \\
 & - \frac{1}{162}b_2^2 - \frac{11}{972}b_2b_3 - \frac{29}{2916}b_3^2 + \frac{173}{1296}c_3^2)m_3 + \left(\frac{1}{54}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_2 + \frac{1}{162}a_1b_3 + \frac{1}{108}a_1c_3\right. \\
 & \left. - \frac{1}{108}b_2c_3 + \frac{1}{324}b_3c_3\right)m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{5}{72}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1b_2 - \frac{1}{12}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3\right. \right. \\
 & - \frac{1}{72}b_2^2 - \frac{1}{36}b_2b_3 - \frac{1}{72}b_3^2 + \frac{1}{72}c_3^2)m_1 + \left(-\frac{5}{72}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1b_2 - \frac{1}{12}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3\right. \\
 & - \frac{1}{72}b_2^2 - \frac{1}{36}b_2b_3 - \frac{1}{72}b_3^2 + \frac{1}{72}c_3^2)m_2 + \left(\frac{35}{216}a_1^2 - \frac{1}{36}a_1b_2 - \frac{1}{36}a_1b_3 + \frac{11}{54}a_1c_3\right. \\
 & \left. - \frac{1}{216}b_2^2 - \frac{1}{108}b_2b_3 - \frac{1}{216}b_3^2 + \frac{11}{216}c_3^2\right)m_3 \Big] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Xi^0}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(-\frac{1}{16}a_1^2 + \frac{1}{72}a_1b_2 - \frac{1}{216}a_1b_3 - \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{11}{432}b_2^2 + \frac{11}{648}b_2b_3 - \frac{1}{54}b_2c_3\right. \right. \\
 & - \frac{11}{3888}b_3^2 + \frac{1}{162}b_3c_3 - \frac{1}{54}c_3^2)m_1 + \left(\frac{13}{144}a_1^2 + \frac{1}{216}a_1b_2 - \frac{1}{648}a_1b_3 + \frac{5}{54}a_1c_3 - \frac{1}{432}b_2^2\right. \\
 & + \frac{1}{648}b_2b_3 - \frac{1}{3888}b_3^2 + \frac{5}{216}c_3^2)m_2 + \left(\frac{13}{144}a_1^2 + \frac{11}{648}a_1b_2 - \frac{11}{1944}a_1b_3 + \frac{8}{81}a_1c_3 - \frac{11}{1296}b_2^2\right. \\
 & + \frac{11}{1944}b_2b_3 - \frac{11}{11664}b_3^2 + \frac{2}{81}c_3^2)m_3 + \left(\frac{1}{54}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_2 + \frac{1}{162}a_1b_3 + \frac{1}{108}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_2c_3\right. \\
 & \left. + \frac{1}{324}b_3c_3\right)m_4 \Big] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{25}{144}a_1^2 - \frac{5}{72}a_1b_2 - \frac{17}{216}a_1b_3 - \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{19}{432}b_2^2\right. \right. \\
 & - \frac{47}{648}b_2b_3 + \frac{2}{27}b_2c_3 - \frac{163}{3888}b_3^2 + \frac{7}{81}b_3c_3 - \frac{17}{216}c_3^2)m_1 + \left(\frac{35}{144}a_1^2 + \frac{5}{216}a_1b_2 + \frac{25}{648}a_1b_3\right. \\
 & + \frac{5}{27}a_1c_3 + \frac{1}{432}b_2^2 + \frac{5}{648}b_2b_3 + \frac{25}{3888}b_3^2 + \frac{5}{108}c_3^2)m_2 + \left(\frac{7}{432}a_1^2 - \frac{47}{648}a_1b_2 - \frac{163}{1944}a_1b_3\right. \\
 & + \frac{23}{162}a_1c_3 - \frac{19}{1296}b_2^2 - \frac{47}{1944}b_2b_3 - \frac{163}{11664}b_3^2 + \frac{23}{648}c_3^2)m_3 + \left(\frac{7}{27}a_1^2 + \frac{2}{27}a_1b_2 + \frac{7}{81}a_1b_3\right. \\
 & \left. + \frac{7}{54}a_1c_3 + \frac{1}{27}b_2c_3 + \frac{7}{162}b_3c_3\right)m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{18}a_1b_3\right. \right. \\
 & - \frac{1}{36}b_2^2 - \frac{1}{18}b_2b_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 - \frac{1}{36}b_3^2 + \frac{1}{18}b_3c_3 - \frac{1}{24}c_3^2)m_1 + \left(-\frac{5}{36}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{18}a_1b_3\right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_2^2 - \frac{1}{54}b_2b_3 - \frac{1}{108}b_3^2 - \frac{1}{72}c_3^2 \Big) m_3 + \left(\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{18}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 \right. \\
 & \left. + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{1}{36}b_3c_3 \right) m_4 \Big] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
 \delta\mu_\Lambda^{(\text{lazo 2ad})} = & \left[\left(\frac{1}{18}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_3^2 + \frac{1}{18}b_3c_3 - \frac{1}{16}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{9}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{324}b_3^2 - \frac{1}{48}c_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{5}{48}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{19}{216}a_1b_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{7}{144}b_2^2 - \frac{1}{18}b_2b_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 - \frac{1}{48}b_3^2 + \frac{1}{54}b_3c_3 - \frac{1}{144}c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{72}a_1b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{1}{216}b_2b_3 + \frac{1}{324}b_3^2 + \frac{5}{144}c_3^2 \right) m_2 + \left(\frac{49}{432}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{1}{24}a_1b_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{19}{108}a_1c_3 - \frac{7}{432}b_2^2 - \frac{1}{54}b_2b_3 - \frac{1}{144}b_3^2 + \frac{19}{432}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{54}a_1b_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{27}a_1b_3 - \frac{1}{162}b_3^2 \right) m_1 \right. \\
 & \left. + \left(-\frac{1}{54}a_1^2 - \frac{1}{81}a_1b_3 - \frac{1}{486}b_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) . \tag{4.34}
 \end{aligned}$$

Ahora tenemos los momentos magnéticos que corresponden a la decupleta de bariones:

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Delta^{++}}^{(\text{lazo 2ad})} = & \left[\left(\frac{9}{16}a_1^2 + \frac{23}{24}a_1b_2 + \frac{115}{72}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{31}{48}b_2^2 + \frac{155}{72}b_2b_3 - \frac{1}{6}b_2c_3 + \frac{775}{432}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{5}{18}b_3c_3 + \frac{1}{16}c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{17}{16}a_1^2 + \frac{31}{24}a_1b_2 + \frac{155}{72}a_1b_3 + \frac{5}{12}a_1c_3 + \frac{31}{48}b_2^2 + \frac{155}{72}b_2b_3 + \frac{775}{432}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{48}c_3^2 \right) m_2 + \left(\frac{263}{144}a_1^2 + \frac{155}{72}a_1b_2 + \frac{775}{216}a_1b_3 + \frac{3}{4}a_1c_3 + \frac{155}{144}b_2^2 + \frac{775}{216}b_2b_3 + \frac{3875}{1296}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{3}{16}c_3^2 \right) m_3 + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{1}{6}a_1b_2 - \frac{5}{18}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{12}b_2c_3 - \frac{5}{36}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) \\
 & + \left[\left(\frac{5}{16}a_1^2 + \frac{11}{24}a_1b_2 + \frac{55}{72}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{19}{48}b_2^2 + \frac{95}{72}b_2b_3 - \frac{1}{6}b_2c_3 + \frac{475}{432}b_3^2 - \frac{5}{18}b_3c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{16}c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{13}{16}a_1^2 + \frac{19}{24}a_1b_2 + \frac{95}{72}a_1b_3 + \frac{5}{12}a_1c_3 + \frac{19}{48}b_2^2 + \frac{95}{72}b_2b_3 + \frac{475}{432}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{48}c_3^2 \right) m_2 + \left(\frac{203}{144}a_1^2 + \frac{95}{72}a_1b_2 + \frac{475}{216}a_1b_3 + \frac{3}{4}a_1c_3 + \frac{95}{144}b_2^2 + \frac{475}{216}b_2b_3 + \frac{2375}{1296}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{48}c_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{3}{16}c_3^2)m_3 + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{1}{6}a_1b_2 - \frac{5}{18}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{12}b_2c_3 - \frac{5}{36}b_3c_3 \right)m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) \\
 & + \left[\left(\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \right)m_1 + \left(\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 \right. \right. \\
 & + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{1}{12}b_2^2 + \frac{5}{18}b_2b_3 + \frac{25}{108}b_3^2 \Big) m_2 + \left(\frac{5}{36}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 + \frac{25}{54}a_1b_3 + \frac{5}{36}b_2^2 \right. \\
 & \left. \left. + \frac{25}{54}b_2b_3 + \frac{125}{324}b_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Delta^+}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(\frac{5}{16}a_1^2 + \frac{11}{24}a_1b_2 + \frac{55}{72}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{41}{144}b_2^2 + \frac{205}{216}b_2b_3 - \frac{1}{18}b_2c_3 \right. \right. \\
 & + \frac{1025}{1296}b_3^2 - \frac{5}{54}b_3c_3 + \frac{5}{144}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{23}{48}a_1^2 + \frac{41}{72}a_1b_2 + \frac{205}{216}a_1b_3 + \frac{7}{36}a_1c_3 + \frac{41}{144}b_2^2 \right. \\
 & + \frac{205}{216}b_2b_3 + \frac{1025}{1296}b_3^2 + \frac{7}{144}c_3^2 \Big) m_2 + \left(\frac{41}{48}a_1^2 + \frac{205}{216}a_1b_2 + \frac{1025}{648}a_1b_3 + \frac{41}{108}a_1c_3 + \frac{205}{432}b_2^2 \right. \\
 & + \frac{1025}{648}b_2b_3 + \frac{5125}{3888}b_3^2 + \frac{41}{432}c_3^2 \Big) m_3 + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{5}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 \right. \\
 & \left. \left. - \frac{5}{108}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{8}a_1^2 + \frac{1}{4}a_1b_2 + \frac{5}{12}a_1b_3 + \frac{17}{72}b_2^2 + \frac{85}{108}b_2b_3 - \frac{1}{9}b_2c_3 \right. \right. \\
 & + \frac{425}{648}b_3^2 - \frac{5}{27}b_3c_3 + \frac{1}{36}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{11}{24}a_1^2 + \frac{17}{36}a_1b_2 + \frac{85}{108}a_1b_3 + \frac{2}{9}a_1c_3 + \frac{17}{72}b_2^2 \right. \\
 & + \frac{85}{108}b_2b_3 + \frac{425}{648}b_3^2 + \frac{1}{18}c_3^2 \Big) m_2 + \left(\frac{55}{72}a_1^2 + \frac{85}{108}a_1b_2 + \frac{425}{324}a_1b_3 + \frac{10}{27}a_1c_3 + \frac{85}{216}b_2^2 \right. \\
 & + \frac{425}{324}b_2b_3 + \frac{2125}{1944}b_3^2 + \frac{5}{54}c_3^2 \Big) m_3 + \left(-\frac{1}{9}a_1^2 - \frac{1}{9}a_1b_2 - \frac{5}{27}a_1b_3 - \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{1}{18}b_2c_3 \right. \\
 & \left. \left. - \frac{5}{54}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{24}a_1^2 + \frac{1}{12}a_1b_2 + \frac{5}{36}a_1b_3 + \frac{1}{24}b_2^2 + \frac{5}{36}b_2b_3 + \frac{25}{216}b_3^2 \right) m_1 \right. \\
 & + \left(\frac{1}{24}a_1^2 + \frac{1}{12}a_1b_2 + \frac{5}{36}a_1b_3 + \frac{1}{24}b_2^2 + \frac{5}{36}b_2b_3 + \frac{25}{216}b_3^2 \right) m_2 \\
 & \left. + \left(\frac{5}{72}a_1^2 + \frac{5}{36}a_1b_2 + \frac{25}{108}a_1b_3 + \frac{5}{72}b_2^2 + \frac{25}{108}b_2b_3 + \frac{125}{648}b_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Delta^0}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(\frac{1}{16}a_1^2 - \frac{1}{24}a_1b_2 - \frac{5}{72}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{11}{144}b_2^2 - \frac{55}{216}b_2b_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 \right. \right. \\
 & - \frac{275}{1296}b_3^2 + \frac{5}{54}b_3c_3 + \frac{1}{144}c_3^2 \Big) m_1 + \left(-\frac{5}{48}a_1^2 - \frac{11}{72}a_1b_2 - \frac{55}{216}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{11}{144}b_2^2 \right. \\
 & - \frac{55}{216}b_2b_3 - \frac{275}{1296}b_3^2 - \frac{1}{144}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{17}{144}a_1^2 - \frac{55}{216}a_1b_2 - \frac{275}{648}a_1b_3 + \frac{1}{108}a_1c_3 \right. \\
 & - \frac{55}{432}b_2^2 - \frac{275}{648}b_2b_3 - \frac{1375}{3888}b_3^2 + \frac{1}{432}c_3^2 \Big) m_3 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{5}{108}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{16}a_1^2 + \frac{1}{24}a_1b_2 + \frac{5}{72}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{11}{144}b_2^2 + \frac{55}{216}b_2b_3 - \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{275}{1296}b_3^2 - \frac{5}{54}b_3c_3 - \frac{1}{144}c_3^2) m_1 + \left(\frac{5}{48}a_1^2 + \frac{11}{72}a_1b_2 \right. \\
 & + \frac{55}{216}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{11}{144}b_2^2 + \frac{55}{216}b_2b_3 + \frac{275}{1296}b_3^2 + \frac{1}{144}c_3^2) m_2 + \left(\frac{17}{144}a_1^2 \right. \\
 & + \frac{55}{216}a_1b_2 + \frac{275}{648}a_1b_3 - \frac{1}{108}a_1c_3 + \frac{55}{432}b_2^2 + \frac{275}{648}b_2b_3 + \frac{1375}{3888}b_3^2 - \frac{1}{432}c_3^2) m_3 \\
 & \left. + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{5}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{5}{108}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Delta^-}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(-\frac{3}{16}a_1^2 - \frac{13}{24}a_1b_2 - \frac{65}{72}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{7}{16}b_2^2 - \frac{35}{24}b_2b_3 + \frac{1}{6}b_2c_3 - \frac{175}{144}b_3^2 \right. \right. \\
 & + \frac{5}{18}b_3c_3 - \frac{1}{48}c_3^2) m_1 + \left(-\frac{11}{16}a_1^2 - \frac{7}{8}a_1b_2 - \frac{35}{24}a_1b_3 - \frac{1}{4}a_1c_3 - \frac{7}{16}b_2^2 - \frac{35}{24}b_2b_3 - \frac{175}{144}b_3^2 - \frac{1}{16}c_3^2 \right) \\
 & \times m_2 + \left(-\frac{157}{144}a_1^2 - \frac{35}{24}a_1b_2 - \frac{175}{72}a_1b_3 - \frac{13}{36}a_1c_3 - \frac{35}{48}b_2^2 - \frac{175}{72}b_2b_3 - \frac{875}{432}b_3^2 - \frac{13}{144}c_3^2) m_3 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{1}{12}b_2c_3 + \frac{5}{36}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{4}a_1^2 - \frac{1}{6}a_1b_2 \right. \right. \\
 & - \frac{5}{18}a_1b_3 - \frac{1}{6}a_1c_3 - \frac{1}{12}b_2^2 - \frac{5}{18}b_2b_3 - \frac{25}{108}b_3^2 - \frac{1}{24}c_3^2) m_1 + \left(-\frac{1}{4}a_1^2 - \frac{1}{6}a_1b_2 - \frac{5}{18}a_1b_3 - \frac{1}{6}a_1c_3 \right. \\
 & - \frac{1}{12}b_2^2 - \frac{5}{18}b_2b_3 - \frac{25}{108}b_3^2 - \frac{1}{24}c_3^2) m_2 + \left(-\frac{19}{36}a_1^2 - \frac{5}{18}a_1b_2 - \frac{25}{54}a_1b_3 - \frac{7}{18}a_1c_3 - \frac{5}{36}b_2^2 \right. \\
 & - \frac{25}{54}b_2b_3 - \frac{125}{324}b_3^2 - \frac{7}{72}c_3^2) m_3 \left. \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{24}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1b_2 - \frac{5}{36}a_1b_3 - \frac{1}{24}b_2^2 \right. \right. \\
 & - \frac{5}{36}b_2b_3 - \frac{25}{216}b_3^2) m_1 + \left(-\frac{1}{24}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1b_2 - \frac{5}{36}a_1b_3 - \frac{1}{24}b_2^2 - \frac{5}{36}b_2b_3 - \frac{25}{216}b_3^2) m_2 \right. \\
 & \left. + \left(-\frac{5}{72}a_1^2 - \frac{5}{36}a_1b_2 - \frac{25}{108}a_1b_3 - \frac{5}{72}b_2^2 - \frac{25}{108}b_2b_3 - \frac{125}{648}b_3^2) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Sigma^{*+}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(\frac{3}{8}a_1^2 + \frac{19}{36}a_1b_2 + \frac{95}{108}a_1b_3 + \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{19}{72}b_2^2 + \frac{95}{108}b_2b_3 + \frac{475}{648}b_3^2 + \frac{1}{36}c_3^2 \right) m_1 \right. \\
 & + \left(\frac{11}{24}a_1^2 + \frac{19}{36}a_1b_2 + \frac{95}{108}a_1b_3 + \frac{7}{36}a_1c_3 + \frac{19}{72}b_2^2 + \frac{95}{108}b_2b_3 + \frac{475}{648}b_3^2 + \frac{7}{144}c_3^2 \right) m_2 \\
 & + \left(\frac{163}{216}a_1^2 + \frac{95}{108}a_1b_2 + \frac{475}{324}a_1b_3 + \frac{17}{54}a_1c_3 + \frac{95}{216}b_2^2 + \frac{475}{324}b_2b_3 + \frac{2375}{1944}b_3^2 \right. \\
 & \left. + \frac{17}{216}c_3^2 \right) m_3 \left. \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{5}{48}a_1^2 + \frac{19}{72}a_1b_2 + \frac{95}{216}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{43}{144}b_2^2 + \frac{215}{216}b_2b_3 \right. \right. \\
 & - \frac{1}{6}b_2c_3 + \frac{1075}{1296}b_3^2 - \frac{5}{18}b_3c_3 + \frac{5}{144}c_3^2) m_1 + \left(\frac{7}{16}a_1^2 + \frac{43}{72}a_1b_2 + \frac{215}{216}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 \right. \\
 & \left. + \frac{43}{144}b_2^2 + \frac{215}{216}b_2b_3 + \frac{1075}{1296}b_3^2 + \frac{5}{144}c_3^2 \right) m_2 + \left(\frac{331}{432}a_1^2 + \frac{215}{216}a_1b_2 + \frac{1075}{648}a_1b_3 + \frac{29}{108}a_1c_3 \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{215}{432}b_2^2 + \frac{1075}{648}b_2b_3 + \frac{5375}{3888}b_3^2 + \frac{29}{432}c_3^2) m_3 + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{1}{6}a_1b_2 - \frac{5}{18}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 \right. \\
& \left. - \frac{1}{12}b_2c_3 - \frac{5}{36}b_3c_3) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{1}{48}c_3^2 \right) m_2 \right. \\
& \left. + \left(\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{1}{24}c_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta\mu_{\Sigma^*0}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(\frac{1}{8}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{5}{27}a_1b_3 + \frac{5}{72}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{5}{54}b_3c_3 + \frac{1}{288}c_3^2 \right) m_1 \right. \\
& + \left(\frac{1}{216}a_1^2 + \frac{1}{216}a_1c_3 + \frac{1}{864}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 \right. \\
& \left. + \frac{5}{108}b_3c_3) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{9}a_1b_2 - \frac{5}{27}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{18}b_2c_3 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{5}{54}b_3c_3 + \frac{1}{144}c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{1}{108}a_1^2 + \frac{1}{108}a_1c_3 + \frac{1}{432}c_3^2 \right) m_3 \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{5}{54}a_1b_3 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{5}{108}b_3c_3) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{24}a_1^2 - \frac{1}{24}a_1c_3 - \frac{1}{96}c_3^2 \right) m_1 \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(-\frac{1}{72}a_1^2 - \frac{1}{72}a_1c_3 - \frac{1}{288}c_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta\mu_{\Sigma^{*-}}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(-\frac{1}{8}a_1^2 - \frac{11}{36}a_1b_2 - \frac{55}{108}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{19}{72}b_2^2 - \frac{95}{108}b_2b_3 + \frac{1}{9}b_2c_3 - \frac{475}{648}b_3^2 \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{5}{27}b_3c_3 - \frac{1}{48}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{11}{24}a_1^2 - \frac{19}{36}a_1b_2 - \frac{95}{108}a_1b_3 - \frac{7}{36}a_1c_3 - \frac{19}{72}b_2^2 - \frac{95}{108}b_2b_3 - \frac{475}{648}b_3^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{7}{144}c_3^2 \right) m_2 + \left(-\frac{161}{216}a_1^2 - \frac{95}{108}a_1b_2 - \frac{475}{324}a_1b_3 - \frac{11}{36}a_1c_3 - \frac{95}{216}b_2^2 - \frac{475}{324}b_2b_3 - \frac{2375}{1944}b_3^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{11}{144}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{5}{27}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{5}{54}b_3c_3) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) \right. \\
& + \left[\left(-\frac{13}{48}a_1^2 - \frac{35}{72}a_1b_2 - \frac{175}{216}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{43}{144}b_2^2 - \frac{215}{216}b_2b_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 - \frac{1075}{1296}b_3^2 \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{5}{54}b_3c_3 - \frac{1}{48}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{7}{16}a_1^2 - \frac{43}{72}a_1b_2 - \frac{215}{216}a_1b_3 - \frac{5}{36}a_1c_3 - \frac{43}{144}b_2^2 - \frac{215}{216}b_2b_3 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1075}{1296}b_3^2 - \frac{5}{144}c_3^2 \right) m_2 + \left(-\frac{323}{432}a_1^2 - \frac{215}{216}a_1b_2 - \frac{1075}{648}a_1b_3 - \frac{1}{4}a_1c_3 - \frac{215}{432}b_2^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1075}{648}b_2b_3 - \frac{5375}{3888}b_3^2 - \frac{1}{16}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{5}{108}b_3c_3) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{48}c_3^2 \right) m_1 \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{48}c_3^2 \right) m_2 + \left(-\frac{7}{36}a_1^2 - \frac{7}{36}a_1c_3 - \frac{7}{144}c_3^2 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta\mu_{\Xi^*0}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(\frac{3}{16}a_1^2 + \frac{5}{24}a_1b_2 + \frac{25}{72}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{11}{144}b_2^2 + \frac{55}{216}b_2b_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 \right. \right. \\
 & + \frac{275}{1296}b_3^2 + \frac{5}{108}b_3c_3 + \frac{1}{72}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{5}{48}a_1^2 + \frac{11}{72}a_1b_2 + \frac{55}{216}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{11}{144}b_2^2 \right. \\
 & + \frac{55}{216}b_2b_3 + \frac{275}{1296}b_3^2 + \frac{1}{144}c_3^2 \Big) m_2 + \left(\frac{7}{48}a_1^2 + \frac{55}{216}a_1b_2 + \frac{275}{648}a_1b_3 + \frac{1}{54}a_1c_3 + \frac{55}{432}b_2^2 \right. \\
 & + \frac{275}{648}b_2b_3 + \frac{1375}{3888}b_3^2 + \frac{1}{216}c_3^2 \Big) m_3 + \left(\frac{1}{36}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1b_2 + \frac{5}{108}a_1b_3 + \frac{1}{72}a_1c_3 + \frac{1}{72}b_2c_3 \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{216}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{5}{48}a_1^2 - \frac{1}{24}a_1b_2 - \frac{5}{72}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{11}{144}b_2^2 \right. \right. \\
 & - \frac{55}{216}b_2b_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 - \frac{275}{1296}b_3^2 + \frac{5}{54}b_3c_3 - \frac{5}{144}c_3^2 \Big) m_1 + \left(-\frac{5}{48}a_1^2 - \frac{11}{72}a_1b_2 - \frac{55}{216}a_1b_3 \right. \\
 & - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{11}{144}b_2^2 - \frac{55}{216}b_2b_3 - \frac{275}{1296}b_3^2 - \frac{1}{144}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{25}{144}a_1^2 - \frac{55}{216}a_1b_2 - \frac{275}{648}a_1b_3 \right. \\
 & - \frac{5}{108}a_1c_3 - \frac{55}{432}b_2^2 - \frac{275}{648}b_2b_3 - \frac{1375}{3888}b_3^2 - \frac{5}{432}c_3^2 \Big) m_3 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{5}{108}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{6}a_1b_2 - \frac{5}{18}a_1b_3 \right. \right. \\
 & - \frac{1}{12}b_2c_3 - \frac{5}{36}b_3c_3 + \frac{1}{48}c_3^2 \Big) m_1 + \left(\frac{1}{36}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{144}c_3^2 \Big) m_3 + \left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{5}{36}a_1b_3 - \frac{1}{24}a_1c_3 - \frac{1}{24}b_2c_3 - \frac{5}{72}b_3c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
 \delta\mu_{\Xi^*+}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(-\frac{1}{16}a_1^2 - \frac{1}{8}a_1b_2 - \frac{5}{24}a_1b_3 - \frac{17}{144}b_2^2 - \frac{85}{216}b_2b_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 - \frac{425}{1296}b_3^2 \right. \right. \\
 & + \frac{5}{54}b_3c_3 - \frac{1}{72}c_3^2 \Big) m_1 + \left(-\frac{11}{48}a_1^2 - \frac{17}{72}a_1b_2 - \frac{85}{216}a_1b_3 - \frac{1}{9}a_1c_3 - \frac{17}{144}b_2^2 - \frac{85}{216}b_2b_3 \right. \\
 & - \frac{425}{1296}b_3^2 - \frac{1}{36}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{55}{144}a_1^2 - \frac{85}{216}a_1b_2 - \frac{425}{648}a_1b_3 - \frac{5}{27}a_1c_3 - \frac{85}{432}b_2^2 - \frac{425}{648}b_2b_3 \right. \\
 & \left. \left. - \frac{2125}{3888}b_3^2 - \frac{5}{108}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{5}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{5}{108}b_3c_3 \right) m_4 \right] \\
 & \times I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{7}{24}a_1^2 - \frac{7}{12}a_1b_2 - \frac{35}{36}a_1b_3 - \frac{29}{72}b_2^2 - \frac{145}{108}b_2b_3 + \frac{1}{9}b_2c_3 - \frac{725}{648}b_3^2 \right. \right. \\
 & + \frac{5}{27}b_3c_3 - \frac{1}{36}c_3^2 \Big) m_1 + \left(-\frac{5}{8}a_1^2 - \frac{29}{36}a_1b_2 - \frac{145}{108}a_1b_3 - \frac{2}{9}a_1c_3 - \frac{29}{72}b_2^2 - \frac{145}{108}b_2b_3 \right. \\
 & - \frac{725}{648}b_3^2 - \frac{1}{18}c_3^2 \Big) m_2 + \left(-\frac{25}{24}a_1^2 - \frac{145}{108}a_1b_2 - \frac{725}{324}a_1b_3 - \frac{10}{27}a_1c_3 - \frac{145}{216}b_2^2 - \frac{725}{324}b_2b_3 \right. \\
 & \left. \left. - \frac{3625}{1944}b_3^2 - \frac{5}{54}c_3^2 \right) m_3 + \left(\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{5}{27}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{5}{54}b_3c_3 \right) m_4 \right] \\
 & \times I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{8}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1b_2 - \frac{5}{36}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{24}b_2^2 - \frac{5}{36}b_2b_3 - \frac{25}{216}b_3^2 \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & -\frac{1}{48}c_3^2)m_1 + \left(-\frac{1}{8}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1b_2 - \frac{5}{36}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{1}{24}b_2^2 - \frac{5}{36}b_2b_3 - \frac{25}{216}b_3^2 \right. \\
 & -\frac{1}{48}c_3^2)m_2 + \left(-\frac{19}{72}a_1^2 - \frac{5}{36}a_1b_2 - \frac{25}{108}a_1b_3 - \frac{7}{36}a_1c_3 - \frac{5}{72}b_2^2 - \frac{25}{108}b_2b_3 - \frac{125}{648}b_3^2 \right. \\
 & \left. \left. -\frac{7}{144}c_3^2\right)m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu), \\
 \delta\mu_{\Omega^-}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(-\frac{5}{16}a_1^2 - \frac{11}{24}a_1b_2 - \frac{55}{72}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{19}{48}b_2^2 - \frac{95}{72}b_2b_3 + \frac{1}{6}b_2c_3 \right. \right. \\
 & -\frac{475}{432}b_3^2 + \frac{5}{18}b_3c_3 - \frac{1}{16}c_3^2)m_1 + \left(-\frac{13}{16}a_1^2 - \frac{19}{24}a_1b_2 - \frac{95}{72}a_1b_3 - \frac{5}{12}a_1c_3 - \frac{19}{48}b_2^2 \right. \\
 & -\frac{95}{72}b_2b_3 - \frac{475}{432}b_3^2 - \frac{5}{48}c_3^2)m_2 + \left(-\frac{203}{144}a_1^2 - \frac{95}{72}a_1b_2 - \frac{475}{216}a_1b_3 - \frac{3}{4}a_1c_3 - \frac{95}{144}b_2^2 \right. \\
 & \left. -\frac{475}{216}b_2b_3 - \frac{2375}{1296}b_3^2 - \frac{3}{16}c_3^2\right)m_3 + \left(\frac{1}{6}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{5}{18}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{1}{12}b_2c_3 \right. \\
 & \left. + \frac{5}{36}b_3c_3\right)m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{1}{3}a_1b_2 - \frac{5}{9}a_1b_3 - \frac{1}{6}b_2^2 - \frac{5}{9}b_2b_3 - \frac{25}{54}b_3^2\right)m_1 \right. \\
 & + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{1}{3}a_1b_2 - \frac{5}{9}a_1b_3 - \frac{1}{6}b_2^2 - \frac{5}{9}b_2b_3 - \frac{25}{54}b_3^2\right)m_2 + \left(-\frac{5}{18}a_1^2 - \frac{5}{9}a_1b_2 - \frac{25}{27}a_1b_3 \right. \\
 & \left. \left. -\frac{5}{18}b_2^2 - \frac{25}{27}b_2b_3 - \frac{125}{162}b_3^2\right)m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu). \tag{4.35}
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Finalicemos presentando los momentos magnéticos de transición obtenidos:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^0\Lambda}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} = & \left[\left(\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{5}{36}a_1b_3 + \frac{1}{24}a_1c_3 + \frac{1}{24}b_2^2 + \frac{1}{27}b_2b_3 - \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{25}{648}b_3^2 \right. \right. \\
 & -\frac{5}{108}b_3c_3 + \frac{13}{288}c_3^2)m_1 + \left(-\frac{1}{3}a_1^2 - \frac{1}{36}a_1b_2 - \frac{1}{27}a_1b_3 - \frac{5}{18}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_2b_3 - \frac{1}{162}b_3^2 \right. \\
 & -\frac{5}{72}c_3^2)m_2 + \left(-\frac{7}{36}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_2 + \frac{25}{324}a_1b_3 - \frac{67}{216}a_1c_3 + \frac{1}{72}b_2^2 + \frac{1}{81}b_2b_3 + \frac{25}{1944}b_3^2 \right. \\
 & \left. \left. -\frac{67}{864}c_3^2\right)m_3 + \left(-\frac{5}{36}a_1^2 - \frac{1}{18}a_1b_2 - \frac{5}{108}a_1b_3 - \frac{5}{72}a_1c_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 - \frac{5}{216}b_3c_3\right)m_4 \right] \\
 & \times I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{3}{16}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{5}{72}a_1b_3 + \frac{1}{12}a_1c_3 + \frac{5}{48}b_2^2 + \frac{7}{54}b_2b_3 - \frac{1}{9}b_2c_3 \right. \right. \\
 & +\frac{79}{1296}b_3^2 - \frac{4}{27}b_3c_3 + \frac{19}{144}c_3^2)m_1 + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{1}{72}a_1b_2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{5}{36}a_1c_3 - \frac{1}{216}b_2b_3 \right. \\
 & \left. -\frac{1}{324}b_3^2 - \frac{5}{144}c_3^2\right)m_2 + \left(\frac{25}{144}a_1^2 + \frac{7}{54}a_1b_2 + \frac{79}{648}a_1b_3 - \frac{1}{108}a_1c_3 + \frac{5}{144}b_2^2 + \frac{7}{162}b_2b_3 \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{79}{3888} b_3^2 - \frac{1}{432} c_3^2 \Big) m_3 + \left(-\frac{4}{9} a_1^2 - \frac{1}{9} a_1 b_2 - \frac{4}{27} a_1 b_3 - \frac{2}{9} a_1 c_3 - \frac{1}{18} b_2 c_3 - \frac{2}{27} b_3 c_3 \right) m_4 \Big] \\
 & \times I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{24} a_1^2 + \frac{1}{24} a_1 c_3 + \frac{1}{108} b_3^2 - \frac{1}{36} b_3 c_3 + \frac{1}{32} c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{5}{72} a_1^2 + \frac{1}{54} a_1 b_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{24} a_1 c_3 + \frac{1}{324} b_3^2 + \frac{1}{96} c_3^2 \right) m_3 + \left(-\frac{1}{12} a_1^2 - \frac{1}{36} a_1 b_3 - \frac{1}{24} a_1 c_3 - \frac{1}{72} b_3 c_3 \right) m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
 \\
 & \sqrt{2} \delta \mu_{\Delta^+ p}^{(\text{lazo } 2^{\text{ad}})} = \left[\left(\frac{1}{3} a_1^2 + \frac{1}{3} a_1 c_3 + \frac{23}{54} b_2^2 + \frac{115}{81} b_2 b_3 - \frac{5}{18} b_2 c_3 + \frac{575}{486} b_3^2 - \frac{25}{54} b_3 c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{43}{216} c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{5}{9} a_1^2 - \frac{13}{27} a_1 b_2 - \frac{65}{81} a_1 b_3 - \frac{5}{18} a_1 c_3 - \frac{13}{54} b_2 c_3 - \frac{65}{162} b_3 c_3 \right) m_2 \right. \\
 & \left. + \left(-\frac{25}{27} a_1^2 - \frac{65}{81} a_1 b_2 - \frac{325}{243} a_1 b_3 - \frac{25}{54} a_1 c_3 - \frac{65}{162} b_2 c_3 - \frac{325}{486} b_3 c_3 \right) m_3 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{17}{27} a_1^2 + \frac{5}{18} a_1 b_2 + \frac{25}{54} a_1 b_3 + \frac{43}{108} a_1 c_3 + \frac{23}{108} b_2^2 + \frac{115}{162} b_2 b_3 + \frac{575}{972} b_3^2 + \frac{43}{432} c_3^2 \right) m_4 \right] \\
 & \times I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{4} a_1^2 + \frac{1}{9} a_1 b_2 + \frac{13}{54} a_1 b_3 + \frac{1}{6} a_1 c_3 + \frac{17}{108} b_2^2 + \frac{41}{81} b_2 b_3 - \frac{1}{18} b_2 c_3 + \frac{485}{972} b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{9} b_3 c_3 + \frac{17}{216} c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{9} a_1^2 - \frac{2}{27} a_1 b_2 - \frac{13}{81} a_1 b_3 - \frac{1}{18} a_1 c_3 - \frac{1}{27} b_2 c_3 - \frac{13}{162} b_3 c_3 \right) m_2 \right. \\
 & \left. + \left(-\frac{2}{9} a_1^2 - \frac{13}{81} a_1 b_2 - \frac{68}{243} a_1 b_3 - \frac{1}{9} a_1 c_3 - \frac{13}{162} b_2 c_3 - \frac{34}{243} b_3 c_3 \right) m_3 + \left(\frac{59}{216} a_1^2 + \frac{1}{9} a_1 b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{25}{108} a_1 b_3 + \frac{17}{108} a_1 c_3 + \frac{17}{216} b_2^2 + \frac{41}{162} b_2 b_3 + \frac{485}{1944} b_3^2 + \frac{17}{432} c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) \\
 & + \left[\left(\frac{1}{18} a_1^2 + \frac{1}{9} a_1 b_2 + \frac{2}{9} a_1 b_3 + \frac{1}{18} b_2^2 + \frac{2}{9} b_2 b_3 + \frac{41}{162} b_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{1}{36} a_1^2 + \frac{1}{18} a_1 b_2 + \frac{1}{9} a_1 b_3 + \frac{1}{36} b_2^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{9} b_2 b_3 + \frac{41}{324} b_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
 \\
 & \sqrt{2} \delta \mu_{\Delta^0 n}^{(\text{lazo } 2^{\text{ad}})} = \left[\left(\frac{1}{3} a_1^2 + \frac{1}{3} a_1 c_3 + \frac{23}{54} b_2^2 + \frac{115}{81} b_2 b_3 - \frac{5}{18} b_2 c_3 + \frac{575}{486} b_3^2 - \frac{25}{54} b_3 c_3 + \frac{43}{216} c_3^2 \right) \right. \\
 & \times m_1 + \left(-\frac{5}{9} a_1^2 - \frac{13}{27} a_1 b_2 - \frac{65}{81} a_1 b_3 - \frac{5}{18} a_1 c_3 - \frac{13}{54} b_2 c_3 - \frac{65}{162} b_3 c_3 \right) m_2 + \left(-\frac{25}{27} a_1^2 \right. \\
 & \left. - \frac{65}{81} a_1 b_2 - \frac{325}{243} a_1 b_3 - \frac{25}{54} a_1 c_3 - \frac{65}{162} b_2 c_3 - \frac{325}{486} b_3 c_3 \right) m_3 + \left(\frac{17}{27} a_1^2 + \frac{5}{18} a_1 b_2 + \frac{25}{54} a_1 b_3 \right. \\
 & \left. + \frac{43}{108} a_1 c_3 + \frac{23}{108} b_2^2 + \frac{115}{162} b_2 b_3 + \frac{575}{972} b_3^2 + \frac{43}{432} c_3^2 \right) m_4 \Big] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{4} a_1^2 + \frac{1}{9} a_1 b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{13}{54} a_1 b_3 + \frac{1}{6} a_1 c_3 + \frac{17}{108} b_2^2 + \frac{41}{81} b_2 b_3 - \frac{1}{18} b_2 c_3 + \frac{485}{972} b_3^2 - \frac{1}{9} b_3 c_3 + \frac{17}{216} c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{9} a_1^2 \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{27}a_1b_2 - \frac{13}{81}a_1b_3 - \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{1}{27}b_2c_3 - \frac{13}{162}b_3c_3 \Big) m_2 + \left(-\frac{2}{9}a_1^2 - \frac{13}{81}a_1b_2 - \frac{68}{243}a_1b_3 \right. \\
 & \left. - \frac{1}{9}a_1c_3 - \frac{13}{162}b_2c_3 - \frac{34}{243}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{59}{216}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{25}{108}a_1b_3 + \frac{17}{108}a_1c_3 + \frac{17}{216}b_2^2 \right. \\
 & \left. + \frac{41}{162}b_2b_3 + \frac{485}{1944}b_3^2 + \frac{17}{432}c_3^2 \right) m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{2}{9}a_1b_3 + \frac{1}{18}b_2^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{2}{9}b_2b_3 + \frac{41}{162}b_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{1}{36}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{1}{9}a_1b_3 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{1}{9}b_2b_3 + \frac{41}{324}b_3^2 \right) m_4 \right] \\
 & I_2(m_\eta, 0, \mu),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{6}\delta\mu_{\Sigma^*0\Lambda}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} &= \left[\left(\frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1b_3 + \frac{11}{24}a_1c_3 + \frac{5}{12}b_2^2 + \frac{35}{27}b_2b_3 - \frac{5}{18}b_2c_3 + \frac{677}{648}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{19}{36}b_3c_3 + \frac{67}{288}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{2}{3}a_1^2 - \frac{5}{9}a_1b_2 - \frac{26}{27}a_1b_3 - \frac{1}{3}a_1c_3 - \frac{5}{18}b_2c_3 - \frac{13}{27}b_3c_3 \right) m_2 \right. \\
 & \left. + \left(-\frac{19}{18}a_1^2 - \frac{25}{27}a_1b_2 - \frac{257}{162}a_1b_3 - \frac{19}{36}a_1c_3 - \frac{25}{54}b_2c_3 - \frac{257}{324}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{13}{18}a_1^2 + \frac{5}{18}a_1b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{13}{24}a_1b_3 + \frac{67}{144}a_1c_3 + \frac{5}{24}b_2^2 + \frac{35}{54}b_2b_3 + \frac{677}{1296}b_3^2 + \frac{67}{576}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{3}{8}a_1^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{23}{36}a_1b_3 + \frac{1}{4}a_1c_3 + \frac{13}{24}b_2^2 + \frac{52}{27}b_2b_3 - \frac{2}{9}b_2c_3 + \frac{1195}{648}b_3^2 - \frac{11}{36}b_3c_3 + \frac{11}{72}c_3^2 \right) m_1 \right. \\
 & \left. + \left(-\frac{1}{3}a_1^2 - \frac{5}{18}a_1b_2 - \frac{13}{27}a_1b_3 - \frac{1}{6}a_1c_3 - \frac{5}{36}b_2c_3 - \frac{13}{54}b_3c_3 \right) m_2 + \left(-\frac{11}{18}a_1^2 - \frac{14}{27}a_1b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{133}{162}a_1b_3 - \frac{11}{36}a_1c_3 - \frac{7}{27}b_2c_3 - \frac{133}{324}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{79}{144}a_1^2 + \frac{7}{18}a_1b_2 + \frac{5}{8}a_1b_3 + \frac{11}{36}a_1c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{13}{48}b_2^2 + \frac{26}{27}b_2b_3 + \frac{1195}{1296}b_3^2 + \frac{11}{144}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1b_3 + \frac{1}{24}a_1c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{72}b_3^2 - \frac{1}{36}b_3c_3 + \frac{1}{32}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_3 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{8}a_1^2 + \frac{1}{24}a_1b_3 + \frac{1}{16}a_1c_3 + \frac{1}{144}b_3^2 + \frac{1}{64}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^*0\Sigma^0}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} &= \left[\left(\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{2}{27}a_1b_2 + \frac{49}{324}a_1b_3 + \frac{1}{24}a_1c_3 + \frac{2}{27}b_2^2 + \frac{23}{81}b_2b_3 - \frac{1}{54}b_2c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{583}{1944}b_3^2 - \frac{7}{324}b_3c_3 + \frac{23}{864}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{7}{162}a_1^2 - \frac{1}{81}a_1b_2 - \frac{7}{486}a_1b_3 - \frac{7}{324}a_1c_3 - \frac{1}{162}b_2c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{7}{972}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{23}{216}a_1^2 + \frac{1}{18}a_1b_2 + \frac{7}{72}a_1b_3 + \frac{23}{432}a_1c_3 + \frac{1}{27}b_2^2 + \frac{23}{162}b_2b_3 + \frac{583}{3888}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{23}{1728}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{11}{72}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_2 + \frac{23}{324}a_1b_3 + \frac{5}{36}a_1c_3 + \frac{53}{216}b_2^2 + \frac{64}{81}b_2b_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{4}{27}b_2c_3 + \frac{1289}{1944}b_3^2 - \frac{83}{324}b_3c_3 + \frac{19}{216}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{3}a_1^2 - \frac{5}{18}a_1b_2 - \frac{13}{27}a_1b_3 - \frac{1}{6}a_1c_3 \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{5}{36}b_2c_3 - \frac{13}{54}b_3c_3)m_2 + \left(-\frac{83}{162}a_1^2 - \frac{38}{81}a_1b_2 - \frac{383}{486}a_1b_3 - \frac{83}{324}a_1c_3 - \frac{19}{81}b_2c_3 - \frac{383}{972}b_3c_3 \right) \\
 & \times m_3 + \left(\frac{125}{432}a_1^2 + \frac{1}{6}a_1b_2 + \frac{7}{24}a_1b_3 + \frac{19}{108}a_1c_3 + \frac{53}{432}b_2^2 + \frac{32}{81}b_2b_3 + \frac{1289}{3888}b_3^2 + \frac{19}{432}c_3^2 \right) m_4 \Big] \\
 & \times I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{12}a_1^2 + \frac{1}{108}a_1b_3 + \frac{5}{72}a_1c_3 + \frac{1}{216}b_3^2 - \frac{1}{108}b_3c_3 + \frac{7}{288}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{54}a_1^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{162}a_1b_3 - \frac{1}{108}a_1c_3 - \frac{1}{324}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{5}{72}a_1^2 + \frac{1}{72}a_1b_3 + \frac{7}{144}a_1c_3 + \frac{1}{432}b_3^2 + \frac{7}{576}c_3^2 \right) \right. \\
 & \left. \times m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
 \\
 & \sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^*\Sigma^+}^{(\text{lazo 2ad})} = \left[\left(\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{5}{27}a_1b_2 + \frac{59}{162}a_1b_3 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{7}{36}b_2^2 + \frac{17}{27}b_2b_3 - \frac{1}{54}b_2c_3 + \frac{31}{54}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{11}{324}b_3c_3 + \frac{1}{16}c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{2}{27}a_1b_2 + \frac{23}{162}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{27}b_2c_3 + \frac{23}{324}b_3c_3 \right) m_2 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{11}{162}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{37}{162}a_1b_3 + \frac{11}{324}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{37}{324}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{5}{24}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{4}{27}a_1b_3 + \frac{1}{8}a_1c_3 + \frac{7}{72}b_2^2 + \frac{17}{54}b_2b_3 + \frac{31}{108}b_3^2 + \frac{1}{32}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{5}{18}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{8}{81}a_1b_3 + \frac{2}{9}a_1c_3 + \frac{4}{9}b_2^2 + \frac{41}{27}b_2b_3 - \frac{17}{54}b_2c_3 + \frac{73}{54}b_3^2 - \frac{47}{81}b_3c_3 + \frac{1}{6}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{2}{3}a_1^2 - \frac{17}{27}a_1b_2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{88}{81}a_1b_3 - \frac{1}{3}a_1c_3 - \frac{17}{54}b_2c_3 - \frac{44}{81}b_3c_3 \right) m_2 + \left(-\frac{94}{81}a_1^2 - \frac{29}{27}a_1b_2 - \frac{148}{81}a_1b_3 - \frac{47}{81}a_1c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{29}{54}b_2c_3 - \frac{74}{81}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{7}{12}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{17}{27}a_1b_3 + \frac{1}{3}a_1c_3 + \frac{2}{9}b_2^2 + \frac{41}{54}b_2b_3 + \frac{73}{108}b_3^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{12}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{1}{108}b_3^2 - \frac{1}{36}b_3c_3 + \frac{7}{144}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_2 + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{54}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_3 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{5}{36}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1b_3 + \frac{7}{72}a_1c_3 + \frac{1}{216}b_3^2 + \frac{7}{288}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) , \\
 \\
 & \sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^*\Sigma^-}^{(\text{lazo 2ad})} = \left[\left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{27}a_1b_2 - \frac{5}{81}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{5}{108}b_2^2 - \frac{5}{81}b_2b_3 - \frac{1}{54}b_2c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{25}{972}b_3^2 - \frac{25}{324}b_3c_3 - \frac{1}{108}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{2}{27}a_1b_2 - \frac{23}{162}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{27}b_2c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{23}{324}b_3c_3 \right) m_2 + \left(-\frac{25}{162}a_1^2 - \frac{11}{81}a_1b_2 - \frac{125}{486}a_1b_3 - \frac{25}{324}a_1c_3 - \frac{11}{162}b_2c_3 - \frac{125}{972}b_3c_3 \right) m_3 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{216}a_1^2 + \frac{5}{108}a_1b_3 - \frac{1}{54}a_1c_3 - \frac{5}{216}b_2^2 - \frac{5}{162}b_2b_3 + \frac{25}{1944}b_3^2 - \frac{1}{216}c_3^2 \right) m_4 \right] I_2(m_\pi, 0, \mu)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\left(\frac{1}{36}a_1^2 + \frac{1}{27}a_1b_2 + \frac{7}{162}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{5}{108}b_2^2 + \frac{5}{81}b_2b_3 + \frac{1}{54}b_2c_3 - \frac{25}{972}b_3^2 \right. \right. \\
 & + \frac{11}{162}b_3c_3 + \left. \frac{1}{108}c_3^2 \right) m_1 + \left(\frac{2}{27}a_1b_2 + \frac{10}{81}a_1b_3 + \frac{1}{27}b_2c_3 + \frac{5}{81}b_3c_3 \right) m_2 + \left(\frac{11}{81}a_1^2 + \frac{11}{81}a_1b_2 \right. \\
 & + \frac{61}{243}a_1b_3 + \frac{11}{162}a_1c_3 + \frac{11}{162}b_2c_3 + \frac{61}{486}b_3c_3 \left. \right) m_3 + \left(-\frac{1}{216}a_1^2 - \frac{5}{108}a_1b_3 + \frac{1}{54}a_1c_3 \right. \\
 & + \left. \frac{5}{216}b_2^2 + \frac{5}{162}b_2b_3 - \frac{25}{1944}b_3^2 + \frac{1}{216}c_3^2 \right) m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 \right. \right. \\
 & + \left. \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_1 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{108}b_3c_3 \right) m_2 + \left(\frac{1}{54}a_1^2 + \frac{1}{162}a_1b_3 + \frac{1}{108}a_1c_3 \right. \\
 & + \left. \frac{1}{324}b_3c_3 \right) m_3 \Big] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2}\delta\mu_{\Xi^*0\Xi^0}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(\frac{1}{4}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{13}{54}a_1b_3 + \frac{1}{6}a_1c_3 + \frac{11}{108}b_2^2 + \frac{49}{162}b_2b_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{74}{243}b_3^2 \right. \right. \\
 & - \frac{1}{12}b_3c_3 + \left. \frac{25}{432}c_3^2 \right) m_1 + \left(-\frac{1}{9}a_1^2 - \frac{2}{27}a_1b_2 - \frac{13}{81}a_1b_3 - \frac{1}{18}a_1c_3 - \frac{1}{27}b_2c_3 - \frac{13}{162}b_3c_3 \right) m_2 \\
 & + \left(-\frac{1}{6}a_1^2 - \frac{23}{162}a_1b_2 - \frac{127}{486}a_1b_3 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{23}{324}b_2c_3 - \frac{127}{972}b_3c_3 \right) m_3 + \left(\frac{41}{216}a_1^2 + \frac{1}{12}a_1b_2 \right. \\
 & + \frac{11}{54}a_1b_3 + \frac{25}{216}a_1c_3 + \frac{11}{216}b_2^2 + \frac{49}{324}b_2b_3 + \frac{37}{243}b_3^2 + \frac{25}{864}c_3^2 \left. \right) m_4 \Big] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{5}{18}a_1^2 \right. \right. \\
 & + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{2}{9}a_1b_3 + \frac{2}{9}a_1c_3 + \frac{13}{27}b_2^2 + \frac{133}{81}b_2b_3 - \frac{5}{18}b_2c_3 + \frac{349}{243}b_3^2 - \frac{25}{54}b_3c_3 + \frac{37}{216}c_3^2 \left. \right) m_1 \\
 & - \left(\frac{5}{9}a_1^2 + \frac{13}{27}a_1b_2 + \frac{65}{81}a_1b_3 + \frac{5}{18}a_1c_3 + \frac{13}{54}b_2c_3 + \frac{65}{162}b_3c_3 \right) m_2 - \left(\frac{25}{27}a_1^2 + \frac{65}{81}a_1b_2 \right. \\
 & + \frac{325}{243}a_1b_3 + \frac{25}{54}a_1c_3 + \frac{65}{162}b_2c_3 + \frac{325}{486}b_3c_3 \left. \right) m_3 + \left(\frac{65}{108}a_1^2 + \frac{1}{3}a_1b_2 + \frac{31}{54}a_1b_3 + \frac{37}{108}a_1c_3 \right. \\
 & + \left. \frac{13}{54}b_2^2 + \frac{133}{162}b_2b_3 + \frac{349}{486}b_3^2 + \frac{37}{432}c_3^2 \right) m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_2^2 \right. \right. \\
 & + \frac{11}{54}b_2b_3 - \frac{1}{36}b_2c_3 + \frac{7}{36}b_3^2 - \frac{1}{36}b_3c_3 + \frac{7}{144}c_3^2 \left. \right) m_1 - \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{54}a_1b_2 + \frac{1}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 \right. \\
 & + \frac{1}{108}b_2c_3 + \frac{1}{108}b_3c_3 \left. \right) m_3 + \left(\frac{5}{36}a_1^2 + \frac{1}{36}a_1b_2 + \frac{1}{36}a_1b_3 + \frac{7}{72}a_1c_3 + \frac{1}{36}b_2^2 + \frac{11}{108}b_2b_3 \right. \\
 & + \left. \frac{7}{72}b_3^2 + \frac{7}{288}c_3^2 \right) m_4 \Big] I_2(m_\eta, 0, \mu) ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2}\delta\mu_{\Xi^*-\Xi^-}^{(\text{lazo } 2\text{ad})} & = \left[\left(-\frac{1}{12}a_1^2 - \frac{1}{12}a_1c_3 - \frac{5}{108}b_2^2 - \frac{5}{81}b_2b_3 + \frac{25}{972}b_3^2 - \frac{5}{108}b_3c_3 - \frac{1}{108}c_3^2 \right) m_1 \right. \\
 & + \left(-\frac{1}{18}a_1^2 - \frac{1}{27}a_1b_2 - \frac{13}{162}a_1b_3 - \frac{1}{36}a_1c_3 - \frac{1}{54}b_2c_3 - \frac{13}{324}b_3c_3 \right) m_2 + \left(-\frac{5}{54}a_1^2 - \frac{5}{81}a_1b_2 \right. \\
 & - \frac{65}{486}a_1b_3 - \frac{5}{108}a_1c_3 - \frac{5}{162}b_2c_3 - \frac{65}{972}b_3c_3 \left. \right) m_3 + \left(\frac{1}{216}a_1^2 + \frac{5}{108}a_1b_3 - \frac{1}{54}a_1c_3 - \frac{5}{216}b_2^2 \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. -\frac{5}{162}b_2b_3 + \frac{25}{1944}b_3^2 - \frac{1}{216}c_3^2 \right) m_4 \Big] I_2(m_\pi, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{36}a_1^2 - \frac{1}{9}a_1b_2 - \frac{11}{54}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3 \right. \right. \\
 & + \frac{5}{108}b_2^2 + \frac{5}{81}b_2b_3 - \frac{1}{18}b_2c_3 - \frac{25}{972}b_3^2 - \frac{1}{18}b_3c_3 + \frac{1}{108}c_3^2 \Big) m_1 - \left(\frac{2}{27}a_1b_2 + \frac{10}{81}a_1b_3 + \frac{1}{27}b_2c_3 \right. \\
 & + \left. \left. \frac{5}{81}b_3c_3 \right) m_2 - \left(\frac{1}{9}a_1^2 + \frac{13}{81}a_1b_2 + \frac{59}{243}a_1b_3 + \frac{1}{18}a_1c_3 + \frac{13}{162}b_2c_3 + \frac{59}{486}b_3c_3 \right) m_3 - \left(\frac{1}{216}a_1^2 \right. \\
 & + \frac{5}{108}a_1b_3 + \frac{1}{54}a_1c_3 + \frac{5}{216}b_2^2 + \frac{5}{162}b_2b_3 - \frac{25}{1944}b_3^2 + \frac{1}{216}c_3^2 \Big) m_4 \Big] I_2(m_K, 0, \mu) + \left[\left(\frac{1}{18}a_1^2 \right. \right. \\
 & + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{11}{54}a_1b_3 + \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{11}{108}b_3c_3 \Big) m_1 + \left(\frac{1}{18}a_1^2 + \frac{1}{9}a_1b_2 + \frac{11}{54}a_1b_3 \right. \\
 & + \left. \left. \frac{1}{36}a_1c_3 + \frac{1}{18}b_2c_3 + \frac{11}{108}b_3c_3 \right) m_2 + \left(\frac{11}{54}a_1^2 + \frac{2}{9}a_1b_2 + \frac{61}{162}a_1b_3 + \frac{11}{108}a_1c_3 + \frac{1}{9}b_2c_3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{61}{324}b_3c_3 \right) m_3 \right] I_2(m_\eta, 0, \mu) . \tag{4.36}
 \end{aligned}$$

Aportación del diagrama e

La última aportación con orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ está representada gráficamente en el diagrama (4.2-e). Este diagrama ha sido completamente evaluado y estudiado en los artículos [70, 71].

Este desarrollo guarda similitud con el realizado en (3.27-3.29) para la corriente vectorial axial. Las contribuciones provistas por este diagrama pueden colocarse en un único operador:

$$\delta M_{(\text{lazo } 2e)}^k = -\frac{1}{2} [T^a, [T^b, M^k]] \Pi^{ab}, \tag{4.37}$$

aquí, el tensor Π^{ab} y las funciones de mesones $I_{\mathbf{r}}(m, \mu)$ son las mismas que en los incisos (3.24), (3.25) del capítulo II⁶. Todas estas aportaciones pueden clasificarse en términos de las representaciones de sabor **1**, **8**, **27**:

$$\delta M_{(\text{lazo } 2e)}^k = F_{\mathbf{1}} M_{\mathbf{1}, (\text{lazo } 2e)}^{kQ} + F_{\mathbf{8}} M_{\mathbf{8}, (\text{lazo } 2e)}^{kQ} + F_{\mathbf{27}} M_{\mathbf{27}, (\text{lazo } 2e)}^{kQ}. \tag{4.38}$$

Es posible evaluar explícita y completamente el doble conmutador de (4.37), estas son las estructuras clasificadas en representaciones de sabor:

⁶También será necesario considerar la integral de lazo (3.19).

1. En la representación **1** de sabor tenemos:

$$M_{\mathbf{1}, (\text{lazo } 2e)}^{kc} = -\frac{1}{2} [T^a, [T^a, M^{kc}]] = \frac{3}{2} M^{kc}, \quad (4.39)$$

2. En la representación **8** de sabor tenemos:

$$M_{\mathbf{8}, (\text{lazo } 2e)}^{kc} = -\frac{1}{2} d^{ab8} [T^a, [T^b, M^{kc}]] = -\frac{3}{4} d^{c8e} M^{ke}, \quad (4.40)$$

3. En la representación **27** de sabor tenemos:

$$M_{\mathbf{27}, (\text{lazo } 2e)}^{kc} = -\frac{1}{2} d^{ab8} [T^a, [T^b, M^{kc}]] = -\frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} M^{kg}. \quad (4.41)$$

Observe que las estructuras contienen explícitamente al operador de momentos magnéticos, esto evidencia que las aportaciones del diagrama poseen el mismo orden que las provenientes del nivel de árbol. Los elementos de matriz están en las tablas (4.1-4.3), así como en las tablas (D.2-D.4), y (D.8-D.19) del apéndice D.

A continuación se presentan las expresiones que representan contribuciones a los momentos magnéticos del lazo (4.2-e). Para los miembros del octete de bariones tenemos a:

$$\begin{aligned} \delta\mu_n^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{5}{12}m_1 + \frac{1}{12}m_2 + \frac{5}{36}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) + \left[\frac{1}{12}m_1 - \frac{1}{12}m_2 + \frac{1}{36}m_3 \right] I(m_K, \mu), \\ \delta\mu_p^{(\text{lazo } 2e)} &= -\left[\frac{5}{12}m_1 + \frac{1}{12}m_2 + \frac{5}{36}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_2 + \frac{1}{9}m_3 \right] I(m_K, \mu), \\ \delta\mu_{\Sigma^-}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_2 + \frac{1}{9}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) + \left[-\frac{1}{12}m_1 + \frac{1}{12}m_2 - \frac{1}{36}m_3 \right] I(m_K, \mu), \\ \delta\mu_{\Sigma^0}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[-\frac{1}{4}m_1 - \frac{1}{12}m_3 \right] I(m_K, \mu), \\ \delta\mu_{\Sigma^+}^{(\text{lazo } 2e)} &= -\left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_2 + \frac{1}{9}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{5}{12}m_1 + \frac{1}{12}m_2 + \frac{5}{36}m_3 \right] I(m_K, \mu), \\ \delta\mu_{\Xi^-}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[-\frac{1}{12}m_1 + \frac{1}{12}m_2 - \frac{1}{36}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) + \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_2 + \frac{1}{9}m_3 \right] I(m_K, \mu), \\ \delta\mu_{\Xi^0}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{12}m_1 - \frac{1}{12}m_2 + \frac{1}{36}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) + \left[\frac{5}{12}m_1 + \frac{1}{12}m_2 + \frac{5}{36}m_3 \right] I(m_K, \mu), \\ \delta\mu_\Lambda^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{12}m_3 \right] I(m_K, \mu). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Para los miembros de la decupleta de bariones tenemos las expresiones:

$$\begin{aligned}
\delta\mu_{\Delta^{++}}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{3}{4}m_1 + \frac{3}{4}m_2 + \frac{5}{4}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{3}{4}m_1 + \frac{3}{4}m_2 + \frac{5}{4}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\delta\mu_{\Delta^+}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{5}{6}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\delta\mu_{\Delta^0}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\delta\mu_{\Delta^-}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{3}{4}m_1 + \frac{3}{4}m_2 + \frac{5}{4}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) , \\
\delta\mu_{\Sigma^{*+}}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{5}{6}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\delta\mu_{\Sigma^{*0}}^{(\text{lazo } 2e)} &= 0 , \\
\delta\mu_{\Sigma^{*-}}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{5}{6}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) + \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\delta\mu_{\Xi^{*0}}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) + \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\delta\mu_{\Xi^{*-}}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{5}{12}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) + \left[\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{5}{6}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\delta\mu_{\Xi^{*+}}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{3}{4}m_1 + \frac{3}{4}m_2 + \frac{5}{4}m_3 \right] I(m_K, \mu) . \tag{4.43}
\end{aligned}$$

Para finalizar tenemos los momentos magnéticos de transición:

$$\begin{aligned}
\sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^0\Lambda}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{6}m_3 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{12}m_3 \right] I(m_K, \mu) , \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Delta^+p}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{2}{3}m_1 + \frac{1}{3}m_4 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_K, \mu) , \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Delta^0n}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{2}{3}m_1 + \frac{1}{3}m_4 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_K, \mu) , \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Sigma^{*0}\Lambda}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[m_1 + \frac{1}{2}m_4 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{4}m_4 \right] I(m_K, \mu) , \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^{*0}\Sigma^0}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{4}m_4 \right] I(m_K, \mu) , \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^{*+}\Sigma^+}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{2}{3}m_1 + \frac{1}{3}m_4 \right] I(m_K, \mu) , \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^{*-}\Sigma^-}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_K, \mu) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2}\delta\mu_{\Xi^*0\Xi^0}^{(\text{lazo } 2e)} &= - \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{2}{3}m_1 + \frac{1}{3}m_4 \right] I(m_K, \mu), \\
 \sqrt{2}\delta\mu_{\Xi^*-\Xi^-}^{(\text{lazo } 2e)} &= \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_\pi, \mu) - \left[\frac{1}{3}m_1 + \frac{1}{6}m_4 \right] I(m_K, \mu). \quad (4.44)
 \end{aligned}$$

4.1.5. Comparación con resultados obtenidos en HB χ PT

Ahora que hemos presentado todas las correcciones con orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ realizaremos el comparativo de resultados con los elaborados en el formalismo sin la expansión $1/N_c$. Preservando la organización de los resultados presentados en [43], está es la expresión genérica para los momentos magnéticos que provienen de los diagramas (4.2 a-d):

$$\delta\mu_i^{\text{lazo } 2} = \sum_{P=\pi,K,\eta} -\frac{1}{2} \left(\bar{\gamma}_i^{(P)} - 2\bar{\lambda}_i^{(P)}\alpha_i \right) \left[-\frac{1}{16\pi^2 f^2} m_P^2 \ln \frac{m_P^2}{\mu^2} \right]. \quad (4.45)$$

donde los coeficientes $\{\bar{\gamma}_i^{(P)}, \bar{\lambda}_i^{(P)}, \alpha_i\}$ ⁷ aparecen listados en los incisos (4.46, 4.47, 4.48) y las tablas (4.8, 4.9).

$\alpha_p = \frac{1}{3}\mu_D + \mu_F$	$\alpha_{\Sigma^+} = \frac{1}{3}\mu_D + \mu_F$	$\alpha_{\Xi^0} = -\frac{2}{3}\mu_D$
$\alpha_n = -\frac{2}{3}\mu_D$	$\alpha_{\Sigma^0} = \frac{1}{3}\mu_D$	$\alpha_{\Xi^-} = \frac{1}{3}\mu_D - \mu_F$
$\alpha_\Lambda = -\frac{1}{3}\mu_D,$	$\alpha_{\Sigma^+} = \frac{1}{3}\mu_D - \mu_F$	$\alpha_{\Lambda\Sigma_0} = \frac{1}{\sqrt{3}}\mu_D$

Tabla 4.8: Coeficientes α_B .

Estos son los coeficientes $\bar{\gamma}_i^P$ relativos a los piones:

$$\begin{aligned}
 \bar{\gamma}_p^{(\pi)} &= -\mu_D - \mu_F + \frac{1}{2} (\mathcal{D} + \mathcal{F})^2 (\mu_D - \mu_F) - \frac{32}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{8}{9} \mathcal{C} (\mathcal{D} + \mathcal{F}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_n^{(\pi)} &= -(\mathcal{D} + \mathcal{F})^2 \mu_F + \frac{8}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C - \frac{8}{9} \mathcal{C} (\mathcal{D} + \mathcal{F}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_\Lambda^{(\pi)} &= -\frac{1}{3} \mu_D - \frac{2}{3} \mathcal{D}^2 \mu_D - \frac{2}{3} \mathcal{C} \mathcal{D} \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Sigma^+}^{(\pi)} &= -\mu_D - \mu_F + \frac{2}{9} (\mathcal{D}^2 + 6\mathcal{D}\mathcal{F} - 6\mathcal{F}^2) \mu_D - 2\mathcal{F}^2 \mu_F - \frac{2}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (\mathcal{D} + 3\mathcal{F}) \mu_T,
 \end{aligned}$$

⁷En este caso solo se cuenta con los coeficientes para miembros del octete de bariones, observe [43].

$$\begin{aligned}
 \bar{\gamma}_{\Sigma^0}^{(\pi)} &= -\mu_D + \frac{2}{9} (\mathcal{D}^2 - 6\mathcal{F}^2) \mu_D + \frac{4}{9} \mathcal{C} \mathcal{F} \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Sigma^-}^{(\pi)} &= -\mu_D - \mu_F + \frac{2}{9} (\mathcal{D}^2 - 6\mathcal{D}\mathcal{F} - 6\mathcal{F}^2) \mu_D + 2\mathcal{F}^2 \mu_F + \frac{2}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (\mathcal{F} - \mathcal{D}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Xi^0}^{(\pi)} &= (\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 \mu_F + \frac{4}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (\mathcal{F} - \mathcal{D}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Xi^-}^{(\pi)} &= -\mu_D + \mu_F + \frac{1}{2} (\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 (\mu_D + \mu_F) + \frac{2}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{4}{9} \mathcal{C} (\mathcal{F} - \mathcal{D}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Lambda\Sigma^0}^{(\pi)} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \mu_D + \frac{2}{3\sqrt{3}} \mathcal{D} (6\mathcal{F}\mu_F - \mathcal{D}\mu_D) - \frac{4}{9\sqrt{3}} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{1}{9\sqrt{3}} \mathcal{C} (\mathcal{D} + 6\mathcal{F}) \mu_T. \quad (4.46)
 \end{aligned}$$

Ahora los coeficientes $\bar{\gamma}$ para las contribuciones de kaones:

$$\begin{aligned}
 \bar{\gamma}_p^{(K)} &= -\mu_D - \mu_F + \left(-\frac{1}{9} \mathcal{D}^2 + 2\mathcal{D}\mathcal{F} - \mathcal{F}^2 \right)^2 \mu_D - (\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 \mu_F \\
 &\quad - \frac{4}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (3\mathcal{D} - \mathcal{F}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_n^{(K)} &= \left(-\frac{7}{9} \mathcal{D}^2 + \frac{2}{3} \mathcal{D}\mathcal{F} + \mathcal{F}^2 \right) \mu_D + (\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 \mu_F + \frac{4}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C - \frac{4}{9} \mathcal{C} \mathcal{F} \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_\Lambda^{(K)} &= -\frac{1}{3} \mu_D + \left(\frac{1}{9} \mathcal{D}^2 + \mathcal{F}^2 \right) \mu_D - 2\mathcal{D}\mathcal{F} \mu_F + \frac{2}{9} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (\mathcal{D} - 3\mathcal{F}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Sigma^+}^{(K)} &= -\mu_D - \mu_F + \left(\frac{1}{3} \mathcal{D}^2 + 2\mathcal{D}\mathcal{F} + \frac{1}{3} \mathcal{F}^2 \right) \mu_D - (\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 \mu_F - \frac{28}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{8}{9} \mathcal{C} \mathcal{D} \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Sigma^0}^{(K)} &= -\mu_D + \frac{1}{3} (\mathcal{D}^2 + \mathcal{F}^2) \mu_D + 2\mathcal{D}\mathcal{F} \mu_F - \frac{2}{9} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (\mathcal{D} + \mathcal{F}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Sigma^-}^{(K)} &= -\mu_D + \mu_F - \left(\frac{1}{9} \mathcal{D}^2 + 2\mathcal{D}\mathcal{F} + \mathcal{F}^2 \right) \mu_D + (\mathcal{D} + \mathcal{F})^2 \mu_F + \frac{16}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (\mathcal{F} - \mathcal{D}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Xi^0}^{(K)} &= (\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 \mu_F + \frac{4}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{2}{9} \mathcal{C} (\mathcal{F} - \mathcal{D}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Xi^-}^{(K)} &= -\mu_D + \mu_F + \frac{1}{2} (\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 (\mu_D + \mu_F) + \frac{2}{27} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{4}{9} \mathcal{C} (\mathcal{F} - \mathcal{D}) \mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Lambda\Sigma^0}^{(K)} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \mu_D + \frac{1}{\sqrt{3}} \mathcal{D}\mathcal{F} \mu_F - \frac{2}{9\sqrt{3}} \mathcal{C}^2 \mu_C + \frac{4}{9\sqrt{3}} \mathcal{C} (2\mathcal{D} + 3\mathcal{F}) \mu_T. \quad (4.47)
 \end{aligned}$$

Finalmente, los coeficientes $\bar{\gamma}$ para las contribuciones de los mesones:

$$\begin{aligned}
 \bar{\gamma}_p^{(\eta)} &= -\frac{1}{18} (\mathcal{D} - 3\mathcal{F})^2 (\mu_D + 3\mu_F), \\
 \bar{\gamma}_n^{(\eta)} &= \frac{1}{9} (\mathcal{D} - 3\mathcal{F})^2 \mu_D, \\
 \bar{\gamma}_\Lambda^{(\eta)} &= \frac{2}{9} \mathcal{D}^2 \mu_D,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\gamma}_{\Sigma^+}^{(\eta)} &= -\frac{2}{9}\mathcal{D}^2(\mu_D + 3\mu_F) - \frac{2}{9}\mathcal{C}^2\mu_C + \frac{4}{9}\mathcal{C}\mathcal{D}\mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Sigma^0}^{(\eta)} &= -\frac{2}{9}\mathcal{D}^2\mu_D + \frac{2}{9}\mathcal{C}\mathcal{D}\mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Sigma^-}^{(\eta)} &= -\frac{2}{9}\mathcal{D}^2(\mu_D - 3\mu_F) + \frac{2}{9}\mathcal{C}^2\mu_C, \\
 \bar{\gamma}_{\Xi^0}^{(\eta)} &= \frac{1}{9}(\mathcal{D} + 3\mathcal{F})^2\mu_D - \frac{2}{9}\mathcal{C}(\mathcal{D} + 3\mathcal{F})\mu_T, \\
 \bar{\gamma}_{\Xi^-}^{(\eta)} &= -\frac{1}{18}(\mathcal{D} + 3\mathcal{F})^2(\mu_D - 3\mu_F) + \frac{2}{9}\mathcal{C}^2\mu_C, \\
 \bar{\gamma}_{\Lambda\Sigma^0}^{(\eta)} &= \frac{2}{3\sqrt{3}}\mathcal{D}^2\mu_D + \frac{1}{3\sqrt{3}}\mathcal{C}\mathcal{D}\mu_T.
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

Ahora podemos comparar cada momento magnético obtenido en ambos formalismos. Considere los momentos magnéticos desarrollados en el formalismo combinado (4.34, 4.35, 4.36, 4.42, 4.43, 4.44). Posteriormente, se debe expresar cada uno de los resultados en términos de los invariantes de SU(3) (empleando las relaciones presentadas en (4.4)). Como resultado, cada momento magnético está en completo acuerdo con los presentados en (4.45) y sus coeficientes (4.8, 4.9, 4.46, 4.47, 4.48)⁸.

B	$\lambda^{(\pi)}$	$\lambda^{(K)}$	$\lambda^{(\eta)}$
n	$\frac{9}{4}(\mathcal{D} + \mathcal{F})^2 + 2\mathcal{C}^2$	$\frac{5}{2}\mathcal{D}^2 - 3\mathcal{D}\mathcal{F} + \frac{9}{2}\mathcal{F}^2 + \frac{1}{2}\mathcal{C}^2$	$\frac{1}{4}(\mathcal{D} - 3\mathcal{F})^2$
Λ	$3\mathcal{D}^2 + \frac{3}{2}\mathcal{C}^2$	$\mathcal{D}^2 + 9\mathcal{F}^2 + \mathcal{C}^2$	\mathcal{D}^2
Σ	$\mathcal{D}^2 + 6\mathcal{F}^2 + \frac{1}{3}\mathcal{C}^2$	$3\mathcal{D}^2 + 3\mathcal{F}^2 + \frac{5}{3}\mathcal{C}^2$	$\mathcal{D}^2 + \frac{1}{2}\mathcal{C}^2$
Ξ	$\frac{9}{4}(\mathcal{D} - \mathcal{F})^2 + \frac{1}{2}\mathcal{C}^2$	$\frac{5}{2}\mathcal{D}^2 + 3\mathcal{D}\mathcal{F} + \frac{9}{2}\mathcal{F}^2 + \frac{3}{2}\mathcal{C}^2$	$\frac{1}{4}(\mathcal{D} + \mathcal{F})^2 + \frac{1}{2}\mathcal{C}^2$
$\lambda\Sigma^0$	$\frac{1}{2}(\bar{\lambda}_\Lambda^{(\pi)} + \bar{\lambda}_\Sigma^{(\pi)})$	$\frac{1}{2}(\bar{\lambda}_\Lambda^{(K)} + \bar{\lambda}_\Sigma^{(K)})$	$\frac{1}{2}(\bar{\lambda}_\Lambda^{(\eta)} + \bar{\lambda}_\Sigma^{(\eta)})$

 Tabla 4.9: Coeficientes $\lambda_B^{(\Pi)}$.

4.1.6. Rompimiento de la simetría SU(3)

Es bien conocido que dentro del esquema de conteo quiral, tanto los diagramas de vértices con ordenes altos como las contribuciones de lazo con respectivos órdenes $\mathcal{O}(m_q^{1/2})$ y $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ aportan a los valores de los momentos magnéticos. De ello se tiene registro y ha sido discutido detalladamente en los artículos [42, 71].

Todas las contribuciones con origen en los vértices de órdenes altos cumplen con la función

⁸Debe tener en cuenta un factor perdido con valor $-\frac{5}{2}$ en las contribuciones de la gráfica (b) de la figura (4.2). Este detalle fue reportado en la errata publicada en 1996 [43].

de contra-términos, es decir, sustraer las partes divergentes que provienen de las integraciones en los lazos de mesones. Adicionalmente, los operadores dominantes del rompimiento de simetría SU(3) contribuyen con funciones lineales en las masas de quarks. La importancia de estos componentes se verá reflejada en los valores de los momentos magnéticos del análisis numérico que se presenta más adelante en el documento.

En el formalismo combinado, los operadores del rompimiento de la simetría de sabor SU(3) poseen las propiedades de transformación de un octete. Haciendo provecho de estas propiedades podemos dar orden y practicidad en los cálculos al aplicar dos simplificaciones. Estas consisten en despreciar el rompimiento de la simetría de iso-espín e incluir sólo términos en primer orden con respecto al rompimiento de simetría de sabor, como efecto, tenemos un operador δM^{kc} compuesto por todas las representaciones SU(3) contenidas en el producto tensorial $(1, \mathbf{8} \otimes \mathbf{8}) = (1, \mathbf{1}) \oplus (1, \mathbf{8}_S) \oplus (1, \mathbf{8}_A) \oplus (\mathbf{10} + \bar{\mathbf{10}}) \oplus (1, \mathbf{27})$, es decir:

$$\delta M_{\text{SB}}^{kc} = \delta M_{\text{SB}, \mathbf{1}}^{kc} + \delta M_{\text{SB}, \mathbf{8}}^{kc} + \delta M_{\text{SB}, \mathbf{10}+\bar{\mathbf{10}}}^{kc} + \delta M_{\text{SB}, \mathbf{27}}^{kc}, \quad (4.49)$$

en forma más detallada y explícita, esto compone al operador del rompimiento de simetría:

$$\begin{aligned} \delta M_{\text{SB}}^{kc} = & \left[m_1^{1,1} \delta^{c8} J^k + m_3^{1,1} \frac{1}{N_c^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} \right] + \left[n_1^{1,8} d^{ce8} G^{ke} + n_2^{1,8} \frac{1}{N_c} d^{ce8} \mathcal{D}_2^{ke} \right. \\ & + n_3^{1,8} \frac{1}{N_c^2} d^{ce8} \mathcal{D}_3^{ke} + \bar{n}_3^{1,8} \frac{1}{N_c^2} d^{ce8} \mathcal{O}_3^{ke} \left. \right] + \left[m_2^{1,10+10} \frac{1}{N_c} (\{G^{kc}, T^8\} - \{G^{k8}, T^c\}) \right. \\ & + m_3^{1,10+10} \frac{1}{N_c^2} (\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}) \left. \right] \\ & + \left[m_2^{1,27} \frac{1}{N_c} (\{G^{kc}, T^8\} + \{G^{k8}, T^c\}) + m_3^{1,27} \frac{1}{N_c^2} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \right. \\ & \left. + \bar{m}_3^{1,27} \frac{1}{N_c^2} (\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}) \right], \quad (4.50) \end{aligned}$$

donde los superíndices indican la representación de espín-sabor. Es notable que la serie se ha truncado a operadores de tres cuerpos; en caso de ser necesario, los órdenes más altos pueden ser obtenidos anti-conmutando los términos considerados con J^2 .

Los elementos de matriz del operador (4.50⁹) dan origen a las contribuciones del rompimiento de simetría para los momentos magnéticos. Para miembros del octete de bariones

⁹Los elementos de matriz de los componentes de este operador se encuentran en las tablas 4.1, 4.2, 4.3 empleadas en desarrollos anteriores.

tenemos a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3}\delta\mu_n^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} - \frac{1}{2}n_1^{1,8} - \frac{1}{6}n_2^{1,8} - \frac{1}{6}n_3^{1,8} - \frac{1}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} - \frac{1}{3}m_2^{1,27} - \frac{1}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_p^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} + \frac{1}{3}n_1^{1,8} + \frac{1}{9}n_3^{1,8} + \frac{1}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{2}{3}m_2^{1,27} + \frac{1}{3}m_3^{1,27} + \frac{1}{6}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_\Lambda^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} + \frac{1}{6}n_1^{1,8} + \frac{1}{18}n_3^{1,8} + \frac{1}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^0}^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} - \frac{1}{6}n_1^{1,8} - \frac{1}{18}n_3^{1,8} + \frac{1}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^+}^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} + \frac{1}{6}n_1^{1,8} + \frac{1}{6}n_2^{1,8} + \frac{1}{18}n_3^{1,8} - \frac{1}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{1}{3}m_2^{1,27} + \frac{1}{3}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^-}^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} - \frac{1}{2}n_1^{1,8} - \frac{1}{6}n_2^{1,8} - \frac{1}{6}n_3^{1,8} + \frac{1}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} - \frac{1}{3}m_2^{1,27} - \frac{1}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Xi^0}^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} + \frac{1}{6}n_1^{1,8} + \frac{1}{6}n_2^{1,8} + \frac{1}{18}n_3^{1,8} + \frac{1}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{1}{3}m_2^{1,27} + \frac{1}{3}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Xi^-}^{\text{SB}} &= \frac{1}{2}m_1^{1,1} + \frac{1}{12}m_3^{1,1} + \frac{1}{3}n_1^{1,8} + \frac{1}{9}n_3^{1,8} - \frac{1}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{2}{3}m_2^{1,27} + \frac{1}{3}m_3^{1,27} + \frac{1}{6}\bar{c}_3^{1,27}.
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

Las contribuciones del rompimiento de simetría para los bariones de la decupleta son:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Delta^{++}}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} + \frac{1}{2}n_1^{1,8} + \frac{1}{2}n_2^{1,8} + \frac{5}{6}n_3^{1,8} + 2m_2^{1,27} + 2m_3^{1,27} + \frac{5}{3}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Delta^+}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} + m_2^{1,27} + m_3^{1,27} + \frac{5}{6}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Delta^0}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} - \frac{1}{2}n_1^{1,8} - \frac{1}{2}n_2^{1,8} - \frac{5}{6}n_3^{1,8}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Delta^-}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} - n_1^{1,8} - n_2^{1,8} - \frac{5}{3}n_3^{1,8} - m_2^{1,27} - m_3^{1,27} - \frac{5}{6}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^{*+}}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} + \frac{1}{2}n_1^{1,8} + \frac{1}{2}n_2^{1,8} + \frac{5}{6}n_3^{1,8}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^{*-}}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} - \frac{1}{2}n_1^{1,8} - \frac{1}{2}n_2^{1,8} - \frac{5}{6}n_3^{1,8}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Sigma^{*0}}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Xi^{*0}}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} + \frac{1}{2}n_1^{1,8} + \frac{1}{2}n_2^{1,8} + \frac{5}{6}n_3^{1,8}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Xi^{*-}}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} + m_2^{1,27} + m_3^{1,27} + \frac{5}{6}\bar{c}_3^{1,27}, \\
 \sqrt{3}\delta\mu_{\Omega^-}^{\text{SB}} &= \frac{3}{2}m_1^{1,1} + \frac{5}{4}m_3^{1,1} + \frac{1}{2}n_1^{1,8} + \frac{1}{2}n_2^{1,8} + \frac{5}{6}n_3^{1,8} + 2m_2^{1,27} + 2m_3^{1,27} + \frac{5}{3}\bar{c}_3^{1,27}.
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

Por último, las contribuciones de rompimiento de simetría para los momentos magnéticos de transición son las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
\delta\mu_{\Sigma^0\Lambda}^{\text{SB}} &= \frac{1}{6}n_1^{1,\mathbf{8}} + \frac{1}{18}n_3^{1,\mathbf{8}}, \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Delta^+p}^{\text{SB}} &= \frac{2}{3}n_1^{1,\mathbf{8}} + \frac{1}{3}\bar{n}_3^{1,\mathbf{8}} + \frac{2}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{1}{3}m_3^{1,10+\bar{10}} + \frac{2}{3}m_2^{1,27} + \frac{1}{3}\bar{c}_3^{1,27}, \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Delta^0n}^{\text{SB}} &= \frac{2}{3}n_1^{1,\mathbf{8}} + \frac{1}{3}\bar{n}_3^{1,\mathbf{8}} + \frac{2}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{1}{3}m_3^{1,10+\bar{10}} + \frac{2}{3}m_2^{1,27} + \frac{1}{3}\bar{c}_3^{1,27}, \\
\sqrt{2}\delta\mu_{\Sigma^{*0}\Lambda}^{\text{SB}} &= \frac{1}{3}n_1^{1,\mathbf{8}} + \frac{1}{6}\bar{n}_3^{1,\mathbf{8}} - \frac{1}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Sigma^{*0}\Sigma^0}^{\text{SB}} &= -\frac{1}{3}n_1^{1,\mathbf{8}} - \frac{1}{6}\bar{n}_3^{1,\mathbf{8}} + \frac{1}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Sigma^{*+}\Sigma^+}^{\text{SB}} &= -\frac{2}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} - \frac{1}{3}m_3^{1,10+\bar{10}} + \frac{2}{3}m_2^{1,27} + \frac{5}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Sigma^{*-}\Sigma^-}^{\text{SB}} &= -\frac{2}{3}n_1^{1,\mathbf{8}} - \frac{1}{3}\bar{n}_3^{1,\mathbf{8}} + \frac{2}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{1}{3}m_3^{1,10+\bar{10}} - \frac{2}{3}m_2^{1,27} - \frac{1}{3}\bar{c}_3^{1,27}, \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Xi^{*0}\Xi^0}^{\text{SB}} &= -\frac{2}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} - \frac{1}{3}m_3^{1,10+\bar{10}} - \frac{2}{3}m_2^{1,27} - \frac{5}{9}\bar{c}_3^{1,27}, \\
\sqrt{6}\delta\mu_{\Xi^{*-}\Xi^-}^{\text{SB}} &= -\frac{2}{3}n_1^{1,\mathbf{8}} - \frac{1}{3}\bar{n}_3^{1,\mathbf{8}} + \frac{2}{3}m_2^{1,10+\bar{10}} + \frac{1}{3}m_3^{1,10+\bar{10}} - \frac{2}{3}m_2^{1,27} - \frac{1}{3}\bar{c}_3^{1,27}. \quad (4.53)
\end{aligned}$$

4.1.7. Análisis numérico

Los desarrollos elaborados sobre los momentos magnéticos han acumulado un conjunto de resultados analíticos, para que estas expresiones tomen sentido físico es necesario estimar los parámetros de cada uno de los operadores. En principio, los momentos magnéticos a nivel de árbol están expresados en los cuatro parámetros de su operador (2.42): m_1 , m_2 , m_3 , m_4 . Los siguientes cuatro aparecen por las contribuciones perturbativas y provienen del operador de corriente vectorial axial (2.35): a_1 , b_2 , b_3 , c_3 . Los últimos once parámetros aparecen por la presencia del operador de rompimiento de la simetría SU(3) (4.50): $m_1^{1,\mathbf{r}}$, $m_2^{1,\mathbf{r}}$, $m_3^{1,\mathbf{r}}$, $n_1^{1,\mathbf{r}}$, $n_2^{1,\mathbf{r}}$, $n_3^{1,\mathbf{r}}$; coeficientes que están asociados a las representaciones del sabor $\mathbf{r} = \{\mathbf{1}, \mathbf{8}, \mathbf{27}\}$.

Como se hizo notar en el párrafo anterior tenemos diecinueve parámetros libres en el formalismo. En este sentido debemos determinarlos empleando la estadística de ajuste por mínimos cuadrados. Antes de ello es necesario resaltar que solo diez de los veintisiete momentos magnéticos poseen mediciones experimentales (esto puede observe en la columna derecha de la tabla (4.4)). Los valores establecidos están disponibles en la literatura citada¹⁰.

Por esta razón hemos buscado información adicional, obteniendo así algunos de los valores

¹⁰Reportados en Review of Physical Particle [54].

restantes en forma indirecta. En principio, tres de los momentos de transición pueden obtenerse de los reportes experimentales disponibles en la literatura. El primero es $\mu_{\Delta^{++}}$, el cual se obtiene del proceso de dispersión radiactivo π^+p [76]; después tenemos a $\mu_{\Xi^{*0}\Lambda}$: extraído del proceso de decaimiento electromagnético $\Sigma^0(1385) \rightarrow \Lambda\gamma$ [77], y finalmente $\mu_{\Sigma^{*+}\Sigma^+}$: obtenido del decaimiento electromagnético de $\Sigma^{*+}(1385)$ [78]. Esto nos da un total de trece datos experimentales para ajustar los diecinueve parámetros libres. Veamos las implicaciones de realizar el ajuste de mínimos cuadrados con la información disponible.

En principio, establezcamos la definición de la función χ^2 estándar:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\mu_i^{exp} - \mu_i^{teor}}{\Delta\mu_i^{exp}} \right]^2, \quad (4.54)$$

donde aparecen los valores experimentales de los momentos magnéticos y sus incertidumbres $\{\mu_i^{exp}, \Delta\mu_i^{exp}\}$, también podemos apreciar los valores teóricos del observable μ_i^{teor} . Los valores teóricos representan todas las contribuciones a nivel de árbol, lazos y rompimiento de simetría:

$$\mu_i^{teor} = \mu_i^{(0)} + \delta\mu_i^{(\text{lazo 1})} + \delta\mu_i^{(\text{lazo 2ad})} + \mu_i^{(\text{lazo e})} + \delta\mu_i^{SB}. \quad (4.55)$$

Las constantes presentes en las expresiones de μ_i^{teor} son las masas de los mesones pseudo-escalares π, K, η , la diferencia media de masa entre los bariones del octete y decupleta de bariones $\Delta = 0,231$ GeV, la constante del decaimiento de los piones $f = 93$ MeV, y la escala de renormalización $\mu = 1$ GeV.

Como es conocido, la función χ^2 es mínima para la distribución de los datos que corresponden a la cantidad a determinar por medio del ajuste. Dado que tenemos un excedente de parámetros con respecto a los datos experimentales debemos establecer simplificaciones (y sus justificaciones) para llevar a cabo el proceso.

Hay varias opciones para realizar el ajuste con la información disponible, la forma más simple y consistente de proceder es considerar solo datos experimentales y resultados teóricos a nivel de árbol. Al realizar un ajuste despreciando correcciones perturbativas y efectos del rompimiento de simetría $SU(3)$ contamos con suficiente información para determinar los cuatro parámetros m_i . Es bien conocido que del 20 % al 30 % de los valores en el observable provienen del rompimiento de simetría. Por esta razón se requiere incluir un error teórico equivalente a $\pm 30\mu_N$ como compensación. Este error teórico produce que se tenga un $\chi^2 = 12,22$. Todo lo anterior puede observarse en la columna etiquetada como "Ajuste 1" de la tabla (4.10).

Para elaborar el ajuste de mayor poder predictivo fue necesario hacer algunas suposiciones

Parámetro	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3
m_1	$5,07 \pm 0,42$	$7,86 \pm 0,09$	$7,86 \pm 0,09$
m_2	$0,73 \pm 1,28$	$-0,01 \pm 0,18$	$0,01 \pm 0,19$
m_3	$-0,41 \pm 0,82$	$-1,01 \pm 0,13$	$-1,01 \pm 0,13$
m_4	$4,05 \pm 1,27$	$1,67 \pm 0,23$	$1,67 \pm 0,24$
$m_1^{1, \mathbf{1}}$		$0,16 \pm 0,20$	$0,16 \pm 0,20$
$m_3^{1, \mathbf{1}}$			$0,021 \pm 0,100$
$n_1^{1, \mathbf{8}}$		$-0,71 \pm 0,38$	$-0,69 \pm 0,38$
$n_2^{1, \mathbf{8}}$		$-2,61 \pm 0,89$	$-2,65 \pm 0,90$
$n_3^{1, \mathbf{8}}$			$0,010 \pm 0,100$
$\bar{n}_3^{1, \mathbf{8}}$			$0,006 \pm 0,100$
$m_2^{1, \mathbf{10+10}}$		$-2,35 \pm 0,23$	$-2,35 \pm 0,23411$
$m_3^{1, \mathbf{10+10}}$			$0,011 \pm 0,100$
$m_2^{1, \mathbf{27}}$		$0,71 \pm 0,33$	$0,68 \pm 0,35$
$m_3^{1, \mathbf{27}}$			$0,025 \pm 0,100$
$\bar{m}_3^{1, \mathbf{27}}$			$0,017 \pm 0,100$
χ^2	12,22	14,56	14,38
μ_D	$2,47 \pm 0,23$	$3,76 \pm 0,05$	$3,76 \pm 0,02$
μ_F	$1,77 \pm 0,15$	$2,51 \pm 0,03$	$2,30 \pm 0,03$
μ_C	$2,56 \pm 0,21$	$3,08 \pm 0,08$	$2,50 \pm 0,06$
μ_T	$-14,18 \pm 0,95$	$-17,38 \pm 0,33$	$-17,39 \pm 0,24$
μ_D/μ_F	$1,40 \pm 0,13$	$1,50 \pm 0,02$	$1,62 \pm 0,02$

Tabla 4.10: Mejores parámetros provistos por el ajuste de mínimos cuadrados. El ajuste 1 se elaboró en límite de simetría $SU(3)$. El ajuste 2 considera parcialmente contribuciones de un lazo y términos del rompimiento de simetría. El ajuste 3 es el "prior fit", elaborado con estadística bayesiana[79]. Se muestran los valores de todo parámetro y acoplamiento libre del formalismo.

acerca de los parámetros desconocidos. En principio, a_1 , b_2 , b_3 , c_3 han sido tomados del análisis elaborado sobre la corriente vectorial axial [61]. Estos valores se encuentran en la columna etiquetada como "Ajuste 2" de la tabla (3.3) en el capítulo III de esta tesis. Durante el proceso para determinar los parámetros m_i no se empleó ningún argumento o simplificación en las expresiones teóricas. Por otro lado, para determinar los coeficientes del rompimiento de la simetría se ha considerado únicamente los términos con orden relativo a $1/N_c$, junto con esta restricción fue necesario incluir un error teórico de compensación con valor $\pm 1/N_c^2 \equiv \pm 0,11$ a cada error experimental. La información está disponible en la columna con nombre "Ajuste 2" de la tabla (4.10). Como puede notarse, el coeficiente $\chi^2 = 14,56$ del ajuste 2 parece haber obtenido un incremento sustancial. Cabe mencionar que esto no resulta un detalle

significativo con respecto a la predictibilidad de los momentos magnéticos presentados en (4.11). En esta ocasión, las correcciones de lazos y los términos de simetría representan los valores comprendidos entre el 30% y 40% del observable, algo que entra en acuerdo con el empleo del rompimiento de simetría en primer orden de la expansión $1/N_c$.

	μ^{exp}	μ^{th}	$\mu^{(0)}$	$\delta\mu^{\text{SB}}$	$\delta\mu^{(\text{lazo 1})}$	$\delta\mu^{(\text{lazo 2ad})}$	$\delta\mu^{(\text{lazo 2e})}$
n	$-1,9130 \pm 0,000$	-2,079	-2,507	0,818	0,804	-0,861	-0,334
p	$2,7928 \pm 0,000$	2,852	3,760	-0,266	-2,064	0,616	0,807
Σ^-	$-1,160 \pm 0,025$	-1,108	-1,253	-0,085	0,487	-0,275	0,017
Σ^0		0,702	1,253	0,116	-1,531	0,390	0,474
Σ^+	$2,458 \pm 0,010$	2,512	3,760	0,317	-3,550	1,055	0,930
Ξ^-	$-0,6507 \pm 0,0025$	-0,602	-1,253	0,637	1,059	-0,449	-0,596
Ξ^0	$-1,250 \pm 0,014$	-1,279	-2,507	-0,587	3,263	-0,661	-0,788
Λ	$-0,613 \pm 0,004$	-0,487	-1,253	-0,021	1,531	-0,765	0,021
$\Sigma^0\Lambda$	$1,61 \pm 0,08$	1,239	2,171	-0,119	-1,464	0,255	0,395
Δ^{++}	$6,14 \pm 0,51$	5,695	6,170	0,007	-3,273	1,366	1,426
Δ^+		2,821	3,085	0,554	-2,278	0,596	0,864
Δ^0		-0,156	0,000	1,101	-1,283	-0,277	0,302
Δ^-		-3,082	-3,085	1,649	-0,288	-1,098	-0,260
Σ^{*+}		2,044	3,085	-0,818	-0,995	0,210	0,562
Σ^{*0}		-0,361	0,000	0,142	0,000	-0,503	0,000
Σ^{*-}		-2,766	-3,085	1,101	0,995	-1,216	-0,562
Ξ^{*0}		-0,518	0,000	-0,818	1,283	-0,681	-0,302
Ξ^{*-}		-2,475	-3,085	0,554	2,278	-1,358	-0,864
Ω^-	$-2,02 \pm 0,05$	-2,053	-3,085	0,007	3,560	-1,370	-1,166
Δ^+p	$3,51 \pm 0,09$	3,381	4,097	-0,638	-3,071	2,247	0,746
Δ^0n		3,381	4,097	-0,638	-3,071	2,247	0,746
$\Sigma^{*0}\Lambda$	$2,73 \pm 0,25$	2,885	3,548	-0,168	-3,089	2,071	0,522
$\Sigma^{*0}\Sigma^0$		1,284	2,049	0,097	-3,048	1,413	0,774
$\Sigma^{*+}\Sigma^+$	$3,17 \pm 0,36$	3,456	4,097	0,833	-5,327	2,705	1,147
$\Sigma^{*-}\Sigma^-$		-0,888	0,000	-0,640	-0,769	0,121	0,401
$\Xi^{*0}\Xi^0$		3,064	4,097	0,444	-5,327	2,702	1,147
$\Xi^{*-}\Xi^-$		-0,892	0,000	-0,640	-0,769	0,116	0,401

Tabla 4.11: Predicciones de los momentos magnéticos empleando la información del Ajuste 2.

El último ajuste se elaboró con el objetivo de determinar los parámetros omitidos en el Ajuste 2. El procedimiento de ajuste implementado se describe en [79]. Podemos resumir este análisis como la elaboración de un "prior fit", que es una extensión de la función χ^2 estándar

presentada en (4.54):

$$\begin{aligned} \chi_{\text{prior}}^2 = & \chi^2 + \left[\frac{m_3^{1, \mathbf{1}}}{\Delta m_3^{1, \mathbf{1}}} \right]^2 + \left[\frac{n_3^{1, \mathbf{8}}}{\Delta n_3^{1, \mathbf{8}}} \right]^2 + \left[\frac{\bar{n}_3^{1, \mathbf{8}}}{\Delta \bar{n}_3^{1, \mathbf{8}}} \right]^2 \\ & + \left[\frac{m_3^{1, \mathbf{10}+\mathbf{10}}}{\Delta m_3^{1, \mathbf{10}+\mathbf{10}}} \right]^2 + \left[\frac{m_3^{1, \mathbf{27}}}{\Delta m_3^{1, \mathbf{27}}} \right]^2 + \left[\frac{\bar{m}_3^{1, \mathbf{27}}}{\Delta \bar{m}_3^{1, \mathbf{27}}} \right]^2, \end{aligned} \quad (4.56)$$

aquí, los coeficientes desconocidos $m_3^{1, \mathbf{r}}$, $\bar{m}_3^{1, \mathbf{r}}$, $n_3^{1, \mathbf{r}}$ y $\bar{n}_3^{1, \mathbf{r}}$ están asociados a operadores de tres cuerpos y están clasificados dentro de los términos del rompimiento de simetría. Observe que estos coeficientes aparecen como cocientes formados con los objetos en cuestión y sus respectivos errores. La consecuencia directa de adicionar estos cocientes a χ^2 es asegurar valores cercanos a cero y distribuciones en forma gaussiana para los coeficientes [79]. Este procedimiento cobra sentido al asignar un valor al error de los coeficientes desconocidos, $\Delta m_3^{1, \mathbf{r}} = \Delta n_3^{1, \mathbf{r}} = 0,100$. El listado de los parámetros basados en el "pior fit" se encuentra en la columna llamada "Ajuste 3". En esta columna se puede notar que los parámetros omitidos en el segundo ajuste poseen valores que resultan muy pequeños en comparación con el resto. Este argumento justifica que se pudieran despreciar en el análisis previo.

Finalmente, vamos a comparar datos experimentales y resultados numéricos de los observables desarrollados en este proyecto. En el sentido y orden dado por la elaboración del documento, el primer dato a comparar es el acoplamiento axial g_A^{np} .

g_A^{np}	exp	$\mathcal{O}(\Delta^0)$	$\mathcal{O}(\Delta^2)$
	1.270	1.270	1.270

Tal y como se observa, existe congruencia a milésimas en el valor predicho y el obtenido experimentalmente. Ahora tenemos al cociente F/D :

	exp.	SU(6)	HBCPT + 1/Nc
F/D	-0.685	-2/3	-0.729
$\frac{(F/D)_{\text{exp}} - (F/D)_{\text{th}}}{(F/D)_{\text{exp}}} \%$		2.676	-6.423

Podemos observar que la predicción del modelo de quarks predice un valor que excede aproximadamente a 3% el experimental, mientras que el formalismo combinado predice un valor aproximadamente 7% por debajo. En cuanto al resto de los bariones del octete obtenemos una precisión que se encuentra entre el 7% por debajo hasta exceder un 22% a los valores experimentales, valores presentados en la tabla (4.12). Entre los datos presentados destacan los cocientes $\mu_{\Xi^0}/\mu_{\Sigma^+}$ y μ_{Σ^-}/μ_p , valores que son acertados en la precisión manejada. En el caso de

	μ_n/μ_{Σ^+}	μ_Λ/μ_p	$\mu_\Lambda/\mu_{\Sigma^+}$	μ_{Ξ^0}/μ_p	$\mu_{\Xi^0}/\mu_{\Sigma^+}$	μ_{Σ^-}/μ_p	$\mu_{\Sigma^-}/\mu_{\Sigma^+}$	μ_{Ξ^-}/μ_p	$\mu_{\Xi^-}/\mu_{\Sigma^+}$
exp	-0.778	-0.219	-0.249	-0.448	-0.508	-0.415	-0.472	-0.448	-0.508
th	-0.828	-0.171	-0.194	-0.448	-0.509	-0.388	-0.441	-0.448	-0.509
$\frac{\text{exp-th}}{\text{exp}} \%$	-6.427	21.918	22.088	0	-0.197	6.506	6.568	0	-0.197

Tabla 4.12: Cociente entre momentos magnéticos de bariones del octete.

la decupleta de bariones solo contamos con información experimental suficiente para formar un único cociente, $\mu_{\Xi^-}/\mu_{\Sigma^+}$. Experimentalmente posee el valor de $-0,329$, y teóricamente $-0,360$ magnetones nucleares. Tal predicción sobrestima por un aproximado de 9.5% a su valor experimental. Por último, tenemos a los cocientes de los momentos magnéticos de transición. En

	$\mu_{\Sigma^0\Lambda}/\mu_{\Sigma^*\Lambda}$	$\mu_{\Sigma^0\Lambda}/\mu_{\Delta^+p}$	$\mu_{\Sigma^0\Lambda}/\mu_{\Sigma^*\Sigma^+}$	$\mu_{\Sigma^*\Lambda}/\mu_{\Delta^+p}$	$\mu_{\Sigma^*\Lambda}/\mu_{\Sigma^*\Sigma^+}$
exp	0.590	0.459	0.508	0.459	0.508
th	0.429	0.366	0.358	0.366	0.358
$\frac{\text{exp-th}}{\text{exp}} \%$	27.288	20.261	29.528	20.261	29.528

Tabla 4.13: Cociente de los momentos magnéticos de transición.

esta ocasión se puede notar que los cocientes subestiman a los valores experimentales entre un 20 y 30%. Hay muchos factores que están involucrados en la determinación de todos los valores de los momentos magnéticos. En principio podemos mencionar a los alcances de este trabajo, aquí podrían implementarse nuevas contribuciones que provengan de los diagramas con orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$, e incluso abordar contribuciones de los operadores con más de dos inserciones de masa (en ambos casos existe alta complejidad en el sentido computacional). En cuanto a la información experimental sería de gran utilidad más mediciones de los momentos magnéticos desconocidos. Con todo lo presentado podemos concluir que la expansión $1/N_c$ predice una mayor cantidad de resultados aceptables, que se encuentran en una precisión entre el -7 y 0%.

Capítulo 5

Conclusiones

A lo largo de cinco capítulos se ha realizado un estudio sobre las propiedades electromagnéticas de los bariones. Antes de que fuese abordado el observable de momentos magnéticos fue necesario implementar un análisis sobre la corriente vectorial axial. Esto es debido a dos prerequisites principales: 1) la necesidad de conocer los valores de los acoplamientos axiales y otros parámetros de la teoría quiral. 2) Parte del trabajo en teoría de grupos es compartido en ambos observables. Más específicamente, el operador que representa a las correcciones perturbativas de la corriente vectorial axial y los momentos magnéticos a orden $\mathcal{O}(\Delta)$ posee similitudes uno con el otro. Esto sucede a tal grado que el proceso de definición de una base de operadores, reducción de estructuras de espín-sabor y evaluación de elementos de matriz pudo extenderse desde el análisis de la corriente vectorial axial a la evaluación de los veintisiete momentos magnéticos de los bariones (la diferencia principal se encuentra en la parametrización propia de cada observable y la presencia del operador de carga eléctrica en la definición del momento magnético de los bariones).

Comencemos por resaltar las nuevas implementaciones elaboradas en el análisis de la corriente vectorial axial. Este estudio ha sido llevado a cabo en una secuencia de trabajos; en los artículos [62], [63] se estableció la existencia de cancelaciones entre contribuciones a los acoplamientos axiales de los bariones del octete y de la decupleta, el proceso de renormalización, así como las contribuciones parciales de una y dos inserciones de masa. En el artículo desarrollado y publicado recientemente [61], se logró superar a los análisis previos en este sentido: se evaluó totalmente a los acoplamientos axiales para todo orden en la expansión $1/N_c$ con un número de colores $N_c = 3$ en límite de degeneración. Análisis al que se agregaron todas las contribuciones desarrolladas anteriormente. También podemos destacar que el número de predicciones ha aumentado con los acoplamientos de los procesos: ΔN , $\Sigma^* \Lambda$, $\Sigma^* \Sigma$, y $\Xi^* \Xi$.

Cada expresión obtenida al desarrollar los lazos fue comparada con los resultados análogos y disponibles en la literatura [1, 2]. Como resultado de este estudio comparativo podemos concluir que el formalismo de perturbaciones quirales para bariones pesados en el límite $N_c \rightarrow \infty$ produce expresiones equivalentes término por término con el formalismo convencional.

Ahora consideremos los resultados numéricos del estudio sobre la corriente vectorial axial. La tabla (3.3) muestra los mejores ajustes de los parámetros axiales a_1, b_2, b_3, c_3 , del rompimiento de simetría d_1, d_2, d_3, d_4 y los acoplamientos axiales introducidos en [1, 2]. La razón para haber realizado dos ajustes es notar la importancia de incluir las contribuciones de las inserciones de masa en el observable. En las columnas podemos notar que a_1 es el parámetro más significativo de la expansión $1/N_c$ de la corriente vectorial axial. Como sabemos, los demás están afectados en sus valores por potencias $1/N_c$, hecho que es más notable en el ajuste A. La certidumbre de estos ajustes es cuantificada por los valores del indicador estadístico χ^2/dof . Adicionalmente, este indicador confirma que el mejor conjunto de parámetros es el de la columna con nombre: Ajuste B. La validez del Ajuste A es notable en la tabla (3.4). Esta tabla reporta las predicciones que considera los parámetros con el mismo nombre en la tabla (3.3). Un ejemplo de la validez experimental de estos ajustes es el acoplamiento axial g_A^{np} , con valor experimental $g_A \approx 1,27$.

Por otro lado, tenemos a las predicciones elaboradas con los parámetros del Ajuste B, contenidas en la tabla (3.5). En principio, los valores obtenidos para los acoplamientos D, F, C, \mathcal{H} están en acuerdo con los introducidos en HB χ PT [1, 2]. Adicionalmente, el valor obtenido para el indicador estadístico χ^2 ratifica la postura de los parámetros del ajuste B como los mejores. Asimismo, la importancia de las contribuciones de operadores más allá del límite de simetría (con ordenes $\mathcal{O}(\Delta)$ y $\mathcal{O}(\Delta^2)$) puede notarse en las columnas de la misma tabla (3.5), donde se encuentran las predicciones más cercanas a los valores experimentales.

Otra tendencia que puede notarse en las tablas es el dominio de las contribuciones en el límite de simetría SU(3) (las columnas etiquetadas por el título: **Tree**). Para confirmar esta tendencia y al mismo tiempo cuantificar el valor de las aportaciones que rompen la simetría en el observable, se hizo un estudio con la carga vectorial f_1 , donde se evaluó el cociente $\frac{f_1}{f_1^{SU(3)}} - 1$. Los datos pueden observarse en la tabla (3.6). Estos resultados a su vez son verificados con estudios realizados en las referencias. En esta tabla también se observa que el Ajuste B produce los mejores resultados, ya que los valores del indicador coincide en centésimas a los obtenidos en [23] y milésimas con [55].

Podemos concluir que los parámetros obtenidos en el ajuste B y reportados en la tabla (3.3) son los mejores debido a que: 1) se cumple con las expectativas de la expansión $1/N_c$. 2)

Las predicciones de las tablas (3.5) poseen gran congruencia con la información experimental.

Por otra parte, tenemos el estudio de los momentos magnéticos de bariones. En el se han desarrollado los veintisiete momentos magnéticos de bariones empleando el formalismo $\text{HB}\chi\text{PT} + 1/N_c$. La aportación principal fue evaluar totalmente las contribuciones con orden $\mathcal{O}(m_q^{1/2})$ provenientes del diagrama (4.1) para $\Delta = 0$; así mismo se evaluarón las contribuciones de orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ con origen en el grupo de diagramas (4.2) para $\Delta = 0$. Adicionalmente, se han incluido todas las aportaciones desarrolladas en trabajos previos [70, 71]. El trabajo implementado en teoría de grupos queda resumido en los apéndices C y D.

En el contexto de los fundamentos teóricos estas características fueron verificadas: 1) las contribuciones en el límite de simetría $SU(3)$ satisfacen las relaciones de Coleman-Glashow. 2) Estas expresiones son válidas aun cuando $\Delta \neq 0$ para contribuciones de orden $\mathcal{O}(m_q^{1/2})$ (4.21-4.23). En cada una de las contribuciones evaluadas se ha realizado un estudio comparativo que reafirma la congruencia de los formalismos de perturbaciones quirales para bariones pesados (excepto las del rompimiento de simetría que son propias del formalismo empleado). Esto es, empleando las relaciones entre las parametrizaciones de ambos formalismos se han comparado termino a termino las expresiones para los momentos magnéticos que han sido evaluados en cada formalismo: $\text{HB}\chi\text{PT}$ [3] y $\text{HB}\chi\text{PT} + 1/N_c$ [72].

Una vez que cada resultado teórico fue verificado, se implementó un análisis numérico que le dio sentido físico a las expresiones obtenidas. En esta parte del trabajo se realizaron ajustes numéricos para los diecinueve parámetros libres del formalismo con solo trece datos experimentales. En este sentido, se implementaron algunas suposiciones para compensar las deficiencias en la información experimental. Como consecuencia de las suposiciones se obtuvieron tres conjuntos de parámetros con dos características: 1) los parámetros satisfacen los requerimientos de la expansión $1/N_c$. 2) Las predicciones elaboradas con estos parámetros están en acuerdo con los datos experimentales.

Los resultados numéricos obtenidos durante los ajustes están reportados en la tabla (4.10). El primer análisis tiene como base teórica a los resultados elaborados en el límite de simetría $SU(3)$. Bajo estas circunstancias se cuenta con toda la información experimental necesaria para ajustar los cuatro parámetros que provienen del operador de los momentos magnéticos de bariones. Debe mencionarse que el ajuste obtiene sentido físico al adicionar un error teórico equivalente a $\pm 0,30\mu_N$ al valor del error experimental. Esta adición tiene la finalidad de compensar a los términos del rompimiento de simetría (estos pueden llegar a representar hasta un 30% del valor del observable) que se omiten en el análisis. El efecto de la compensación y los nueve grados libertad en el ajuste es un valor para el indicador estadístico, $\chi^2 = 12,22$.

El segundo análisis numérico tiene el objetivo de implementar un estudio más completo y de mayor poder predictivo. Cabe mencionar que en el proceso se hicieron dos suposiciones: 1) los parámetros del operador de corriente vectorial axial han sido tomados del ajuste B de la tabla (3.3). 2) Se restringió el número de parámetros del rompimiento de simetría al orden $1/N_c$. Con base en estas suposiciones se agregó una incertidumbre teórica a los errores experimentales. Esta compensación es equivalente al orden de los términos suprimidos, $\pm 1/N_c^2 = \pm 0,11$. El indicador de certidumbre estadística obtenido es un poco mayor al del ajuste en el límite de simetría, su valor es: $\chi^2 = 14,56$; aun así este es nuestro mejor conjunto de parámetros. Esto se justifica al observar el grán acuerdo entre los valores de las predicciones elaboradas con los resultados de este ajuste y los valores experimentales (segunda y tercera columna) en la tabla (4.11).

Para mejorar este análisis será necesario implementar un desarrollo más elaborado de las correcciones con orden $\mathcal{O}(m_q \ln m_q)$ para $\Delta \neq 0$ (que requiere un esfuerzo enorme en el proceso de reducción de operadores y cálculo de elementos de matriz). También es deseable la implementación de nueva información experimental.

El tercer ajuste se llevo a cabo para dar un estimado de los parámetros que habían sido omitidos previamente. El procedimiento consistió en elaborar una extensión del indicador χ^2 con el método descrito en [79]. Cabe desatacar la sensibilidad del indicador a la asignación de errores, para $\Delta m_3^{1, r} = \Delta n_3^{1, r} = 0,100$ obtenemos los parámetros del ajuste del ajuste 3, mientras que la asignación de errores a $\pm 0,200$ y $\pm 0,05$ tienen como resultado a $\chi_{prior}^2 = 13,97$ y $\chi_{prior}^2 = 14,51$. Cabe destacar que los seis parámetros obtenidos poseen valores pequeños en comparación con el resto, dando justificación al ajuste 2.

Podemos concluir que las predicciones son acordes a los datos experimentales y a los resultados presentes en la literatura. La validez teórica en el contexto de la expansión $1/N_c$ puede constatararse con el artículo [21]. En forma parcial, podemos afirmar congruencia con resultados elaborados en las teorías de perturbaciones quirales para bariones pesados [80] y la versión relativista [81]. Una futura validación comparativa y total con estas fuentes deberá llevarse a cabo para resultados teóricos que implementen contribuciones para $\Delta \neq 0$ en los diagramas (4.2 a-d).

Con todo lo argumentado anteriormente podemos concluir que el formalismo HB χ PT + $1/N_c$ produce resultados congruentes a los obtenidos usando otras versiones de la teoría de perturbaciones quirales. Además, estos resultados también son consistentes en el contexto de la expansión $1/N_c$. Finalmente y con mayor importancia, las predicciones que se obtienen son acordes a los datos experimentales disponibles.

Apéndice A

Reducción de operadores

A.1. Singulete de sabor

La reducción completa del operador $[A^{ia}, [A^{ia}, A^{kc}]]$:

$$[G^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] = \frac{3N_f^2 - 4}{4N_f} G^{kc}, \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, G^{kc}]] \\ &= -\frac{2(N_c + N_f)}{N_f} G^{kc} - \frac{9N_f^2 + 8N_f - 4}{4N_f} \mathcal{D}_2^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] \\ &= -[N_c(N_c + 2N_f) - 2N_f + 8] G^{kc} - 3(N_c + N_f) \mathcal{D}_2^{kc} + \frac{13N_f^2 + 16N_f - 12}{4N_f} \mathcal{D}_3^{kc} \\ &+ \frac{N_f^2 + 2N_f - 8}{N_f} \mathcal{O}_3^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] = -[N_c(N_c + 2N_f) - N_f] \\ & \times G^{kc} - \frac{1}{2}(N_c + N_f) \mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 1) \mathcal{D}_3^{kc} + \frac{15N_f^2 + 12N_f - 4}{4N_f} \mathcal{O}_3^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] \\ &= -12(N_c + N_f) G^{kc} + [N_c(N_c + 2N_f) - 2N_f + 8] \mathcal{D}_2^{kc} + \frac{(N_c + N_f)(7N_f - 4)}{N_f} \mathcal{D}_3^{kc} \end{aligned}$$

$$+ \frac{2(N_c + N_f)(3N_f - 4)}{N_f} \mathcal{O}_3^{kc} + \frac{3N_f^2 - 4N_f - 4}{N_f} \mathcal{D}_4^{kc}, \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, G^{kc}]] \\ & + [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -\frac{3}{2} [N_c(N_c + 2N_f) - 8N_f] \mathcal{D}_2^{kc} \\ & - \frac{9}{2} (N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} - \frac{2(N_c + N_f)}{N_f} \mathcal{O}_3^{kc} + (3N_f + 10) \mathcal{D}_4^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = \frac{N_c(N_c + 2N_f)(N_f - 2) - 2N_f^2}{2N_f} \mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2} (N_f + 2) \mathcal{D}_4^{kc}, \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] \\ & = -6 [N_c(N_c + N_f) + 2N_f] G^{kc} + 6(N_c + N_f) \mathcal{D}_2^{kc} + 3 [N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f - 2] \mathcal{D}_3^{kc} \\ & + \frac{N_c N_f (N_c + 2N_f) + 12N_f (N_f - 2) + 8}{N_f} \mathcal{O}_3^{kc} - 3(N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} + \frac{3(N_f^2 + 2N_f - 4)}{2N_f} \mathcal{D}_5^{kc} \\ & + \frac{N_f^2 + 8N_f - 20}{N_f} \mathcal{O}_5^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] \\ & + [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -24(N_c + N_f) \mathcal{D}_2^{kc} \\ & - 3 [2N_c(N_c + 2N_f) - 5N_f] \mathcal{D}_3^{kc} - [N_c(N_c + N_f) - 2N_f + 8] \mathcal{O}_3^{kc} \\ & - 5(N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} + (5N_f + 11) \mathcal{D}_5^{kc} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 8}{N_f} \mathcal{O}_5^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} & [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] = -\frac{3}{2} N_c(N_c + 2N_f) G^{kc} \\ & - \frac{1}{4} [N_c(N_c + N_f) - 6N_f] \mathcal{D}_3^{kc} - \frac{1}{4} [13N_c(N_c + 2N_f) - 38N_f - 12] \mathcal{O}_3^{kc} \\ & - \frac{3}{4} (N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} + \frac{1}{4} (N_f + 3) \mathcal{D}_5^{kc} + \frac{1}{2} (11N_f + 16) \mathcal{O}_5^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} & [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \\ & = \frac{N_c(N_c + 2N_f)(N_f - 2) - 6N_f^2}{2N_f} \mathcal{O}_3^{kc} + \frac{1}{2} N_f \mathcal{O}_5^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} & [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \\ & = -6(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} + [N_c(N_c + 2N_f) - 2N_f + 8] \mathcal{D}_4^{kc} + \frac{(N_c + N_f)(7N_f - 4)}{N_f} \mathcal{D}_5^{kc} \\ & + \frac{3N_f^2 - 4N_f - 4}{N_f} \mathcal{D}_6^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \\
 & + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -12(N_c + N_f) \mathcal{O}_3^{kc} \\
 & + \frac{2(N_c + N_f)(3N_f - 4)}{N_f} \mathcal{O}_5^{kc}, \tag{A.13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \\
 & = -\frac{3}{2} [N_c(N_c + 2N_f) - 8N_f] \mathcal{D}_2^{kc} - 6(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} \\
 & - \frac{1}{4} [5N_c(N_c + 2N_f) - 58N_f - 48] \mathcal{D}_4^{kc} - \frac{11}{4} (N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} + \frac{1}{2} (3N_f + 14) \mathcal{D}_6^{kc}, \tag{A.14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f] \mathcal{D}_3^{kc} + 4(N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} \\
 & + 2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f - 2] \mathcal{D}_5^{kc} - 2(N_c + N_f) \mathcal{D}_6^{kc} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{N_f} \mathcal{D}_7^{kc}, \tag{A.15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -6[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f] \\
 & \times \mathcal{O}_3^{kc} + \frac{N_c N_f (N_c + N_f) + 12N_f^2 - 24N_f + 8}{N_f} \mathcal{O}_5^{kc} - \frac{N_f^2 + 8N_f - 20}{N_f} \mathcal{O}_7^{kc}, \tag{A.16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] \\
 & = -24(N_c + N_f) \mathcal{D}_2^{kc} - \frac{3}{2} [5N_c(N_c + 2N_f) - 8N_f] \mathcal{D}_3^{kc} - 26(N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} \\
 & - 2[2N_c(N_c + 2N_f) - 11N_f - 6] \mathcal{D}_5^{kc} - \frac{7}{2} (N_c + N_f) \mathcal{D}_6^{kc} + \frac{1}{2} (5N_f + 17) \mathcal{D}_7^{kc}, \tag{A.17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -\frac{3}{2} N_c(N_c + 2N_f) \mathcal{O}_3^{kc} - \frac{1}{4} [9N_c(N_c + 2N_f) - 34N_f - 12] \mathcal{O}_5^{kc} \\
 & + \frac{5}{2} (N_f + 2) \mathcal{O}_7^{kc}. \tag{A.18}
 \end{aligned}$$

A.2. Octete de Sabor

La reducción completa del operador $d^{ab8} [A^{ia}, [A^{ib}, A^{kc}]]$:

$$d^{ab8} [G^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]] = \frac{3N_f^2 - 16}{8N_f} d^{c8e} G^{ke} + \frac{N_f^2 - 4}{2N_f^2} \delta^{c8} J^k, \tag{A.19}$$

$$d^{ab8} \left([G^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, G^{kc}]] \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{2(N_c + N_f)}{N_f} d^{c8e} G^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} J^k + \frac{1}{8} (5N_f + 8) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
 &- \frac{2}{N_f} \{G^{kc}, T^8\} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{2N_f} \{G^{k8}, T^c\} + \frac{N_f + 2}{4} [J^2, [T^8, G^{kc}]] , \quad (A.20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &d^{ab8} \left([G^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]] \right) = (N_f - 8) d^{c8e} G^{ke} \\
 &- \frac{3N_c(N_c + N_f) - 8N_f + 16}{2N_f} \delta^{c8} J^k - \frac{3}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - (N_c + N_f) \{G^{kc}, T^8\} \\
 &+ \frac{3}{2} (N_c + N_f) [J^2, [T^8, G^{kc}]] + \frac{5N_f^2 + 12N_f - 16}{8N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{(N_f + 6)(N_f - 4)}{2N_f} \\
 &\times d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{N_f - 4}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{(N_f + 4)(N_f - 1)}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 &- \frac{3}{4} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} + (N_f + 1) \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 &+ \frac{(N_f + 4)(N_f - 1)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} , \quad (A.21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &d^{ab8} \left([G^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] \right) = \frac{N_f}{2} d^{c8e} G^{ke} \\
 &- \frac{N_c(N_c + N_f)}{4N_f} \delta^{c8} J^k - \frac{1}{4} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - (N_c + N_f) \{G^{kc}, T^8\} \\
 &- (N_c + N_f) [J^2, [T^8, G^{kc}]] + \frac{N_f^2 + N_f - 8}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{7N_f^2 + 8N_f - 16}{8N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
 &+ (N_f + 2) \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} (N_f + 2) \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 &- \frac{1}{8} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} - \frac{N_f^2 + N_f - 8}{2N_f} \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 &+ \frac{2N_f^2 + N_f - 8}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &d^{ab8} \left([G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, G^{kc}]] \right. \\
 &+ [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \left. \right) = -6(N_c + N_f) d^{c8e} G^{ke} \\
 &- 3(N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - 6 \{G^{kc}, T^8\} + 2(N_f + 1) \{G^{k8}, T^c\} \\
 &+ \frac{N_f^2 + 8}{N_f} [J^2, [T^8, G^{kc}]] + \frac{3}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
 &+ \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 &+ \frac{N_c + N_f}{2} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} + \frac{3}{2} (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} - (N_f + 4) \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +4 \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} + \frac{3N_f - 8}{N_f} \{ J^2, \{ G^{kc}, T^8 \} \} + \frac{N_f^2 - 3N_f - 8}{N_f} \{ J^2, \{ G^{k8}, T^c \} \} \\
 & + \frac{N_f^2 + 4N_f - 8}{2N_f} \{ J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]] \} - \frac{1}{8} \{ J^2, [G^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{1}{8} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \}] \} - \frac{1}{8} \{ [J^2, G^{kc}], \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & + \frac{1}{8} \{ [J^2, G^{k8}], \{ J^r, G^{rc} \} \} + \frac{1}{8} \{ J^k, [\{ J^m, G^{mc} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} , \tag{A.22}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, G^{kc}]] \right. \\
 & \left. + [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \right) = 6N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - 6 \{ G^{kc}, T^8 \} \\
 & + 2(N_f + 1) \{ G^{k8}, T^c \} + \frac{N_f^2 + 8}{N_f} [J^2, [T^8, G^{kc}]] - \frac{(N_c + N_f)(5N_f + 8)}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
 & - \frac{2(N_c + N_f)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{3}{4} (N_c + N_f) \{ J^k, \{ T^c, T^8 \} \} - \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \\
 & \times \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{r8} \} \} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{ J^2, J^k \} + \frac{1}{2} (N_f + 9) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
 & + \frac{N_f^2 + 9N_f - 4}{2N_f} \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} - \frac{9N_f - 4}{2N_f} \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \\
 & - \frac{2}{N_f} \{ J^2, \{ G^{kc}, T^8 \} \} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{2N_f} \{ J^2, \{ G^{k8}, T^c \} \} + \frac{1}{4} (N_f + 2) \\
 & \times \{ J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]] \} - \frac{15}{32} \{ J^2, [G^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{15}{32} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \}] \} \\
 & - \frac{15}{32} \{ [J^2, G^{kc}], \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{15}{32} \{ [J^2, G^{k8}], \{ J^r, G^{rc} \} \} \\
 & + \frac{15}{32} \{ J^k, [\{ J^m, G^{mc} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} , \tag{A.23}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -\frac{N_f}{2} d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{4N_f} \{ J^k, \{ T^c, T^8 \} \} \\
 & + \frac{N_f}{4} d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} , \tag{A.24}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]] \right) = -6N_f d^{c8e} G^{ke} \\
 & + \frac{3N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} J^k + 3(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - 6(N_c + N_f) \{ G^{kc}, T^8 \} \\
 & + 2(N_c + N_f) [J^2, [T^8, G^{kc}]] - 3d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + (N_f - 14) d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{5N_f^2 - 10N_f + 16}{N_f} \\
 & \times \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{7N_f^2 - 2N_f - 16}{N_f} \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} + \frac{3}{2} \{ J^k, \{ T^c, T^8 \} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6(N_f - 1) \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - \frac{3[N_c(N_c + 2N_f) + 4]}{2N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} \\
 & - \frac{3}{2}(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + 5(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + (N_c + N_f) \\
 & \times \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + 2(N_c + N_f) \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\} + \frac{9N_f - 8}{8N_f} \\
 & \times \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{9N_f - 8}{8N_f} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} + \frac{9N_f - 8}{8N_f} \\
 & \times \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{9N_f - 8}{8N_f} \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & + \frac{3}{4}(N_f + 2) d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \frac{(N_f + 8)(N_f - 4)}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{6(N_f - 4)}{N_f} \\
 & \times \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{N_f^2 + 6N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{3}{4} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} + 3(N_f - 1) \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{2N_f^2 + 3N_f - 4}{N_f} \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} + \frac{3}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \quad (A.25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]] \right. \\
 & \left. + [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] \right) = -\frac{12N_c(N_c + N_f)}{N_f} \delta^{c8} J^k - 12(N_c + N_f) \\
 & \times d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{1}{2}(7N_f - 8) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + (N_f - 8) d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - 6 \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
 & + 8(N_f + 1) \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - \frac{5N_c(N_c + 2N_f) - 32N_f + 16}{2N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} \\
 & - \frac{5}{2}(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} - 11(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - (N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
 & + \frac{3}{2}(N_c + N_f) \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\} + \frac{3N_c N_f + 18N_f^2 - 12N_f - 116}{32N_f} \\
 & \times \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{3N_c N_f + 18N_f^2 - 12N_f - 116}{32N_f} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} \\
 & + \frac{3N_c N_f + 18N_f^2 - 12N_f - 116}{32N_f} \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{3N_c N_f + 18N_f^2 - 12N_f - 116}{32N_f} \\
 & \times (\{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}) + \frac{N_f^2 + 5N_f - 8}{2N_f} \\
 & \times d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \frac{(N_f + 6)(N_f - 4)}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{N_f - 4}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{(N_f + 4)(N_f - 1)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{2N_f^2 + 5N_f + 4}{N_f}
 \end{aligned}$$

$$\times \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} + \frac{2N_f^2 + 5N_f - 8}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} & d^{ab8} \left([G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] \right) = -\frac{3}{2} (N_c + N_f) \\ & \times \{G^{kc}, T^8\} - 2(N_c + N_f) [J^2, [T^8, G^{kc}]] + \frac{N_f^2 - 4}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{1}{2} (4N_f + 3) d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\ & + \frac{1}{4} (11N_f + 6) \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{1}{4} (5N_f + 6) \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{N_f^2 - 4}{N_f} \\ & \times \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - \frac{3N_c N_f (N_c + 2N_f) - 8N_f^2 + 32}{8N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} - \frac{3}{8} (N_c + N_f) \\ & \times d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \frac{11}{4} (N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{13}{4} (N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\ & - \frac{7}{4} (N_c + N_f) \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\} - \frac{3[N_c N_f + 6N_f^2 + 10N_f - 32]}{64N_f} \\ & \times \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{3[N_c N_f + 6N_f^2 + 10N_f - 32]}{64N_f} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} \\ & - \frac{3[N_c N_f + 6N_f^2 + 10N_f - 32]}{64N_f} \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \\ & + \frac{3[N_c N_f + 6N_f^2 + 10N_f - 32]}{64N_f} \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} \\ & + \frac{3[N_c N_f + 6N_f^2 + 10N_f - 32]}{64N_f} \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\ & + \frac{N_f^2 + 3N_f - 8}{N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \frac{1}{4} (3N_f + 8) d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + 2(N_f + 3) \\ & \times \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{4} (3N_f + 8) \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\ & - \frac{3}{16} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} - \frac{N_f^2 + 3N_f - 16}{4N_f} \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} \\ & - \frac{2N_f^2 + 5N_f + 4}{4N_f} \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} \\ & + \frac{2N_f^2 + 3N_f - 8}{4N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \quad (\text{A.27}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & d^{ab8} \left([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \right) = -\frac{3}{2} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\ & + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{N_f} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\ & + \frac{1}{4} \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{1}{4} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} + \frac{1}{4} \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{4} \{ [J^2, G^{k8}], \{ J^r, G^{rc} \} \} - \frac{1}{4} \{ J^k, [\{ J^m, G^{mc} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{3}{4} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} \\
 & + \frac{N_f - 2}{N_f} \{ J^2, \{ J^k, \{ T^c, T^8 \} \} \} + \{ J^k, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ J^m, G^{m8} \} \} \}, \quad (A.28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \right) = -\frac{3}{2} N_f d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
 & - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{2N_f} \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \\
 & - \frac{1}{4} (5N_f + 6) \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} - \frac{N_f^2 - 4}{N_f} \{ J^k, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{2N_f} \\
 & \times \{ J^2, \{ G^{kc}, T^8 \} \} - \frac{7}{16} \{ J^2, [G^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{7}{16} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \}] \} \\
 & - \frac{7}{16} \{ [J^2, G^{kc}], \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{7}{16} \{ [J^2, G^{k8}], \{ J^r, G^{rc} \} \} + \frac{7}{16} \\
 & \times \{ J^k, [\{ J^m, G^{mc} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{1}{4} (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{1}{2} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{1}{2} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} - \frac{1}{2} \{ J^k, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ J^m, G^{m8} \} \} \}, \quad (A.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \right) = \\
 & -3(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - 3(N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + 2(N_f + 1) \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & -6 \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} + \frac{N_c(3N_f - 4) + 4N_f^2 - 6N_f - 4}{8N_f} \{ J^2, [G^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & - \frac{N_c(3N_f - 4) + 4N_f^2 - 6N_f - 4}{8N_f} \left(\{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \}] \} + \{ [J^2, G^{kc}], \{ J^r, G^{r8} \} \} \right) \\
 & - \frac{N_c(3N_f - 4) + 4N_f^2 - 6N_f - 4}{8N_f} \left(\{ [J^2, G^{k8}], \{ J^r, G^{rc} \} \} \right. \\
 & \left. - \{ J^k, [\{ J^m, G^{mc} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \right) + \frac{3}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \frac{1}{2} (N_c + N_f) \\
 & \times \{ J^2, \{ J^k, \{ T^c, T^8 \} \} \} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{ J^k, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ J^m, G^{m8} \} \} \} \\
 & + \frac{3}{2} (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} - \frac{N_f + 8}{N_f} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{7N_f - 8}{N_f} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \}, \quad (A.30)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \right. \\
 & \left. + [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] \right) = -6(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
 & -2(N_f + 1) \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + 6 \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{rc} \} \} - 6 \{ J^2, \{ G^{kc}, T^8 \} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +2(N_f + 1) \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} + \frac{N_f^2 + 8}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & - \frac{N_c(29N_f - 28) + 42N_f^2 - 116N_f - 16}{32N_f} \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{N_c(29N_f - 28) + 42N_f^2 - 116N_f - 16}{32N_f} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} \\
 & - \frac{N_c(29N_f - 28) + 42N_f^2 - 116N_f - 16}{32N_f} \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{N_c(29N_f - 28) + 42N_f^2 - 116N_f - 16}{32N_f} \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{N_c(29N_f - 28) + 42N_f^2 - 116N_f - 16}{32N_f} \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{N_f^2 + 3N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{3N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{3N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{N_f^2 + 3N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} + \frac{N_f^2 + 4N_f - 8}{2N_f} \{J^2, \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\}\} \\
 & - \frac{1}{4} \{J^2, \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{1}{4} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}\} \\
 & - \frac{1}{4} \{J^2, \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{1}{4} \{J^2, \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{4} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, \tag{A.31}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] \right) = 6N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
 & - \frac{2(N_f + 1)(N_c + N_f)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \frac{3}{4} (N_c + N_f) \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
 & - \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} \\
 & + \frac{1}{4} (23N_f + 24) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \frac{3}{4} (N_f + 4) \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 6 \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{N_c(49N_f + 72) - 12N_f^2 - 215N_f - 24}{64N_f} \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{N_c(49N_f + 72) - 12N_f^2 - 215N_f - 24}{64N_f} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} \\
 & +\frac{N_c(49N_f + 72) - 12N_f^2 - 215N_f - 24}{64N_f} \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & -\frac{N_c(49N_f + 72) - 12N_f^2 - 215N_f - 24}{64N_f} \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & +\frac{N_c(29N_f - 28) + 42N_f^2 - 116N_f - 16}{32N_f} \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & -\frac{(N_c + N_f)(7N_f + 8)}{8N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} - \frac{5}{8} (N_c + N_f) \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} \\
 & -\frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} \\
 & +\frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{J^k, [\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}]\} \\
 & +\frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} + \frac{1}{4} (N_f + 11) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} \\
 & +\frac{1}{4} (2N_f + 17) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{11}{4} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & -\frac{11}{32} \{J^2, \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{11}{32} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}\} \\
 & -\frac{11}{32} \{J^2, \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{11}{32} \{J^2, \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & +\frac{11}{32} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, \tag{A.32}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8} [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] & = -2N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \frac{2N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} \\
 & +2(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} - 4(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & -\frac{N_c(4N_c N_f + 24N_f^2 + 85N_f - 104) - 116N_f^2 - 432N_f + 552}{16N_f} \\
 & \times (\{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} + \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}) \\
 & -2d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} - \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \\
 & \times \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{J^k, [\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}]\} \\
 & +\frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} + \frac{1}{4} (N_f + 11) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} \\
 & + \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} - 4(N_f - 1) \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +4(N_f - 1) \{J^k, [\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}]\} - \frac{N_c(N_c + 2N_f) + 4}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} \\
 & - (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} + 4(N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{3N_c N_f - 8}{8N_f} \{J^2, \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{3N_c N_f - 8}{8N_f} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}\} \\
 & + \frac{3N_c N_f - 8}{8N_f} \{J^2, \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{3N_c N_f - 8}{8N_f} \{J^2, \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{3N_c N_f - 8}{8N_f} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{1}{2} (N_f + 2) d^{c8e} \mathcal{D}_7^{ke} \\
 & - \frac{1}{2} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}\} + 2(N_f - 1) \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{N_f^2 - 2N_f + 8}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}, \tag{A.33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] \right) = -6N_f d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
 & + 6(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 6(N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
 & + 2(N_c + N_f) [J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]] \\
 & + \frac{26N_c^2 N_f + 48N_c N_f^2 + 949N_f - 337N_c N_f + 728N_c - 198N_f^2 - 1972}{32N_f} \\
 & \times \left(\{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} \right) \\
 & - \frac{N_c(4N_c N_f + 24N_f^2 + 85N_f - 104) - 116N_f^2 - 432N_f + 552}{16N_f} \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{26N_c^2 N_f + 48N_c N_f^2 + 949N_f - 337N_c N_f + 728N_c - 198N_f^2 - 1972}{32N_f} \\
 & \times \left(\{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \right) \\
 & - (N_f - 14) d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{5N_f^2 - 10N_f + 16}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{7N_f^2 - 2N_f - 16}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + (N_c + N_f) \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & + 2(N_c + N_f) \{J^2, \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\}\} - \frac{6N_c N_f + 2N_f^2 - 33N_f - 44}{8N_f} \\
 & \times \left(\{J^2, \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}\} \right) \\
 & - \frac{6N_c N_f + 2N_f^2 - 33N_f - 44}{8N_f} \left(\{J^2, \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}\} \right. \\
 & \left. - \{J^2, \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(N_f + 8)(N_f - 4)}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_7^{ke} + \frac{6(N_f - 4)}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{N_f^2 + 6N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{N_f^2 + 12N_f - 32}{2N_f} \{J^2, \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}\}, \tag{A.34}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d^{ab8} \left([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] \right) \\
 & = -\frac{12N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} J^k - 12(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + 2(N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
 & - 6\{J^k, \{T^c, T^8\}\} + 8(N_f + 1)\{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & - \frac{13N_c(N_c + 2N_f) - 16N_f + 8}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} - 13(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
 & - 15(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{N_c(69N_c N_f - 40N_f^2 - 695N_f - 1032) + 222N_f^2 + 1983N_f + 4092}{64N_f} \\
 & \times \left(\{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} + \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \right. \\
 & \left. - \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \right) \\
 & + \frac{7N_f^2 + 2N_f - 8}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} - \frac{13}{2} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} + \frac{2(2N_f^2 + 7N_f + 4)}{N_f} \\
 & \times \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{2} (11N_f + 8) \{J^k, [\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}]\} \\
 & - \frac{7N_c N_f (N_c + 2N_f) - 56N_f^2 - 8N_f + 32}{4N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} \\
 & - \frac{7}{4} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} - 8(N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{6N_c N_f + 22N_f^2 - 5N_f - 116}{32N_f} \{J^2, \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - \frac{6N_c N_f + 22N_f^2 - 5N_f - 116}{32N_f} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}\} \\
 & + \frac{6N_c N_f + 22N_f^2 - 5N_f - 116}{32N_f} \{J^2, \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{6N_c N_f + 22N_f^2 - 5N_f - 116}{32N_f} \{J^2, \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{6N_c N_f + 22N_f^2 - 5N_f - 116}{32N_f} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{(N_f + 8)(N_f - 1)}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_7^{ke} - \frac{7}{8} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{N_f^2 - N_f - 16}{2N_f} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & +\frac{5N_f^2 + 26N_f - 8}{4N_f} \{J^2, \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & +\frac{2N_f^2 + 7N_f - 8}{2N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}, \tag{A.35}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8} [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= \frac{3}{2} (N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & -\frac{3}{2} (N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - 2(N_c + N_f) \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\} \\
 & +\frac{N_c N_f (-91N_c + 1443 + 16N_f) + 560N_c - 4860N_f - 184N_f^2 - 2340}{128N_f} \\
 & \times (\{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} + \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}) \\
 & +\frac{3}{2} (N_f + 1) d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{1}{4} (11N_f + 6) \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & -\frac{1}{4} (5N_f + 6) \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} - \frac{3}{4} N_f \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} \\
 & +\frac{9}{4} (N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{9}{4} (N_c + N_f) \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & -\frac{3}{4} (N_c + N_f) \{J^2, \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\}\} - \frac{3N_c N_f + 20N_f^2 + 52N_f - 44}{64N_f} \\
 & \times \{J^2, \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{3N_c N_f + 20N_f^2 + 52N_f - 44}{64N_f} \\
 & \times (\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}\} - \{J^2, \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \{J^2, \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}) \\
 & + (N_f + 4) \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & -\frac{1}{4} (N_f + 4) \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & -\frac{3}{8} (N_f + 4) \{J^2, \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}\}. \tag{A.36}
 \end{aligned}$$

A.3. Representación 27

La reducción completa del operador $[A^{i8}, [A^{i8}, A^{kc}]]$:

$$[G^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] = \frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} G^{kg} + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} G^{k8} + \frac{1}{2N_f} d^{c88} J^k, \quad (\text{A.37})$$

$$\begin{aligned} & [G^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] \\ &= \frac{9}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} + \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} - \frac{1}{2} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_2^{kg} + \frac{3}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_2^{k8} + d^{c8e} \{G^{ke}, T^8\} \\ &+ \frac{1}{2} d^{88e} \{G^{ke}, T^c\} + i f^{c8e} [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}], \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

$$\begin{aligned} & [G^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] = -\frac{3}{2} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\ &+ \frac{7}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\ &+ \frac{1}{N_f} d^{c88} \{J^2, J^k\} - 2 \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 2 \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\ &- 3 d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + 4 d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\ &- d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

$$\begin{aligned} & [G^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] = \frac{3}{4} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\ &+ \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} + \frac{7}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + 2 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} \\ &+ \frac{7}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} + \frac{1}{N_f} d^{c88} \{J^2, J^k\} - \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\ &- \frac{1}{2} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} \\ &- d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{3}{2} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\ &- \frac{1}{2} d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{3}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

$$\begin{aligned} & [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] = -2 f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\ &+ \frac{3}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{2} \{G^{kc}, \{T^8, T^8\}\} + \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\} \\ &- \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

$$\begin{aligned} & [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] \\ &+ [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -4i f^{c8e} [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +4if^{c8e} [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] + 2d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\} + d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\} \\
 & -2d^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - d^{88e} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 2\{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\} \\
 & +2\{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\} + 2\{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\} \\
 & +2if^{c8e} \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - 2if^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
 & +2if^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \tag{A.42}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] \\
 & + [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = 9f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} + \frac{11}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} - f^{ceg} f^{88e} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{6}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_4^{k8} + d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\} \\
 & + \frac{1}{2} d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\} - 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - 4\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & + d^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1}{2} d^{88e} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - 2if^{c8e} \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + if^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
 & - if^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} - if^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & + 2if^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, \tag{A.43}
 \end{aligned}$$

$$[\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{1}{2} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, T^8\}\}, \tag{A.44}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] = -\frac{9}{2} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\
 & - \frac{1}{4} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} + \frac{3}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{N_c}{8} i f^{c8e} d^{eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{N_c}{8} i d^{c8e} f^{eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - 3f^{ceg} f^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} - 6\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & + 6\{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + 3d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - 3d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} \\
 & - 2d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + 3d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & + \frac{3(N_f - 6)}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{1}{4} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & - \frac{1}{2N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{1}{2} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{3}{2} i\epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\} - i\epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\} \\
 & + i\epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{1}{4} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & - \frac{3}{16} i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} + \frac{1}{4} i f^{c8e} \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{4} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} - \frac{1}{4} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \\
 & - \frac{1}{4} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{1}{4} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & + \frac{1}{4} d^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{1}{4} d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & + \frac{1}{8} [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] - \frac{3}{4} [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \\
 & + \frac{3}{4} \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{1}{4} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} \\
 & + \frac{3}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + 2 \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & - 2 \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} - 3 d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \} + 3 d^{88e} \\
 & \times \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \} + 8 d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} - d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & + 3 d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \\
 & + 6 \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + 2 \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & - 2 \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} - 2 d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & - 3 d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} - 2 \epsilon^{kim} f^{ab8} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} \\
 & - 2 i \epsilon^{kil} [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}], \tag{A.45}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] \\
 & + [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -\frac{39}{4} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + \frac{5}{16} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{ J^i, G^{mg} \} \\
 & + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + 8 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - 4 f^{ceg} f^{88e} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{9}{8} N_c i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{9}{8} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - \frac{5}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{13}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{13}{2} d^{ceg} f^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{8}{N_f} d^{c88} \{ J^2, J^k \} \\
 & - 13 d^{c8e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{13}{2} d^{c8e} \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} - \frac{13}{2} d^{88e} \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \\
 & + 13 d^{88e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} - \frac{1}{4} (3N_f + 1) \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} - \frac{9}{4} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & - \frac{9}{2N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} + \frac{5}{8} i f^{c8e} \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & + \frac{13}{4} i \epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{rc} \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} + \frac{5}{4} i \epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{r8} \}, \{ J^i, G^{mc} \} \} \\
 & - \frac{5}{4} i \epsilon^{rim} \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} - \frac{9}{4} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} \\
 & - \frac{27}{16} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} \\
 & - \frac{53}{8} i f^{c8e} \{ J^k, [\{ J^m, G^{me} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{53}{8}ifc^{8e} \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} + \frac{53}{8}ifc^{8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \\
 & + \frac{53}{8}ifc^{8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{53}{8}ifc^{8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & + \frac{9}{4}d^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{9}{4}d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & - \frac{23}{16} [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] - \frac{13}{8} [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \\
 & + \frac{13}{8} \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{9}{4}i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} \\
 & + 2f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + 3d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - 2d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{6}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} \\
 & + 2d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{2}{N_f} d^{c88} \{ J^2, \{ J^2, J^k \} \} - 6 \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & + 6 \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} - 5d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \} \\
 & - d^{88e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \} - 7d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} - 10d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \\
 & - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} + 13 \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - 13 \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} - 6 \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{13}{2} d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{15}{2} d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \\
 & + 2\epsilon^{kim} f^{ab8} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} \\
 & + 11i\epsilon^{kil} [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}], \tag{A.46}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] = \frac{15}{4} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\
 & - \frac{3}{32} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{ J^i, G^{mg} \} + \frac{25}{16} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{45N_c}{64} i f^{c8e} d^{eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - \frac{45N_c}{64} i d^{c8e} f^{eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} + \frac{35}{8} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{11}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & - \frac{9}{2} + d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{12}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} + \frac{1}{N_f} d^{c88} \{ J^2, J^k \} + 3 \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \\
 & - 5 \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} - \frac{5}{2} d^{c8e} \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} + \frac{3}{2} d^{88e} \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \\
 & + 2d^{c8e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{1}{2} d^{c8e} \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} + \frac{9}{2} d^{88e} \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \\
 & - 6d^{88e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} + \frac{3N_f + 32}{16} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} + \frac{45}{32} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & + \frac{45}{16N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} - \frac{3}{16} i f^{c8e} \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{39}{16}i\epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{rc} \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} - \frac{3}{8}i\epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{r8} \}, \{ J^i, G^{mc} \} \} \\
 & + \frac{3}{8}i\epsilon^{rim} \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} + \frac{45}{32}i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} \\
 & + \frac{135}{128}i\epsilon^{kim} f_{cae} f^{8eb} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} + \frac{79}{32}i f^{c8e} \{ J^k, [\{ J^m, G^{me} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{79}{32}i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} - \frac{79}{32}i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \\
 & - \frac{79}{32}i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{79}{32}i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & - \frac{45}{32}d^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{45}{32}d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & + \frac{51}{64} [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] + \frac{39}{32} [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \\
 & - \frac{39}{32} \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{45}{32}i\epsilon^{kim} f_{cea} f^{e8b} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} \\
 & + \frac{1}{4}d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{1}{2N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} + \frac{11}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{11}{4} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - 2d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{11}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{k8} \\
 & + \frac{1}{2N_f} d^{c88} \{ J^2, \{ J^2, J^k \} \} - \frac{7}{2} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} - \frac{5}{2} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \\
 & - \frac{3}{4} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \} - \frac{1}{4} d^{88e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \} \\
 & + \frac{7}{2} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} + \frac{11}{4} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & + 2d^{88e} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} + \frac{17}{4} d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \\
 & + \frac{11}{8} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} - \frac{9}{2} \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & + 5 \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{3}{2} \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{1}{2} \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} - \frac{11}{4} d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & - 3d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f_{ab8} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} \\
 & - 5i\epsilon^{kil} [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}], \tag{A.47}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -\frac{5}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & + \frac{3}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + 2 \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ T^8, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} + \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ T^8, \{ J^r, G^{rc} \} \} \}, \tag{A.48}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = \frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - 2f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{1}{2} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ T^8, T^8 \} \} \} \\
 & + \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ T^c, T^8 \} \} \} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \}
 \end{aligned}$$

$$- \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ T^8, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} - \frac{1}{2} \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ T^8, \{ J^r, G^{rc} \} \} \}, \quad (\text{A.49})$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -3f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\
 & - \frac{1}{11} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{ J^i, G^{mg} \} - f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{21N_c}{88} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{21N_c}{88} i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - 2f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + 2d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} - 4 \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} + 4 \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \\
 & + 2d^{c8e} \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} - 2d^{88e} \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} - 4d^{c8e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & + 2d^{c8e} \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} - 2d^{88e} \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} + 4d^{88e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \\
 & - \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} - \frac{21}{44} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} - \frac{21}{22N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} \\
 & - \frac{2}{11} i f^{c8e} \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{29}{22} i \epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{rc} \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} \\
 & - \frac{4}{11} i \epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{r8} \}, \{ J^i, G^{mc} \} \} + \frac{4}{11} i \epsilon^{rim} \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} \\
 & - \frac{21}{44} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} - \frac{63}{176} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} \\
 & \text{tiny} - \frac{301}{44} i f^{c8e} \{ J^k, [\{ J^m, G^{me} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{125}{44} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} \\
 & + \frac{125}{44} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} + \frac{125}{44} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & - \frac{109}{44} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} + \frac{21}{44} d^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & - \frac{21}{44} d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} - \frac{13}{88} [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] \\
 & - \frac{29}{44} [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] + \frac{29}{44} \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{21}{44} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} - 4d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - 4d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + 4 \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - 4 \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + 2d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & + 2d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} + 4i\epsilon^{kil} [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \\
 & - \frac{4}{11} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, T^8 \} \} \} + \frac{4}{11} d^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & + \frac{4}{11} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ G^{k8}, T^8 \} \} \} - \frac{4}{11} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{r8} \}, \{ G^{kc}, T^8 \} \} \} \\
 & + 3i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, [\{ J^m, G^{me} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} + \frac{4}{11} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \} \\
 & + 2 \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} + 4 \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{4}{11} i \epsilon^{kim} [\{ T^8, \{ J^r, G^{r8} \} \}, \{ J^2, \{ J^i, G^{mc} \} \}], \quad (\text{A.50})
 \end{aligned}$$

$$[\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]]$$

$$\begin{aligned}
 & + [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = \frac{21}{2} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + \frac{105}{176} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} \\
 & + \frac{7}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{191 N_c}{352} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{191 N_c}{352} i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + 7 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - 7 d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & + 14 \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - 14 \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - 7 d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} \\
 & + 7 d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + 14 d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 7 d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & + 7 d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - 14 d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{7}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & + \frac{191}{176} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{191}{88 N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{105}{88} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{401}{88} i \epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{105}{44} i \epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\} \\
 & - \frac{105}{44} i \epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + \frac{191}{176} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & + \frac{573}{704} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} + \frac{2415}{176} i f^{c8e} \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & + \frac{1711}{176} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} - \frac{1711}{176} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & - \frac{2415}{176} i f^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{2303}{176} i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{191}{176} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{191}{176} d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{19}{352} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] + \frac{401}{176} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & - \frac{401}{176} \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{191}{176} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & + 14 d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 14 d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - 14 \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 14 \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - 7 d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 7 d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - 14 i \epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] + \frac{29}{11} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} \\
 & + d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\}\} - \frac{29}{11} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & - d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{15}{11} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{29}{11} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} + 2 \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\}\} \\
 & - i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - 2 i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} \\
 & - \frac{7}{11} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} + 2 i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - 2 \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 4 \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{7}{11} i \epsilon^{kim} [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] , \tag{A.51}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_2^{kc}]] = -\frac{9}{2} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + 9 f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} \\
 & - \frac{129}{176} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} - \frac{3}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{27 N_c}{88} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{27 N_c}{88} i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - 3 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + 3 d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} - 6 \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 6 \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & + 3 d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - 3 d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - 6 d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + 3 d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - 3 d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 6 d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & - \frac{3}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{29}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & - \frac{27}{44} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{6}{N_f} i \delta^{c8} \mathcal{D}_4^{k8} - \frac{27}{22 N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - 2 \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & - 4 \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + 2 d^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + d^{88e} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - \frac{129}{88} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{183}{44} i \epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & - \frac{129}{44} i \epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\} + \frac{129}{44} i \epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{27}{44} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} - \frac{81}{176} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} \\
 & - \frac{873}{88} i f^{c8e} \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{447}{88} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
 & + \frac{477}{88} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{477}{88} i f^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{549}{88} i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{27}{44} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{27}{44} d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{75}{176} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] \\
 & - \frac{183}{88} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] + \frac{188}{83} \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\} \\
 & + \frac{27}{44} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} - 6 d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - 6 d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + 6 \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - 6 \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + 3 d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + 3 d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 6 i \epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & + \frac{13}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} + \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} - \frac{1}{2} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_6^{kg} + \frac{3}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_6^{k8} \\
 & + \frac{9}{11} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} - 2 \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - 4 \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + \frac{2}{11} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2} d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{9}{11} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{9}{11} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - \frac{5}{4} i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + i f^{c8e} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} \} - \frac{20}{11} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \} \\
 & - i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} + i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \} \\
 & + \frac{1}{2} \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} + \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{9}{11} i \epsilon^{kim} [\{ T^8, \{ J^r, G^{r8} \} \}, \{ J^2, \{ J^i, G^{mc} \} \}], \tag{A.52}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= \frac{176N_c - 2433}{48} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} - \frac{6248N_c + 3043}{6336} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{ J^i, G^{mg} \} \\
 & - \frac{176N_c - 2793}{144} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{5N_c(792N_c - 9151)}{6336} \left(i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \right) \\
 & + \frac{437}{144} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{176N_c - 2443}{72} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{176N_c - 2443}{72} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & + \frac{176N_c - 2443}{36} \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} - \frac{176N_c - 2443}{36} \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \\
 & - \frac{176N_c - 2443}{72} d^{c8e} \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} - \frac{176N_c - 2443}{72} d^{88e} \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \\
 & - \frac{176N_c - 2443}{36} d^{c8e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} - \frac{176N_c - 2443}{72} d^{c8e} \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \\
 & - \frac{176N_c - 2443}{72} d^{88e} \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} - \frac{176N_c - 2443}{36} d^{88e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \\
 & - \frac{74N_c + 879N_f - 13284}{576} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} + \frac{5(792N_c - 9151)}{3168} i f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & + \frac{1}{12} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{ J^2, \{ J^i, G^{mg} \} \} - \frac{88N_c(N_c + 2N_f)5(792N_c - 9151)}{1584N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \\
 & \times \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} - \frac{6248N_c + 3043}{3168} i f^{c8e} \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & + \frac{1144N_c + 24399}{792} i \epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{rc} \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} \\
 & - \frac{6248N_c + 3043}{1548} i \epsilon^{kim} \{ \{ G^{r8}, G^{r8} \}, \{ J^i, G^{mc} \} \} + \frac{6248N_c + 3043}{1548} i \epsilon^{kim} \\
 & \times \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} - \frac{5(792N_c - 9151)}{3168} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} \\
 & + \frac{5(792N_c - 9151)}{4224} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} + \frac{1936N_c - 57473}{3168} i f^{c8e} \\
 & \times \{ J^k, [\{ J^m, G^{me} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{1936N_c - 57473}{3168} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} \\
 & - \frac{1936N_c - 57473}{3168} \left(i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} + \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \right) \\
 & + \frac{1936N_c - 56161}{3168} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} - \frac{5(792N_c - 9151)}{3168} d^{c8e} \\
 & \times \left(\{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \right) + \frac{1276N_c - 5339}{792} \\
 & \times [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] - \frac{1144N_c + 24399}{1584} \left([G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left\{ \{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}] \right\} - \frac{5(792N_c - 9151)}{3168} i\epsilon^{kim} f_{cea} f_{e8b} \\
 & \times \left\{ \{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\} - \frac{1}{6} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{1}{36} N_c \left(i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \right) \right. \\
 & + \frac{2}{3} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - \frac{14}{9} d^{ceg} f^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{341}{36} \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{341}{36} \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + \frac{10}{3} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{10}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} + \frac{352N_c - 5063}{72} d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{2}{3} d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{14}{9} d^{8e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{352N_c - 5319}{72} d^{88e} \\
 & \times \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{3} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{176N_c - 2433}{36} \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{176N_c - 2433}{36} \\
 & \times \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{581}{72} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{581}{72} \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - \frac{352N_c - 4871}{144} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{352N_c - 5447}{144} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{293}{72} \epsilon^{kim} f_{ab8} [\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}] \\
 & + \frac{N_c + N_f}{36} i\epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{11(32N_c - 469)}{72} i\epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] + \frac{1}{18} i f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} \\
 & - \frac{41}{99} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} + \frac{1}{9N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{41}{99} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{1}{6} i f^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{41}{99} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} - \frac{41}{99} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & - \frac{1}{36} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{4}{9} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{3} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} - \frac{1}{3} i\epsilon^{rim} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{rc}, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{18} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} + \frac{1}{18} i\epsilon^{kim} f_{cae} f_{8eb} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} \\
 & - \frac{5}{6} i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{5}{6} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} \\
 & + \frac{247}{198} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} + \frac{5}{6} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - \frac{5}{6} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} - \frac{41}{99} i\epsilon^{kim} [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] \\
 & - \frac{1}{18} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{1}{18} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{18} \{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} + \frac{2}{9} \{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} \\
 & -\frac{2}{9} \{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_7^{kg} \\
 & -2d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}\} + 2d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}\} \\
 & +\frac{4}{3} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \frac{4}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & -\frac{4}{3} \{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \frac{4}{3} \{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & +2 \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - 2 \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & +\frac{1}{3} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{5}{3} d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & +\frac{4}{9} i\epsilon^{kil} \{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} + 2 \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & -\frac{16}{9} i\epsilon^{kil} \{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\}, \tag{A.53}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = \frac{416N_c - 3489}{64} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\
 & -\frac{59752N_c - 241435}{8448} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} - \frac{416N_c - 3417}{192} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & -\frac{N_c(65736N_c - 303023)}{8448} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c(65736N_c - 303023)}{8448} i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & -\frac{1699}{162} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{416N_c - 3489}{96} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{416N_c - 3489}{96} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & +\frac{416N_c - 3489}{48} \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{416N_c - 3489}{48} \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & -\frac{416N_c - 3489}{96} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + \frac{416N_c - 3489}{96} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} \\
 & +\frac{416N_c - 3489}{48} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{416N_c - 3489}{96} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & +\frac{416N_c - 3489}{96} d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{416N_c - 3489}{48} d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & +\frac{1664N_c - 345N_f - 12576}{768} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{65736N_c - 303023}{4224} \\
 & \times i f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} - \frac{15}{16} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} \\
 & +\frac{616N_c^2 + 88N_c(14N_f + 747) - 303023}{2112N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & +\frac{59752N_c - 241435}{4224} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{62744N_c - 272229}{1056} i\epsilon^{kim} \times \\
 & \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{59752N_c - 241435}{2112} i\epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\} \\
 & +\frac{241435 - 59752N_c}{2112} i\epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{rc}, G^{m8}\}\}\} + \frac{65736N_c - 303023}{4224} i\epsilon^{rim}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times d^{c8e} \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} + \frac{65736N_c - 303023}{5632} i\epsilon^{kim} f_{cae} f^{8eb} \times \\
 & \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} + \frac{23056N_c - 225641}{4224} i f^{c8e} \{ J^k, [\{ J^m, G^{me} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{23056N_c - 225641}{4224} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} - \frac{23056N_c - 225641}{4224} i f^{c8e} \\
 & \times \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} - \frac{23056N_c - 225641}{4224} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{23056N_c - 260233}{4224} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} - \frac{65736N_c - 303023}{4224} d^{c8e} \\
 & \times \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{65736N_c - 303023}{4224} d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & + \frac{1496N_c - 15397}{2112} [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] + \frac{62744N_c - 272229}{2112} \\
 & \times [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] - \frac{62744N_c - 272229}{2112} \times \\
 & \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{65736N_c - 303023}{4224} i\epsilon^{kim} f_{cea} f^{e8b} \\
 & \times \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} + \frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{7N_c}{48} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & - \frac{7N_c}{48} d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - \frac{3}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{5}{6} d^{ceg} f^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} \\
 & - \frac{643}{48} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} + \frac{643}{48} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \\
 & - \frac{1}{2} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \} + \frac{1}{2} d^{88e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \} \\
 & + \frac{832N_c - 7535}{96} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{3}{2} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} - \frac{5}{6} d^{88e} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & + \frac{832N_c - 6255}{96} d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{3N_c - 23}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \\
 & \times \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} - \frac{416N_c - 3489}{48} \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{416N_c - 3489}{48} \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \\
 & + \frac{691}{96} \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} - \frac{691}{96} \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \\
 & - \frac{832N_c - 7439}{192} d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} - \frac{832N_c - 6287}{192} d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \\
 & + \frac{115}{96} \epsilon^{kim} f_{ab8} [\{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \}] + \frac{7(N_c + N_f)}{48} i\epsilon^{kim} d^{c8e} \\
 & \times \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} - \frac{832N_c - 6863}{96} i\epsilon^{kil} [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \\
 & + \frac{7}{24} i f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} + \frac{1081}{132} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, T^8 \} \} \} + \frac{7}{12N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{1081}{132} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{15}{8} i f^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1081}{132} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{1081}{132} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - \frac{7}{48} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{19}{6} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{15}{4} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} \\
 & + \frac{15}{4} i \epsilon^{rim} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}\} + \frac{7}{24} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} \\
 & + \frac{7}{24} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} - \frac{3}{4} i f^{c8e} \times \\
 & \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{3}{4} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} \\
 & - \frac{491}{66} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} + \frac{3}{4} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - \frac{3}{4} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} + \frac{1081}{132} i \epsilon^{kim} \times \\
 & [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] - \frac{7}{24} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{7}{24} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} + \frac{13}{12} \{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} \\
 & - \frac{19}{12} \{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} + \frac{19}{12} \{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_7^{kg} + 2 \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} - 2 \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & + 3 d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\}\} \\
 & - 2 d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & + 5 \{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} + \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & - 2 \epsilon^{kim} f^{ab8} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{3} i \epsilon^{kil} \{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} - 3 \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{8}{3} i \epsilon^{kil} \{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\}, \tag{A.54}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = \frac{3(113N_c - 137)}{8} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} \\
 & - \frac{407N_c - 13272}{704} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} + \frac{113N_c - 137}{8} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + 8 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - 4 d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c(4400N_c + 39421)}{2816} \left(i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \right) - \frac{67}{16} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & + \frac{113N_c - 137}{4} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{113N_c - 137}{4} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{8}{N_f} d^{c88} \{J^2, J^k\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{113N_c - 137}{2} \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{113N_c - 137}{2} \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - \frac{113N_c - 73}{4} d^{c8e} \times \\
 & \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + \frac{113N_c - 105}{4} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + \frac{113N_c - 137}{2} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{113N_c - 137}{4} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{113N_c - 137}{4} d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{113N_c - 137}{2} \\
 & \times d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{904N_c - 57N_f - 868}{64} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & + \frac{4400N_c + 39421}{1408} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{5}{4} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} \\
 & - \frac{1188N_c^2 + 88N_c(27N_f - 50) - 39421}{704N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & - \frac{407N_c - 13272}{352} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{2772N_c + 92509}{704} i \epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & - \frac{407N_c - 13272}{176} i \epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\} + \frac{407N_c - 13272}{176} i \epsilon^{rim} \\
 & \times \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{rc}, G^{m8}\}\}\} + \frac{4400N_c + 39421}{1408} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & + \frac{3(4400N_c + 39421)}{5632} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{10879N_c - 12735}{352} \times \\
 & i f^{c8e} \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{10879N_c - 12735}{352} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
 & - \frac{10879N_c - 12735}{352} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{10879N_c - 12735}{352} i f^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{10879N_c - 10415}{352} i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{4400N_c + 39421}{1408} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{4400N_c + 39421}{1408} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{6028N_c - 13667}{2816} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] \\
 & + \frac{2772N_c + 92509}{1408} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] - \frac{2772N_c + 92509}{1408} \times \\
 & \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{4400N_c + 39421}{1408} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{8eb} \\
 & \times \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} + \frac{41}{8} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + 11 d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - 6 d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & + \frac{27N_c}{32} \left(i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \right) + \frac{6}{N_f} \delta^{8c} \mathcal{D}_5^{k8} - f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - 2 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} \\
 & + \frac{11}{2} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{10}{N_f} d^{c88} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} - \frac{35}{4} \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{35}{4} \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - 16 d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} + 2 d^{88e} \\
 & \times \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} + \frac{452N_c - 561}{8} d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 2 d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{11}{2} d^{88e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{452N_c - 469}{8} d^{88e}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{3N_f - 8}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{113N_c - 137}{2} \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{113N_c - 137}{2} \\
 & \times \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{77}{8} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{29}{8} \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - \frac{452N_c - 545}{16} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{452N_c - 593}{16} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{19}{8} \epsilon^{kim} f^{ab8} [\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}] \\
 & - \frac{27(N_c + N_f)}{32} i\epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{452N_c - 529}{8} i\epsilon^{kil} \times \\
 & [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] - \frac{27}{16} i f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} - \frac{145}{22} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} - \frac{27}{8N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{145}{22} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{5}{2} i f^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{145}{22} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} - \frac{145}{22} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{27}{32} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{13}{8} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + 5i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} - 5i\epsilon^{rim} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & - \frac{27}{16} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} - \frac{27}{16} i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \\
 & \times \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} - \frac{5}{2} i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - \frac{5}{2} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} + \frac{100}{11} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & + \frac{5}{2} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{5}{2} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & - \frac{145}{22} i\epsilon^{kim} [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] + \frac{27}{16} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{27}{16} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & - \frac{67}{32} \{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} \\
 & + \frac{13}{16} \{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} \\
 & - \frac{13}{16} \{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_7^{kg} + \frac{3}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_7^{kg} \\
 & - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_7^{kg} + \frac{3}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_7^{k8} + \frac{1}{N_f} d^{c88} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\} \\
 & - 4 \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} + 4 \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{7}{2} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{1}{2} d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - 2d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & + 4 \{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - 4 \{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{9}{2} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{3}{2} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & + \frac{11}{4} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{9}{4} d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & + 2\epsilon^{kim} f^{ab8} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - 5i\epsilon^{kil} \{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & + \frac{3}{2} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + 7i\epsilon^{kil} \{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\}, \tag{A.55}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= -\frac{17872N_c - 37221}{768} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} - \frac{196856N_c - 92903}{101376} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \\
 & \times \{J^i, G^{mg}\} - \frac{17872N_c - 38589}{2304} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{N_c(323928N_c - 612391)}{101376} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & + \frac{N_c(323928N_c - 612391)}{101376} (i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg}) + \frac{3431}{2304} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & - \frac{17872N_c - 37221}{1152} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{17872N_c - 37221}{1152} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{17872N_c - 37221}{576} \\
 & \times \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + \frac{17872N_c - 37221}{576} \{G^{k8}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + \frac{17872N_c - 37221}{1152} d^{c8e} \\
 & \times \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{17872N_c - 37221}{1152} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - \frac{17872N_c - 37221}{576} \\
 & d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{17872N_c - 37221}{1152} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{17872N_c - 37221}{1152} \\
 & \times d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{17872N_c - 37221}{576} d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & - \frac{71488N_c - 2085N_f - 140554}{9216} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{323928N_c - 612391}{50688} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & - \frac{77}{192} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} + \frac{24904N_c^2 + 88N_c(566N_f - 3681) + 612391}{25344N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \\
 & \times \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{196856N_c - 92903}{50688} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{260392N_c - 352647}{12672} i\epsilon^{kim} \\
 & \times \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{196856N_c - 92903}{25344} i\epsilon^{kim} \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\} \\
 & + \frac{196856N_c - 92903}{25344} i\epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{323928N_c - 612391}{50688} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \times \\
 & \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} - \frac{323928N_c - 612391}{67584} i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} \\
 & - \frac{696344N_c - 1094845}{50688} i f^{c8e} \{J^k, [\{J^m, G^{me}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{696344N_c - 1094845}{50688} i f^{c8e}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} + \frac{696344N_c - 1094845}{50688} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \\
 & + \frac{696344N_c - 1094845}{50688} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{696344N_c - 1035869}{50688} i f^{c8e} \\
 & \times \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} - \frac{323928N_c - 612391}{50688} d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & - \frac{3971N_c - 16234}{3168} [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] - \frac{260392N_c - 352647}{25344} \times \\
 & [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] + \frac{260392N_c - 352647}{25344} \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{323928N_c - 612391}{50688} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} + \frac{19}{48} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & - \frac{283N_c}{576} \left(i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \right) + \frac{29}{8} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{91}{24} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} \\
 & - \frac{343}{72} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{12}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{k8} + \frac{455}{576} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{1607}{576} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} - \frac{19}{24} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{19}{24} d^{88e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \} - \frac{35744N_c - 72115}{1152} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{53}{24} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} + \frac{343}{72} d^{88e} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & - \frac{35744N_c - 68499}{1152} d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{9N_f + 55}{48} \epsilon^{kim} f^{c8e} \\
 & \times \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} + \frac{17872N_c - 37221}{576} \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{17872N_c - 37221}{576} \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{457}{1152} \\
 & \times \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} + \frac{695}{1152} \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \\
 & + \frac{35744N_c - 73747}{2304} d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + \frac{35744N_c - 74899}{2304} d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \\
 & - \frac{695}{1152} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} + \frac{283(N_c + N_f)}{576} i \epsilon^{kim} d^{c8e} \times \\
 & \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} + \frac{35744N_c - 73747}{1152} i \epsilon^{kil} [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \\
 & + \frac{283}{288} i f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} + \frac{1843}{1584} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, T^8 \} \} \} + \frac{283}{144N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \\
 & \times \{ J^2, \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} - \frac{1843}{1584} d^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} - \frac{77}{96} i f^{c8e} \\
 & \times \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} - \frac{1843}{1584} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ G^{k8}, T^8 \} \} \} \\
 & + \frac{1843}{1584} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ G^{k8}, T^8 \} \} \} - \frac{283}{576} i \epsilon^{kim} \{ J^2, \{ \{ T^c, T^8 \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \\
 & - \frac{13}{36} i \epsilon^{kim} \{ J^2, \{ \{ G^{r8}, G^{rc} \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} - \frac{77}{48} i \epsilon^{kim} \{ J^2, \{ \{ G^{r8}, G^{r8} \}, \{ J^i, G^{mc} \} \} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{77}{48} i \epsilon^{rim} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} \} + \frac{283}{288} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} \} \\
 & + \frac{283}{288} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{ J^2, \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} \} + \frac{73}{96} i f^{c8e} \times \\
 & \{ J^2, \{ J^k, [\{ J^m, G^{me} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} + \frac{73}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} \} \\
 & - \frac{6095}{3168} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \} - \frac{73}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} \\
 & + \frac{73}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \} + \frac{1843}{1584} i \epsilon^{kim} [\{ T^8, \{ J^r, G^{r8} \} \}, \{ J^2, \{ J^i, G^{mc} \} \}] \\
 & - \frac{283}{288} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} + \frac{283}{288} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \} \\
 & + \frac{257}{288} \{ J^2, [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] \} + \frac{13}{72} \{ J^2, [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \} \\
 & - \frac{13}{72} \{ J^2, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} + \frac{5}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_7^{kg} + \frac{5}{4} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_7^{kg} \\
 & - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_7^{kg} + \frac{5}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_7^{k8} - \frac{5}{2} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \} \\
 & - \frac{3}{2} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \} + \frac{13}{12} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \} \\
 & + \frac{5}{4} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \} + d^{88e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \} \\
 & + \frac{4}{3} d^{88e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \} + \frac{5}{8} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \} \\
 & - \frac{13}{12} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \} + \frac{19}{12} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \} \\
 & + \frac{5}{4} \{ J^2, \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \} + \frac{3}{4} \{ J^2, \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \} \\
 & - \frac{7}{6} d^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} - \frac{7}{6} d^{88e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{ J^2, \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} \} \\
 & + \frac{85}{36} i \epsilon^{kil} \{ J^2, [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \} \\
 & - \frac{1}{4} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} - \frac{71}{18} i \epsilon^{kil} \{ J^2, \{ J^i, \{ J^r, [G^{l8}, \{ G^{r8}, \{ J^m, G^{mc} \} \}] \} \} \} .
 \end{aligned}$$

(A.56)

Apéndice B

Base de operadores y elementos de matriz en la corriente vectorial axial

Los observables que definen a la corriente vectorial axial de bariones se pueden descomponer en una base de operadores. Aquí se debe mencionar que no existe ningún procedimiento establecido para definir los elementos de esta base. En este sentido, hemos optado por reducir las estructuras de espín-sabor y acumular el mínimo de objetos independientes capaces de generar a los observables. A continuación se muestran los operadores que forman la base empleada en la reducción de operadores axiales. La base y elementos de matriz del singulete de sabor aparecen en (3.1, 3.30). Para la representación $\mathbf{8}$ de sabor tenemos 51 operadores:

$$\begin{aligned}
O_1^{kc} &= d^{c8e} G^{ke}, & O_2^{kc} &= \delta^{c8} J^k, \\
O_3^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke}, & O_4^{kc} &= \{G^{kc}, T^8\}, \\
O_5^{kc} &= \{G^{k8}, T^c\}, & O_6^{kc} &= [J^2, [T^8, G^{kc}]], \\
O_7^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke}, & O_8^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke}, \\
O_9^{kc} &= \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}, & O_{10}^{kc} &= \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, \\
O_{11}^{kc} &= [J^k, [T^c, T^8]], & O_{12}^{kc} &= \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}, \\
O_{13}^{kc} &= \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, & O_{14}^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke}, \\
O_{15}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}, & O_{16}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, \\
O_{17}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}, & O_{18}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}, \\
O_{19}^{kc} &= \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\}, & O_{20}^{kc} &= \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
O_{21}^{kc} &= \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}, & O_{22}^{kc} &= \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
O_{23}^{kc} &= \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}, & O_{24}^{kc} &= \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
O_{25}^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke}, & O_{26}^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke}, \\
O_{27}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & O_{28}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \\
O_{29}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, [T^c, T^8]\}\}, & O_{30}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 O_{31}^{kc} &= \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & O_{32}^{kc} &= \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \\
 O_{33}^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke}, & O_{34}^{kc} &= \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 O_{35}^{kc} &= \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, & O_{36}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\}, \\
 O_{37}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\}, & O_{38}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{J^2, [T^8, G^{kc}]\}\}\}, \\
 O_{39}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, & O_{40}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}\}, \\
 O_{41}^{kc} &= \{J^2, \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & O_{42}^{kc} &= \{J^2, \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \\
 O_{43}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, & O_{44}^{kc} &= d^{8ce} \mathcal{D}_7^{ke}, \\
 O_{45}^{kc} &= d^{8ce} \mathcal{O}_7^{ke}, & O_{46}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, \\
 O_{47}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\}, & O_{48}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}\}, \\
 O_{49}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\}, & O_{50}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, \\
 O_{51}^{kc} &= \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}.
 \end{aligned}$$

 Tabla B.1: Base de operadores $\{O_i\}$ para la representación **8** de sabor.

Ahora presentamos los elementos de matriz para la representación **8** de sabor $\langle O_i \rangle$:

	np	$\Xi^\pm \Lambda$	Λp	$\Sigma^- n$	$\Xi^- \Lambda$	$\Xi^- \Sigma^0$	$\Xi^0 \Sigma^+$
$\langle O_1^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6\sqrt{3}}$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{12\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{12\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{12\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{12\sqrt{3}}$
$\langle O_3^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$
$\langle O_4^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$
$\langle O_5^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{5}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$
$\langle O_7^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{8\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{4\sqrt{3}}$
$\langle O_9^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4\sqrt{3}}$	0	$\frac{8\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{5}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{3}}$
$\langle O_{10}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4\sqrt{3}}$	0	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{5}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{3}}$
$\langle O_{11}^{kc} \rangle$	$\sqrt{3}$	0	$-\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\langle O_{12}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{11}{8\sqrt{3}}$	$-\frac{13}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{3}}$
$\langle O_{15}^{kc} \rangle$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	0	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{8}$
$\langle O_{16}^{kc} \rangle$	$\frac{5\sqrt{3}}{4}$	0	$-\frac{9}{8\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{5\sqrt{3}}{8}$
$\langle O_{20}^{kc} \rangle$	0	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$\frac{27}{16\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{16}$	$-\frac{3}{16\sqrt{2}}$	$-\frac{25}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{25\sqrt{3}}{8}$
$\langle O_{21}^{kc} \rangle$	0	$-\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{27}{16\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{16}$	$\frac{3}{16\sqrt{2}}$	$\frac{25}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{25\sqrt{3}}{16}$
$\langle O_{24}^{kc} \rangle$	0	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	$\frac{27}{8\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{25}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{25\sqrt{3}}{8}$
$\langle O_{31}^{kc} \rangle$	$\frac{5\sqrt{3}}{4}$	0	$\frac{9}{8\sqrt{2}}$	$\frac{3\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{5\sqrt{3}}{8}$

 Tabla B.2: Elementos de matriz para los componentes de la representación **8** de sabor. Se han descartado los elementos de matriz no indispensables, $\langle O_i \rangle = 0$ y $\langle J^2, O_i \rangle$.

Es el turno de mostrar la base de operadores para la representación **27** de sabor $\{T_i\}$:

$$\begin{aligned}
 T_1^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} G^{kg}, & T_2^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} G^{kg}, \\
 T_3^{kc} &= \delta^{c8} G^{kg}, & T_4^{kc} &= d^{c88} J^k, \\
 T_5^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg}, & T_6^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg}, \\
 T_7^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_2^{kg}, & T_8^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_2^{k8}, \\
 T_9^{kc} &= d^{c8e} \{G^{ke}, T^8\}, & T_{10}^{kc} &= d^{88e} \{G^{ke}, T^c\}, \\
 T_{11}^{kc} &= i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{m8}\}, & T_{12}^{kc} &= i f^{c8e} [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}], \\
 T_{13}^{kc} &= i f^{c8e} [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}], & T_{14}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg}, \\
 T_{15}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg}, & T_{16}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_3^{kg}, \\
 T_{17}^{kc} &= i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg}, & T_{18}^{kc} &= i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg}, \\
 T_{19}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8}, & T_{20}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg}, \\
 T_{21}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg}, & T_{22}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg}, \\
 T_{23}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8}, & T_{24}^{kc} &= d^{c88} \{J^2, J^k\}, \\
 T_{25}^{kc} &= \{G^{kc}, \{T^8, T^8\}\}, & T_{26}^{kc} &= \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\}, \\
 T_{27}^{kc} &= \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, & T_{28}^{kc} &= \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}, \\
 T_{29}^{kc} &= d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}, & T_{30}^{kc} &= d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}, \\
 T_{31}^{kc} &= d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}, & T_{32}^{kc} &= d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, \\
 T_{33}^{kc} &= d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}, & T_{34}^{kc} &= d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}, \\
 T_{35}^{kc} &= \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, & T_{36}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg}, \\
 T_{37}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg}, & T_{38}^{kc} &= f^{ceg} f^{88e} \mathcal{D}_4^{kg}, \\
 T_{39}^{kc} &= i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg}, & T_{40}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_4^{k8}, \\
 T_{41}^{kc} &= \{J^2, T_9^{kc}\}, & T_{42}^{kc} &= \{J^2, T_{10}^{kc}\}, \\
 T_{43}^{kc} &= \{J^2, T_{11}^{kc}\}, & T_{44}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}, \\
 T_{45}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, T^8\}\}, & T_{46}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, \\
 T_{47}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}, & T_{48}^{kc} &= d^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, \\
 T_{49}^{kc} &= d^{88e} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}, & T_{50}^{kc} &= i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
 T_{51}^{kc} &= \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}, & T_{52}^{kc} &= \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}, \\
 T_{53}^{kc} &= \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\}, & T_{54}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}, \\
 T_{55}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{me}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, & T_{56}^{kc} &= i\epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}, \\
 T_{57}^{kc} &= i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}, & T_{58}^{kc} &= i\epsilon^{rim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}, \\
 T_{59}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, & T_{60}^{kc} &= i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}, \\
 T_{61}^{kc} &= i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}, & T_{62}^{kc} &= \{J^2, T_{12}^{kc}\}, \\
 T_{63}^{kc} &= \{J^2, T_{13}^{kc}\}, & T_{64}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 T_{65}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, & T_{66}^{kc} &= [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{67}^{kc} &= [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], & T_{68}^{kc} &= \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 T_{69}^{kc} &= i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\}, & T_{70}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 T_{71}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, & T_{72}^{kc} &= d^{ceg} f^{88e} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 T_{73}^{kc} &= i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, & T_{74}^{kc} &= i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 T_{75}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{kg}, & T_{76}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg}, \\
 T_{77}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg}, & T_{78}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg}, \\
 T_{79}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{kg}, & T_{80}^{kc} &= d^{c88} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \\
 T_{81}^{kc} &= \{J^2, T_{25}^{kc}\}, & T_{82}^{kc} &= \{J^2, T_{26}^{kc}\}, \\
 T_{83}^{kc} &= \{J^2, T_{27}^{kc}\}, & T_{84}^{kc} &= \{J^2, T_{28}^{kc}\}, \\
 T_{85}^{kc} &= \{J^2, T_{29}^{kc}\}, & T_{86}^{kc} &= \{J^2, T_{30}^{kc}\}, \\
 T_{87}^{kc} &= \{J^2, T_{31}^{kc}\}, & T_{88}^{kc} &= \{J^2, T_{32}^{kc}\}, \\
 T_{89}^{kc} &= \{J^2, T_{33}^{kc}\}, & T_{90}^{kc} &= \{J^2, T_{34}^{kc}\}, \\
 T_{91}^{kc} &= \{J^2, T_{35}^{kc}\}, & T_{92}^{kc} &= \{G^{kc}, \{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
 T_{93}^{kc} &= \{G^{k8}, \{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}, & T_{94}^{kc} &= \{J^k, \{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, \\
 T_{95}^{kc} &= \{J^k, \{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}, & T_{96}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 T_{97}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, & T_{98}^{kc} &= d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
 T_{99}^{kc} &= d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}, & T_{100}^{kc} &= \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}, \\
 T_{101}^{kc} &= i\epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, & T_{102}^{kc} &= i\epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \\
 T_{103}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg}, & T_{104}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg}, \\
 T_{105}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_6^{kg}, & T_{106}^{kc} &= i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg}, \\
 T_{107}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_6^{k8}, & T_{108}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_9^{kc}\}\}, \\
 T_{109}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{10}^{kc}\}\}, & T_{110}^{kc} &= \{J^2, T_{44}^{kc}\}, \\
 T_{111}^{kc} &= \{J^2, T_{46}^{kc}\}, & T_{112}^{kc} &= \{J^2, T_{47}^{kc}\}, \\
 T_{113}^{kc} &= \{J^2, T_{48}^{kc}\}, & T_{114}^{kc} &= \{J^2, T_{49}^{kc}\}, \\
 T_{115}^{kc} &= \{J^2, T_{50}^{kc}\}, & T_{116}^{kc} &= \{J^2, T_{51}^{kc}\}, \\
 T_{117}^{kc} &= \{J^2, T_{52}^{kc}\}, & T_{118}^{kc} &= \{J^2, T_{53}^{kc}\}, \\
 T_{119}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, & T_{120}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{rc}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, \\
 T_{121}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\}, & T_{122}^{kc} &= \{J^2, T_{56}^{kc}\}, \\
 T_{123}^{kc} &= \{J^2, T_{57}^{kc}\}, & T_{124}^{kc} &= \{J^2, T_{58}^{kc}\}, \\
 T_{125}^{kc} &= \{J^2, T_{59}^{kc}\}, & T_{126}^{kc} &= \{J^2, T_{60}^{kc}\}, \\
 T_{127}^{kc} &= \{J^2, T_{61}^{kc}\}, & T_{128}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{12}^{kc}\}\}, \\
 T_{129}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{13}^{kc}\}\}, & T_{130}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 T_{131}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & T_{132}^{kc} &= i\epsilon^{kim} [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{133}^{kc} &= \{J^2, T_{64}^{kc}\}, & T_{134}^{kc} &= \{J^2, T_{65}^{kc}\}, \\
 T_{135}^{kc} &= \{J^2, T_{66}^{kc}\}, & T_{136}^{kc} &= \{J^2, T_{67}^{kc}\}, \\
 T_{137}^{kc} &= \{J^2, T_{68}^{kc}\}, & T_{138}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_7^{kg}, \\
 T_{139}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_7^{kg}, & T_{140}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_7^{kg}, \\
 T_{141}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_7^{k8}, & T_{142}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_7^{kg}, \\
 T_{143}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_7^{kg}, & T_{144}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_7^{kg}, \\
 T_{145}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{O}_7^{k8}, & T_{146}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{J^2, T_4^{kc}\}\}\}, \\
 T_{147}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{27}^{kc}\}\}, & T_{148}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{28}^{kc}\}\}, \\
 T_{149}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{29}^{kc}\}\}, & T_{150}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{30}^{kc}\}\}, \\
 T_{151}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{31}^{kc}\}\}, & T_{152}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{32}^{kc}\}\}, \\
 T_{153}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{33}^{kc}\}\}, & T_{154}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{34}^{kc}\}\}, \\
 T_{155}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, T_{35}^{kc}\}\}, & T_{156}^{kc} &= \{J^2, T_{92}^{kc}\}, \\
 T_{157}^{kc} &= \{J^2, T_{93}^{kc}\}, & T_{158}^{kc} &= \{J^2, T_{94}^{kc}\}, \\
 T_{159}^{kc} &= \{J^2, T_{95}^{kc}\}, & T_{160}^{kc} &= \{J^2, T_{98}^{kc}\}, \\
 T_{161}^{kc} &= \{J^2, T_{99}^{kc}\}, & T_{162}^{kc} &= \{J^2, T_{100}^{kc}\}, \\
 T_{163}^{kc} &= \{J^2, T_{102}^{kc}\}, & T_{164}^{kc} &= \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 T_{165}^{kc} &= i\epsilon^{kil} \{J^2, \{J^i, \{J^m, [G^{l8}, \{G^{m8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}]\}\}.
 \end{aligned}$$

 Tabla B.3: Base de operadores $\{T_i\}$ para la representación **27** de sabor.

Después de presentar los 165 operadores de la base para la representación 27 de sabor, las tablas (B.4, B.5, B.6) contienen a los elementos de matriz no triviales:

	np	$\Xi^\pm\Lambda$	Λp	Σ^-n	$\Xi^-\Lambda$	$\Xi^-\Sigma^0$	$\Xi^0\Sigma^+$
$\langle T_1^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{8\sqrt{2}}$	$\frac{5}{8}$
$\langle T_2^{kc} \rangle$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{3\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{24\sqrt{6}}$	$\frac{5}{72\sqrt{2}}$	$\frac{5}{72}$
$\langle T_5^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{3}{8}$
$\langle T_6^{kc} \rangle$	$\frac{1}{6}$	0	$-\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$\frac{1}{24\sqrt{2}}$	$\frac{1}{24}$
$\langle T_7^{kc} \rangle$	$-\frac{1}{6}$	0	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$\frac{1}{12\sqrt{2}}$	$\frac{1}{12}$
$\langle T_9^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6}$	0	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$
$\langle T_{10}^{kc} \rangle$	$-\frac{1}{6}$	0	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4\sqrt{6}}$	$\frac{1}{12\sqrt{2}}$	$\frac{1}{12}$
$\langle T_{12}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{9}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{25}{16\sqrt{2}}$	$\frac{25}{16}$
$\langle T_{13}^{kc} \rangle$	0	0	$\frac{9}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{25}{16\sqrt{2}}$	$-\frac{25}{16}$
$\langle T_{14}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$\frac{15}{8}$

 Tabla B.4: Elementos de matriz $\langle T_i \rangle$ para la representación **27** de sabor I.

	np	$\Xi^\pm\Lambda$	Λp	Σ^-n	$\Xi^-\Lambda$	$\Xi^-\Sigma^0$	$\Xi^0\Sigma^+$
$\langle T_{15}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$
$\langle T_{16}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$\frac{5}{12\sqrt{2}}$	$\frac{5}{12}$
$\langle T_{17}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{8\sqrt{2}}$	$\frac{5}{8}$
$\langle T_{18}^{kc} \rangle$	0	0	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8}$
$\langle T_{25}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{4\sqrt{2}}$	$\frac{5}{4}$
$\langle T_{26}^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8\sqrt{2}}$	$\frac{1}{8}$
$\langle T_{27}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{24}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{13}{48}$	$\frac{7}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{145}{48\sqrt{2}}$	$\frac{145}{48}$
$\langle T_{28}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{24}$	0	$-\frac{1}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{65}{32\sqrt{6}}$	$\frac{5}{96\sqrt{2}}$	$\frac{5}{96}$
$\langle T_{29}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{11}{48}$	$\frac{13}{16\sqrt{6}}$	$\frac{5}{48\sqrt{2}}$	$\frac{5}{48}$
$\langle T_{30}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{11}{24}$	$\frac{13}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$
$\langle T_{31}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16\sqrt{6}}$	$\frac{5}{48\sqrt{2}}$	$\frac{5}{48}$
$\langle T_{32}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16\sqrt{6}}$	$\frac{5}{48\sqrt{2}}$	$\frac{5}{48}$
$\langle T_{33}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$
$\langle T_{34}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$
$\langle T_{45}^{kc} \rangle$	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{4\sqrt{2}}$	$\frac{3}{4}$
$\langle T_{46}^{kc} \rangle$	$\frac{1}{8}$	0	$-\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{13}{16}$	$\frac{21}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{29}{16\sqrt{2}}$	$\frac{29}{16}$
$\langle T_{47}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{3}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{13}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{32\sqrt{2}}$	$\frac{5}{32}$
$\langle T_{48}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16\sqrt{2}}$	$\frac{5}{16}$
$\langle T_{49}^{kc} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8\sqrt{2}}$	$\frac{1}{8}$
$\langle T_{50}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{15}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{16\sqrt{2}}$	$\frac{3}{16}$
$\langle T_{51}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$\frac{15}{8}$
$\langle T_{52}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16\sqrt{2}}$	$\frac{5}{16}$
$\langle T_{53}^{kc} \rangle$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{9}{16}$	$\frac{25}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{16\sqrt{2}}$	$\frac{1}{16}$
$\langle T_{56}^{kc} \rangle$	0	0	$\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{11}{16\sqrt{2}}$	$-\frac{11}{16}$
$\langle T_{57}^{kc} \rangle$	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{11}{8\sqrt{2}}$	$\frac{11}{8}$
$\langle T_{59}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{27}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{75}{16\sqrt{2}}$	$\frac{75}{16}$

 Tabla B.5: Elementos de matriz $\langle T_i \rangle$ para la representación **27** de sabor II.

	np	$\Xi^\pm \Lambda$	Λp	$\Sigma^- n$	$\Xi^- \Lambda$	$\Xi^- \Sigma^0$	$\Xi^0 \Sigma^+$
$\langle T_{64}^{kc} \rangle$	0	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{9}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{25}{32\sqrt{2}}$	$\frac{25}{32}$
$\langle T_{65}^{kc} \rangle$	0	$-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{9}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{32}$	$-\frac{1}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{25}{32\sqrt{2}}$	$-\frac{25}{32}$
$\langle T_{66}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{9}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{25}{16\sqrt{2}}$	$\frac{25}{16}$
$\langle T_{67}^{kc} \rangle$	0	0	$\frac{9}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{32}$	$-\frac{5}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{25}{32\sqrt{2}}$	$-\frac{25}{32}$
$\langle T_{92}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{15}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{13}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{65}{16\sqrt{2}}$	$\frac{65}{16}$
$\langle T_{93}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	0	$-\frac{3}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{25}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{32\sqrt{2}}$	$\frac{5}{32}$
$\langle T_{94}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	$\sqrt{6}$	$-\frac{15}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{21}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{145}{16\sqrt{2}}$	$\frac{145}{16}$
$\langle T_{95}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	0	$-\frac{3}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{33}{32}$	$\frac{65}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{32\sqrt{2}}$	$\frac{5}{32}$
$\langle T_{96}^{kc} \rangle$	$\frac{3}{4}$	0	$-\frac{3}{8} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{9}{8\sqrt{2}}$	$\frac{9}{8}$
$\langle T_{97}^{kc} \rangle$	$\frac{15}{4}$	0	$-\frac{9}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{15}{16\sqrt{2}}$	$\frac{15}{16}$
$\langle T_{98}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$-\frac{3}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{15}{16\sqrt{2}}$	$\frac{15}{16}$
$\langle T_{99}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{4}$	0	$-\frac{3}{8} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{8\sqrt{2}}$	$\frac{5}{8}$
$\langle T_{130}^{kc} \rangle$	$\frac{3}{8}$	0	$-\frac{15}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{39}{16} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{39}{16\sqrt{2}}$	$\frac{39}{16}$
$\langle T_{131}^{kc} \rangle$	$\frac{15}{8}$	0	$\frac{9}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{15}{32} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{15}{32\sqrt{2}}$	$\frac{15}{32}$

Tabla B.6: Elementos de matriz $\langle T_i \rangle$ para la representación **27** de sabor III. Los elementos de matriz que por sus valores resultan triviales $\langle T_i \rangle = 0$ y $\langle \{J^2, T_i\} \rangle$ se han omitido.

Apéndice C

Reducción de operadores magnéticos del diagrama (4.1)

C.0.1. Operadores espín-independientes en la representación 8

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} G^{ia} G^{jb} = -\frac{1}{2}(N_c + N_f)G^{kc} + \frac{1}{2}\mathcal{D}_2^{kc}, \quad (\text{C.1})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (G^{ia} \mathcal{D}_2^{jb} + \mathcal{D}_2^{ia} G^{jb}) = -N_f G^{kc} - \mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.2})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} \mathcal{D}_2^{ia} \mathcal{D}_2^{jb} = -\frac{1}{2} N_f \mathcal{D}_2^{kc}, \quad (\text{C.3})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (G^{ia} \mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia} G^{jb}) = -2(N_c + N_f)G^{kc} - (N_f - 2)\mathcal{D}_2^{kc} - (N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.4})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (G^{ia} \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} G^{jb}) = \frac{3}{2} N_f \mathcal{D}_2^{kc} - \frac{1}{2} (N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} - \frac{1}{2} (N_c + N_f) \mathcal{O}_3^{kc} + \mathcal{D}_4^{kc}, \quad (\text{C.5})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (\mathcal{D}_2^{ia} \mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia} \mathcal{D}_2^{jb}) = -N_f \mathcal{D}_3^{kc}, \quad (\text{C.6})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (\mathcal{D}_2^{ia} \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} \mathcal{D}_2^{jb}) = -N_f \mathcal{O}_3^{kc} - \mathcal{O}_5^{kc}, \quad (\text{C.7})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} \mathcal{D}_3^{ia} \mathcal{D}_3^{jb} = -(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} - (N_f - 2) \mathcal{D}_4^{kc}, \quad (\text{C.8})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (\mathcal{D}_3^{ia} \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} \mathcal{D}_3^{jb}) = -2(N_c + N_f) \mathcal{O}_3^{kc} - (N_c + N_f) \mathcal{O}_5^{kc}, \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} f^{abc} \mathcal{O}_3^{ia} \mathcal{O}_3^{jb} &= \frac{3}{2} N_f \mathcal{D}_2^{kc} - \frac{3}{4} (N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} + \frac{1}{4} (5N_f + 6) \mathcal{D}_4^{kc} \\ &\quad - \frac{1}{4} (N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} + \frac{1}{2} \mathcal{D}_6^{kc}. \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

C.0.2. Operadores espín-dependientes en la representación 8

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} f^{abc} G^{ia} J^2 G^{jb} &= -\frac{1}{2} (N_c + N_f) G^{kc} + \frac{1}{2} (N_f + 1) \mathcal{D}_2^{kc} - \frac{1}{8} (N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} \\ &\quad - \frac{1}{4} (N_c + N_f) \mathcal{O}_3^{kc} + \frac{1}{4} \mathcal{D}_4^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (G^{ia} J^2 \mathcal{D}_2^{jb} + \mathcal{D}_2^{ia} J^2 G^{jb}) = -\frac{1}{4} N_f \mathcal{D}_3^{kc} - (N_f + 1) \mathcal{O}_3^{kc} - \frac{1}{2} \mathcal{O}_5^{kc}, \quad (\text{C.12})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} \mathcal{D}_2^{ia} J^2 \mathcal{D}_2^{jb} = -\frac{1}{4} N_f \mathcal{D}_4^{kc}, \quad (\text{C.13})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} f^{abc} (G^{ia} J^2 \mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia} J^2 G^{jb}) &= -\frac{1}{2} (N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} - 3(N_c + N_f) \mathcal{O}_3^{kc} \\ &\quad - \frac{1}{2} (N_f - 2) \mathcal{D}_4^{kc} - \frac{1}{2} (N_c + N_f) \mathcal{O}_5^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} f^{abc} (G^{ia} J^2 \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} J^2 G^{jb}) &= 3N_f \mathcal{D}_2^{kc} - \frac{3}{2} (N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} - \frac{1}{2} (N_c + N_f) \mathcal{O}_3^{kc} \\ &\quad + \frac{1}{4} (7N_f + 12) \mathcal{D}_4^{kc} - \frac{1}{4} (N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} - \frac{1}{4} (N_c + N_f) \mathcal{O}_5^{kc} + \frac{1}{2} \mathcal{D}_6^{kc}, \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (\mathcal{D}_2^{ia} J^2 \mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia} J^2 \mathcal{D}_2^{jb}) = -\frac{1}{2} N_f \mathcal{D}_5^{kc}, \quad (\text{C.16})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (\mathcal{D}_2^{ia} J^2 \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} J^2 \mathcal{D}_2^{jb}) = -(N_f + 1) \mathcal{O}_5^{kc} - \frac{1}{2} \mathcal{O}_7^{kc}, \quad (\text{C.17})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} \mathcal{D}_3^{ia} J^2 \mathcal{D}_3^{jb} = -\frac{1}{2} (N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} - \frac{1}{2} (N_f - 2) \mathcal{D}_6^{kc}, \quad (\text{C.18})$$

$$\epsilon^{ijk} f^{abc} (\mathcal{D}_3^{ia} J^2 \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} J^2 \mathcal{D}_3^{jb}) = -3(N_c + N_f) \mathcal{O}_5^{kc} - \frac{1}{2} (N_c + N_f) \mathcal{O}_7^{kc}, \quad (\text{C.19})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} f^{abc} \mathcal{O}_3^{ia} J^2 \mathcal{O}_3^{jb} &= 3N_f \mathcal{D}_2^{kc} - \frac{3}{2}(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} + \frac{1}{4}(19N_f + 12) \mathcal{D}_4^{kc} - \frac{13}{8}(N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} \\ &+ \frac{1}{8}(9N_f + 26) \mathcal{D}_6^{kc} - \frac{1}{8}(N_c + N_f) \mathcal{D}_7^{kc} + \frac{1}{4} \mathcal{D}_8^{kc}. \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

C.0.3. Operadores espín-independientes en la representación $10 + \overline{10}$

$$\epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) G^{ia} G^{jb} = -\frac{1}{2} \{G^{kc}, T^8\} + \frac{1}{2} \{G^{k8}, T^c\} - \frac{1}{N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}], \quad (\text{C.21})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) (G^{ia} \mathcal{D}_2^{jb} + \mathcal{D}_2^{ia} G^{jb}) &= -\frac{N_c + N_f}{N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] \\ -\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, & \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

$$\epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) \mathcal{D}_2^{ia} \mathcal{D}_2^{jb} = 0, \quad (\text{C.23})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) (G^{ia} \mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia} G^{jb}) &= -2\{G^{kc}, T^8\} + 2\{G^{k8}, T^c\} \\ -\frac{4}{N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] - \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\ + \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{2}{N_f} i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, & \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) (G^{ia} \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} G^{jb}) &= \frac{1}{2} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\ -\frac{1}{2} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{1}{N_f} i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, & \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

$$\epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) (\mathcal{D}_2^{ia} \mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia} \mathcal{D}_2^{jb}) = 0, \quad (\text{C.26})$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) (\mathcal{D}_2^{ia} \mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia} \mathcal{D}_2^{jb}) &= -\frac{N_c + N_f}{N_f} i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\ -\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, & \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

$$\epsilon^{ijk} (f^{aec} d^{be8} - f^{bec} d^{ae8} - f^{abe} d^{ec8}) \mathcal{D}_3^{ia} \mathcal{D}_3^{jb} = 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, \quad (\text{C.28})$$

$$\begin{aligned}
 \epsilon^{ijk}(f_{aec}d^{be8} - f_{bec}d^{ae8} - f_{abe}d^{ec8})(\mathcal{D}_3^{ia}\mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia}\mathcal{D}_3^{jb}) &= -2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 +2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 2\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + 2\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{4}{N_f}if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\
 -\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 +\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} - \frac{2}{N_f}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}, \tag{C.29}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \epsilon^{ijk}(f_{aec}d^{be8} - f_{bec}d^{ae8} - f_{abe}d^{ec8})\mathcal{O}_3^{ia}\mathcal{O}_3^{jb} &= \frac{3}{2}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{3}{2}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 +\frac{1}{2}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{2}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}. \tag{C.30}
 \end{aligned}$$

C.0.4. Operadores espín-dependientes en la representación $10 + \overline{10}$

$$\begin{aligned}
 \epsilon^{ijk}(f_{aec}d^{be8} - f_{bec}d^{ae8} - f_{abe}d^{ec8})G^{ria}J^2G^{jb} &= -\frac{1}{2}\{G^{kc}, T^8\} + \frac{1}{2}\{G^{k8}, T^c\} \\
 -\frac{1}{N_f}if^{c8e}[J^2, G^{ke}] - \frac{1}{4}\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \frac{1}{4}\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{1}{2N_f}if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, \tag{C.31}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \epsilon^{ijk}(f_{aec}d^{be8} - f_{bec}d^{ae8} - f_{abe}d^{ec8})(G^{ria}J^2\mathcal{D}_2^{jb} + \mathcal{D}_2^{ia}J^2G^{jb}) &= -\frac{N_c + N_f}{N_f}if^{c8e}[J^2, G^{ke}] \\
 -\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{N_c + N_f}{2N_f}if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\
 -\frac{1}{2}\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{1}{2}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.32}
 \end{aligned}$$

$$\epsilon^{ijk}(f_{aec}d^{be8} - f_{bec}d^{ae8} - f_{abe}d^{ec8})\mathcal{D}_2^{ia}J^2\mathcal{D}_2^{jb} = 0, \tag{C.33}$$

$$\begin{aligned}
 \epsilon^{ijk}(f_{aec}d^{be8} - f_{bec}d^{ae8} - f_{abe}d^{ec8})(G^{ria}J^2\mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia}J^2G^{jb}) &= -2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 +2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 3\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + 3\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{6}{N_f}if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\
 -\frac{1}{2}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{1}{2}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 +\frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} - \frac{1}{N_f}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}, \tag{C.34}
 \end{aligned}$$

$$\epsilon^{ijk}(f_{aec}d^{be8} - f_{bec}d^{ae8} - f_{abe}d^{ec8})(G^{ria}J^2\mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia}J^2G^{jb}) = \frac{5}{2}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{5}{2}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{2}\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \frac{1}{2}\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{1}{N_f}if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & + \frac{1}{4}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{4}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{1}{4}\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{1}{4}\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} - \frac{1}{2N_f}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}, \tag{C.35}
 \end{aligned}$$

$$\epsilon^{ijk}(f^{aec}d^{be8} - f^{bec}d^{ae8} - f^{abe}d^{ec8})(\mathcal{D}_2^{ia}J^2\mathcal{D}_3^{jb} + \mathcal{D}_3^{ia}J^2\mathcal{D}_2^{jb}) = 0, \tag{C.36}$$

$$\begin{aligned}
 & \epsilon^{ijk}(f^{aec}d^{be8} - f^{bec}d^{ae8} - f^{abe}d^{ec8})(\mathcal{D}_2^{ia}J^2\mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia}J^2\mathcal{D}_2^{jb}) = -\frac{N_c + N_f}{N_f}if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & - \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{N_c + N_f}{2N_f}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & - \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\}, \tag{C.37}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \epsilon^{ijk}(f^{aec}d^{be8} - f^{bec}d^{ae8} - f^{abe}d^{ec8})\mathcal{D}_3^{ia}J^2\mathcal{D}_3^{jb} = \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.38}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \epsilon^{ijk}(f^{aec}d^{be8} - f^{bec}d^{ae8} - f^{abe}d^{ec8})(\mathcal{D}_3^{ia}J^2\mathcal{O}_3^{jb} + \mathcal{O}_3^{ia}J^2\mathcal{D}_3^{jb}) = -3\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + 3\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - 3\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} + 3\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} \\
 & - \frac{6}{N_f}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\} - \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} - \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\}\} - \frac{1}{N_f}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}\}, \tag{C.39}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \epsilon^{ijk}(f^{aec}d^{be8} - f^{bec}d^{ae8} - f^{abe}d^{ec8})\mathcal{O}_3^{ia}J^2\mathcal{O}_3^{jb} = 3\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - 3\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{13}{4}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{13}{4}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{4}\{J^2, \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{1}{4}\{J^2, \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\}. \tag{C.40}
 \end{aligned}$$

C.1. Reducción de operadores magnéticos del diagrama (4.2)

C.1.1. Operadores en la representación 1 de sabor

$$[G^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] = \frac{3N_f^2 - 4}{4N_f} G^{kc}, \quad (\text{C.41})$$

$$[G^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -(N_c + N_f)G^{kc} + \frac{7N_f^2 + 4N_f - 4}{4N_f} \mathcal{D}_2^{kc}, \quad (\text{C.42})$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, G^{kc}]] = \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} G^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 2)\mathcal{D}_2^{kc}, \quad (\text{C.43})$$

$$[G^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -[N_c(N_c + 2N_f) + 4]G^{kc} - 4(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{11N_f^2 + 12N_f - 4}{4N_f} \mathcal{D}_3^{kc}, \quad (\text{C.44})$$

$$[\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] = 2(N_f - 2)G^{kc} + (N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{2N_f} \mathcal{D}_3^{kc} + \frac{(N_f + 4)(N_f - 2)}{N_f} \mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.45})$$

$$[G^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -[N_c(N_c + 2N_f) - N_f]G^{kc} + (N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{11N_f^2 + 12N_f - 4}{4N_f} \mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.46})$$

$$[G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, G^{kc}]] = -\frac{3}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 1)\mathcal{D}_3^{kc} + N_f\mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.47})$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -2N_f G^{kc} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 1)}{N_f} \mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2}N_f \mathcal{D}_3^{kc} - 2\mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.48})$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, G^{kc}]] = \frac{N_c(N_c + 2N_f)(N_f - 2) - 2N_f^2}{2N_f} G^{kc} + \frac{1}{4}(N_f + 2)\mathcal{D}_3^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 4)\mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.49})$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -4(N_c + N_f)G^{kc} - 2(N_f - 2)\mathcal{D}_2^{kc} \\
 & + \frac{(N_c + N_f)(3N_f - 2)}{N_f}\mathcal{D}_3^{kc} - 2(N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc} + (N_f - 2)\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.50}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = 3N_f\mathcal{D}_2^{kc} - (N_c + N_f)\mathcal{D}_3^{kc} \\
 & + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 1)}{N_f}\mathcal{O}_3^{kc} + 2\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.51}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -4(N_c + N_f)G^{kc} + [N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f]\mathcal{D}_2^{kc} \\
 & + (N_c + N_f)\mathcal{D}_3^{kc} - 2(N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc} + \frac{N_f^2 - 4}{N_f}\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.52}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -\frac{3}{2}[N_c(N_c + 2N_f) - 4N_f]\mathcal{D}_2^{kc} - \frac{5}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_3^{kc} \\
 & - (N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc} + 3(N_f + 2)\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.53}
 \end{aligned}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = \frac{N_c(N_c + 2N_f)(N_f - 2) - 2N_f^2}{2N_f}\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 2)\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.54}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, G^{kc}]] = -4(N_c + N_f)G^{kc} - 2(N_f - 2)\mathcal{D}_2^{kc} \\
 & + \frac{(N_c + N_f)(3N_f - 2)}{N_f}\mathcal{D}_3^{kc} + \frac{2(N_c + N_f)(5N_f - 4)}{N_f}\mathcal{O}_3^{kc} + (N_f - 2)\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.55}
 \end{aligned}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, G^{kc}]] = 3N_f\mathcal{D}_2^{kc} - (N_c + N_f)\mathcal{D}_3^{kc} - (N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc} + 2\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.56}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -4[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f]G^{kc} + 4(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} \\
 & + 2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f - 2]\mathcal{D}_3^{kc} - 2[N_c(N_c + 2N_f) - 2N_f + 8]\mathcal{O}_3^{kc} \\
 & - 2(N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{N_f}\mathcal{D}_5^{kc}, \tag{C.57}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -[N_c(N_c + 2N_f) - N_f]\mathcal{D}_3^{kc} \\
 & + [N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f]\mathcal{O}_3^{kc} + 2(N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} + \frac{(N_f + 4)(N_f - 2)}{N_f}\mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.58}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -24(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} - [4N_c(N_c + 2N_f) - 13N_f]\mathcal{D}_3^{kc} \\
 & - [N_c(N_c + 2N_f) + 4]\mathcal{O}_3^{kc} - 9(N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} + (5N_f + 11)\mathcal{D}_5^{kc}, \tag{C.59}
 \end{aligned}$$

$$[G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -3N_c(N_c + 2N_f)G^{kc} + 3(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}[N_c(N_c + 2N_f) - 3N_f]\mathcal{D}_3^{kc} - \frac{1}{2}[9N_c(N_c + 2N_f) - 34N_f - 12]\mathcal{O}_3^{kc} \\
 & + (N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} + 5(N_f + 2)\mathcal{O}_5^{kc},
 \end{aligned} \tag{C.60}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = \frac{N_c(N_c + 2N_f)(N_f - 2) - 2N_f^2}{2N_f}\mathcal{D}_3^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 2)\mathcal{D}_5^{kc}, \tag{C.61}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = \frac{N_c(N_c + 2N_f)(N_f - 2) - 2N_f^2}{2N_f}\mathcal{O}_3^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 4)\mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.62}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -2N_f\mathcal{D}_3^{kc} + \frac{4(N_c + N_f)(N_f - 1)}{N_f}\mathcal{D}_4^{kc} + N_f\mathcal{D}_5^{kc}, \tag{C.63}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -2N_f\mathcal{O}_3^{kc} - 2\mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.64}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] = -2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f]G^{kc} + 2(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} \\
 & + [N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f - 2]\mathcal{D}_3^{kc} + \frac{3N_cN_f(N_c + 2N_f) + 8N_f^2 - 8N_f + 8}{N_f}\mathcal{O}_3^{kc} \\
 & - (N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{2N_f}\mathcal{D}_5^{kc} + \frac{(N_f + 10)(N_f - 2)}{N_f}\mathcal{O}_5^{kc},
 \end{aligned} \tag{C.65}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, G^{kc}]] = -[N_c(N_c + 2N_f) - N_f]\mathcal{D}_3^{kc} \\
 & - [N_c(N_c + 2N_f) + 4]\mathcal{O}_3^{kc} + 2(N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc},
 \end{aligned} \tag{C.66}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, G^{kc}]] = \frac{3}{2}N_c(N_c + 2N_f)G^{kc} - 3(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{4}N_c(N_c + 2N_f)\mathcal{D}_3^{kc} \\
 & + \frac{1}{4}[5N_c(N_c + 2N_f) - 30N_f - 12]\mathcal{O}_3^{kc} - \frac{7}{4}(N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} + \frac{1}{4}(N_f + 3)\mathcal{D}_5^{kc} \\
 & + \frac{1}{2}(N_f - 4)\mathcal{O}_5^{kc},
 \end{aligned} \tag{C.67}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -4(N_c + N_f)\mathcal{D}_3^{kc} - 4(N_f - 2)\mathcal{D}_4^{kc} \\
 & + \frac{2(N_c + N_f)(3N_f - 2)}{N_f}\mathcal{D}_5^{kc} + 2(N_f - 2)\mathcal{D}_6^{kc},
 \end{aligned} \tag{C.68}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -4(N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc} + \frac{2(N_c + N_f)(5N_f - 4)}{N_f}\mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.69}$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -4(N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc} - 2(N_c + N_f)\mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.70}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = 6N_f \mathcal{D}_2^{kc} - 3(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} + (5N_f + 6) \mathcal{D}_4^{kc} \\
 & - (N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} + 2\mathcal{D}_6^{kc}, \tag{C.71}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -2(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} + [N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f] \mathcal{D}_4^{kc} \\
 & + (N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} + \frac{N_f^2 - 4}{N_f} \mathcal{D}_6^{kc}, \tag{C.72}
 \end{aligned}$$

$$[\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -4(N_c + N_f) \mathcal{O}_3^{kc} - 2(N_c + N_f) \mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.73}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -\frac{3}{2}[N_c(N_c + 2N_f) - 4N_f] \mathcal{D}_2^{kc} - 3(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} \\
 & - \frac{1}{4}[5N_c(N_c + 2N_f) - 38N_f - 24] \mathcal{D}_4^{kc} - \frac{7}{4}(N_c + N_f) \mathcal{D}_5^{kc} + \frac{1}{2}(3N_f + 10) \mathcal{D}_6^{kc}, \tag{C.74}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f] \mathcal{D}_3^{kc} + 4(N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} \\
 & + 2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f - 2] \mathcal{D}_5^{kc} - 2(N_c + N_f) \mathcal{D}_6^{kc} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{N_f} \mathcal{D}_7^{kc}, \tag{C.75}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f] \mathcal{O}_3^{kc} \\
 & + \frac{3N_c N_f (N_c + 2N_f) + 8N_f^2 - 8N_f + 8}{N_f} \mathcal{O}_5^{kc} + \frac{(N_f + 10)(N_f - 2)}{N_f} \mathcal{O}_7^{kc}, \tag{C.76}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -4[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f] \mathcal{O}_3^{kc} \\
 & - 2[N_c(N_c + 2N_f) - 2N_f + 8] \mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.77}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -3N_c(N_c + 2N_f) \mathcal{D}_3^{kc} + 6(N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} \\
 & - [N_c(N_c + 2N_f) - 3N_f] \mathcal{D}_5^{kc} + 2(N_c + N_f) \mathcal{D}_6^{kc}, \tag{C.78}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -24(N_c + N_f) \mathcal{D}_2^{kc} - \frac{3}{2}[3N_c(N_c + 2N_f) - 8N_f] \mathcal{D}_3^{kc} - 32(N_c + N_f) \mathcal{D}_4^{kc} \\
 & - [3N_c(N_c + 2N_f) - 19N_f - 12] \mathcal{D}_5^{kc} - \frac{11}{2}(N_c + N_f) \mathcal{D}_6^{kc} + \frac{1}{2}(5N_f + 17) \mathcal{D}_7^{kc}, \tag{C.79}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -\frac{3}{2}N_c(N_c + 2N_f) \mathcal{O}_3^{kc} - \frac{1}{4}[9N_c(N_c + 2N_f) - 34N_f - 12] \mathcal{O}_5^{kc} \\
 & + \frac{5}{2}(N_f + 2) \mathcal{O}_7^{kc}. \tag{C.80}
 \end{aligned}$$

C.1.2. Operadores en la representación 8

$$d^{ab8}[G^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]] = \frac{3N_f^2 - 16}{8N_f} d^{c8e} G^{ke} + \frac{N_f^2 - 4}{2N_f^2} \delta^{c8} J^k, \quad (C.81)$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}[G^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -\frac{1}{2}(N_c + N_f) d^{c8e} G^{ke} + \frac{1}{8}(3N_f + 4) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - \frac{1}{2}\{G^{kc}, T^8\} \\ &+ \frac{N_f^2 + N_f - 4}{2N_f} \{G^{k8}, T^c\} - \frac{1}{N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}], \end{aligned} \quad (C.82)$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, G^{kc}]]) &= \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{2N_f} d^{c8e} G^{ke} \\ &+ \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} J^k + \frac{1}{4}(N_f + 2) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{N_f - 4}{2N_f} \{G^{kc}, T^8\} + \frac{1}{2}\{G^{k8}, T^c\} \\ &- \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{4N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}], \end{aligned} \quad (C.83)$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}[G^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= -4d^{c8e} G^{ke} - \frac{2[N_c(N_c + 2N_f) - N_f + 2]}{N_f} \delta^{c8} J^k - 2(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\ &- (N_c + N_f) \{G^{kc}, T^8\} - \frac{1}{2}(N_c + N_f) i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] + \frac{1}{8}(3N_f + 8) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \frac{2}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\ &+ \frac{2}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 6}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\ &+ (N_f + 2) \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{N_f + 2}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, \end{aligned} \quad (C.84)$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]]) &= (N_f - 4) d^{c8e} G^{ke} \\ &+ \frac{N_c(N_c + 2N_f) + 4N_f - 8}{2N_f} \delta^{c8} J^k + \frac{1}{2}(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - (N_c + N_f) i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] \\ &+ \frac{(N_f + 4)(N_f - 2)}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 20}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{N_f - 6}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\ &+ \frac{N_f + 2}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{4} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} - \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{N_f - 4}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, \end{aligned} \quad (C.85)$$

$$d^{ab8}[G^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = \frac{1}{2} N_f d^{c8e} G^{ke} + \frac{N_c(N_c + 2N_f)}{2N_f} \delta^{c8} J^k + \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{N_f^2 + 2N_f - 1}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{N_f^2 + 2N_f - 2}{2N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{4} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
 & - \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{2N_f} \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{2}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, \tag{C.86}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, G^{kc}]]) &= -\frac{3N_c(N_c + 2N_f)}{4N_f} \delta^{c8} J^k - \frac{3}{4} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
 & + \frac{1}{4} (N_c + N_f) i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] + \frac{N_f^2 + N_f - 4}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{N_f^2 - 2}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{1}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{1}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{3}{8} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} + \frac{N_f + 4}{2N_f} \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{2N_f^2 + N_f - 4}{2N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, \tag{C.87}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]]) &= -N_f d^{c8e} G^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{k8}, T^c\} \\
 & - \frac{N_c + N_f}{N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] + \frac{1}{4} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{N_f - 2}{2N_f} \{J^k, \{T^c, T^8\}\}, \tag{C.88}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, G^{kc}]] &= -\frac{1}{2} N_f d^{c8e} G^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{2N_f} \{G^{kc}, T^8\} \\
 & - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{4N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] + \frac{1}{8} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{1}{4} (N_f + 2) d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
 & + \frac{3}{2} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, \tag{C.89}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]]) &= -2(N_c + N_f) d^{c8e} G^{ke} - (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
 & - 2\{G^{kc}, T^8\} + 2\{G^{k8}, T^c\} - 2(N_f - 1) i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] + \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
 & - \frac{2(N_c + N_f)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{3(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2} (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} - 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{4(N_f - 1)}{N_f} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, \tag{C.90}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]]) &= \frac{3}{2} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{1}{2} (N_f - 2) i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] \\
 & - \frac{N_c + N_f}{N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} + d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{2(N_f - 1)}{N_f} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{N_f - 2}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - \frac{N_f^2 - 4}{4N_f} i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, \tag{C.91}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]]) &= -2(N_c + N_f) d^{c8e} G^{ke} - (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
 & - 2\{G^{kc}, T^8\} + 2(N_f - 1) \{G^{k8}, T^c\} - \frac{4}{N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] + \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
 & - (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{1}{2} (N_c + N_f) \{J^k, \{T^c, T^8\}\} + \frac{1}{2} (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
 & - (N_f + 2) \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
 & + \frac{N_f^2 + 3N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{2}{N_f} i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, \tag{C.92}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]]) &= 3N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - \frac{5}{4} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
 & - \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{3}{4} (N_c + N_f) \{J^k, \{T^c, T^8\}\} + \frac{1}{2} (N_f + 5) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
 & + \frac{N_f^2 + 6N_f + 4}{2N_f} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
 & + \frac{N_f^2 + N_f - 4}{2N_f} \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{1}{N_f} i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, \tag{C.93}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -\frac{1}{2} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{4N_f} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
 & + \frac{1}{4} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \tag{C.94}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, G^{kc}]]) &= -2(N_c + N_f) d^{c8e} G^{ke} - (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
 & - 2\{G^{kc}, T^8\} + 2\{G^{k8}, T^c\} + \frac{N_f^2 - 2N_f - 4}{N_f} i f^{c8e} [J^2, G^{ke}] + \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
 & + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 1)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{3(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2} (N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
 & - \frac{2(N_f - 2)}{N_f} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{5N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
 & - \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{N_f^2 + 2N_f - 12}{2N_f} i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}, \tag{C.95}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, G^{kc}]]) &= \frac{3}{2}N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - \frac{1}{2}(N_f - 2)if^{c8e}[J^2, G^{ke}] \\
 &- \frac{N_c + N_f}{N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \frac{N_c + N_f}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 &+ \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 &+ \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} + d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \frac{1}{2} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 &- \frac{1}{2} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{1}{2} if^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\},
 \end{aligned} \tag{C.96}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]]) &= -4N_f d^{c8e} G^{ke} + \frac{2N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} J^k \\
 &+ 2(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - 4(N_c + N_f) \{G^{kc}, T^8\} - 2(N_c + N_f) if^{c8e} [J^2, G^{ke}] \\
 &- 2d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \frac{4(3N_f + 2)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{2(N_f^2 - 2N_f + 4)}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 &+ \frac{2(3N_f^2 - 2N_f - 4)}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \{J^k, \{T^c, T^8\}\} - 4(N_f - 1) \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 &- \frac{N_c(N_c + 2N_f) + 4}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} - (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + 6(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 &- 2(N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - (N_c + N_f) if^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{1}{2} (N_f + 2) d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} \\
 &- \frac{4}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{4}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{2(N_f^2 + 4N_f - 10)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 &- \frac{1}{2} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} + 2(N_f - 1) \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 &- 2(N_f + 1) \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\},
 \end{aligned} \tag{C.97}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]]) &= \frac{1}{2} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + N_f d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
 &+ \frac{N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} + (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} - 3(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 &+ (N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - \frac{1}{2} (N_c + N_f) if^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{2}{N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} \\
 &+ \frac{N_f^2 + 2N_f - 16}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 &- \frac{N_f^2 + N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{2} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} \\
 &- \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} + (N_f + 1) \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$-\frac{4}{N_f^2}\delta^{c8}\{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \quad (\text{C.98})$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}([G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]]) &= -\frac{12N_c(N_c + 2N_f)}{N_f}\delta^{c8}J^k - 12(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} \\ &+ \frac{1}{2}(5N_f - 8)d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} - 4d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} - 6\{J^k, \{T^c, T^8\}\} + 8(N_f + 1)\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\ &- \frac{9N_c(N_c + 2N_f) - 32N_f + 16}{2N_f}\delta^{c8}\{J^2, J^k\} - \frac{9}{2}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} - 7(N_c + N_f) \\ &\times \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - (N_c + N_f)\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - \frac{1}{2}(N_c + N_f)if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\ &+ \frac{1}{2}(N_f + 5)d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} - \frac{2}{N_f}d^{c8e}\mathcal{O}_5^{ke} + \frac{2}{N_f}\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 6}{N_f} \\ &\times \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{9}{4}\{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} + (N_f + 7)\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\ &+ \frac{N_f^2 + 4N_f + 2}{N_f}\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{2N_f + 5}{N_f}\delta^{c8}\{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \quad (\text{C.99}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}([G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]]) &= \frac{3N_c(N_c + 2N_f)}{2N_f}\delta^{c8}J^k + \frac{3}{2}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} \\ &- 3(N_c + N_f)\{G^{kc}, T^8\} + 4(N_c + N_f)if^{c8e}[J^2, G^{ke}] + \frac{(N_f + 4)(N_f - 2)}{4N_f}d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} \\ &+ 3(N_f + 1)d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} + \frac{1}{2}(11N_f + 6)\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2}(5N_f + 6)\{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\ &+ \frac{3}{4}\{J^k, \{T^c, T^8\}\} - \frac{2N_f^2 + N_f - 4}{N_f}\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\ &+ \frac{N_cN_f(N_c + 2N_f) - 2N_f^2 + 2N_f - 8}{2N_f^2}\delta^{c8}\{J^2, J^k\} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} \\ &+ \frac{7}{2}(N_c + N_f)\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{9}{2}(N_c + N_f)\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \frac{3}{2}(N_c + N_f) \\ &\times if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{1}{N_f}d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} + \frac{1}{2}(N_f + 4)d^{c8e}\mathcal{O}_5^{ke} + 2(N_f + 4)\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\ &- \frac{1}{2}(N_f + 4)\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{4}\{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} \\ &- \frac{N_f^2 + 4N_f - 8}{2N_f}\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} - \frac{N_f^2 + 4N_f + 2}{2N_f}\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\ &- \frac{2}{N_f^2}\delta^{c8}\{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \quad (\text{C.100}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= -\frac{1}{2}N_f d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{N_f}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\ &+ \frac{1}{4}N_f d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} + \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \quad (\text{C.101}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= -\frac{1}{2}N_f d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{2N_f} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 &+ \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{2N_f} \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 4)}{4N_f} if^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\
 &+ \frac{1}{4}(N_f + 2)d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{3}{2}\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{2}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 &- \frac{1}{2}\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \tag{C.102}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]]) &= -N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \\
 \times \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} &+ \frac{1}{2}N_f d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \frac{N_f - 2}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}, \tag{C.103}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]]) &= -N_f d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \\
 \times \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} &+ \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - \frac{N_c + N_f}{N_f} if^{c8e} \\
 \times \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} &- d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} - \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.104}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}[\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]] &= -2N_f d^{c8e} G^{ke} + \frac{N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} J^k + (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
 -2(N_c + N_f)\{G^{kc}, T^8\} &- d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{N_f^2 - 2N_f + 8}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{3N_f^2 - 6N_f + 8}{N_f} \\
 \times \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} &+ \frac{(N_f + 4)(N_f - 2)}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2}\{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
 -2(N_f - 1)\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} &- \frac{N_c(N_c + 2N_f) + 4}{2N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} - \frac{1}{2}(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
 -(N_c + N_f)\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} &+ 3(N_c + N_f)\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - (N_c + N_f) if^{c8e} \\
 \times \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} &+ \frac{1}{4}(N_f + 2) d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \frac{N_f^2 + 4N_f - 24}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{2(3N_f - 14)}{N_f} \\
 \times \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} &- \frac{N_f^2 + 2N_f - 12}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 -\frac{1}{4}\{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} &+ (N_f - 1)\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 -\frac{N_f - 4}{N_f} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} &+ \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \tag{C.105}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, G^{kc}]]) &= \frac{1}{2}N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - 4d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \\
 \times \delta^{c8} \{J^2, J^k\} &+ (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} - (N_c + N_f)\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - (N_c + N_f)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - \frac{1}{2}(N_c + N_f)if^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{2}{N_f}d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} - \frac{2}{N_f}d^{c8e}\mathcal{O}_5^{ke} \\
 & + \frac{2}{N_f}\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{N_f^2 + 2N_f - 6}{N_f}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2}\{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} - \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{N_f}\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{2}{N_f}\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{4}{N_f^2}\delta^{c8}\{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \tag{C.106}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}[\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, G^{kc}]] &= -\frac{3N_c(N_c + 2N_f)}{2N_f}\delta^{c8}J^k - \frac{3}{2}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} \\
 & + \frac{3}{2}(N_c + N_f)\{G^{kc}, T^8\} - 2(N_c + N_f)if^{c8e}[J^2, G^{ke}] + \frac{1}{4}(N_f - 2)d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} \\
 & - \frac{1}{2}(2N_f + 3)d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} - \frac{1}{4}(11N_f + 6)\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{1}{4}(5N_f + 6) \\
 & \times \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{3}{4}\{J^k, \{T^c, T^8\}\} + (N_f + 1)\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{7N_c(N_c + 2N_f) - 16N_f + 8}{8N_f}\delta^{c8}\{J^2, J^k\} - \frac{7}{8}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} - \frac{3}{4}(N_c + N_f) \\
 & \times \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{5}{4}(N_c + N_f)\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \frac{1}{4}(N_c + N_f)if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & + \frac{1}{8}(N_f + 3)d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} + \frac{1}{4}N_f d^{c8e}\mathcal{O}_5^{ke} - 2\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{1}{4}N_f\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{7}{16}\{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{1}{4}(N_f + 5)\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} + \frac{3}{4}\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{2N_f + 3}{4N_f}\delta^{c8}\{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \tag{C.107}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]]) &= -2(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} - 2(N_f - 2)d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} \\
 & + 4\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 4\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + (N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \\
 & \times \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + (N_f - 2)d^{c8e}\mathcal{D}_6^{ke} - 2\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{2(3N_f - 4)}{N_f}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.108}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]]) &= -2(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} - 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 2\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + 2\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} \\
 & + \frac{N_f^2 - 2N_f - 4}{N_f}if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 1)}{N_f}d^{c8e}\mathcal{O}_5^{ke} \\
 & + \frac{3(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f}\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & -\frac{5N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{5N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} \\
 & -\frac{N_f^2 + 2N_f - 12}{2N_f} if^{c8e} \{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}, \tag{C.109}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]]) &= -2(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} - 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 2\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + 2\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} - 2(N_f - 1)if^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{2(N_c + N_f)}{N_f} d^{c8e}\mathcal{O}_5^{ke} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{3(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \\
 & \times \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} + \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} - if^{c8e} \{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}, \tag{C.110}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]]) &= 3N_f d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} - \frac{(N_f + 4)(N_c + N_f)}{2N_f} \\
 & \times d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} - \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} \\
 & + \frac{1}{2}(5N_f + 6)d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} + 3\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 3\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{N_c + N_f}{N_f} d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} \\
 & - \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \\
 & \times \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} + d^{c8e}\mathcal{D}_6^{ke} \\
 & + \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.111}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}[\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} - (N_f - 2)d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} + 2(N_f - 1)\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_5^{ke} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)\{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2}(N_f - 2)d^{c8e}\mathcal{D}_6^{ke} + \frac{N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.112}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]]) &= -2(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} - 2(N_f - 1)\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 2\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + 2(N_f - 1)\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} \\
 & - \frac{4}{N_f} if^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} - (N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{O}_5^{ke} - \frac{N_f^2 + 3N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} + \frac{N_f^2 + 3N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\} \\
 & - \frac{2}{N_f} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}, \tag{C.113}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8} [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= 3N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} - \frac{3}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \frac{3}{4} (N_c + N_f) \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
 & + \frac{1}{4} (13N_f + 12) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \frac{3}{2} (N_f + 2) \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 3 \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & - \frac{7}{8} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} - \frac{5}{8} (N_c + N_f) \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{1}{4} (N_f + 7) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} + \frac{1}{4} (2N_f + 13) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{7}{4} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.114}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8} [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= -2N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{2N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} + 2(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
 & - 4(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 2d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} + \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} - 4(N_f - 1) \times \\
 & \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} + 4(N_f - 1) \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{N_c(N_c + 2N_f) + 4}{N_f} \\
 & \times \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} - (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} + 4(N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2} (N_f + 2) d^{c8e} \mathcal{D}_7^{ke} - \frac{1}{2} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}\} + 2(N_f - 1) \\
 & \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{N_f^2 - 2N_f + 8}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}, \tag{C.115}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8} [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= -2N_f d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + 2(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - 2(N_c + N_f) \\
 & \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} + \frac{N_f^2 - 2N_f + 8}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} + \frac{3N_f^2 - 6N_f + 8}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{(N_f + 4)(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - 2(N_f - 1) \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - 3(N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + 3(N_c + N_f) \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - (N_c + N_f) \\
 & \times i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\} + \frac{N_f^2 + 4N_f - 24}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_7^{ke} + \frac{2(3N_f - 14)}{N_f} \\
 & \times \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{N_f^2 + 2N_f - 12}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & + \frac{N_f^2 - 4N_f + 16}{2N_f} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, \tag{C.116}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]]) &= -4N_f d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + 4(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 &- 4(N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - 2(N_c + N_f) i f^{c8e} \{J^2, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{4(3N_f + 2)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} \\
 &+ \frac{2(N_f^2 - 2N_f + 4)}{N_f} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{2(3N_f^2 - 2N_f - 4)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 &- 4(N_f - 1) \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 2(N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 &- 2(N_c + N_f) \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - (N_c + N_f) i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\} - \frac{4}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_7^{ke} \\
 &+ \frac{4}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \frac{2(N_f^2 + 4N_f - 10)}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 &- \frac{N_f^2 + 4N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, \tag{C.117}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]]) &= \frac{3N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} + 3(N_c + N_f) d^{c8e} \\
 &\times \mathcal{D}_4^{ke} - 6(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{(N_f + 4)(N_f - 2)}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} \\
 &+ \frac{3}{2} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} - \frac{2(2N_f^2 + N_f - 4)}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 &+ 3N_f \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{N_c N_f (N_c + 2N_f) - 2N_f^2 + 2N_f - 8}{N_f^2} \delta^{c8} \\
 &\times \{J^2, \{J^2, J^k\}\} + (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} - 2(N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 &- \frac{2}{N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_7^{ke} + \frac{1}{2} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}\} - \frac{N_f^2 + 4N_f - 8}{N_f} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 &+ \frac{N_f^2 + 4N_f - 4}{2N_f} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{4}{N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}, \tag{C.118}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d^{ab8}[\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= -\frac{12N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} J^k - 12(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + 2(N_f - 2) d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
 &- 6\{J^k, \{T^c, T^8\}\} + 8(N_f + 1) \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{8[2N_c(N_c + 2N_f) - 2N_f + 1]}{N_f} \delta^{c8} \\
 &\times \{J^2, J^k\} - 16(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} - 9(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + 3N_f d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} \\
 &- 8\{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} + 8(N_f + 2) \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} + \frac{1}{2}(5N_f + 8) \\
 &\times \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{11N_c(N_c + 2N_f) - 64N_f}{4N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} \\
 &- \frac{11}{4}(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke} - 6(N_c + N_f) \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{4}(N_f + 7) d^{c8e} \mathcal{D}_7^{ke} \\
 &- \frac{11}{8} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}\} + \frac{1}{2}(N_f + 9) \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 &+ \frac{3}{4}(N_f + 6) \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$+\frac{2N_f+7}{2N_f}\delta^{c8}\{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}, \quad (\text{C.119})$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}[\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= \frac{3}{2}(N_c + N_f)\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{3}{2}(N_c + N_f)\{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\ &+ 2(N_c + N_f)if^{c8e}\{J^2, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{1}{4}(11N_f + 6)\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\ &- \frac{1}{4}(5N_f + 6)\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{3}{4}N_f\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\ &+ \frac{9}{4}(N_c + N_f)\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{9}{4}(N_c + N_f)\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\ &+ \frac{3}{4}(N_c + N_f)if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\} + \frac{1}{4}(N_f + 4)d^{c8e}\mathcal{O}_7^{ke} + (N_f + 4) \\ &\times \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{1}{4}(N_f + 4)\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\ &- \frac{3}{8}(N_f + 4)\{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}. \end{aligned} \quad (\text{C.120})$$

C.1.3. Operadores en la representación 27

$$[G^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] = \frac{1}{4}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} + \frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}G^{kg} + \frac{1}{N_f}\delta^{c8}G^{k8} + \frac{1}{2N_f}d^{c88}J^k, \quad (\text{C.121})$$

$$\begin{aligned} [G^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= \frac{7}{4}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} + \frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} - \frac{1}{2}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{D}_2^{kg} + \frac{1}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_2^{k8} \\ &+ \frac{1}{2}d^{88e}\{G^{ke}, T^c\} - \frac{1}{2}if^{c8e}[G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}] + \frac{1}{2}if^{c8e}[G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}], \end{aligned} \quad (\text{C.122})$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] &= \frac{1}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} + \frac{2}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_2^{k8} \\ &+ d^{c8e}\{G^{ke}, T^8\} + \frac{1}{2}if^{c8e}[G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}] + \frac{1}{2}if^{c8e}[G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}], \end{aligned} \quad (\text{C.123})$$

$$\begin{aligned} [G^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= -\frac{3}{2}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} + \frac{5}{4}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - d^{ceg}d^{88e}\mathcal{D}_3^{kg} \\ &+ \frac{1}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_3^{k8} + \frac{1}{N_f}d^{c88}\{J^2, J^k\} - 2\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 2\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\ &+ d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 3d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} \\ &+ d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{2}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, \end{aligned} \quad (\text{C.124})$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] &= \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 + 3d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, & \quad (C.125)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [G^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= \frac{3}{4} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} + \frac{5}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{3}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{5}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} - \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 + \frac{1}{2} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - \frac{1}{2} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 + d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{1}{2} d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 + \frac{3}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, & \quad (C.126)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, G^{kc}]] &= \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} + \frac{1}{N_f} d^{c88} \{J^2, J^k\} - d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 + \frac{1}{2} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, & \quad (C.127)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\} \\
 - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\}, & \quad (C.128)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] &= -f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + \frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{2} \{G^{kc}, \{T^8, T^8\}\} \\
 - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\}, & \quad (C.129)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= 5i f^{c8e} [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] + d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\} \\
 - d^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + 3\{\{J^r, G^{re}\}, \{G^{k8}, T^8\}\} - \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
 + i f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}, & \quad (C.130)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= \frac{3}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} - \frac{1}{2} i f^{c8e} [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] \\
 + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_4^{k8} + \frac{1}{2} d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\} - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 + \frac{1}{2} d^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{1}{2} \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\} + \frac{1}{2} \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
 - \frac{1}{2} i f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{1}{2} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}
 \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, \quad (C.131)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -2ifc^{8e}[G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}] + d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\} \\ &- d^{88e}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 2\{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\} + ifc^{8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\ &- ifc^{8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + ifc^{8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}, \end{aligned} \quad (C.132)$$

$$\begin{aligned} [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= 6fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} + \frac{9}{2}fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} + d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} \\ &- d^{ceg}d^{88e}\mathcal{D}_4^{kg} + \frac{2}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_4^{k8} + \frac{1}{2}d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\} - 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\ &+ \frac{1}{2}d^{88e}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{3}{2}ifc^{8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\ &+ \frac{1}{2}ifc^{8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} - \frac{1}{2}ifc^{8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\ &- ifc^{8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + ifc^{8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, \end{aligned} \quad (C.133)$$

$$[\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] = -fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} + \frac{1}{2}fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} + \frac{1}{2}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, T^8\}\}, \quad (C.134)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] &= -2ifc^{8e}[G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}] - ifc^{8e}[G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] \\ &+ d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\} - d^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - \{\{J^r, G^{re}\}, \{G^{k8}, T^8\}\} \\ &+ 3\{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\} - ifc^{8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\ &+ 2ifc^{8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \end{aligned} \quad (C.135)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, G^{kc}]] &= \frac{3}{2}fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} + \frac{1}{2}ifc^{8e}[G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] + \frac{1}{2}fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} \\ &+ \frac{2}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_4^{k8} + \frac{1}{2}d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\} - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{1}{2}d^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\ &+ \frac{1}{2}\{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\} - \frac{1}{2}\{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\} - \frac{1}{2}ifc^{8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\ &- \frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, \end{aligned} \quad (C.136)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= 3fc^{8e}f^{8eg}G^{kg} + \frac{1}{2}i\epsilon^{kim}fc^{8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} \\ &+ \frac{5}{2}fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c}{2}id^{8eg}fc^{8e}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c}{2}id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - 2fc^{8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + 6d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} \\ &- 6d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} + 4\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - 4\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - 2d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} \\ &+ 2d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + 8d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 6d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - 8d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{4}(3N_f - 8)\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & + id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} + \frac{2}{N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - 4i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + 2i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & - 2i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & + \frac{3}{4}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} + \frac{7}{2}if^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & + \frac{7}{2}if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} - \frac{7}{2}if^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & - \frac{7}{2}if^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{7}{2}if^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + 2[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] - 2\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - i\epsilon^{kim}f^{cea}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} + f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_5^{kg} - 2d^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + 2d^{88e}\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} + 8d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + 8d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \epsilon^{kim}f^{c8e}\{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & - 8\{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 12\{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + 2\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} - 2\{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} \\
 & - 3d^{c8e}\{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 5d^{88e}\{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - 2\epsilon^{kim}f^{ab8}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\} \\
 & - 6i\epsilon^{kil}[\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \tag{C.137}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -\frac{15}{4}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} - \frac{1}{2}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} \\
 & - \frac{1}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{5}{32}N_c id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{5}{32}N_c id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} \\
 & - \frac{5}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{5}{2}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} - 5\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 5\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{5}{2}d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{5}{2}d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - 5d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{5}{2}d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{5}{2}d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 5d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & - \frac{1}{8}(3N_f - 2)\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{5}{16}id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} - \frac{5}{8N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & - if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{21}{8}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & - 2i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{me}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 2i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{5}{16}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} - \frac{15}{64}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} \\
 & - \frac{59}{16}if^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{59}{16}if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{59}{16} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} + \frac{59}{16} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & - \frac{59}{16} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} + \frac{5}{16} d^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & - \frac{5}{16} d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} + \frac{11}{32} [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] \\
 & - \frac{21}{16} [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] + \frac{21}{16} \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{5}{16} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} \\
 & + d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \} - d^{88e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \} \\
 & - 2d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} - d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & - 5d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \\
 & + 5 \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} - 5 \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \\
 & - \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} - \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \\
 & + 2d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + 3d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} + \epsilon^{kim} f^{ab8} \\
 & \times \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} + 4i \epsilon^{kil} [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}], \quad (C.138)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -3f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{ J^i, G^{mg} \} \\
 & + \frac{5}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + 8d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - 4d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{7}{16} N_c i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{7}{16} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \\
 & \times \mathcal{D}_3^{kg} - 2f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - 2d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + 2d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{8}{N_f} d^{c88} \{ J^2, J^k \} \\
 & - 4 \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} + 4 \{ G^{k8}, \{ G^{rc}, G^{r8} \} \} - 14d^{c8e} \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \\
 & + 6d^{88e} \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} - 4d^{c8e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} + 2d^{c8e} \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \\
 & - 2d^{88e} \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} + 4d^{88e} \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} - \frac{1}{8} (3N_f - 4) \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \\
 & - \frac{7}{8} i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_4^{kg} - \frac{7}{4N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} + 2i f^{c8e} \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & - \frac{9}{4} i \epsilon^{kim} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} + 4i \epsilon^{kim} \{ \{ J^i, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \\
 & - 4i \epsilon^{rim} \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} - \frac{7}{8} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} \\
 & - \frac{21}{32} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} - \frac{3}{8} i f^{c8e} \{ J^k, [\{ J^i, G^{ie} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & - \frac{3}{8} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} + \frac{3}{8} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \\
 & + \frac{3}{8} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{3}{8} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \\
 & + \frac{7}{8} d^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{7}{8} d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{23}{16}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] + \frac{9}{8}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & -\frac{9}{8}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{7}{8}i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & + 2f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + 3d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - 2d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} \\
 & + \frac{2}{N_f} d^{c88} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} - 4\{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} + 4\{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - 7d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} + d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} \\
 & - 2d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - 2d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{1}{2}\epsilon^{kim} f^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} + 4\{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - 4\{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - 5\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + 3\{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + \frac{5}{2}d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{5}{2}d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\} \\
 & + 3i\epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \tag{C.139}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = \frac{9}{8}f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} - \frac{1}{4}i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} \\
 & + f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{23}{64}N_c i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{23}{64}N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} + 7f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & + \frac{27}{4}d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{19}{4}d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{24}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} - \frac{5}{2}\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{3}{2}\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{5}{4}d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{5}{4}d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - \frac{9}{2}d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{21}{4}d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{19}{4}d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{7}{2}d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{3(N_f + 14)}{16}\epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{23}{32}i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{23}{16N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & - \frac{1}{2}i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{7}{16}i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & + i\epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + \frac{23}{32}i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} + \frac{69}{128}i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \\
 & \times \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{7}{32}i f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{7}{32}i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{7}{32}i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & + \frac{7}{32}i f^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{7}{32}i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{23}{32}d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{23}{32}d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + \frac{39}{64}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] + \frac{7}{32}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{7}{32}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{23}{32}i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} + \frac{5}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{5}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - 2d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{10}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{k8} \\
 & - 6\{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} - 2\{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{2} d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} \\
 & + d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{5}{2} d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & + 2d^{88e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{3}{2} d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{5}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{1}{2} \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{3}{2} \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{5}{2} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{1}{2} \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - \frac{3}{2} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{3}{2} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\} \\
 & - 2i\epsilon^{kil} \{\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.140}
 \end{aligned}$$

$$[\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -\frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.141}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= -\frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{kc}, \{T^8, T^8\}\}\} \\
 & - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\}\} - \frac{1}{2} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \tag{C.142}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -2f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & + 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \tag{C.143}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & + \{J^2, \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\}\} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\}\} - \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \tag{C.144}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] &= -\frac{15}{2} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} - \frac{3}{4} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} - \frac{7}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & + \frac{5}{8} N_c i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{5}{8} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - 5d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + 3d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -10\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 10\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + 5d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} \\
 & -5d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - 10d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + 5d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & -3d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 8d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{5}{2}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & -\frac{5}{4}id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} - \frac{5}{2N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{3}{2}if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & +\frac{11}{2}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - 3i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & +3i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{5}{4}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & -\frac{15}{16}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{13}{4}if^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & -\frac{13}{4}if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{13}{4}if^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & +\frac{13}{4}if^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{13}{4}if^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & +\frac{5}{4}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{5}{4}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & +\frac{1}{8}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{11}{4}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & +\frac{11}{4}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{5}{4}i\epsilon^{kim}f^{cea}f^{e8b}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & +\frac{1}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_5^{kg} + d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_5^{kg} + 2\{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} - 2\{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 & -d^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} + d^{88e}\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} - d^{c8e}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & -5d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{2}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & +8\{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - 6\{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + d^{c8e}\{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & +2d^{88e}\{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 4i\epsilon^{kil}[\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \tag{C.145}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, G^{kc}]] = -3f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} - \frac{3}{16}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} \\
 & -\frac{1}{4}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{17}{32}N_c id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{17}{32}N_c id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{3}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} - 2d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} \\
 & +2d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} - 4\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 4\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + 2d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} \\
 & -2d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - 4d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + 2d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & -2d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 4d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{17}{16}id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} \\
 & -\frac{17}{8N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{3}{8}if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & +\frac{23}{8}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - \frac{3}{4}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & +\frac{3}{4}i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{17}{16}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{51}{64}i\epsilon^{kim}f_{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{41}{16}if^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & -\frac{41}{16}if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{41}{16}if^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & +\frac{41}{16}if^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{41}{16}if^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & +\frac{17}{16}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{17}{16}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & -\frac{11}{32}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{23}{16}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & +\frac{23}{16}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{17}{16}i\epsilon^{kim}f_{cea}f^{e8b}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & +\frac{2}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_5^{k8} - 2\{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} + 2\{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
 & +d^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} - d^{88e}\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} - 3d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & -3d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{1}{2}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & +4\{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - 4\{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & -2\{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + 2d^{c8e}\{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & +2d^{88e}\{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 4i\epsilon^{kil}[\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \tag{C.146}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, G^{kc}]] &= \frac{21}{8}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} + \frac{5}{32}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} + \frac{9}{16}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} \\
 & +\frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{11}{32}N_{cid}d^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{11}{32}N_{cid}d^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{1}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_3^{k8} - \frac{21}{8}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} \\
 & -\frac{5}{4}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{4}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} - \frac{12}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{O}_3^{k8} + \frac{1}{N_f}d^{c88}\{J^2, J^k\} + \frac{11}{2}\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & -\frac{7}{2}\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{15}{4}d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + \frac{11}{4}d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} \\
 & +\frac{13}{2}d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{19}{4}d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{1}{4}d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & -\frac{5}{2}d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{5}{8}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{11}{16}id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} \\
 & +\frac{11}{8N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{5}{16}if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 2i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & +\frac{5}{8}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{5}{8}i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} \\
 & +\frac{11}{16}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} + \frac{33}{64}i\epsilon^{kim}f_{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} \\
 & +\frac{43}{16}if^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{43}{16}if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
 & -\frac{43}{16}if^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{43}{16}if^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & +\frac{43}{16}if^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} - \frac{11}{16}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{11}{16} d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{3}{16} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] \\
 & + [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] - \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{11}{16} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} + \frac{1}{4} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{1}{2N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} + \frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} \\
 & + \frac{1}{4} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{k8} + \frac{1}{2N_f} d^{c88} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} + \frac{5}{2} \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} - \frac{5}{4} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} + \frac{1}{4} d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} \\
 & + \frac{5}{2} d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{1}{4} d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{11}{4} d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{8} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - 4 \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{7}{2} \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - \frac{5}{4} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{3}{2} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - 3i \epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \tag{C.147}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = \frac{7}{44} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} - \frac{3}{22} N_c i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - \frac{3}{22} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3}{11} i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{6}{11N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{7}{22} i f^{c8e} \\
 & \times \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{13}{11} i \epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + \frac{7}{11} i \epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{7}{11} i \epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + \frac{3}{11} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & + \frac{9}{44} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{23}{11} i f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{1}{11} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{1}{11} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{1}{11} i f^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{3}{11} i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} - \frac{3}{11} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & + \frac{3}{11} d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} - \frac{1}{44} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] \\
 & + \frac{13}{22} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] - \frac{13}{22} \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{3}{11} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} - \frac{4}{11} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{4}{11} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{4}{11} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\
 & - \frac{4}{11} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} + 2i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{4}{11} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} + 4 \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$-\frac{4}{11}i\epsilon^{kim}[\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}], \quad (\text{C.148})$$

$$\begin{aligned} & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = -\frac{7}{11}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} + \frac{137}{352}N_c i d^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} \\ & + \frac{137}{352}N_c i d^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{137}{176}i d^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} - \frac{137}{88N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\ & - \frac{14}{11}i f^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{361}{88}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\ & - \frac{28}{11}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + \frac{28}{11}i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} \\ & - \frac{137}{176}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} - \frac{411}{704}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} \\ & - \frac{79}{176}i f^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{255}{176}i f^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\ & + \frac{255}{176}i f^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{97}{176}i f^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\ & - \frac{511}{176}i f^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{137}{176}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\ & - \frac{137}{176}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{87}{352}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] \\ & - \frac{361}{176}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] + \frac{361}{176}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\ & + \frac{137}{176}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{e8b}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} + \frac{16}{11}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} \\ & - \frac{16}{11}d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{16}{11}\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\ & + \frac{38}{11}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - i f^{c8e}\{J^2, \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\ & - \frac{16}{11}i f^{c8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} + 2i f^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\ & - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{5}{11}i\epsilon^{kim}[\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}], \quad (\text{C.149}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = \frac{63}{176}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} + \frac{67}{176}N_c i d^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} \\ & + \frac{67}{176}N_c i d^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{67}{88}i d^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} - \frac{67}{44N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{63}{88}i f^{c8e} \\ & \times \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{1}{11}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + \frac{63}{44}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\ & - \frac{63}{44}i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{67}{88}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\ & - \frac{201}{352}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} + \frac{101}{44}i f^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\ & + \frac{57}{44}i f^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} - \frac{57}{44}i f^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{57}{44}ifc8e\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{269}{44}ifc8e\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + \frac{67}{88}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{67}{88}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{65}{88}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{1}{22}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & + \frac{1}{22}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{67}{88}i\epsilon^{kim}fcea f e8b\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & + \frac{13}{11}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} - \frac{13}{11}d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & + \frac{31}{11}\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} - \frac{9}{11}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & - ifc8e\{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} - \frac{2}{11}ifc8e\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{2}{11}i\epsilon^{kim}[\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}], \quad (C.150)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = 3f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} - \frac{23}{22}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} \\
 & - \frac{45}{176}N_c id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{45}{176}N_c id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + 4f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} + \frac{45}{88}id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} \\
 & + \frac{4}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_4^{k8} + \frac{45}{44N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - 4\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + 2d^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - \frac{23}{11}ifc8e\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{139}{44}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - \frac{46}{11}i\epsilon^{kim} \\
 & \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + \frac{46}{11}i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + \frac{45}{88}i\epsilon^{rim}d^{c8e} \\
 & \times \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} + \frac{135}{352}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{123}{44}ifc8e \\
 & \times \{J^k, \{\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{57}{44}ifc8e\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{57}{44}ifc8e \\
 & \times \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{57}{44}ifc8e\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{93}{44}ifc8e\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{45}{88}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{45}{88}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + \frac{229}{176}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{139}{88}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & + \frac{139}{88}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{45}{88}i\epsilon^{kim}fcea f e8b\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & + \frac{1}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_6^{kg} + \frac{2}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_6^{k8} + \frac{9}{11}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} \\
 & - 4\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} + \frac{2}{11}d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & - \frac{9}{11}\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} + \frac{9}{11}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2}ifc8e\{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} - \frac{29}{22}ifc8e\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{1}{2}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & + \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{9}{11}i\epsilon^{kim}[T^8, \{J^r, G^{r8}\}], \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}, \quad (C.151)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -3f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} - \frac{1}{4}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} - f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3}{8}N_c id^{8eg} \\
 & \times f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3}{8}N_c id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - 2d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + 2d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} - 4\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & + 4\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + 2d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - 2d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - 4d^{c8e} \\
 & \times \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + 2d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - 2d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 4d^{88e} \\
 & \times \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{3}{4}id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} - \frac{3}{2N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8} \\
 & \times \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{1}{2}if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{5}{2}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & - i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{3}{4}i\epsilon^{rim}d^{c8e} \\
 & \times \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} - \frac{9}{16}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{19}{4}if^{c8e} \\
 & \times \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{11}{4}if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{11}{4}if^{c8e} \\
 & \times \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{11}{4}if^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{11}{4}if^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + \frac{3}{4}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{3}{4}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{1}{8}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{5}{4}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & + \frac{5}{4}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{3}{4}i\epsilon^{kim}f^{cea}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & - 4d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - 4d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + 4\{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - 4\{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + 2d^{c8e}\{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + 2d^{88e}\{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & + 4i\epsilon^{kil}\{\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + if^{c8e}\{J^2, \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \quad (C.152)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] &= \frac{21}{2}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} + \frac{7}{8}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} + \frac{7}{2}f^{c8e}f^{8eg} \\
 & \times \mathcal{D}_3^{kg} - \frac{21}{16}N_c id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{21}{16}N_c id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + 7d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} - 7d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} \\
 & + 14\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - 14\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - 7d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + 7d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} \\
 & + 14d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 7d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + 7d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - 14d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{7}{2}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{21}{8}id^{8eg}f^{c8e}\mathcal{D}_4^{kg} + \frac{21}{4N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{7}{4} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{35}{4} i \epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{7}{2} i \epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{7}{2} i \epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + \frac{21}{8} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \\
 & \times \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} + \frac{63}{32} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} + \frac{95}{8} i f^{c8e} \\
 & \times \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{79}{8} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} - \frac{79}{8} i f^{c8e} \\
 & \times \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{95}{8} i f^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{79}{8} i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{21}{8} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{21}{8} d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + \frac{7}{16} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] + \frac{35}{8} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & - \frac{35}{8} \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{21}{8} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & + 14 d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 14 d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - 14 \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + 14 \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & - 7 d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - 7 d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - 14 i \epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{re}\}\}] + d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^e\}\}\} \\
 & - d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + 2 \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\}\} \\
 & - i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} + i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & - 2 \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \tag{C.153}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_2^{kc}]] & = -\frac{9}{2} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + 6 f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} + \frac{5}{16} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} - \frac{3}{2} f^{c8e} \\
 & \times f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{9}{16} N_c i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{9}{16} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} - 3 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + 3 d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & - 6 \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + 6 \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + 3 d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - 3 d^{88e} \\
 & \times \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - 6 d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + 3 d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - 3 d^{88e} \\
 & \times \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + 6 d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{3}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{21}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\
 & + d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_4^{kg} - \frac{9}{8} i d^{8eg} f^{c8e} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_4^{k8} - \frac{9}{4 N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & - 2 \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + d^{88e} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{5}{8} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + i \epsilon^{kim} \\
 & \times \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + \frac{5}{4} i \epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{5}{4} i \epsilon^{rim} \\
 & \times \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{9}{8} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & - \frac{27}{32} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{57}{8} i f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{33}{8}ifc^{8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{33}{8}ifc^{8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & + \frac{33}{8}ifc^{8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{33}{8}ifc^{8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + \frac{9}{8}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{9}{8}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{7}{8}[G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{1}{2}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & + \frac{1}{2}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{9}{8}i\epsilon^{kim}f^{cea}f^{e8b}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & - 6d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - 6d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + 6\{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - 6\{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & + 3d^{c8e}\{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + 3d^{88e}\{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & + 6i\epsilon^{kil}[\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] + \frac{11}{4}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_6^{kg} \\
 & + \frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_6^{kg} - \frac{1}{2}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{D}_6^{kg} + \frac{1}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_6^{k8} - 2\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2}d^{88e}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{5}{4}ifc^{8e}\{J^2, \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} - \frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & - \frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{1}{2}ifc^{8e}\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & + \frac{1}{2}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \tag{C.154}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= \frac{176N_c - 2625}{48}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} - \frac{6248N_c + 5155}{6336}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} \\
 & + \frac{176N_c - 2985}{144}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c(3960N_c - 48923)}{6336}(ifc^{8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg}) \\
 & + \frac{437}{144}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{176N_c - 2625}{72}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} - \frac{176N_c - 2625}{72}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} \\
 & + \frac{176N_c - 2625}{36}\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{176N_c - 2625}{36}\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{176N_c - 2625}{72}d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + \frac{176N_c - 2625}{72}d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} \\
 & + \frac{176N_c - 2625}{36}d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{176N_c - 2625}{72}d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & + \frac{176N_c - 2625}{72}d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{176N_c - 2625}{36}d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{704N_c + 879N_f - 14016}{576}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{3960N_c - 48923}{3168}ifc^{8e}d^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} \\
 & + \frac{1}{12}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} + \frac{N_c(88N_c + 176N_f + 3960) - 48923}{1584N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8} \\
 & \times \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{6248N_c + 5155}{3168}ifc^{8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{1144N_c + 27039}{792}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times i\epsilon^{kim} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} - \frac{6248N_c + 5155}{1584} i\epsilon^{kim} \{ \{ J^i, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \\
 & + \frac{6248N_c + 5155}{1584} i\epsilon^{rim} \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} + \frac{3960N_c - 48923}{3168} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \\
 & \times \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} + \frac{3960N_c - 48923}{4224} i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} \\
 & + \frac{1936N_c - 66977}{3168} i f^{c8e} \{ J^k, [\{ J^i, G^{ie} \}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{1936N_c - 66977}{3168} i f^{c8e} \\
 & \times \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} - \frac{1936N_c - 66977}{3168} i f^{c8e} \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \\
 & - \frac{1936N_c - 66977}{3168} i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} + \frac{1936N_c - 65665}{3168} i f^{c8e} \\
 & \times \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} - \frac{3960N_c - 48923}{3168} d^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \\
 & + \frac{3960N_c - 48923}{3168} d^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} + \frac{1276N_c - 5471}{792} \\
 & \times [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] - \frac{1144N_c + 27039}{1584} [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \\
 & + \frac{1144N_c + 27039}{1584} \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} - \frac{3960N_c - 48923}{3168} i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{8eb} \\
 & \times \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ G^{ra}, G^{rb} \} \} - \frac{1}{6} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{1}{36} N_c i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{1}{36} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & + \frac{2}{3} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - \frac{14}{9} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{341}{36} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{341}{36} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{rc}, G^{r8} \} \} \} + \frac{10}{3} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{re}, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{10}{3} d^{88e} \{ J^2, \{ J^k, \{ G^{rc}, G^{re} \} \} \} + \frac{352N_c - 5447}{72} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{2}{3} d^{c8e} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} + \frac{14}{9} d^{88e} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & + \frac{352N_c - 5703}{72} d^{88e} \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{1}{3} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \\
 & - \frac{176N_c - 2625}{36} \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} + \frac{176N_c - 2625}{36} \\
 & \times \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} - \frac{581}{72} \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \\
 & + \frac{581}{72} \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} - \frac{352N_c - 5255}{144} d^{c8e} \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \\
 & - \frac{352N_c - 5831}{144} d^{88e} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} - \frac{293}{72} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} \\
 & + \frac{1}{36} (N_c + N_f) i\epsilon^{kim} d^{c8e} \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} - \frac{352N_c - 5543}{72} i\epsilon^{kil} \\
 & \times \{ \{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{1}{18} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} - \frac{41}{99} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, T^8 \} \} \} \\
 & + \frac{1}{9N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{ J^2, \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} + \frac{41}{99} d^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \\
 & + \frac{1}{6} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} + \frac{41}{99} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ G^{k8}, T^8 \} \} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{41}{99}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - \frac{1}{36}i\epsilon^{kim}\{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{4}{9}i\epsilon^{kim} \\
 & \times \{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} + \frac{1}{3}i\epsilon^{kim}\{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} - \frac{1}{3}i\epsilon^{rim} \\
 & \times \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}\} + \frac{1}{18}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} + \frac{1}{18}i\epsilon^{kim} \\
 & \times f^{cae}f^{8eb}\{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} - \frac{5}{6}if^{c8e}\{J^2, \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - \frac{5}{6}if^{c8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} + \frac{247}{198}if^{c8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & + \frac{5}{6}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{5}{6}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & - \frac{41}{99}i\epsilon^{kim}[\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] - \frac{1}{18}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{1}{18}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} - \frac{1}{18}\{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} \\
 & + \frac{2}{9}\{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} - \frac{2}{9}\{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_7^{kg} - 2d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + 2d^{88e}\{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}\} + \frac{4}{3}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{4}{3}d^{88e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} - \frac{4}{3}\{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{4}{3}\{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} + 2\{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & - 2\{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} + \frac{1}{3}d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{5}{3}d^{88e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{4}{9}i\epsilon^{kil}\{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} \\
 & + 2\{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{16}{9}i\epsilon^{kil}\{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\},
 \end{aligned} \tag{C.155}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] &= \frac{4976N_c - 7845}{192}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} + \frac{159016N_c - 399703}{25344}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg} \\
 & \times \{J^i, G^{mg}\} + \frac{4976N_c - 8637}{576}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c(234432N_c - 716249)}{25344}i\epsilon^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} \\
 & - \frac{N_c(234432N_c - 716249)}{25344}id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{2431}{576}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{4976N_c - 7845}{288}d^{c8e} \\
 & \times d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} - \frac{4976N_c - 7845}{288}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{4976N_c - 7845}{144}\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{4976N_c - 7845}{144}\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{4976N_c - 7845}{288}d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{4976N_c - 7845}{288}d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + \frac{4976N_c - 7845}{144}d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{4976N_c - 7845}{288}d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{4976N_c - 7845}{288}d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{4976N_c - 7845}{144}d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{19904N_c + 2643N_f - 41952}{2304}\epsilon^{kim}f^{c8e} \\
 & \times \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{234432N_c - 716249}{12672}if^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} - \frac{47}{48}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg} \\
 & \times \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} + \frac{N_c(1408N_c + 2816N_f + 234432) - 716249}{6336N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & + \frac{159016N_c - 399703}{12672}if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{49181N_c - 139494}{792}i\epsilon^{kim} \\
 & \times \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} + \frac{159016N_c - 399703}{6336}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{159016N_c - 399703}{6336}i\epsilon^{rim}\{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + \frac{234432N_c - 716249}{12672}i\epsilon^{rim}d^{c8e} \\
 & \times \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} + \frac{234432N_c - 716249}{16896}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} \\
 & + \frac{236896N_c - 382457}{12672}if^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{236896N_c - 382457}{12672}if^{c8e} \\
 & \times \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} - \frac{236896N_c - 382457}{12672}if^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & - \frac{236896N_c - 382457}{12672}if^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{236896N_c - 429721}{12672}if^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} - \frac{234432N_c - 716249}{12672}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & + \frac{234432N_c - 716249}{12672}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{37708N_c - 158273}{12672} \\
 & \times [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] + \frac{49181N_c - 139494}{1584}[G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & - \frac{49181N_c - 139494}{1584}\{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{234432N_c - 716249}{12672}i\epsilon^{kim}f^{cea} \\
 & \times f^{e8b}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} - \frac{11}{12}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_5^{kg} - \frac{1}{9}N_cif^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_5^{kg} - \frac{1}{9}N_cid^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_5^{kg} \\
 & + \frac{3}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_5^{kg} - \frac{23}{6}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_5^{kg} + \frac{59}{18}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_5^{kg} - \frac{223}{144}\{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{223}{144}\{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} + \frac{11}{6}d^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} - \frac{11}{6}d^{88e}\{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} \\
 & + \frac{9952N_c - 18779}{288}d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{23}{6}d^{c8e}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & - \frac{59}{18}d^{88e}\{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{9952N_c - 14523}{288}d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{23}{12}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{4976N_c - 7845}{144}\{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{4976N_c - 7845}{144}\{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{305}{288}\{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{305}{288}\{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - \frac{9952N_c - 17147}{576}d^{c8e}\{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{9952N_c - 15995}{576}d^{88e}\{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{881}{288}\epsilon^{kim}f^{ab8}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{9}(N_c + N_f)i\epsilon^{kim}d^{c8e}\{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{9952N_c - 16571}{288}i\epsilon^{kil} \\
 & \times [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] + \frac{2}{9}if^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_6^{kg} + \frac{1477}{396}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{4}{9N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{1477}{396}d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & - \frac{47}{24}if^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1477}{396}\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{1477}{396}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} - \frac{1}{9}i\epsilon^{kim}\{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{125}{36}i\epsilon^{kim}\{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{47}{12}i\epsilon^{kim}\{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} \\
 & + \frac{47}{12}i\epsilon^{rim}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{rc}, G^{m8}\}\}\}\} + \frac{2}{9}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} \\
 & + \frac{2}{9}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} - \frac{25}{12}if^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & - \frac{25}{12}if^{c8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} - \frac{163}{99}if^{c8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & + \frac{25}{12}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{25}{12}if^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & + \frac{1477}{396}i\epsilon^{kim}[\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] - \frac{2}{9}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{2}{9}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} + \frac{157}{144}\{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} \\
 & - \frac{125}{72}\{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} + \frac{125}{72}\{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_7^{kg} + 2\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} - 2\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{7}{3}d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\}\} \\
 & - \frac{8}{3}d^{88e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} + \frac{1}{2}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{17}{3}\{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{11}{3}\{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} + \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{2}{3}d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{4}{3}d^{88e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{11}{9}i\epsilon^{kil} \\
 & \times \{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} - \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{26}{9}i\epsilon^{kil}\{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\}, \tag{C.156}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] = -\frac{1864N_c - 129}{96}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} + \frac{10120N_c - 146461}{12672}i \\
 & \epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} - \frac{1864N_c - 633}{288}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{N_c(9306N_c + 36325)}{6336}if^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} \\
 & + \frac{N_c(9306N_c + 36325)}{6336}id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{1333}{288}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} - \frac{1864N_c - 129}{144}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1864N_c - 129}{144} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{1864N_c - 129}{72} \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + \frac{1864N_c - 129}{72} \\
& \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{1864N_c - 129}{144} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{1864N_c - 129}{144} d^{88e} \\
& \times \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - \frac{1864N_c - 129}{72} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{1864N_c - 129}{144} d^{c8e} \\
& \times \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{1864N_c - 129}{144} d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1864N_c - 129}{72} d^{88e} \\
& \times \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{7456N_c + 1839N_f - 7872}{1152} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
& - \frac{9306N_c + 36325}{3168} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{1}{24} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} \\
& + \frac{N_c(110N_c + 220N_f - 9306) - 36325}{1584N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{10120N_c - 146461}{6336} \\
& \times i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{8492N_c + 219111}{3168} i \epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
& + \frac{10120N_c - 146461}{3168} i \epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{10120N_c - 146461}{3168} i \epsilon^{rim} \\
& \times \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{9306N_c + 36325}{3168} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
& - \frac{9306N_c + 36325}{4224} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} - \frac{83864N_c + 75953}{6336} i f^{c8e} \\
& \times \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{83864N_c + 75953}{6336} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
& + \frac{83864N_c + 75953}{6336} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} + \frac{83864N_c + 75953}{6336} i f^{c8e} \\
& \times \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{83864N_c + 104209}{6336} i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
& + \frac{9306N_c + 36325}{3168} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{9306N_c + 36325}{3168} d^{c8e} \\
& \times \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} - \frac{28732N_c - 73811}{12672} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] \\
& - \frac{8492N_c + 219111}{6336} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{re}\}\}] + \frac{8492N_c + 219111}{6336} \\
& \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{9306N_c + 36325}{3168} i \epsilon^{kim} f^{cea} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
& + \frac{7}{6} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{5}{144} N_c i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{5}{144} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - 2 f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{7}{3} d^{c8e} d^{8eg} \\
& \times \mathcal{O}_5^{kg} - \frac{22}{9} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} - \frac{853}{72} \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} + \frac{853}{72} \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
& - \frac{7}{3} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} + \frac{7}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} - \frac{3728N_c - 967}{144} d^{c8e} \\
& \times \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{7}{3} d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{22}{9} d^{88e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
& - \frac{3728N_c - 759}{144} d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{9N_f - 46}{12} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1864N_c - 129}{72} \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1864N_c - 129}{72} \\
 & \times \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1189}{144} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{1189}{144} \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + \frac{3728N_c - 295}{288} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{3728N_c - 1447}{288} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{613}{144} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{5}{144} (N_c + N_f) i \epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} + \frac{3728N_c - 871}{144} i \epsilon^{kil} \\
 & \times \{\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{5}{72} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} \\
 & + \frac{883}{198} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} + \frac{5}{36N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{883}{198} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{1}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{883}{198} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} + \frac{883}{198} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & - \frac{5}{144} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{11}{36} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{6} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} - \frac{1}{6} i \epsilon^{rim} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{5}{72} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} + \frac{5}{72} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} \\
 & + \frac{4}{3} i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \frac{4}{3} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} \\
 & - \frac{1147}{198} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} - \frac{4}{3} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{4}{3} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} + \frac{883}{198} i \epsilon^{kim} [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] \\
 & - \frac{5}{72} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{5}{72} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & - \frac{1}{144} \{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} + \frac{11}{72} \{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} \\
 & - \frac{11}{72} \{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + \frac{2}{3} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{2}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} - \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & - \frac{2}{3} \{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \frac{14}{3} \{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{1}{3} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{3} d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - 2 \epsilon^{kim} f^{ab8} \\
 & \times \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}\} + \frac{14}{9} i \epsilon^{kil} \{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} \\
 & - 2 \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{2}{9} i \epsilon^{kil} \{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] = \frac{1612N_c - 1695}{48} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} + \frac{34826N_c - 65975}{6336} \\
 & \times i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} + \frac{1612N_c - 1875}{144} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{N_c(2376N_c - 184945)}{12672} \\
 & + \frac{N_c(2376N_c - 184945)}{12672} (i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg}) - \frac{13}{72} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1612N_c - 1695}{72} \\
 & \times d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{1612N_c - 1695}{72} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1612N_c - 1695}{36} \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{1612N_c - 1695}{36} \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{1612N_c - 1695}{72} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{1612N_c - 1695}{72} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + \frac{1612N_c - 1695}{36} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{1612N_c - 1695}{72} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1612N_c - 1695}{72} d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - \frac{1612N_c - 1695}{36} d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{3224N_c + 501N_f - 5394}{288} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & + \frac{2376N_c - 184945}{6336} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} + \frac{1}{24} i\epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} \\
 & - \frac{N_c(4004N_c + 8008N_f + 2376) - 184945}{3168N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} + \frac{34826N_c - 65975}{3168} \\
 & \times i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{67276N_c + 52995}{3168} i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & + \frac{34826N_c - 65975}{1584} i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \frac{34826N_c - 65975}{1584} i\epsilon^{rim} \\
 & \times \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{2376N_c - 184945}{6336} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & - \frac{2376N_c - 184945}{8448} i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} + \frac{155848N_c - 123989}{6336} i f^{c8e} \\
 & \times \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{155848N_c - 123989}{6336} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
 & - \frac{155848N_c - 123989}{6336} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{155848N_c - 123989}{6336} i f^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{155848N_c - 109525}{6336} i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & + \frac{2376N_c - 184945}{6336} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{2376N_c - 184945}{6336} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} - \frac{72028N_c - 316895}{12672} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] \\
 & + \frac{67276N_c + 52995}{6336} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] - \frac{67276N_c + 52995}{6336} \\
 & \times \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{2376N_c - 184945}{6336} i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} \\
 & + \frac{5}{12} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{91}{144} N_c i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{91}{144} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{4}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} - \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} \\
 & - \frac{5}{3} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{44}{9} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{107}{18} \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} - \frac{107}{18} \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{17}{3} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} - \frac{17}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} + \frac{806N_c - 991}{18} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{5}{3} d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{44}{9} d^{88e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & + \frac{806N_c - 813}{18} d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{24} (16 - 9N_f) \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{1612N_c - 1695}{36} \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{1612N_c - 1695}{36} \\
 & \times \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{311}{36} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{167}{36} \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - \frac{806N_c - 931}{36} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{806N_c - 1003}{36} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{167}{36} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{91}{144} (N_c + N_f) i \epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{806N_c - 931}{18} i \epsilon^{kil} \\
 & \times [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] - \frac{91}{72} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} - \frac{226}{99} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} \\
 & - \frac{91}{36N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\} + \frac{226}{99} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{226}{99} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} \\
 & - \frac{226}{99} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} + \frac{91}{144} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{85}{36} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} + \frac{1}{6} i \epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} \\
 & - \frac{1}{6} i \epsilon^{rim} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}\} - \frac{91}{72} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} \\
 & - \frac{91}{72} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} - \frac{41}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - \frac{41}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} + \frac{2257}{396} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} \\
 & + \frac{41}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{41}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & - \frac{226}{99} i \epsilon^{kim} [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] + \frac{91}{72} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & - \frac{91}{72} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} - \frac{97}{144} \{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} \\
 & - \frac{85}{72} \{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} + \frac{85}{72} \{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} \\
 & + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_7^{k8} - 2\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} + 2\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}\} - d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}\} \\
 & - \frac{7}{3} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{7}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & + \frac{10}{3} \{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{10}{3} \{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -4\{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} + \frac{5}{3}d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{5}{3}d^{88e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \epsilon^{kim}f^{ab8}\{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{37}{9}i\epsilon^{kil}\{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} + \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{58}{9}i\epsilon^{kil}\{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\}, \tag{C.158}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{D}_3^{kc}]] &= \frac{422N_c - 195}{48}f^{c8e}f^{8eg}G^{kg} - \frac{38489N_c - 191759}{6336}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^i, G^{mg}\} \\
 & + \frac{422N_c - 15}{144}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + 8d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - 4d^{ceg}d^{88e}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c(44352N_c + 22915)}{25344}if^{c8e} \\
 & \times d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{N_c(44352N_c + 22915)}{25344}id^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{577}{144}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{422N_c - 195}{72}d^{c8e}d^{8eg} \\
 & \times \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{422N_c - 195}{72}d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{8}{N_f}d^{c88}\{J^2, J^k\} + \frac{422N_c - 195}{36}\{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{422N_c - 195}{36}\{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{422N_c + 957}{72}d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + \frac{422N_c + 381}{72} \\
 & \times d^{88e}\{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + \frac{422N_c - 195}{36}d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{422N_c - 195}{72}d^{c8e} \\
 & \times \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{422N_c - 195}{72}d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{422N_c - 195}{36}d^{88e} \\
 & \times \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1688N_c - 1515N_f + 5280}{576}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & + \frac{44352N_c + 22915}{12672}if^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} + \frac{29}{24}i\epsilon^{kim}f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\} \\
 & - \frac{N_c(2684N_c + 5368N_f - 44352) - 22915}{6336N_f}i\epsilon^{kim}\delta^{c8}\{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{38489N_c - 191759}{3168} \\
 & \times if^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{109604N_c - 789951}{6336}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} \\
 & - \frac{38489N_c - 191759}{1584}i\epsilon^{kim}\{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + \frac{38489N_c - 191759}{1584}i\epsilon^{rim} \\
 & \times \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} + \frac{44352N_c + 22915}{12672}i\epsilon^{rim}d^{c8e}\{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} \\
 & + \frac{44352N_c + 22915}{16896}i\epsilon^{kim}f^{cae}f^{8eb}\{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} + \frac{39974N_c - 48217}{6336}if^{c8e} \\
 & \times \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{39974N_c - 48217}{6336}if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} \\
 & - \frac{39974N_c - 48217}{6336}if^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} - \frac{39974N_c - 48217}{6336}if^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{39974N_c - 20921}{6336}if^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} \\
 & - \frac{44352N_c + 22915}{12672}d^{c8e}\{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{44352N_c + 22915}{12672}d^{c8e}\{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{198308N_c - 744121}{25344} [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{109604N_c - 789951}{12672} \\
 & \times [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] + \frac{109604N_c - 789951}{12672} \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{44352N_c + 22915}{12672} i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} + \frac{113}{24} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & + 11d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - 6d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{61}{288} N_c i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} + \frac{61}{288} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & + \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8} - \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - \frac{1}{3} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{11}{18} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{10}{N_f} d^{c88} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} \\
 & - \frac{529}{36} \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} + \frac{529}{36} \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} - \frac{65}{3} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} + \frac{23}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} + \frac{844N_c + 67}{72} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{1}{3} d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{11}{18} d^{88e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} \\
 & + \frac{844N_c + 183}{72} d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{9N_f - 32}{24} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & - \frac{422N_c - 195}{36} \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{422N_c - 195}{36} \\
 & \times \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{71}{72} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & - \frac{73}{72} \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} - \frac{844N_c - 29}{144} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & - \frac{844N_c - 173}{144} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{505}{72} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\} \\
 & - \frac{61}{288} (N_c + N_f) i\epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{844N_c + 115}{72} i\epsilon^{kil} \\
 & \times \{\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} - \frac{61}{144} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} - \frac{853}{198} d^{c8e} \\
 & \times \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\} - \frac{61}{72N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{853}{198} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{29}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{853}{198} \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\} - \frac{853}{198} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\} \\
 & + \frac{61}{288} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} - \frac{287}{72} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{29}{6} i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\} - \frac{29}{6} i\epsilon^{rim} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}\} \\
 & - \frac{61}{144} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\} - \frac{61}{144} i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\} \\
 & + \frac{11}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} + \frac{11}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\} \\
 & + \frac{1343}{396} i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\} - \frac{11}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{11}{12} i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} - \frac{853}{198} i \epsilon^{kim} [\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}] \\
 & + \frac{61}{144} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} - \frac{61}{144} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\} \\
 & - \frac{409}{288} \{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\} + \frac{287}{144} \{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} \\
 & - \frac{287}{144} \{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\} + f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_7^{kg} + \frac{3}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_7^{kg} - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_7^{kg} \\
 & + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_7^{k8} + \frac{1}{N_f} d^{c88} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\} - 2 \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + 2 \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\} - \frac{9}{2} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{2} d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}\} + \frac{1}{3} d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{1}{3} d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} + \frac{2}{3} \{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & - \frac{2}{3} \{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\} - \frac{9}{2} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\} \\
 & + \frac{5}{2} \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}\} + \frac{13}{12} d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{7}{12} d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \epsilon^{kim} f^{ab8} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}\} \\
 & - \frac{8}{9} i \epsilon^{kil} \{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\} + \frac{1}{2} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{5}{9} i \epsilon^{kil} \{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\}, \tag{C.159}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, \mathcal{O}_3^{kc}]] & = -\frac{17872N_c - 34725}{768} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} - \frac{196856N_c - 65447}{101376} i \epsilon^{kim} f^{c8e} \\
 & \times f^{8eg} \{J^i, G^{mg}\} - \frac{17872N_c - 36093}{2304} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{N_c(323928N_c - 571207)}{101376} i f^{c8e} \\
 & \times d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{N_c(323928N_c - 571207)}{101376} i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{3431}{2304} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & - \frac{17872N_c - 34725}{1152} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{17872N_c - 34725}{1152} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_3^{kg} \\
 & - \frac{17872N_c - 34725}{576} \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + \frac{17872N_c - 34725}{576} \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{17872N_c - 34725}{1152} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{17872N_c - 34725}{1152} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} \\
 & - \frac{17872N_c - 34725}{576} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{17872N_c - 34725}{1152} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
 & - \frac{17872N_c - 34725}{1152} d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{17872N_c - 34725}{576} d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
 & - \frac{71488N_c - 2085N_f - 130560}{9216} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{323928N_c - 571207}{50688} \\
 & \times i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} - \frac{77}{192} i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{N_c(24904N_c + 49808N_f - 323928) + 571207}{25344N_f} i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
 & - \frac{196856N_c - 65447}{50688} i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{260392N_c - 318327}{12672} i\epsilon^{kim} \\
 & \times \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\} - \frac{196856N_c - 65447}{25344} i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{196856N_c - 65447}{25344} i\epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\} - \frac{323928N_c - 571207}{50688} i\epsilon^{rim} d^{c8e} \\
 & \times \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\} - \frac{323928N_c - 571207}{67584} i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\} \\
 & - \frac{696344N_c - 971293}{50688} i f^{c8e} \{J^k, \{\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{696344N_c - 971293}{50688} \\
 & \times i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{696344N_c - 971293}{50688} i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
 & + \frac{696344N_c - 971293}{50688} i f^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} - \frac{696344N_c - 912317}{50688} i f^{c8e} \\
 & \times \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} + \frac{323928N_c - 571207}{50688} d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\} \\
 & - \frac{323928N_c - 571207}{50688} d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\} - \frac{3971N_c - 15805}{3168} \\
 & \times [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}] - \frac{260392N_c - 318327}{25344} [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}] \\
 & + \frac{260392N_c - 318327}{25344} \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\} + \frac{323928N_c - 571207}{50688} i\epsilon^{kim} f^{cea} f^{8eb} \\
 & \times \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\} + \frac{19}{48} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{283}{576} N_c i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} - \frac{283}{576} N_c i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg} \\
 & + \frac{29}{8} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{91}{24} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg} - \frac{343}{72} d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg} + \frac{12}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{k8} + \frac{455}{576} \\
 & \times \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} - \frac{1607}{576} \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} - \frac{19}{24} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{19}{24} d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} - \frac{35744N_c - 67123}{1152} d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{53}{24} d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{343}{72} d^{88e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{35744N_c - 63507}{1152} \\
 & \times d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{48} (9N_f + 55) \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} \\
 & + \frac{17872N_c - 34725}{576} \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{17872N_c - 34725}{576} \\
 & \times \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{457}{1152} \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
 & + \frac{695}{1152} \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\} + \frac{35744N_c - 68755}{2304} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
 & + \frac{35744N_c - 69907}{2304} d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{695}{1152} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\} \\
 & + \frac{283}{576} (N_c + N_f) i\epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\} + \frac{35744N_c - 68755}{1152} i\epsilon^{kil}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{ \{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} + \frac{283}{288} i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg} \\
 & + \frac{1843}{1584} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, T^8 \} \} \} + \frac{283}{144 N_f} i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{ J^2, \{ J^2, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \\
 & - \frac{1843}{1584} d^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} - \frac{77}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_2^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{1843}{1584} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{rc} \}, \{ G^{k8}, T^8 \} \} \} + \frac{1843}{1584} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{r8} \}, \{ G^{kc}, T^8 \} \} \} \\
 & - \frac{283}{576} i \epsilon^{kim} \{ J^2, \{ \{ T^c, T^8 \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} - \frac{13}{36} i \epsilon^{kim} \{ J^2, \{ \{ G^{rc}, G^{r8} \}, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \\
 & - \frac{77}{48} i \epsilon^{kim} \{ J^2, \{ \{ G^{r8}, G^{r8} \}, \{ J^i, G^{mc} \} \} \} + \frac{77}{48} i \epsilon^{rim} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, \{ G^{ic}, G^{m8} \} \} \} \} \\
 & + \frac{283}{288} i \epsilon^{rim} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ J^r, \{ G^{i8}, G^{me} \} \} \} \} + \frac{283}{288} i \epsilon^{kim} f^{cae} f^{8eb} \{ J^2, \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, T^b \} \} \} \\
 & + \frac{73}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^k, \{ \{ J^i, G^{ie} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \} + \frac{73}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{re} \}, [J^2, G^{k8}] \} \} \\
 & - \frac{6095}{3168} i f^{c8e} \{ J^2, \{ \{ J^r, G^{r8} \}, [J^2, G^{ke}] \} \} - \frac{73}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} \\
 & + \frac{73}{96} i f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \} + \frac{1843}{1584} i \epsilon^{kim} [\{ T^8, \{ J^r, G^{r8} \} \}, \{ J^2, \{ J^i, G^{mc} \} \}] \\
 & - \frac{283}{288} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} + \frac{283}{288} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, [G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \}] \} \} \\
 & + \frac{257}{288} \{ J^2, [G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \}] \} + \frac{13}{72} \{ J^2, [G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \} \\
 & - \frac{13}{72} \{ J^2, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, [G^{k8}, \{ J^r, G^{r8} \}] \} \} + \frac{5}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_7^{kg} + \frac{5}{4} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_7^{kg} - d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_7^{kg} \\
 & + \frac{5}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_7^{k8} - \frac{5}{2} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \} - \frac{3}{2} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ G^{rc}, G^{r8} \} \} \} \} \\
 & + \frac{13}{12} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \} + \frac{5}{4} d^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \} \\
 & + d^{88e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} \} + \frac{4}{3} d^{88e} \{ J^2, \{ J^2, \{ G^{ke}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \} \\
 & + \frac{5}{8} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{ J^2, \{ J^2, \{ T^e, \{ J^i, G^{m8} \} \} \} \} - \frac{13}{12} \{ J^2, \{ G^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \} \\
 & + \frac{19}{12} \{ J^2, \{ G^{k8}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \} \} \} + \frac{5}{4} \{ J^2, \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{mc} \}, \{ G^{r8}, G^{r8} \} \} \} \} \\
 & + \frac{3}{4} \{ J^2, \{ J^k, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ G^{r8}, G^{rc} \} \} \} \} - \frac{7}{6} d^{c8e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_3^{ke}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{7}{6} d^{88e} \{ J^2, \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ J^r, G^{re} \} \} \} - \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{ab8} \{ J^2, \{ \{ J^i, G^{m8} \}, \{ T^a, \{ G^{rb}, G^{rc} \} \} \} \} \\
 & + \frac{85}{36} i \epsilon^{kil} \{ J^2, [\{ J^i, G^{l8} \}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{rc} \} \}] \} - \frac{1}{4} \{ \mathcal{D}_3^{kc}, \{ \{ J^m, G^{m8} \}, \{ J^r, G^{r8} \} \} \} \\
 & - \frac{71}{18} i \epsilon^{kil} \{ J^2, \{ J^i, \{ J^r, [G^{l8}, \{ G^{r8}, \{ J^m, G^{mc} \} \}] \} \} \} \}. \tag{C.160}
 \end{aligned}$$

Apéndice D

Base de operadores y elementos de matriz para los momentos magnéticos

Base de operadores para la representación **8** magnética

El observable de momento magnético para bariones también se descompone en un conjunto de operadores. Debido a que necesitamos una base, hemos optado por reducir las estructuras de espín-sabor y acumular el mínimo de operadores independientes que generan al observable. Como ya se ha mencionado, algunos de los elementos de esta base son compartidos con la corriente vectorial axial. Esto es, los elementos $\{O_1, O_2, O_3, \dots O_{19}\}$ son idénticos a su contraparte magnética $\{\mathbb{O}_1, \mathbb{O}_2, \mathbb{O}_3, \dots \mathbb{O}_{19}\}$. Por otra parte, los elementos 20 a 41 de la base para la representación **8** de sabor magnética (D.1) son:

$$\begin{array}{ll}
 \mathbb{O}_{20}^{kc} = d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke}, & \mathbb{O}_{21}^{kc} = d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke}, \\
 \mathbb{O}_{22}^{kc} = \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & \mathbb{O}_{23}^{kc} = \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \\
 \mathbb{O}_{24}^{kc} = \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}, & \mathbb{O}_{25}^{kc} = \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{O}_{26}^{kc} = \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & \mathbb{O}_{27}^{kc} = \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \\
 \mathbb{O}_{28}^{kc} = d^{c8e} \mathcal{D}_6^{ke}, & \mathbb{O}_{29}^{kc} = \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{O}_{30}^{kc} = \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, & \mathbb{O}_{31}^{kc} = \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}\}, \\
 \mathbb{O}_{32}^{kc} = \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}\}, & \mathbb{O}_{33}^{kc} = i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [J^2, G^{ke}]\}\}, \\
 \mathbb{O}_{34}^{kc} = d^{c8e} \mathcal{D}_7^{ke}, & \mathbb{O}_{35}^{kc} = d^{c8e} \mathcal{O}_7^{ke}, \\
 \mathbb{O}_{36}^{kc} = \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, & \mathbb{O}_{37}^{kc} = \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{O}_{38}^{kc} = \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}\}, & \mathbb{O}_{39}^{kc} = \{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{O}_{40}^{kc} = \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, & \mathbb{O}_{41}^{kc} = \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}.
 \end{array}$$

Tabla D.1: Base de operadores \mathbb{O}_i para la representación **8** de sabor magnéticos.

Ahora que se han presentado los cuarenta y un elementos de la base $\{\mathbb{O}_i\}$, sus elementos de matriz aparecen en las tablas (D.2, D.3, D.4). Para los miembros del octete de bariones tenemos la tabla:

	n	p	Σ^-	Σ^0	Σ^+	Ξ^-	Ξ^0	Λ	$\Sigma^0\Lambda$
$\langle \mathbb{O}_1^{33} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
$\langle \mathbb{O}_2^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle \mathbb{O}_3^{33} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_4^{33} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_5^{33} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-1	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_7^{33} \rangle$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	-1	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\langle \mathbb{O}_9^{33} \rangle$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	-1	0	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{10}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	-1	0	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{11}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{12}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	-2	0	2	$-\frac{11}{8}$	$\frac{11}{8}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\langle \mathbb{O}_{15}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	-3	0	3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{16}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{26}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	-3	0	3	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_1^{38} \rangle$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	0
$\langle \mathbb{O}_2^{38} \rangle$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\langle \mathbb{O}_3^{38} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_4^{38} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_5^{38} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_7^{38} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	0
$\langle \mathbb{O}_9^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	0
$\langle \mathbb{O}_{10}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	0
$\langle \mathbb{O}_{11}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{12}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	0
$\langle \mathbb{O}_{15}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{16}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle \mathbb{O}_{26}^{38} \rangle$	$-\frac{7}{8}$	$-\frac{7}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{2}$	0

Tabla D.2: Elementos de matriz $\langle \mathbb{O}_i \rangle$ para los momentos magnéticos de bariones en el octete. Representación $\mathbf{8}$ de sabor. Los componentes iso-vectoriales de la tabla corresponden a $\sqrt{3}\langle \mathbb{O}_i^{33} \rangle$.

Para los miembros de la decupleta de bariones tenemos los elementos de matriz:

	Δ^{++}	Δ^+	Δ^0	Δ^-	Σ^{*+}	Σ^{*0}	Σ^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^{*-}	Ω^-
$\langle O_1^{33} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0
$\langle O_2^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle O_3^{33} \rangle$	$\frac{9}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0
$\langle O_4^{33} \rangle$	$\frac{9}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{9}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0
$\langle O_5^{33} \rangle$	$\frac{9}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{9}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0
$\langle O_7^{33} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{45}$	$\frac{15}{2}$	0	$-\frac{15}{2}$	$\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$	0
$\langle O_9^{33} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{45}$	$\frac{15}{2}$	0	0	$-\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	0
$\langle O_{10}^{33} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{45}$	0	0	0	$-\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	0
$\langle O_{11}^{33} \rangle$	$\frac{27}{2}$	$\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{27}{2}$	0	0	0	$-\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	0
$\langle O_{12}^{33} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{45}$	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	0
$\langle O_{15}^{33} \rangle$	$\frac{135}{8}$	$\frac{45}{8}$	$-\frac{45}{8}$	$-\frac{135}{8}$	0	0	0	$-\frac{45}{8}$	$\frac{45}{8}$	0
$\langle O_{16}^{33} \rangle$	$\frac{135}{8}$	$\frac{45}{8}$	$-\frac{45}{8}$	$-\frac{135}{8}$	0	0	0	$-\frac{45}{8}$	$\frac{45}{8}$	0
$\langle O_{26}^{33} \rangle$	$\frac{675}{8}$	$\frac{225}{8}$	$-\frac{225}{8}$	$-\frac{675}{8}$	0	0	0	$-\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	0
$\langle O_1^{38} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\langle O_2^{38} \rangle$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
$\langle O_3^{38} \rangle$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
$\langle O_4^{38} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	3
$\langle O_5^{38} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	3
$\langle O_7^{38} \rangle$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$	0	0	0	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{2}$
$\langle O_9^{38} \rangle$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	0	0	0	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{2}$
$\langle O_{10}^{38} \rangle$	$\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}$	0	0	0	$\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{2}$
$\langle O_{11}^{38} \rangle$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	0	0	0	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	18
$\langle O_{12}^{38} \rangle$	$\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{15}{2}$
$\langle O_{15}^{38} \rangle$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	0	0	0	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{2}{45}$
$\langle O_{16}^{38} \rangle$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	0	0	0	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{2}{45}$
$\langle O_{26}^{38} \rangle$	$\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	0	0	0	$\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	$\frac{2}{2}$

Tabla D.3: Elementos de matriz $\langle O_i \rangle$ para los momentos magnéticos de bariones en la decupleta. Representación $\mathbf{8}$ de sabor. Los componentes iso-vectoriales de la tabla corresponden a las entradas $\sqrt{3}\langle O_i^{33} \rangle$.

Por último, la siguiente tabla muestra los elementos de matriz $\langle \mathbb{O}_i \rangle$ de transición:

	$\Delta^+ p$	$\Delta^0 n$	$\Sigma^{*0} \Lambda$	$\Sigma^{*0} \Sigma^0$	$\Sigma^{*+} \Sigma^+$	$\Sigma^{*-} \Sigma^-$	$\Xi^{*0} \Xi^0$	$\Xi^{*-} \Xi^-$
$\langle \mathbb{O}_1^{33} \rangle$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\langle \mathbb{O}_4^{33} \rangle$	2	2	0	0	0	0	-1	1
$\langle \mathbb{O}_5^{33} \rangle$	0	0	0	0	2	-2	1	-1
$\langle \mathbb{O}_8^{33} \rangle$	3	3	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle \mathbb{O}_9^{33} \rangle$	3	3	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-2	2
$\langle \mathbb{O}_{10}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{2}$	1	-1
$\langle \mathbb{O}_1^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\langle \mathbb{O}_4^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	-1	-1
$\langle \mathbb{O}_5^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	-1	-1
$\langle \mathbb{O}_8^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle \mathbb{O}_9^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-2	-2
$\langle \mathbb{O}_{10}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-2	-2

Tabla D.4: Elementos de matriz $\langle \mathbb{O}_i \rangle$ para los momentos magnéticos de transición. Representación **8** de sabor. Los componentes iso-vectoriales e iso-escalares corresponden a las respectivas entradas $\sqrt{6}\langle \mathbb{O}_i^{33} \rangle$ and $\sqrt{2}\langle \mathbb{O}_i^{38} \rangle$.

Base de operadores para la representación **27** magnética

También se tienen elementos comunes entre las bases axial y magnética para la representación **27** de sabor. Aquí, los elementos $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_{35}\}$ son idénticos a sus contrapartes magnéticas $\{\mathbb{T}_1, \mathbb{T}_2, \mathbb{T}_3, \dots, \mathbb{T}_{35}\}$. Por otro lado, los elementos 36 a 167 de la base para la representación **8** magnética (D.7) son:

$$\begin{aligned}
 \mathbb{T}_{36}^{kc} &= \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\}, & \mathbb{T}_{37}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{38}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg}, & \mathbb{T}_{39}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_4^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{40}^{kc} &= i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg}, & \mathbb{T}_{41}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_4^{k8}, \\
 \mathbb{T}_{42}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}, & \mathbb{T}_{43}^{kc} &= d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\}, \\
 \mathbb{T}_{44}^{kc} &= i \epsilon^{kim} f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^i, G^{mg}\}\}, & \mathbb{T}_{45}^{kc} &= i \epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{46}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, T^8\}\}, & \mathbb{T}_{47}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{48}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}, & \mathbb{T}_{49}^{kc} &= d^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{50}^{kc} &= d^{88e} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}, & \mathbb{T}_{51}^{kc} &= i f^{c8e} \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\},
 \end{aligned}$$

Tabla D.5: Base de operadores \mathbb{T}_i para la representación **27** de sabor magnética I.

$$\begin{aligned}
 \mathbb{T}_{52}^{kc} &= \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}, \\
 \mathbb{T}_{54}^{kc} &= \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\}, \\
 \mathbb{T}_{56}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{58}^{kc} &= i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{60}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{62}^{kc} &= i f^{c8e} \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}, \\
 \mathbb{T}_{64}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{66}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{68}^{kc} &= [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \\
 \mathbb{T}_{70}^{kc} &= i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{ra}, G^{rb}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{72}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{74}^{kc} &= i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{76}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_5^{k8}, \\
 \mathbb{T}_{78}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{80}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{k8}, \\
 \mathbb{T}_{82}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, \{T^8, T^8\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{84}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{86}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{88}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{90}^{kc} &= d^{88e} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{92}^{kc} &= \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{94}^{kc} &= \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{96}^{kc} &= \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{98}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{100}^{kc} &= d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{102}^{kc} &= \epsilon^{kim} f^{ab8} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{104}^{kc} &= i\epsilon^{kil} [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}], \\
 \mathbb{T}_{106}^{kc} &= d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{108}^{kc} &= i f^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{110}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{112}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{114}^{kc} &= \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{116}^{kc} &= d^{88e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{118}^{kc} &= \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{120}^{kc} &= \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{122}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{124}^{kc} &= i\epsilon^{rim} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{126}^{kc} &= i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{e8b} \{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{128}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}\}, \\
 \mathbb{T}_{130}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, \\
 \mathbb{T}_{132}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{53}^{kc} &= \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}, \\
 \mathbb{T}_{55}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{57}^{kc} &= i\epsilon^{rim} \{G^{k8}, \{J^r, \{G^{ic}, G^{m8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{59}^{kc} &= i\epsilon^{kim} f^{cae} f^{e8b} \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, T^b\}\}, \\
 \mathbb{T}_{61}^{kc} &= i f^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}, \\
 \mathbb{T}_{63}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{65}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{67}^{kc} &= [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}], \\
 \mathbb{T}_{69}^{kc} &= \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{71}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{73}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{75}^{kc} &= i d^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{77}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{79}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{O}_5^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{81}^{kc} &= d^{c88} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}, \\
 \mathbb{T}_{83}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{85}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{87}^{kc} &= d^{88e} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{89}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{91}^{kc} &= d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{93}^{kc} &= \epsilon^{kim} f^{c8e} \{J^2, \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{95}^{kc} &= \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{97}^{kc} &= \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{rc}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{99}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{101}^{kc} &= d^{88e} \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{103}^{kc} &= i\epsilon^{kim} d^{c8e} \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{105}^{kc} &= f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_6^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{107}^{kc} &= d^{ceg} d^{88e} \mathcal{D}_6^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{109}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_6^{k8}, \\
 \mathbb{T}_{111}^{kc} &= d^{88e} \{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{113}^{kc} &= \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{115}^{kc} &= d^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{117}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, \{\mathcal{D}_2^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{119}^{kc} &= \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{121}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{T^c, T^8\}, \{J^i, G^{m8}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{123}^{kc} &= i\epsilon^{kim} \{J^2, \{\{G^{r8}, G^{r8}\}, \{J^i, G^{mc}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{125}^{kc} &= i\epsilon^{rim} d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{J^r, \{G^{i8}, G^{me}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{127}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, \\
 \mathbb{T}_{129}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}\}, \\
 \mathbb{T}_{131}^{kc} &= i f^{c8e} \{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\}, \\
 \mathbb{T}_{133}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\},
 \end{aligned}$$

 Tabla D.6: Base de operadores \mathbb{T}_i para la representación **27** de sabor magnética II.

$$\begin{aligned}
 \mathbb{T}_{134}^{kc} &= i\epsilon^{kim}\{\{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}, \{J^2, \{J^i, G^{mc}\}\}\}, & \mathbb{T}_{135}^{kc} &= d^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, \\
 \mathbb{T}_{136}^{kc} &= d^{c8e}\{J^2, \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}\}, & \mathbb{T}_{137}^{kc} &= \{J^2, [G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{138}^{kc} &= \{J^2, [G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\}, & \mathbb{T}_{139}^{kc} &= \{J^2, \{\{J^m, G^{mc}\}, [G^{k8}, \{J^r, G^{r8}\}]\}\}, \\
 \mathbb{T}_{140}^{kc} &= f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_7^{kg}, & \mathbb{T}_{141}^{kc} &= d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_7^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{142}^{kc} &= d^{ceg}d^{88e}\mathcal{D}_7^{kg}, & \mathbb{T}_{143}^{kc} &= \delta^{c8}\mathcal{D}_7^{k8}, \\
 \mathbb{T}_{144}^{kc} &= f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_7^{kg}, & \mathbb{T}_{145}^{kc} &= d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_7^{kg}, \\
 \mathbb{T}_{146}^{kc} &= d^{ceg}d^{88e}\mathcal{O}_7^{kg}, & \mathbb{T}_{147}^{kc} &= \delta^{c8}\mathcal{O}_7^{k8}, \\
 \mathbb{T}_{148}^{kc} &= d^{c88}\{J^2, \{J^2, \{J^2, J^k\}\}\}, & \mathbb{T}_{149}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{150}^{kc} &= \{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}\}, & \mathbb{T}_{151}^{kc} &= d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{152}^{kc} &= d^{88e}\{J^2, \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}\}, & \mathbb{T}_{153}^{kc} &= d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{154}^{kc} &= d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\}\}, & \mathbb{T}_{155}^{kc} &= d^{88e}\{J^2, \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{156}^{kc} &= d^{88e}\{J^2, \{J^2, \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}\}, & \mathbb{T}_{157}^{kc} &= \epsilon^{kim}f^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{158}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\}, & \mathbb{T}_{159}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{re}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{160}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{mc}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}\}, & \mathbb{T}_{161}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{G^{r8}, G^{re}\}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{162}^{kc} &= d^{c8e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & \mathbb{T}_{163}^{kc} &= d^{88e}\{J^2, \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}\}, \\
 \mathbb{T}_{164}^{kc} &= \epsilon^{kim}f^{ab8}\{J^2, \{\{J^i, G^{m8}\}, \{T^a, \{G^{rb}, G^{rc}\}\}\}\}, & \mathbb{T}_{165}^{kc} &= i\epsilon^{kil}\{J^2, [\{J^i, G^{l8}\}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{rc}\}\}]\}, \\
 \mathbb{T}_{166}^{kc} &= \{\mathcal{D}_3^{kc}, \{\{J^m, G^{m8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & \mathbb{T}_{167}^{kc} &= i\epsilon^{kil}\{J^2, \{J^i, \{J^r, [G^{l8}, \{G^{r8}, \{J^m, G^{mc}\}]\}\}\}\}.
 \end{aligned}$$

 Tabla D.7: Base de operadores \mathbb{T}_i para la representación **27** de sabor magnética III.

Por último mostraremos las tablas que contienen los elementos de matriz de la base \mathbb{T}_i .

	n	p	Σ^-	Σ^0	Σ^+	Ξ^-	Ξ^0	Λ	$\Lambda\Sigma^0$
$\langle\mathbb{T}_{233}\rangle$	$-\frac{5}{36}$	$\frac{5}{36}$	$-\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$	$-\frac{1}{36}$	0	$\frac{1}{6\sqrt{3}}$
$\langle\mathbb{T}_{333}\rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle\mathbb{T}_{433}\rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle\mathbb{T}_{633}\rangle$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	0	0
$\langle\mathbb{T}_{733}\rangle$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	0	0
$\langle\mathbb{T}_{833}\rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle\mathbb{T}_{933}\rangle$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	0	0	0	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	0	0
$\langle\mathbb{T}_{1033}\rangle$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle\mathbb{T}_{1533}\rangle$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
$\langle\mathbb{T}_{1633}\rangle$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$
$\langle\mathbb{T}_{1933}\rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

 Tabla D.8: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en el octete I: representación **27** de sabor.

	n	p	Σ^-	Σ^0	Σ^+	Ξ^-	Ξ^0	Λ	$\Lambda\Sigma^0$
$\langle T_{25}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0
$\langle T_{26}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0
$\langle T_{27}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{48}$	$\frac{5}{48}$	-1	0	1	$\frac{17}{48}$	$-\frac{17}{48}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle T_{28}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{48}$	$\frac{5}{48}$	-2	0	2	$\frac{11}{48}$	$-\frac{11}{48}$	0	0
$\langle T_{29}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{24}$	$\frac{5}{24}$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{11}{24}$	$\frac{11}{24}$	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$
$\langle T_{30}^{33} \rangle$	$\frac{5}{24}$	$-\frac{5}{24}$	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{11}{24}$	$-\frac{11}{24}$	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
$\langle T_{31}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{24}$	$\frac{5}{24}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{32}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{24}$	$\frac{5}{24}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{33}^{33} \rangle$	$\frac{5}{24}$	$-\frac{5}{24}$	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{34}^{33} \rangle$	$\frac{5}{24}$	$-\frac{5}{24}$	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{46}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
$\langle T_{47}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{17}{16}$	$\frac{17}{16}$	0	0
$\langle T_{48}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	0	0	0	$\frac{11}{16}$	$-\frac{11}{16}$	0	0
$\langle T_{49}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	0	0	0	$\frac{11}{16}$	$-\frac{11}{16}$	0	0
$\langle T_{50}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{52}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{53}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{54}^{33} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	-1	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{58}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\langle T_{65}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$
$\langle T_{66}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{4}$
$\langle T_{94}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	-1	0	1	$\frac{9}{16}$	$-\frac{9}{16}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\langle T_{95}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	-1	0	1	$\frac{9}{16}$	$-\frac{9}{16}$	0	0
$\langle T_{96}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	-3	0	3	$\frac{17}{16}$	$-\frac{17}{16}$	0	$\sqrt{3}$
$\langle T_{97}^{33} \rangle$	$-\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	-2	0	2	$\frac{17}{16}$	$-\frac{17}{16}$	0	0
$\langle T_{98}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{99}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{100}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	-1	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{101}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	1	0	-1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0
$\langle T_{120}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{27}{16}$	$\frac{27}{16}$	0	0
$\langle T_{132}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{27}{16}$	$\frac{27}{16}$	0	0
$\langle T_{133}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{15}{16}$	0	0	0	$\frac{9}{16}$	$-\frac{9}{16}$	0	0
$\langle T_{166}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{15}{16}$	-3	0	3	$\frac{27}{16}$	$-\frac{27}{16}$	0	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

 Tabla D.9: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en el octete IA: representación **27** de sabor IA.

	n	p	Σ^-	Σ^0	Σ^+	Ξ^-	Ξ^0	Λ	$\Lambda\Sigma^0$
$\langle T_2^{38} \rangle$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{6}$	0
$\langle T_3^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_4^{38} \rangle$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_6^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0
$\langle T_7^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0
$\langle T_8^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	0
$\langle T_9^{38} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	0
$\langle T_{10}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	0
$\langle T_{15}^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{16}^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{19}^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{2}{3}$	0
$\langle T_{25}^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	0	0
$\langle T_{26}^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	0	0
$\langle T_{27}^{38} \rangle$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{5}{16}$	$-\frac{5}{16}$	$-\frac{1}{4}$	0
$\langle T_{28}^{38} \rangle$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{16}{51}$	$-\frac{16}{51}$	$-\frac{1}{4}$	0
$\langle T_{29}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{16}{17}$	$-\frac{16}{17}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{30}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{8}{17}$	$-\frac{8}{17}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{31}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{32}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{33}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{34}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\langle T_{46}^{38} \rangle$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	0	0
$\langle T_{47}^{38} \rangle$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	0	0	0	$-\frac{5}{16}$	$-\frac{5}{16}$	0	0
$\langle T_{48}^{38} \rangle$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	0	0	0	$-\frac{5}{16}$	$-\frac{5}{16}$	0	0
$\langle T_{49}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{16}$	0	0	0	$-\frac{16}{153}$	$-\frac{16}{153}$	0	0
$\langle T_{50}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{16}$	0	0	0	$-\frac{16}{153}$	$-\frac{16}{153}$	0	0
$\langle T_{52}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{27}$	0	0	0	$-\frac{8}{27}$	$-\frac{8}{27}$	0	0
$\langle T_{53}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{27}$	0	0	0	$-\frac{8}{27}$	$-\frac{8}{27}$	0	0
$\langle T_{54}^{38} \rangle$	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{27}$	0	0	0	$-\frac{8}{27}$	$-\frac{8}{27}$	0	0
$\langle T_{58}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle T_{65}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle T_{66}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle T_{94}^{38} \rangle$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{3}{8}$	0
$\langle T_{95}^{38} \rangle$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{3}{8}$	0
$\langle T_{96}^{38} \rangle$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$-\frac{153}{16}$	$-\frac{153}{16}$	$-\frac{3}{8}$	0
$\langle T_{97}^{38} \rangle$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$-\frac{16}{153}$	$-\frac{16}{153}$	$-\frac{3}{8}$	0
$\langle T_{98}^{38} \rangle$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	$-\frac{16}{27}$	$-\frac{16}{27}$	0	0

 Tabla D.10: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en el octete II: representación $\mathbf{27}$ de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{3}\langle T_i^{38} \rangle$.

	n	p	Σ^-	Σ^0	Σ^+	Ξ^-	Ξ^0	Λ	$\Lambda\Sigma^0$
$\langle \mathbb{T}_{99}^{38} \rangle$	$\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	0	0	0	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{27}{8}$	0	0
$\langle \mathbb{T}_{100}^{38} \rangle$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	-3	-3	-3	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{27}{8}$	-3	0
$\langle \mathbb{T}_{101}^{38} \rangle$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	-2	-2	-2	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{27}{8}$	-2	0
$\langle \mathbb{T}_{120}^{38} \rangle$	$\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	0	0	0	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{81}{16}$	0	0
$\langle \mathbb{T}_{132}^{38} \rangle$	$\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	0	0	0	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{81}{16}$	0	0
$\langle \mathbb{T}_{133}^{38} \rangle$	$\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	0	0	0	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{81}{16}$	0	0
$\langle \mathbb{T}_{166}^{38} \rangle$	$\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	9	9	9	$-\frac{243}{16}$	$-\frac{243}{16}$	-9	0

Tabla D.11: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en el octete IIA: representación **27** de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{3}\langle \mathbb{T}_i^{38} \rangle$.

	Δ^{++}	Δ^+	Δ^0	Δ^-	Σ^{*+}	Σ^{*0}	Σ^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^{*-}	Ω^-
$\langle \mathbb{T}_2^{33} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	0
$\langle \mathbb{T}_3^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle \mathbb{T}_4^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle \mathbb{T}_6^{33} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_7^{33} \rangle$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_8^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle \mathbb{T}_9^{33} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_{10}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_{15}^{33} \rangle$	$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{4}$	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_{16}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{15}{4}$	$-\frac{5}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_{19}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle \mathbb{T}_{25}^{33} \rangle$	$\frac{9}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{9}{4}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_{26}^{33} \rangle$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0
$\langle \mathbb{T}_{27}^{33} \rangle$	$\frac{15}{16}$	$\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{16}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{9}{16}$	$-\frac{9}{16}$	0
$\langle \mathbb{T}_{28}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{16}$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{15}{16}$	0	0	0	$\frac{9}{16}$	$-\frac{9}{16}$	0
$\langle \mathbb{T}_{29}^{33} \rangle$	$\frac{15}{16}$	$\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{16}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	0
$\langle \mathbb{T}_{30}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{16}$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{15}{16}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	0
$\langle \mathbb{T}_{31}^{33} \rangle$	$\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	0	0	0	$-\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}$	0

Tabla D.12: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en la decupleta I: representación **27** de sabor.

	Δ^{++}	Δ^+	Δ^0	Δ^-	Σ^{*+}	Σ^{*0}	Σ^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^{*-}	Ω^-
$\langle T_{32}^{33} \rangle$	$\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	0	0	0	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	0
$\langle T_{33}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	0	0	0	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	0
$\langle T_{34}^{33} \rangle$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	$\frac{15}{8}$	0	0	0	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{15}{8}$	0
$\langle T_{46}^{33} \rangle$	$\frac{27}{4}$	$\frac{4}{4}$	$-\frac{4}{4}$	$-\frac{27}{4}$	0	0	0	$-\frac{27}{4}$	$-\frac{4}{4}$	0
$\langle T_{47}^{33} \rangle$	$\frac{45}{16}$	$\frac{15}{16}$	$-\frac{15}{16}$	$-\frac{45}{16}$	3	0	-3	$\frac{27}{16}$	$-\frac{27}{16}$	0
$\langle T_{48}^{33} \rangle$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	2	0	-2	$\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	0
$\langle T_{49}^{33} \rangle$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	0	0	0	$-\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	0
$\langle T_{50}^{33} \rangle$	$-\frac{48}{45}$	$-\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{48}{45}$	0	0	0	$\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	0
$\langle T_{52}^{33} \rangle$	$\frac{48}{45}$	$\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{48}{45}$	0	0	0	$\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	0
$\langle T_{53}^{33} \rangle$	$\frac{48}{45}$	$\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{48}{45}$	0	0	0	$\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	0
$\langle T_{54}^{33} \rangle$	$\frac{48}{45}$	$\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{48}{45}$	0	0	0	$\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	0
$\langle T_{94}^{33} \rangle$	$\frac{8}{225}$	$\frac{8}{75}$	$-\frac{8}{75}$	$-\frac{8}{225}$	0	0	0	$\frac{8}{75}$	$-\frac{8}{75}$	0
$\langle T_{95}^{33} \rangle$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{75}$	$-\frac{16}{75}$	$-\frac{16}{225}$	0	0	0	$\frac{16}{75}$	$-\frac{16}{75}$	0
$\langle T_{96}^{33} \rangle$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{75}$	$-\frac{16}{75}$	$-\frac{16}{225}$	$\frac{15}{2}$	0	$-\frac{15}{2}$	$\frac{135}{16}$	$-\frac{135}{16}$	0
$\langle T_{97}^{33} \rangle$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{75}$	$-\frac{16}{75}$	$-\frac{16}{225}$	0	0	0	$\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	0
$\langle T_{98}^{33} \rangle$	$\frac{16}{135}$	$\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{135}$	0	0	0	$\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	0
$\langle T_{99}^{33} \rangle$	$\frac{8}{135}$	$\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{135}$	0	0	0	$\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	0
$\langle T_{100}^{33} \rangle$	$\frac{8}{225}$	$\frac{8}{75}$	$-\frac{8}{75}$	$-\frac{8}{225}$	0	0	0	$-\frac{8}{75}$	$\frac{8}{75}$	0
$\langle T_{101}^{33} \rangle$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{75}$	$\frac{8}{75}$	$\frac{8}{225}$	0	0	0	$\frac{8}{75}$	$-\frac{8}{75}$	0
$\langle T_{120}^{33} \rangle$	$\frac{8}{675}$	$\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{675}$	0	0	0	$\frac{225}{8}$	$-\frac{225}{8}$	0
$\langle T_{132}^{33} \rangle$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{675}$	0	0	0	$\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{225}$	0
$\langle T_{133}^{33} \rangle$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{675}$	0	0	0	$\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{225}$	0
$\langle T_{166}^{33} \rangle$	$\frac{16}{3375}$	$\frac{16}{1125}$	$-\frac{16}{1125}$	$-\frac{16}{3375}$	0	0	0	$\frac{16}{1125}$	$-\frac{16}{1125}$	0

 Tabla D.13: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en la decupleta IA: representación **27** de sabor.

	Δ^{++}	Δ^+	Δ^0	Δ^-	Σ^{*+}	Σ^{*0}	Σ^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^{*-}	Ω^-
$\langle T_2^{38} \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
$\langle T_3^{38} \rangle$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle T_4^{38} \rangle$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle T_6^{38} \rangle$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle T_7^{38} \rangle$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$

 Tabla D.14: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en la decupleta II: representación **27** de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{3}\langle T_i^{38} \rangle$.

	Δ^{++}	Δ^+	Δ^0	Δ^-	Σ^{*+}	Σ^{*0}	Σ^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^{*-}	Ω^-
$\langle T_8^{38} \rangle$	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{4}$	0	0	0	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{2}$
$\langle T_9^{38} \rangle$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle T_{10}^{38} \rangle$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle T_{15}^{38} \rangle$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	0	0	0	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{2}$
$\langle T_2^{38} \rangle$	$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{1}$	0	0	0	$-\frac{4}{1}$	$-\frac{4}{1}$	$-\frac{4}{1}$
$\langle T_3^{38} \rangle$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{4}$	0	0	0	$-\frac{4}{4}$	$-\frac{4}{4}$	$-\frac{4}{4}$
$\langle T_4^{38} \rangle$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle T_6^{38} \rangle$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	0	0	0	$-\frac{3}{3}$	$-\frac{3}{3}$	$-\frac{3}{3}$
$\langle T_7^{38} \rangle$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$
$\langle T_8^{38} \rangle$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle T_9^{38} \rangle$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle T_{10}^{38} \rangle$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle T_{15}^{38} \rangle$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$	0	0	0	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{2}$
$\langle T_{16}^{38} \rangle$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	0	0	0	$-\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$	$-\frac{4}{15}$
$\langle T_{19}^{38} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	0	0	0	$-\frac{4}{45}$	$-\frac{4}{45}$	$-\frac{4}{45}$
$\langle T_{25}^{38} \rangle$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$
$\langle T_{26}^{38} \rangle$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$
$\langle T_{27}^{38} \rangle$	$\frac{15}{16}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{15}{16}$	0	0	0	$-\frac{27}{16}$	$-\frac{27}{16}$	$-\frac{15}{16}$
$\langle T_{28}^{38} \rangle$	$\frac{16}{15}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{16}{15}$	0	0	0	$-\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$
$\langle T_{29}^{38} \rangle$	$-\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	$-\frac{16}{15}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{16}{27}$	$-\frac{16}{27}$	$-\frac{16}{27}$
$\langle T_{30}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{8}{27}$	$-\frac{8}{27}$	$-\frac{8}{27}$
$\langle T_{31}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	0	0	0	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$
$\langle T_{32}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	0	0	0	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$
$\langle T_{33}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	0	0	0	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$
$\langle T_{34}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	0	0	0	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{8}{15}$
$\langle T_{46}^{38} \rangle$	$\frac{27}{8}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{27}{8}$	0	0	0	$-\frac{8}{27}$	$-\frac{8}{27}$	$-\frac{8}{27}$
$\langle T_{47}^{38} \rangle$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$	0	0	0	$-\frac{81}{4}$	$-\frac{81}{4}$	$-\frac{45}{4}$
$\langle T_{48}^{38} \rangle$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	0	0	0	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{81}{16}$	$-\frac{45}{16}$
$\langle T_{49}^{38} \rangle$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{16}{45}$	0	0	0	$-\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$	$-\frac{16}{45}$
$\langle T_{50}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	0	0	0	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$
$\langle T_{52}^{38} \rangle$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	0	0	0	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$
$\langle T_{53}^{38} \rangle$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	0	0	0	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$
$\langle T_{54}^{38} \rangle$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{8}{45}$	0	0	0	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$	$-\frac{8}{45}$
$\langle T_{94}^{38} \rangle$	$\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	$\frac{225}{8}$	0	0	0	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$
$\langle T_{95}^{38} \rangle$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{225}$	0	0	0	$-\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{225}$	$-\frac{16}{225}$

Tabla D.15: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en la decupleta IIA: representación **27** de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{3}\langle T_i^{38} \rangle$.

	Δ^{++}	Δ^+	Δ^0	Δ^-	Σ^{*+}	Σ^{*0}	Σ^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^{*-}	Ω^-
$\langle \mathbb{T}_{96}^{38} \rangle$	$\frac{225}{16}$	$\frac{225}{16}$	$\frac{225}{16}$	$\frac{225}{16}$	0	0	0	$-\frac{405}{16}$	$-\frac{405}{16}$	$-\frac{225}{2}$
$\langle \mathbb{T}_{97}^{38} \rangle$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{225}$	$\frac{16}{225}$	0	0	0	$-\frac{16}{405}$	$-\frac{16}{405}$	$-\frac{2}{225}$
$\langle \mathbb{T}_{98}^{38} \rangle$	$\frac{16}{135}$	$\frac{16}{135}$	$\frac{16}{135}$	$\frac{16}{135}$	0	0	0	$-\frac{16}{135}$	$-\frac{16}{135}$	$-\frac{2}{135}$
$\langle \mathbb{T}_{99}^{38} \rangle$	$\frac{8}{135}$	$\frac{8}{135}$	$\frac{8}{135}$	$\frac{8}{135}$	0	0	0	$-\frac{8}{135}$	$-\frac{8}{135}$	-135
$\langle \mathbb{T}_{100}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	0	0	0	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{2}{225}$
$\langle \mathbb{T}_{101}^{38} \rangle$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	0	0	0	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{8}{225}$	$-\frac{2}{225}$
$\langle \mathbb{T}_{120}^{38} \rangle$	$\frac{8}{675}$	$\frac{8}{675}$	$\frac{8}{675}$	$\frac{8}{675}$	0	0	0	$-\frac{8}{675}$	$-\frac{8}{675}$	$-\frac{2}{675}$
$\langle \mathbb{T}_{132}^{38} \rangle$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{675}$	0	0	0	$-\frac{16}{675}$	$-\frac{16}{675}$	$-\frac{2}{675}$
$\langle \mathbb{T}_{133}^{38} \rangle$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{675}$	$\frac{16}{675}$	0	0	0	$-\frac{16}{675}$	$-\frac{16}{675}$	$-\frac{2}{675}$
$\langle \mathbb{T}_{166}^{38} \rangle$	$\frac{3375}{16}$	$\frac{3375}{16}$	$\frac{3375}{16}$	$\frac{3375}{16}$	0	0	0	$-\frac{3375}{16}$	$-\frac{3375}{16}$	$-\frac{3375}{2}$

 Tabla D.16: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de bariones en la decupleta IIB: representación **27** de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{3}\langle \mathbb{T}_i^{38} \rangle$.

	$\Delta^+ p$	$\Delta^0 n$	$\Sigma^{*0} \Lambda$	$\Sigma^{*0} \Sigma^0$	$\Sigma^{*+} \Sigma^+$	$\Sigma^{*-} \Sigma^-$	$\Xi^{*0} \Xi^0$	$\Xi^{*-} \Xi^-$
$\langle \mathbb{T}_2^{33} \rangle$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{9}$
$\langle \mathbb{T}_3^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle \mathbb{T}_9^{33} \rangle$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\langle \mathbb{T}_{10}^{33} \rangle$	0	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\langle \mathbb{T}_{21}^{33} \rangle$	1	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\langle \mathbb{T}_{22}^{33} \rangle$	-1	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\langle \mathbb{T}_{23}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle \mathbb{T}_{25}^{33} \rangle$	2	2	0	0	0	0	1	-1
$\langle \mathbb{T}_{26}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	-1	1
$\langle \mathbb{T}_{27}^{33} \rangle$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{13}{12}$	$-\frac{13}{12}$
$\langle \mathbb{T}_{28}^{33} \rangle$	0	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{5}{12}$
$\langle \mathbb{T}_{31}^{33} \rangle$	1	1	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\langle \mathbb{T}_{32}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{7}{6}$	$-\frac{7}{6}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\langle \mathbb{T}_{33}^{33} \rangle$	-1	-1	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$

 Tabla D.17: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de transición I: representación **27** de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{2}\langle \mathbb{T}_i^{33} \rangle$.

	$\Delta^+ p$	$\Delta^0 n$	$\Sigma^{*0} \Lambda$	$\Sigma^{*0} \Sigma^0$	$\Sigma^{*+} \Sigma^+$	$\Sigma^{*-} \Sigma^-$	$\Xi^{*0} \Xi^0$	$\Xi^{*-} \Xi^-$
$\langle T_{34}^{33} \rangle$	0	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$-\frac{7}{6}$	$\frac{7}{6}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\langle T_{45}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle T_{52}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	-1	1
$\langle T_{53}^{33} \rangle$	3	3	0	0	0	0	2	-2
$\langle T_{54}^{33} \rangle$	0	0	0	0	1	-1	-2	2
$\langle T_{55}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\langle T_{56}^{33} \rangle$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\sqrt{3}$	0	-2	2	$-\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$
$\langle T_{57}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0	0	0	0
$\langle T_{59}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	3	-3
$\langle T_{65}^{33} \rangle$	-3	-3	$-\frac{3\sqrt{3}}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
$\langle T_{66}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{3\sqrt{3}}{4}$	0	$-\frac{9}{4}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{9}{4}$
$\langle T_{67}^{33} \rangle$	-6	-6	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-2	2
$\langle T_{68}^{33} \rangle$	0	0	0	0	1	-1	$\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{2}$
$\langle T_{69}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	0	$\frac{7}{4}$	$-\frac{7}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\langle T_{70}^{33} \rangle$	0	0	$\frac{3\sqrt{3}}{8}$	0	$\frac{39}{8}$	$-\frac{39}{8}$	$\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$
$\langle T_{94}^{33} \rangle$	$\frac{13}{2}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{17}{4}$	$-\frac{17}{4}$
$\langle T_{95}^{33} \rangle$	0	0	0	0	1	-1	$-\frac{11}{4}$	$\frac{11}{4}$
$\langle T_{103}^{33} \rangle$	0	0	0	0	-9	9	$-\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$
$\langle T_{104}^{33} \rangle$	0	0	0	0	-3	3	$-\frac{21}{2}$	$\frac{21}{2}$
$\langle T_{120}^{33} \rangle$	0	0	0	0	$\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	-9	9
$\langle T_{121}^{33} \rangle$	0	0	0	0	0	0	$\frac{27}{2}$	$-\frac{27}{2}$
$\langle T_{122}^{33} \rangle$	0	0	$-\frac{9\sqrt{3}}{4}$	0	$-\frac{45}{4}$	$\frac{45}{4}$	$-\frac{45}{8}$	$\frac{45}{8}$
$\langle T_{123}^{33} \rangle$	$-\frac{27}{4}$	$-\frac{27}{4}$	$-\frac{9\sqrt{3}}{2}$	0	-9	9	$-\frac{117}{8}$	$\frac{117}{8}$
$\langle T_{134}^{33} \rangle$	-27	-27	0	0	0	0	$-\frac{27}{4}$	$\frac{27}{4}$
$\langle T_{167}^{33} \rangle$	0	0	$\frac{9\sqrt{3}}{8}$	0	$-\frac{81}{8}$	$\frac{81}{8}$	$-\frac{351}{8}$	$\frac{351}{8}$

 Tabla D.18: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de transición IA: representación **27** de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{2}\langle T_i^{33} \rangle$.

	Δ^+p	Δ^0n	$\Sigma^{*0}\Lambda$	$\Sigma^{*0}\Sigma^0$	$\Sigma^{*+}\Sigma^+$	$\Sigma^{*-}\Sigma^-$	$\Xi^{*0}\Xi^0$	$\Xi^{*-}\Xi^-$
$\langle T_2^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\langle T_3^{38} \rangle$	0	0	0	1	1	1	1	1
$\langle T_9^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	1	1
$\langle T_{10}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	1	1
$\langle T_{21}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
$\langle T_{22}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
$\langle T_{23}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
$\langle T_{25}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	3	3
$\langle T_{26}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	3	3
$\langle T_{27}^{38} \rangle$	0	0	0	2	2	2	$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$
$\langle T_{28}^{38} \rangle$	0	0	0	2	2	2	$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$
$\langle T_{31}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	2
$\langle T_{32}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	2
$\langle T_{33}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	2
$\langle T_{34}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	2
$\langle T_{45}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{27}{2}$	$-\frac{27}{2}$	$-\frac{27}{2}$	$-\frac{27}{2}$	$-\frac{27}{2}$
$\langle T_{52}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	6	6
$\langle T_{53}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	6	6
$\langle T_{54}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	6	6
$\langle T_{55}^{38} \rangle$	0	0	0	-6	-6	-6	$-\frac{39}{4}$	$-\frac{39}{4}$
$\langle T_{56}^{38} \rangle$	0	0	0	-6	-6	-6	$-\frac{39}{4}$	$-\frac{39}{4}$
$\langle T_{57}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle T_{59}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{45}{2}$	$\frac{45}{2}$	$\frac{45}{2}$	27	27
$\langle T_{65}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$
$\langle T_{66}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$
$\langle T_{67}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	-6	-6
$\langle T_{68}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	-6	-6
$\langle T_{69}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	-3	-3
$\langle T_{70}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{171}{8}$	$\frac{171}{8}$	$\frac{171}{8}$	$\frac{99}{4}$	$\frac{99}{4}$
$\langle T_{94}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{51}{8}$	$\frac{51}{8}$	$\frac{51}{8}$	$\frac{4}{51}$	$\frac{4}{51}$
$\langle T_{95}^{38} \rangle$	0	0	0	$\frac{51}{8}$	$\frac{51}{8}$	$\frac{51}{8}$	$\frac{4}{51}$	$\frac{4}{51}$
$\langle T_{103}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{27}{2}$	$-\frac{27}{2}$
$\langle T_{104}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	18	18
$\langle T_{120}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	27	27
$\langle T_{121}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{81}{2}$	$-\frac{81}{2}$
$\langle T_{122}^{38} \rangle$	0	0	0	-27	-27	-27	$-\frac{351}{8}$	$-\frac{351}{8}$
$\langle T_{123}^{38} \rangle$	0	0	0	-27	-27	-27	$-\frac{351}{8}$	$-\frac{351}{8}$
$\langle T_{134}^{38} \rangle$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{81}{4}$	$-\frac{81}{4}$
$\langle T_{167}^{38} \rangle$	0	0	0	$-\frac{189}{8}$	$-\frac{189}{8}$	$-\frac{189}{8}$	$\frac{621}{8}$	$\frac{621}{8}$

 Tabla D.19: Elementos de matriz para los momentos magnéticos de transición II: representación **27** de sabor. Las entradas corresponden a $\sqrt{6}\langle T_i^{38} \rangle$.

Apéndice E

Reglas de Feynman e integrales de lazo

La corriente vectorial axial y el momento magnético de bariones son cantidades físicas definidas por los elementos de matriz de los operadores A^{ia} , M^{ia} y sus contribuciones de lazo. Los últimos mencionados son el tema principal de este apéndice. Estos lazos de mesones se caracterizan por ser composiciones de siete vértices de interacción, mismos que están clasificados por sus características como vectores y vectores axiales. El primer grupo de vértices es el de naturaleza axial:

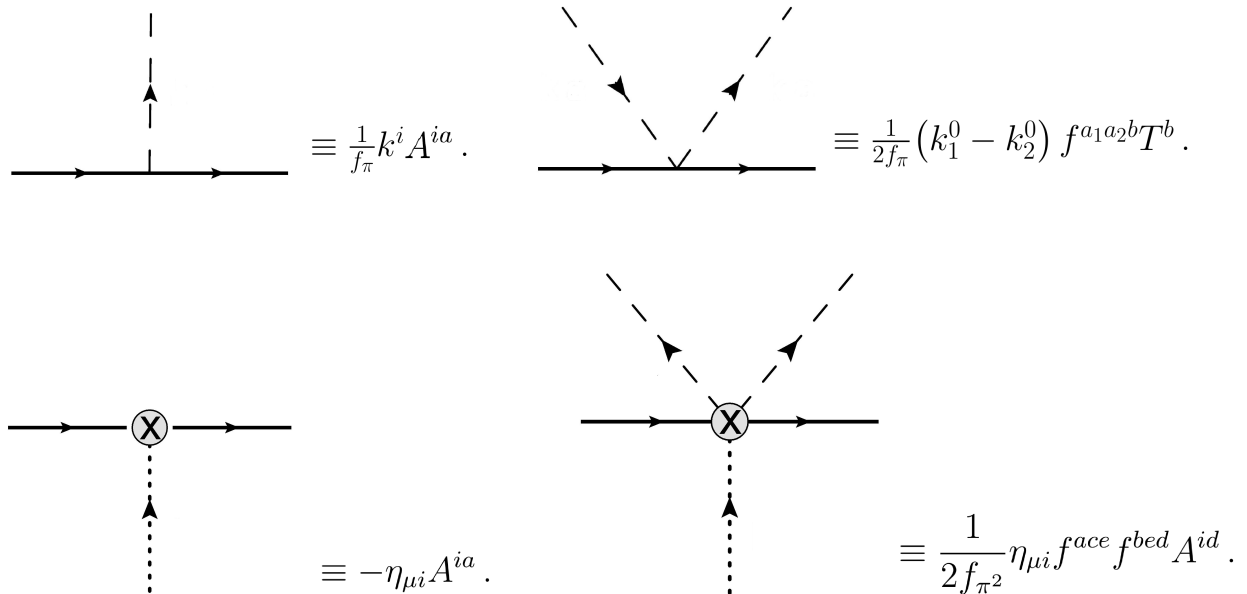


Figura E.1: Vértices de interacción involucrados en el desarrollo de la corriente vectorial axial.

Una de las ventajas operativas del formalismo combinado es la universalidad de los observables. En otras palabras, el operador que define la cantidad física (incluyendo las reglas de

Feynman) dentro del formalismo es el mismo para todo tipo de bariones en la teoría, ya sea para miembros del octete y/o decupleta de bariones.

Por otro lado, los diagramas de Feynman que dan origen a las correcciones perturbativas de los momentos magnéticos de bariones se forman con los dos primeros vértices axiales de E.1, y los siguientes tres vértices vectoriales con inserciones de corriente:

$$\begin{aligned} & \equiv i f^{abc} (k_1 + k_2)^\mu . & \equiv i \epsilon^{0\mu ij} f^{abc} f^{cbd} q^i M^{jd} . \\ & \equiv \frac{i}{f_\pi^2} \epsilon^{0\mu ij} f^{acd} f^{dbe} f^{egh} f^{hga_1} q^i M^{ja_1} . \end{aligned}$$

Figura E.2: Vértices de interacción involucrados en el desarrollo de los momentos magnéticos de bariones.

Ahora que hemos presentado los vértices de interacción necesarios para calcular los observables de corriente vectorial axial y de momentos magnéticos, resumiremos el proceso de integración. Hemos empleado el método de representación de Feynman para integrales, procedimiento presentado en las referencias [59, 82].

En principio, se utilizan todas las propiedades de las integrales en d -dimensiones y regularización dimensional. Durante el proceso de integración será usual la presencia de integrales escalares con la forma:

$$I(n, \alpha, \Lambda) = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^{2n}}{(k^2 - \Lambda^2)^\alpha} = i (-1)^{n-\alpha} \frac{1}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{\Gamma(n + \frac{d}{2}) \Gamma(\alpha - n - \frac{d}{2})}{\Gamma(\frac{d}{2}) \Gamma(\alpha)} (\Lambda^2)^{n-\alpha+\frac{d}{2}} . \quad (\text{E.1})$$

El primer ejemplo de tales integrales es (3.17), cuyo resultado (incluyendo la regularización dimensional) se reporta en (3.19). La parametrización de Feynman para propagadores estáticos

y relativistas opera como sigue, los denominadores que contienen propagadores de bariones pesados A_i , y propagadores relativistas B_i se representan por medio de integraciones sucesivas:

$$\frac{1}{A_1 \dots A_m B_1 \dots B_n} = 2^m \Gamma(m+n) \int_0^\infty d\lambda_1 \dots d\lambda_m \int_0^1 d\alpha_1 \dots d\alpha_n \delta(1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_n) \times \frac{1}{(2\lambda_1 A_1 + \dots + 2\lambda_m A_m + \alpha_1 B_1 + \dots + \alpha_n B_n)^{m+n}}, \quad (\text{E.2})$$

considerando esta representación para los propagadores podemos clasificar nuestras integrales de interés en dos tipos. El primero involucra integraciones con dos propagadores relativistas:

$$K(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{[(k+q)^2 - m_a^2] (k^2 - m_b^2)}, \quad (\text{E.3})$$

$$K^\nu(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\nu}{[(k+q)^2 - m_a^2] (k^2 - m_b^2)}, \quad (\text{E.4})$$

$$K^{\nu_1 \nu_2}(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^{\nu_1} k^{\nu_2}}{[(k+q)^2 - m_a^2] (k^2 - m_b^2)}. \quad (\text{E.5})$$

Una observación a la expresión (E.2) nos dice que un denominador que contiene dos propagadores relativistas se representa con un parámetro de Feynman:

$$\frac{1}{B_1 B_2} = \int_0^1 \frac{dx}{[B_1 + x(B_2 - B_1)]^2}. \quad (\text{E.6})$$

Para evaluar las integraciones (E.3-E.5) vamos a emplear la propiedad anterior. Primero designemos las etiquetas: $B_2 = (k+q)^2 - m_a^2$, y $B_1 = k^2 - m_b^2$. Posteriormente se explota la invarianza en parametrización de las integrales d-dimensionales. Esto es, realicemos un cambio de variables:

$$\kappa^\nu = k^\nu + xq^\nu, \quad \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \rightarrow \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d}, \quad (\text{E.7})$$

para el cual se producen estos cambios en el denominador:

$$D = [B_1 + x(B_2 - B_1)]^2 \rightarrow (\kappa^2 - x^2 q^2 + Ax + m_b^2)^2. \quad (\text{E.8})$$

donde $A = q^2 + m_b^2 - m_a^2$. Debido a que las integrales (E.3-E.5) son convergentes para $D > 0$, se puede invertir el orden de integración entre el parámetro de Feynman y la integración

d-dimensional:

$$K(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^1 dx \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\kappa^2 - x^2 q^2 + Ax + m_b^2)^2}, \quad (\text{E.9})$$

$$K^\nu(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^1 dx \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{(\kappa^\nu - xq^\nu)}{(\kappa^2 - x^2 q^2 + Ax + m_b^2)^2}, \quad (\text{E.10})$$

$$K^{\nu_1 \nu_2}(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^1 dx \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{(\kappa^{\nu_1} - xq^{\nu_1})(\kappa^{\nu_2} - xq^{\nu_2})}{(\kappa^2 - x^2 q^2 + Ax + m_b^2)^2}. \quad (\text{E.11})$$

En este punto es posible integrar (E.9) utilizando la expresión (E.1). Mientras que en las integraciones (E.10-E.11) se aplicán estas propiedades:

$$N(Q^2, \alpha, d) = \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{\kappa^\nu}{(\kappa^2 - Q^2)^\alpha} = 0, \quad (\text{E.12})$$

$$T^{\nu_1 \nu_2}(Q^2, n, d) = \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{\kappa^{\nu_1} \kappa^{\nu_2}}{(\kappa^2 - Q^2)^\alpha} = \eta^{\nu_1 \nu_2} G(Q^2, \alpha, d), \quad (\text{E.13})$$

en (E.13), la función $G(Q^2, \alpha, d)$ ¹ se obtiene al contraer los índices y despejar:

$$G(Q^2, \alpha, d) = \frac{1}{d} \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{\kappa^2}{(\kappa^2 - Q^2)^\alpha}. \quad (\text{E.14})$$

En resumen, las integraciones d-dimensionales en (E.9-E.11) se resuelven considerando los resultados (E.1, E.12, E.13, E.14):

$$K(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^1 dx I(0, 2, \Lambda_1), \quad (\text{E.15})$$

$$K^\nu(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} (-q^\nu) \int_0^1 dx x I(0, 2, \Lambda_1), \quad (\text{E.16})$$

$$K^{\nu_1 \nu_2}(m_a^2, m_b^2, q^2) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^1 dx \left[\delta^{\nu_1 \nu_2} \frac{I(1, 2, \Lambda_1)}{d} + q^{\nu_1} q^{\nu_2} x^2 I(0, 2, \Lambda_1) \right], \quad (\text{E.17})$$

en (E.15-E.17) hemos utilizado una notación, sea: $\Lambda_1 = x^2 q^2 - Ax - m_b^2$. En los desarrollos de esta tesis se ha elegido el esquema de regularización dimensional, además del convenio en el cuál se le asigna el valor a d : $d = 4 - \epsilon$. Para estas convenciones se tiene a un regulador $\lambda_\epsilon = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi)$, donde $\gamma_E \approx 0,5772$ es la constante de Euler-Mascheroni.

¹Al integrar y obtener la función G se debe hacer el cambio $\eta^{\nu_1 \nu_2} \rightarrow \delta^{\nu_1 \nu_2}$, sustitución que se produce por la aplicación del teorema de rotación de Wick.

El valor de las integrales (E.3-E.5) es:

$$\begin{aligned}
 \frac{(4\pi)^2}{i} K(m_a^2, m_b^2, q^2) &\approx (\lambda_\epsilon + 2) - \frac{1}{2} \log \left[\frac{(m_a^2 - 2m_b^2) m_b^2}{(\mu^2)^2} \right] - \frac{1}{2q^2} (m_a^2 - m_b^2) \times \\
 &\log \left(\frac{m_a^2 - 2m_b^2}{m_b^2} \right) - \frac{1}{q^2} \sqrt{2q^2 (m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2} \times \\
 &\left[\arctan \left(\frac{m_a^2 - m_b^2 + q^2}{\sqrt{2q^2 (m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2}} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \arctan \left(\frac{m_a^2 - m_b^2 - q^2}{\sqrt{2q^2 (m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2}} \right) \right] + \mathcal{O}(\epsilon). \quad (\text{E.18})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i \frac{(4\pi)^2}{q^2} q_\nu K^\nu(m_a^2, m_b^2, q^2) &\approx \frac{1}{2} \lambda_\epsilon + \frac{1}{2} \log(\mu^2) + \frac{1}{2q^2} (m_b^2 - m_a^2 + 2q^2) + \frac{1}{4(q^2)^2} \times \\
 &\left\{ \left[(m_a^2 - m_b^2)^2 - q^2 (q^2 + 2m_a^2 - 4m_b^2) \right] \log(m_a^2 - 2m_b^2) - 2i (m_a^2 - m_b^2 - q^2) \times \right. \\
 &\quad \left. \sqrt{(m_a^2 - m_b^2)^2 + q^2 (q^2 + 6m_b^2 - 2m_a^2)} \arctan \left(i \frac{m_a^2 - m_b^2 + q^2}{\sqrt{(m_a^2 - m_b^2)^2 + q^2 (q^2 + 6m_b^2 - 2m_a^2)}} \right) \right\} \\
 &- \frac{1}{4(q^2)^2} \left\{ \left[(m_a^2 - m_b^2)^2 - q^2 (q^2 + 2m_a^2 - 4m_b^2) \right] \log(-m_b^2) - 2i (m_a^2 - m_b^2 - q^2) \times \right. \\
 &\quad \left. \sqrt{(m_a^2 - m_b^2)^2 + q^2 (q^2 + 6m_b^2 - 2m_a^2)} \arctan \left(i \frac{m_a^2 - m_b^2 - q^2}{\sqrt{(m_a^2 - m_b^2)^2 - q^2 (q^2 + 6m_b^2 - 2m_a^2)}} \right) \right\}. \quad (\text{E.19})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{32\pi^2}{i} K^{\nu_1\nu_2}(m_a^2, m_b^2, q^2) &\approx \left\{ \frac{(\lambda_\epsilon + 1) + \log(\mu^2)}{2} \left(m_a^2 - 3m_b^2 - \frac{q^2}{3} \right) + \frac{2}{3} m_a^2 - 2m_b^2 - \frac{5}{18} q^2 \right. \\
 &- \frac{(m_a^2 - m_b^2)^2}{6q^2} + \frac{(m_a^2 - m_b^2 + q^2)}{12(q^2)^2} \left[(m_a^2 - m_b^2)^2 + q^2 (q^2 - 4m_a^2 + 10m_b^2) \right] \log(m_a^2 - 2m_b^2) \\
 &- \frac{(m_a^2 - m_b^2 - q^2)}{12(q^2)^2} \left[(m_a^2 - m_b^2)^2 + q^2 (q^2 + 8m_b^2 - 2m_a^2) \right] \log(-m_b^2) \\
 &+ \frac{\left[2q^2 (m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{6(q^2)^2} \\
 &\quad \times \left[\arctan \left(\frac{m_a^2 - m_b^2 - q^2}{\sqrt{2q^2 (m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2}} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \arctan \left(\frac{m_a^2 - m_b^2 + q^2}{\sqrt{2q^2(m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2}} \right) \Big] \Big\} \delta^{\nu_1 \nu_2} + 2q^{\nu_1} q^{\nu_2} \left\{ \frac{\lambda_\epsilon + \log(\mu^2)}{3} \right. \\
 & - \frac{13}{18} + \frac{5m_a^2 - 9m_b^2}{6q^2} - \frac{m_a^2 - m_b^2}{3(q^2)^2} + \frac{1}{6} \log[-(m_a^2 - 2m_b^2)m_b^2] + \frac{1}{6(q^2)^3} \left[(m_a^2 - m_b^2)^3 \right. \\
 & \left. - 3q^2(m_a^2 - 2m_b^2)(m_a^2 - m_b^2) + 3(m_a^2 - 2m_b^2)(q^2)^2 \right] \log[-(m_a^2 - 2m_b^2)m_b^2] - \frac{i}{3(q^2)^3} \times \\
 & \left[(m_a^2 - m_b^2)^2 + q^2(q^2 + 3m_b^2 - 2m_a^2) \right] \sqrt{(m_a^2 - m_b^2)^2 + q^2(q^2 + 6m_b^2 - 2m_a^2)} \\
 & \quad \times \left[\arctan \left(\frac{m_a^2 - m_b^2 - q^2}{\sqrt{2q^2(m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2}} \right) \right. \\
 & \left. - \arctan \left(\frac{m_a^2 - m_b^2 + q^2}{\sqrt{2q^2(m_a^2 - 3m_b^2) - (m_a^2 - m_b^2)^2 - (q^2)^2}} \right) \right] \Big\}. \tag{E.20}
 \end{aligned}$$

El segundo tipo de integraciones incluye un propagador estático y uno(dos) relativista(s), además de la estructura tensorial:

$$E(p_0, m) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{[v(p-k)](k^2 - m^2)}, \tag{E.21}$$

$$E^{\nu_1 \nu_2}(p_0, m) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^{\nu_1} k^{\nu_2}}{[v(p-k)](k^2 - m^2)}, \tag{E.22}$$

$$E^{ij\nu}(p_0, m_a, m_b) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^i (k^j + q^j) (2k^\nu + q^\nu)}{[v(p-k)](k^2 - m_a^2) [(k+q)^2 - m_b^2]}. \tag{E.23}$$

En la primera situación es necesario representar el producto de propagadores con un parámetro de Feynman (tal y como lo dice (E.2)):

$$\frac{1}{A_1 B_1} = \int_0^\infty dx \frac{2}{(2xA_1 + B_1)^2}. \tag{E.24}$$

sean: $A_1 = v(p-k)$, y $B_1 = k^2 - m^2$. Ahora se explota la invarianza en parametrización, y la convergencia de la integración. En este sentido se realizan dos cambios de variable:

$$\kappa^\nu = k^\nu - xv^\nu, \quad x = x' + p_0, \tag{E.25}$$

aplicando estos cambios, el denominador en (E.22) toma la forma:

$$D = (2xA_1 + B_1)^2 \rightarrow (\kappa^2 - x'^2 + p_0^2 - m^2)^2. \quad (\text{E.26})$$

En la integración con estructura tensorial (E.19) se deben aplicar las propiedades (E.12-E.13):

$$E(p_0, m) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_{-p_0}^{\infty} dx' \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{2}{(\kappa^2 - x'^2 + p_0^2 - m^2)^2}, \quad (\text{E.27})$$

$$E^{\nu_1 \nu_2}(p_0, m) = (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_{-p_0}^{\infty} dx' \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{2 \left[\frac{\eta^{\nu_1 \nu_2}}{d} \kappa^2 + (x' + p_0)^2 v^{\nu_1} v^{\nu_2} \right]}{(\kappa^2 - x'^2 + p_0^2 - m^2)^2}, \quad (\text{E.28})$$

aquí debemos separar el dominio de integración para el parámetro de Feynman en dos:

$$-p_0 \leq x' \leq 0, \quad 0 \leq x' < \infty.$$

Las integraciones (E.27, E.28) en el dominio finito se evalúan de la misma forma que en el caso relativista, es decir, usando el resultado (E.1). Por otro lado, en el dominio infinito es necesario realizar una integración $d+1$ dimensional.

$$\begin{aligned} E(p_0, m) &= 2 (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_{-p_0}^0 dx' I(0, 2, \Lambda_2) \\ &+ 2 (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^{\infty} dx' \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\kappa^2 - \Lambda_2)^2}, \end{aligned} \quad (\text{E.29})$$

$$\begin{aligned} E^{\nu_1 \nu_2}(p_0, m) &= 2 (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_{-p_0}^0 dx' \left[\frac{\eta^{\nu_1 \nu_2}}{d} I(1, 2, \Lambda_2) + (x' + p_0)^2 v^{\nu_1} v^{\nu_2} I(0, 2, \Lambda_2) \right] \\ &+ 2 (\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^{\infty} dx' \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{\left[\frac{\eta^{\nu_1 \nu_2}}{d} \kappa^2 + (x' + p_0)^2 v^{\nu_1} v^{\nu_2} \right]}{(\kappa^2 - \Lambda_2)^2}, \end{aligned} \quad (\text{E.30})$$

donde se ha realizado una sustitución: $\Lambda_2 = x'^2 + m^2 - p_0^2$. Las integraciones en el dominio infinito se evalúan en el espacio $d+1$ dimensional. Aquí es necesario considerar los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \Omega(d) &= \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma(\frac{d}{2}-1)}, & B(x, y) &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2x-1}(\theta) \sin^{2y-1}(\theta), \\ \int_0^{\infty} \frac{l^N dl}{(l^2+Q^2)^R} &= \frac{B(\frac{n+1}{2}, \frac{2R-N-1}{2})}{2(Q^2)^{\frac{2R-N-1}{2}}}. \end{aligned} \quad (\text{E.31})$$

donde $\Omega(d)$ es el elemento de volumen d -dimensional, y $B(x, y)$ es la función beta.

Evaluemos la integral $d+1$ dimensional de (E.29). Primero se integra la parte angular:

$$\int_0^\infty dx' \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\kappa^2 - x'^2 + p_0^2 - m^2)^2} = \Omega(d) \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\kappa^{d-1} dx' d\kappa}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\kappa^2 - x'^2 + p_0^2 - m^2)^2},$$

a continuación se realiza una rotación de Wick, es decir, se sustituye $k_0 \rightarrow ik_0$. Esto nos permite hacer las integrales en un espacio Euclidiano, para el cuál: $\kappa^2 \rightarrow -\kappa_E^2$. En este punto se introducen coordenadas polares, $\kappa = r \cos(\theta)$, $x' = r \sin(\theta)$, $dx d\kappa = r dr d\theta$. Observemos que el dominio $0 \leq \kappa < \infty$, $0 \leq x' < \infty$ corresponde al primer cuadrante de un círculo de radio infinito, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq r < \infty$:

$$\int_0^\infty dx' \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\kappa^2 - x'^2 + p_0^2 - m^2)^2} = \frac{\Omega(d)}{(2\pi)^d} 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos \theta)^{d-1} d\theta \int_0^\infty \frac{r^d dr}{[r^2 + m_a^2 - p_0^2]^2},$$

Utilizando los resultados de las expresiones (E.31) podemos evaluar nuestra integral:

$$\int_0^\infty dx' \int \frac{d^d \kappa}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\kappa^2 - x'^2 + p_0^2 - m^2)^2} = \Omega(d) B\left(\frac{d}{2}, \frac{1}{2}\right) \frac{B\left(\frac{d+1}{2}, \frac{4-d-1}{2}\right)}{2(m_a^2 - p_0^2)^{\frac{4-d-1}{2}}}. \quad (\text{E.32})$$

Con un proceso similar es posible evaluar todas las integraciones similares. Alrededor de las cuatro dimensiones espaciales, este es el resultado de las integraciones (E.21, E.22):

$$E(p_0, m) \approx \frac{i}{8\pi^2} \left[p_0 \left(\lambda_\epsilon + 2 - \log\left(\frac{m^2}{\mu^2}\right) \right) - 2\sqrt{m^2 - p_0^2} \arctan\left(\frac{p_0}{m^2 - p_0^2}\right) \right] - 4\pi^2 \sqrt{m^2 - p_0^2}, \quad (\text{E.33})$$

$$\begin{aligned} E^{\nu_1 \nu_2}(p_0, m) \approx & -\frac{i}{24\pi^2} \delta^{\nu_1 \nu_2} \left\{ p_0 \left(p_0^2 - \frac{3}{2} m^2 \right) \lambda_\epsilon - p_0 \left(p_0^2 - \frac{3}{2} m^2 \right) \log\left(\frac{m^2}{\mu^2}\right) + \frac{8}{3} p_0^3 \right. \\ & \left. - \frac{7}{2} p_0 m^2 + 2(m^2 - p_0^2)^{\frac{3}{2}} \arctan\left(\frac{p_0}{\sqrt{m^2 - p_0^2}}\right) + \frac{\pi}{2} (m^2 - p_0^2)^{\frac{3}{2}} \right\} \\ & + \frac{i}{24\pi^2} \nu^{\nu_1} \nu^{\nu_2} \left\{ \frac{p_0}{2} (5p_0^2 - 3m^2) \lambda_\epsilon + \frac{p_0}{4} \left(\frac{95}{3} p_0^3 - 17m^2 \right) + \frac{\pi}{2} (m^2 - p_0^2)^{\frac{3}{2}} \right. \\ & + \frac{3}{2} p_0 (p_0^2 - m^2) \log\left(\frac{m^2 - p_0^2}{\mu^2}\right) - p_0 (4p_0^2 - 3m^2) \log\left(\frac{m^2}{\mu^2}\right) \\ & \left. + \frac{2(m^2)^2 - 5m^2 p_0^2 + 4p_0^4}{\sqrt{m^2 - p_0^2}} \arctan\left(\frac{p_0}{\sqrt{m^2 - p_0^2}}\right) - \frac{3}{2} \pi p_0^2 \sqrt{m^2 - p_0^2} \right\}. \quad (\text{E.34}) \end{aligned}$$

Ahora consideremos la integración (E.23). En acuerdo a (E.2) necesitamos dos parámetros de Feynman para representar a su denominador:

$$\frac{1}{A_1 B_1 B_2} = \int_0^\infty d\lambda_1 \int_0^1 d\alpha_1 \frac{4}{[2\lambda_1 A_1 + \alpha_1 (B_1 - B_2) + B_2]^3}, \quad (\text{E.35})$$

El procedimiento de integración consiste en hacer una extensión de dominio para el parámetro de Feynman del propagador relativista α_1 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1 B_1 B_2} &= \int_0^\infty d\lambda_1 \int_0^\infty d\alpha_1 \frac{4}{[2\lambda_1 A_1 + \alpha_1 (B_1 - B_2) + B_2]^3} \\ &\quad - \int_0^\infty d\lambda_1 \int_1^\infty d\alpha_1 \frac{4}{[2\lambda_1 A_1 + \alpha_1 (B_1 - B_2) + B_2]^3}, \end{aligned}$$

en la segunda integral se hace el cambio de variable $\alpha_1 = \alpha'_1 + 1$, de esto se obtiene la expresión:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1 B_1 B_2} &= \int_0^\infty d\lambda_1 \int_0^\infty d\alpha_1 \frac{4}{[2\lambda_1 A_1 + \alpha_1 (B_1 - B_2) + B_2]^3} \\ &\quad - \int_0^\infty d\lambda_1 \int_0^\infty d\alpha'_1 \frac{4}{[2\lambda_1 A_1 + \alpha'_1 (B_1 - B_2) + B_1]^3}, \end{aligned} \quad (\text{E.36})$$

Los desarrollos subsecuentes son una generalización de los presentados anteriormente. Cabe mencionar que los resultados de estas integraciones sobrepasan el espacio disponible en un apéndice, razón por la cual solo se mostrara el proceso que ordena la integración.

Iniciemos designando etiquetas, nombremos: $A_1 = p_0 - k_0$, $B_1 = (k + q)^2 - m_b^2$, y $B_2 = k^2 - m_a^2$. En este caso, etiquetemos a los denominadores por su orden de aparición en (E.36):

$$\begin{aligned} D_1 &= [2\lambda_1 A_1 + \alpha_1 (B_1 - B_2) + B_2]^3 \\ D_2 &= [2\lambda_1 A_1 + \alpha_1 (B_1 - B_2) + B_1]^3. \end{aligned} \quad (\text{E.37})$$

explotando la invarianza en parametrización, realicemos estos cambios de variable:

$$\begin{aligned} k_1^\mu &= \kappa_1^\mu - (\alpha_1 q^\mu - \lambda_1 v^\mu), \\ k_2^\mu &= \kappa_2^\mu - [(\alpha'_1 + 1) q^\mu - \lambda_1 v^\mu], \end{aligned} \quad (\text{E.38})$$

también introduzcamos nuevas de integración para los parámetros de Feynman:

$$\alpha = uv, \quad \lambda = u(1 - v), \quad d\alpha d\lambda = ududv; \quad 0 \leq u < \infty, \quad 0 \leq v \leq 1,$$

Se ordenan los terminos de los denominadores en polinomios cuadraticos en κ^μ , y u . Posteriormente se define una nueva variable de integración w :

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{u-s_i}{\sqrt{[v(q^\mu+v^\mu)-v^\mu]^2}}, & s_i &\leq w < \infty, \\
 s_1 &= -\frac{p_0+v\left(\frac{q^2+m_a^2-m_b^2}{2}-p_0\right)}{\sqrt{[v(q^\mu+v^\mu)-v^\mu]^2}}, & s_2 &= -\frac{p_0+q_0+v\left(\frac{m_a^2-m_b^2-q^2}{2}-p_0-q_0\right)}{\sqrt{[v(q^\mu+v^\mu)-v^\mu]^2}}.
 \end{aligned} \tag{E.39}$$

En este sentido, la integración (E.23) puede representarse con todos los desarrollos mencionados entre los incisos (E.36-E.39):

$$E^{ij\nu}(p_0, m_a, m_b) = 4(\mu^2)^{\frac{4-d}{2}} \int_0^1 \frac{dv}{\sqrt{[v(q^\mu+v^\mu)-v^\mu]^2}} (J_1^{ij\nu} - J_2^{ij\nu}) \tag{E.40}$$

donde aparecen las integraciones $J_1^{ij\nu}$, $J_2^{ij\nu}$, definidas por:

$$\begin{aligned}
 J_1^{ij\nu} &= \int_{s_1}^{\infty} (w+s_1) dw \int \frac{d^d \kappa_1}{(2\pi)^d} \frac{T_1^{ij\nu}}{[\kappa_1^2 - w^2 + s_1^2 - m_a^2]^3}, \\
 J_2^{ij\nu} &= \int_{s_2}^{\infty} (w+s_2) dw \int \frac{d^d \kappa_2}{(2\pi)^d} \frac{T_2^{ij\nu}}{[\kappa_2^2 - w^2 + s_2^2 - m_b^2]^3},
 \end{aligned} \tag{E.41}$$

donde se ha nombrado $T_1^{ij\nu}$, $T_2^{ij\nu}$ a las estructuras tensoriales de la integración en cuestión. En este punto del proceso se integran las expresiones (E.41), esto se hace partiendo el dominio del parámetro w en dos como se hizo en las integrales (E.29-E.30).

Uno de los valores límite de esta integral aparece en el desarrollo de las cargas vectoriales [52]. En tal desarrollo se requiere el valor de (E.20), tal que:

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} E^{ij0}(p_0, m_a, m_b) = I_a(\Delta, m_a, m_b, \mu; 0) \delta^{ij}$$

expresión que se presenta explícitamente en (3.55).

Bibliografía

- [1] Elizabeth Jenkins, & Aneesh V. Manohar. Baryon chiral perturbation theory using a heavy fermion lagrangain. *Physics Letters B*, 255(4):558-562, 1991. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(91\)90266-S](https://doi.org/10.1016/0370-2693(91)90266-S).
- [2] Elizabeth Jenkins, & Aneesh V. Manohar. Chiral corrections to the baryon axial currents. *Physics Letters B*, 259(3):353-358, 1991. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(91\)90840-M](https://doi.org/10.1016/0370-2693(91)90840-M).
- [3] Elizabeth Ellen Jenkins, Michael E. Luke, Aneesh V. Manohar, & Martin J. Savage. Chiral perturbation theory analysis of the baryon magnetic moments. *Phys. Lett. B*, 302(3):482-490, 1993. doi:10.1016/0370-2693(93)90430-P.[Erratum: Phys.Lett.B 388,866-866 (1996)].
- [4] Roger F. Dashen, Elizabeth Ellen Jenkins, & Aneesh V. Manohar. The $1/N_c$ expansion for baryons. *Phys. Rev. D*, 49:4713, 1994. doi:10.1103/PhysRevD.51.2489. [Erratum: PhysRevD. 51, 2489 (1995)].
- [5] Roger F. Dashen, Elizabeth Ellen Jenkins, & Aneesh V. Manohar. Spin flavour Structure of large N_c baryons. *Phys. Rev. D*, 51:3697-3727, 1995. doi:10.1103/PhysRevD.51.3697.
- [6] Roger F. Dashen, & Aneesh V. Manohar. $1/N_c$ corrections to the baryon axial currents in QCD. *Phys. Lett. B*, 315:438-440, 1993. doi:10.1016/0370-2693(93)91637-3.
- [7] Elizabeth Ellen Jenkins, & Richard F. Lebed. Baryon mass splittings in the $1/N_c$ expansion. *Phys. Rev. D*, 52:282-294, 1995. doi:10.1103/Phys.Rev.D.52.282.

- [8] Elizabeth Ellen Jenkins. Baryon hyperfine mass splittings in large N QCD. *Phys. Lett. B* **315** (1993), 441-446. doi:10.1016/0370-2693(93)91638-4 [arXiv:hep-ph/9307244 [hep-ph]].
- [9] J. Dai, R. F. Dashen, E. E. Jenkins and A. V. Manohar. Flavor symmetry breaking in the $1/N(c)$ expansion. *Phys. Rev. D* **53** (1996), 273-282 doi:10.1103/PhysRevD.53.273 [arXiv:hep-ph/9506273 [hep-ph]].
- [10] Rubén Flores-Mendieta. $V(us)$ from hyperon semileptonic decays. *Phys. Rev. D* **70** (2004), 114036. doi:10.1103/PhysRevD.70.114036 [arXiv:hep-ph/0410171 [hep-ph]].
- [11] Rubén Flores-Mendieta, Elizabeth Ellen Jenkins and Aneesh V Manohar. $SU(3)$ symmetry breaking in hyperon semileptonic decays. *Phys. Rev. D* **58** (1998), 094028 doi:10.1103/PhysRevD.58.094028 [arXiv:hep-ph/9805416 [hep-ph]].
- [12] E. E. Jenkins and A. V. Manohar. Baryon magnetic moments in the $1/N(c)$ expansion. *Phys. Lett. B* **335** (1994), 452-459 doi:10.1016/0370-2693(94)90377-8 [arXiv:hep-ph/9405431 [hep-ph]].
- [13] E. E. Jenkins, X. d. Ji and A. V. Manohar. $\Delta \rightarrow N \gamma$ in large $N(c)$ QCD. *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002), 242001 doi:10.1103/PhysRevLett.89.242001 [arXiv:hep-ph/0207092 [hep-ph]].
- [14] R. F. Lebed and D. R. Martin. Complete analysis of baryon magnetic moments in $1/N(c)$. *Phys. Rev. D* **70** (2004), 016008 doi:10.1103/PhysRevD.70.016008 [arXiv:hep-ph/0404160 [hep-ph]].
- [15] E. E. Jenkins. Baryon Magnetic Moments in the $1/N_c$ Expansion with Flavor Symmetry Breaking, *Phys. Rev. D* **85** (2012), 065007 doi:10.1103/PhysRevD.85.065007 [arXiv:1111.2055 [hep-ph]].
- [16] R. F. Dashen and A. V. Manohar. Baryon - pion couplings from large $N(c)$ QCD. *Phys. Lett. B* **315** (1993), 425-430 doi:10.1016/0370-2693(93)91635-Z [arXiv:hep-ph/9307241 [hep-ph]].
- [17] Rubén Flores-Mendieta, Christoph P. Hofmann, & Elizabeth Jenkins. Baryon-pion scattering in the $1/nc$ expansion. Tree diagram cancellations. *Phys. Rev. D*, **61**(11), 2000. ISSN 1089-4918. doi:10.1103/physrevd.61.116014.

- [18] R. G. Edwards, G. T. Fleming, Ph. Hägler, J. W. Negele, K. 969 Orginos, A. V. Pochinsky, D. B. Renner, D. G. Richards, and 970 W. Schroers (LHPC Collaboration). The Nucleon Axial 971 Charge in Full Lattice QCD. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 052001 972 (2006).
- [19] D. Guadagnoli, V. Lubicz, M. Papinutto, and S. Simula, 974 First lattice QCD study of the $\Sigma \rightarrow n$ axial and vector form 975 factors with SU(3) breaking corrections. *Nucl. Phys.* **B761**, 976 63 (2007).
- [20] T. Yamazaki, Y. Aoki, T. Blum, H. W. Lin, M. F. Lin, S. 978 Ohta, S. Sasaki, R. J. Tweedie, and J. M. Zanotti (RBC979 +UKQCD Collaboration). Nucleon Axial Charge in 2 + 1 Flavor Dynamical Lattice QCD with Domain Wall Fermions. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 171602 (2008).
- [21] S. Sasaki and T. Yamazaki, Lattice study of flavor SU(3) breaking in hyperon beta decay. *Phys. Rev. D* **79**, 074508 984 (2009).
- [22] M. Gockeler *et al.* [QCDSF/UKQCD]. Baryon Axial Charges and Momentum Fractions with $N_f = 2+1$ Dynamical Fermions. PoS **LATTICE2010** (2010), 163 doi:10.22323/1.105.0163 [arXiv:1102.3407 [hep-lat]].
- [23] P. E. Shanahan, A. N. Cooke, R. Horsley, Y. Nakamura, P. E. L. Rakow, G. Schierholz, A. W. Thomas, R. D. Young and J. M. Zanotti. SU(3) breaking in hyperon transition vector form factors. *Phys. Rev. D* **92** (2015) no.7, 074029 doi:10.1103/PhysRevD.92.074029 [arXiv:1508.06923 [nucl-th]].
- [24] B. Borasoy. Baryon axial currents. *Phys. Rev. D* **59** (1999), 054021 doi:10.1103/PhysRevD.59.054021 [arXiv:hep-ph/9811411 [hep-ph]].
- [25] S. L. Zhu, S. Puglia, and M. J. Ramsey-Musolf, Recoil order chiral corrections to baryon octet axial currents. *Phys. Rev. D* **63**, 034002 (2001).
- [26] S. L. Zhu, G. Sacco and M. J. Ramsey-Musolf. Recoil order chiral corrections to baryon octet axial currents and large N(c) QCD. *Phys. Rev. D* **66** (2002), 034021 doi:10.1103/PhysRevD.66.034021 [arXiv:hep-ph/0201179 [hep-ph]].
- [27] B. Borasoy, B. R. Holstein, R. Lewis and P. P. A. Ouimet. Long distance regularization in chiral perturbation theory with decuplet fields. *Phys. Rev. D* **66** (2002), 094020 doi:10.1103/PhysRevD.66.094020 [arXiv:hep-ph/0210092 [hep-ph]].

- [28] F. J. Jiang and B. C. Tiburzi. Chiral corrections to hyperon axial form factors. *Phys. Rev. D* **77** (2008), 094506 doi:10.1103/PhysRevD.77.094506 [arXiv:0801.2535 [hep-lat]].
- [29] P. Ha. Decuplet baryon magnetic moments in a QCD based quark model beyond quenched approximation. *Phys. Rev. D* **58** (1998), 113003 doi:10.1103/PhysRevD.58.113003 [arXiv:hep-ph/9804383 [hep-ph]].
- [30] P. Ha and L. Durand. Baryon magnetic moments in a QCD based quark model with loop corrections. *Phys. Rev. D* **58** (1998), 093008 doi:10.1103/PhysRevD.58.093008 [arXiv:hep-ph/9804382 [hep-ph]].
- [31] J. Franklin. Phenomenological quark model for baryon magnetic moments and beta decay ratios (GA/GV). *Phys. Rev. D* **66** (2002), 033010 doi:10.1103/PhysRevD.66.033010
- [32] H. Dahiya and M. Gupta. Octet and decuplet baryon magnetic moments in the chiral quark model. *Phys. Rev. D* **67** (2003), 114015 doi:10.1103/PhysRevD.67.114015 [arXiv:hep-ph/0211127 [hep-ph]].
- [33] B. Julia-Diaz and D. O. Riska. Baryon magnetic moments in relativistic quark models. *Nucl. Phys. A* **739** (2004), 69-88 doi:10.1016/j.nuclphysa.2004.03.078 [arXiv:hep-ph/0401096 [hep-ph]].
- [34] K. Berger, R. F. Wagenbrunn and W. Plessas. Covariant baryon charge radii and magnetic moments in a chiral constituent quark model. *Phys. Rev. D* **70** (2004), 094027 doi:10.1103/PhysRevD.70.094027 [arXiv:nucl-th/0407009 [nucl-th]].
- [35] A. Faessler, T. Gutsche, B. R. Holstein, V. E. Lyubovitskij, D. Nicmorus and K. Pumsa-ard. Light baryon magnetic moments and $N \rightarrow \Delta$ gamma transition in a Lorentz covariant chiral quark approach. *Phys. Rev. D* **74** (2006), 074010 doi:10.1103/PhysRevD.74.074010 [arXiv:hep-ph/0608015 [hep-ph]].
- [36] J. Linde, T. Ohlsson and H. Snellman. Decuplet baryon magnetic moments in the chiral quark model. *Phys. Rev. D* **57** (1998), 5916-5919 doi:10.1103/PhysRevD.57.5916 [arXiv:hep-ph/9709468 [hep-ph]].
- [37] T. M. Aliev, A. Ozpineci and M. Savci. Octet baryon magnetic moments in light cone QCD sum rules. *Phys. Rev. D* **66** (2002), 016002 [erratum: *Phys. Rev.*

- D **67** (2003), 039901] doi:10.1103/PhysRevD.67.039901 [arXiv:hep-ph/0204035 [hep-ph]].
- [38] S. T. Hong. Sum rules for baryon decuplet magnetic moments. *Phys. Rev. D* **76** (2007), 094029 doi:10.1103/PhysRevD.76.094029 [arXiv:hep-ph/0702162 [hep-ph]].
- [39] L. Wang and F. X. Lee. Octet baryon magnetic moments from QCD sum rules. *Phys. Rev. D* **78** (2008), 013003 doi:10.1103/PhysRevD.78.013003 [arXiv:0804.1779 [hep-ph]].
- [40] D. G. Caldi and H. Pagels. Chiral Perturbation Theory and the Magnetic Moments of the Baryon Octet. *Phys. Rev. D* **10** (1974), 3739 doi:10.1103/PhysRevD.10.3739
- [41] J. Gasser, M. E. Sainio and A. Svarc. Nucleons with Chiral Loops *Nucl. Phys. B* **307** (1988), 779-853 doi:10.1016/0550-3213(88)90108-3
- [42] A. Krause. Baryon Matrix Elements of the Vector Current in Chiral Perturbation Theory. *Helv. Phys. Acta* **63** (1990), 3-70 doi:10.5169/seals-116214
- [43] E. Jenkins, M. E. Luke, A. V. Manohar and M. J. Savage. *Phys. Lett. B* **302**, 482 (1993) [Erratum-ibid. B 388, 866 (1996)].
- [44] M. K. Banerjee and J. Milana. The Decuplet revisited in chi(P χ T). *Phys. Rev. D* **54** (1996), 5804-5811 doi:10.1103/PhysRevD.54.5804 [arXiv:hep-ph/9508340 [hep-ph]].
- [45] U. G. Meissner and S. Steininger. Baryon magnetic moments in chiral perturbation theory. *Nucl. Phys. B* **499** (1997), 349-367 doi:10.1016/S0550-3213(97)00313-1 [arXiv:hep-ph/9701260 [hep-ph]].
- [46] L. Durand and P. Ha. Chiral perturbation theory analysis of the baryon magnetic moments revisited. *Phys. Rev. D* **58** (1998), 013010 doi:10.1103/PhysRevD.58.013010 [arXiv:hep-ph/9712492 [hep-ph]].
- [47] S. J. Puglia and M. J. Ramsey-Musolf. Baryon octet magnetic moments in chiPT: More on the importance of the decuplet. *Phys. Rev. D* **62** (2000), 034010 doi:10.1103/PhysRevD.62.034010 [arXiv:hep-ph/9911542 [hep-ph]].

- [48] D. Arndt and B. C. Tiburzi. Baryon decuplet to octet electromagnetic transitions in quenched and partially quenched chiral perturbation theory. *Phys. Rev. D* **69** (2004), 014501 doi:10.1103/PhysRevD.69.014501 [arXiv:hep-lat/0309013 [hep-lat]].
- [49] L. S. Geng, J. Martin Camalich, L. Alvarez-Ruso and M. J. Vicente Vacas. Leading SU(3)-breaking corrections to the baryon magnetic moments in Chiral Perturbation Theory. *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008), 222002 doi:10.1103/PhysRevLett.101.222002
- [50] L. S. Geng, J. Martin Camalich and M. J. Vicente Vacas. Electromagnetic structure of the lowest-lying decuplet resonances in covariant chiral perturbation theory. *Phys. Rev. D* **80** (2009), 034027 doi:10.1103/PhysRevD.80.034027
- [51] I. C. Cloet, D. B. Leinweber and A. W. Thomas. Delta baryon magnetic moments from lattice QCD. *Phys. Lett. B* **563** (2003), 157-164 doi:10.1016/S0370-2693(03)00418-0 [arXiv:hep-lat/0302008 [hep-lat]].
- [52] R. Flores-Mendieta and J. L. Goity. Baryon vector current in the chiral and $1/N_c$ expansions. *Phys. Rev. D* **90** (2014) no.11, 114008 doi:10.1103/PhysRevD.90.114008 [arXiv:1407.0926 [hep-ph]].
- [53] R. Flores-Mendieta and R. Padrón-Stevens. Sum rules for leading vector form factors in hyperon semileptonic decays. *Phys. Rev. D* **95** (2017) no.7, 076018 doi:10.1103/PhysRevD.95.076018 [arXiv:1704.07429 [hep-ph]].
- [54] P. A. Zyla et al (Particle Data Group). Review of Particle Physics, Progress of Theoretical and Experimental Physics, Volume 2020, Issue 8, August 2020, 083C01, <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104>
- [55] I. P. Fernando and J. L. Goity. SU(3) vector currents in baryon chiral perturbation theory combined with the $1/N_c$ expansion. *Phys. Rev. D* **101** (2020) no.5, 054026 doi:10.1103/PhysRevD.101.054026 [arXiv:1911.00987 [hep-ph]].
- [56] Aneesh. V. Manohar. Chiral perturbation theory, [arXiv:hep-ph/9305298 [hep-ph]].
- [57] G. Ecker. Chiral perturbation theory, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **35** (1995), 1-80 doi:10.1016/0146-6410(95)00041-G [arXiv:hep-ph/9501357 [hep-ph]].

- [58] A. Pich. Chiral perturbation theory, Rept. Prog. Phys. **58** (1995), 563-610 doi:10.1088/0034-4885/58/6/001 [arXiv:hep-ph/9502366 [hep-ph]].
- [59] Stefan. Scherer and Matthias R. Schindler. A Primer for Chiral Perturbation Theory; Springer Berlin Heidelberg (2012), isbn:978-3-642-19254-8, doi:10.1007/978-3-642-19254-8 4.
- [60] Elizabeth Ellen Jenkins. Chiral Lagrangian for baryons in the $1/n(c)$ expansion. Phys. Rev. D **53** (1996), 2625-2644 doi:10.1103/PhysRevD.53.2625 [arXiv:hep-ph/9509433 [hep-ph]].
- [61] R. Flores-Mendieta, C. I. Garcia and J. Hernandez. Baryon axial vector current in large- N_c chiral perturbation theory: Complete analysis for $N_c = 3$. *Phys. Rev. D* **103** (2021) no.9, 094032 doi:10.1103/PhysRevD.103.094032 [arXiv:2102.06100 [hep-ph]].
- [62] Rubén Flores-Mendieta y Christoph P. Hofmann. Renormalization of the baryon axial vector current in large- n_c chiral perturbation theory. *Physical Review D*, **74**(9), 2006. ISSN 1550-2368. doi:10.1103/physrevd.74.094001.
- [63] R. Flores-Mendieta, M. A. Hernandez-Ruiz and C. P. Hofmann. Renormalization of the baryon axial vector current in large- N_c chiral perturbation theory: Effects of the decuplet-octet mass difference and flavor symmetry breaking. Phys. Rev. D **86** (2012), 094041 doi:10.1103/PhysRevD.86.094041 [arXiv:1210.8445 [hep-ph]].
- [64] Rubén Flores-Mendieta. Topics on heavy baryon chiral perturbation theory in the large n_c limit. *AIP Conference Proceedings*, 2002. ISSN 0094-243X. doi:10.1063/1.1489754. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1489754>.
- [65] Rubén Flores-Mendieta. Some aspects of large- n_c heavy baryon chiral perturbation theory. *Journal of Physics: Conference Series*, 761:012085, 2016. doi:10.1088/1742-6596/761/1/012085. URL <https://doi.org/10.1088/1742-6596/761/1/012085>.
- [66] Rubén Flores-Mendieta, María A. Hernández Ruíz, y Christoph P. Hofmann. Renormalization of the baryon axial vector current in large- n_c chiral perturbation theory. *Journal of Physics: Conference Series*, 468:012014,

2013. doi:10.1088/1742-6596/468/1/012014. URL <https://doi.org/10.1088/1742-6596/468/1/012014>.
- [67] I. P. Fernando y J. L. Goity. Baryon chiral perturbation theory combined with the $1/nc$ expansion in $su(3)$: Framework. *Phys. Rev. D*, **97**:054010, 2018. doi:10.1103/PhysRevD.97.054010. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.97.054010>.
- [68] Ishara P. Fernando y José L. Goity. $BChPT \times 1/Nc$ in $SU(3)$: a more effective theory. *PoS*, CD2018:026, 2019. doi:10.22323/1.317.0026.
- [69] Sydney R. Coleman, & Sheldon Lee Glashow. Electrodynamical properties of baryons in the unitary symmetry scheme. *Phys. Rev. Lett.*, 6:423, 1961. doi:10.1103/PhysRevLett.6.423.
- [70] Rubén Flores-Mendieta. Baryon magnetic moments in large- nc chiral perturbation theory. *Physical Review D*, **80**(9), 2009. ISSN 1550-2368. doi:10.1103/physrevd.80.094014. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.80.094014>.
- [71] Giovanna Ahuatzin, Rubén Flores-Mendieta, María A. Hernández-Ruiz, y Christoph P.Hofmann. Baryon magnetic moments in large- nc chiral perturbation theory: Effects of the decuplet-octet mass difference and flavor symmetry breaking. *Physical Review D*, **89**(3), 2014. ISSN 1550-2368. doi:10.1103/physrevd.89.034012. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.89.034012>.
- [72] Rubén Flores-Mendieta, Carlos Isaac Garcia, Johann Hernandez and Maria Anabel Trejo. Baryon magnetic moment in large- Nc chiral perturbation theory: Complete analysis for $Nc=3$. *Phys. Rev. D* **104** (2021) no.11, 114024 doi:10.1103/PhysRevD.104.114024 [arXiv:2109.04195 [hep-ph]].
- [73] J. Anderson and M. A. Luty. Chiral corrections to hyperon vector form-factors. *Phys. Rev. D* **47** (1993), 4975-4980 doi:10.1103/PhysRevD.47.4975 [arXiv:hep-ph/9301219 [hep-ph]].
- [74] G. Villadoro. Chiral corrections to the hyperon vector form factors. *Phys. Rev.*

- D **74** (2006), 014018 doi:10.1103/PhysRevD.74.014018 [arXiv:hep-ph/0603226 [hep-ph]].
- [75] A. Lacour, B. Kubis and U. G. Meissner. Hyperon decay form-factors in chiral perturbation theory. JHEP **10**, 083 (2007) doi:10.1088/1126-6708/2007/10/083 [arXiv:0708.3957 [hep-ph]].
- [76] G. Lopez Castro and A. Mariano. Determination of the Delta++ magnetic dipole moment. Phys. Lett. B **517** (2001), 339-344 doi:10.1016/S0370-2693(01)00980-7 [arXiv:nucl-th/0006031 [nucl-th]].
- [77] D. Keller *et al.* [CLAS]. Electromagnetic Decay of the $\Sigma^0(1385)$ to $\Lambda\gamma$. Phys. Rev. D **83** (2011), 072004 doi:10.1103/PhysRevD.83.072004 [arXiv:1103.5701 [nucl-ex]].
- [78] D. Keller *et al.* [CLAS]. Branching Ratio of the Electromagnetic Decay of the $\Sigma^+(1385)$. Phys. Rev. D **85** (2012), 052004 doi:10.1103/PhysRevD.85.052004 [arXiv:1111.5444 [nucl-ex]].
- [79] M. R. Schindler and D. R. Phillips. Bayesian methods for parameter estimation in effective field theories. Ann. Phys. (Amsterdam) **324**, 682 (2009); Erratum, Ann. Phys. (Amsterdam) **324**, 2051 (2009).
- [80] U. G. Meissner and S. Steininger. Baryon magnetic moments in chiral perturbation theory. Nucl. Phys. B **499** (1997), 349-367 doi:10.1016/S0550-3213(97)00313-1 [arXiv:hep-ph/9701260 [hep-ph]].
- [81] B. Kubis and U. G. Meissner. Baryon form-factors in chiral perturbation theory. Eur. Phys. J. C **18** (2001), 747-756 doi:10.1007/s100520100570 [arXiv:hep-ph/0010283 [hep-ph]].
- [82] I. P. Fernando and J. L. Goity, “ $SU(3)$ vector currents in baryon chiral perturbation theory combined with the $1/N_c$ expansion”, Phys. Rev. D **101** (2020) no.5, 054026 doi:10.1103/PhysRevD.101.054026 [arXiv:1911.00987 [hep-ph]].