



**UASLP**  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE SAN LUIS POTOSÍ



**IICO**  
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN  
EN COMUNICACIÓN ÓPTICA

# MICROCAVIDADES ÓPTICAS CILÍNDRICAS Y SUS APLICACIONES

**Tesis Doctoral realizada por:  
Emmanuel Rivera Pérez.**

**Asesores:**

Dra. Amparo Rodríguez Cobos, Instituto de Investigación en Comunicación Óptica,  
Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Dr. Antonio Díez Cremades, Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo,  
Universidad de Valencia, España.



**Tesis Doctoral realizada por:  
Emmanuel Rivera Pérez.**

United Nations  
Educational, Scientific and  
Cultural Organization



International  
Year of Light  
2015



Dra. Amparo RODRÍGUEZ COBOS, Profesora Titular del Instituto de Investigación en Comunicación Óptica de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, y Dr. Antonio DÍEZ CREMADES, Profesor Titular de Universidad del Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo de la Universitat de València, certifican que la presente memoria: "Estudio de Microcavidades Ópticas y sus Aplicaciones" resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por el Sr. Emmanuel RIVERA PÉREZ y constituye su Tesis para optar al grado de Doctor. Y para que conste y en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado.

---

Fdo. Dra. Amparo Rodríguez Cobos.

---

Fdo. Dr. Antonio Díez Cremades.



# Agradecimientos

El trabajo que a continuación presento es el producto de varios años de trabajo, el cual se ha realizado con el apoyo de gente muy valiosa. Por lo que quiero nombrar y agradecer a las personas que de manera muy significativa contribuyeron a la realización de trabajo de tesis. Dra. Amparo Rodríguez, gracias por su invitación y motivación al estudio del postgrado y en general a todas sus atenciones para conmigo. Al Dr. Miguel Andrés Bou, Dr. Antonio Díez Cremades y Dr. José Luis Cruz, por aceptar la propuesta de cursar una estancia postdoctoral en la Universidad de Valencia y por abrirme las puertas a sus laboratorios, cursos y talleres. Quiero resaltar la calidez humana de estas personas, por que han dejado en mi vida académica y personal una huella imborrable. Gracias por compartir tanto conocimiento. También quiero agradecer a mis padres María del Carmen y José, por ir formando un pilar con el cuál mis hermanos y yo hemos podido alcanzar la cima de nuestros objetivos. Y para terminar, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por las becas doctoral (290604) y mixta (290618) que me otorgaron para llevar a cabo mis estudios de investigación. Al Ministerio de Economía y Competitividad (Ref.: TEC-2008-05490) y a la Generalitat Valenciana (PROMETEO/2009/077) de España por financiar el trabajo realizado en mi estancia doctoral en la Universidad de Valencia.





# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Antecedentes. . . . .	1
1.2	Objetivos y organización de la Tesis. . . . .	3
<b>2</b>	<b>Fundamentos Teóricos.</b>	<b>7</b>
2.1	Guías con simetría cilíndrica. . . . .	7
2.1.1	Fibras y microfibras ópticas. . . . .	9
2.1.2	La ecuación de dispersión. . . . .	12
2.1.3	Microfibras ópticas Tapers. . . . .	14
2.2	Microcavidades cilíndricas. . . . .	17
2.3	Sistema acoplado microfibra-resonador. . . . .	27
<b>3</b>	<b>Montaje Experimental</b>	<b>37</b>
3.1	Implementación de los resonadores y del sistema de medida. . . . .	37
3.2	Propiedades básicas . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Implementación de un láser monomodo sintonizable basado en resonancias WGM de un microresonador cilíndrico.</b>	<b>51</b>
4.1	Introducción . . . . .	52
4.2	Montaje Experimental . . . . .	52
4.3	Resultados . . . . .	53
4.4	Conclusiones Parciales . . . . .	57

<b>5</b>	<b>Microcavidades sintonizables</b>	<b>59</b>
5.1	Introducción . . . . .	59
5.2	Montaje Experimental . . . . .	60
5.3	Resultados . . . . .	61
5.4	Conclusiones Parciales . . . . .	66
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>67</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>69</b>
	<b>Anexos</b>	<b>74</b>
<b>A</b>	<b>Ondas Guiadas</b>	<b>75</b>
A.1	Ondas Guiadas . . . . .	75
A.2	Las componentes transversales. . . . .	76
A.3	Ondas TEM . . . . .	77
A.4	Ondas TE y TM . . . . .	77
A.5	Modos Híbridos . . . . .	78
<b>B</b>	<b>Modos de fibras y microfibras</b>	<b>79</b>
B.1	Fibra monomodo. . . . .	79
B.2	Microfibra (Taper) . . . . .	82
<b>C</b>	<b>Publicaciones</b>	<b>83</b>
C.1	Artículos . . . . .	83
C.2	Congresos . . . . .	83





# Capítulo 1

## Introducción

Las microcavidades ópticas basadas en resonancias de ondas superficiales (whispering-gallery modes: WGM) son microresonadores dieléctricos de dimensiones micrométricas en las que, como en cualquier resonador electromagnético, sólo las ondas de ciertas frecuencias pueden propagarse [Matsko and Ilchenko, 2006a], [Matsko and Ilchenko, 2006b]. Las geometrías empleadas con más frecuencia son esferas, toroides y anillos. En el presente trabajo de tesis exploramos las propiedades de las microcavidades de sílice con geometría cilíndrica comenzando con este primer capítulo donde se describen los antecedentes, objetivos y organización de la tesis.

### 1.1 Antecedentes.

Podemos clasificar las microcavidades ópticas en dos grandes familias: las microcavidades tipo Fabry-Perot y las basadas en resonancias de ondas superficiales. En las microcavidades tipo Fabry-Perot, la luz está confinada dentro de un volumen pequeño mediante reflexiones múltiples en espejos, ya sean planos tipo multicapa dieléctrica, o bidimensionales tipo lámina microestructurada, etc., [Vahala, 2003]. En las microcavidades basadas en resonancias de ondas superficiales, la luz se confina propagándose por reflexión total interna. Este tipo de microcavidades emplean geometrías sencillas como esferas, toroides, burbujas, anillos, cilindros y capilares [Spillane et al., 2002], [Almeida et al., 2004], [Armani et al., 2003]. Estas mi-

microcavidades (conocidas también como microresonadores) soportan modos conocidos como Whispering Gallery Modes (WGM). Los WGM son ondas que se propagan guiadas por la superficie de un medio dieléctrico que tiene cierta curvatura y presenta reflexión total interna. En su propagación experimentan múltiples reflexiones por reflexión total interna en la superficie curvada, de manera que al recorrer una vuelta completa en el microresonador, el campo electromagnético interfiere dando lugar a resonancias para aquellas frecuencias en las que la interferencia es constructiva. Los WGM se caracterizan por presentar de forma intrínseca una radiación débil y por estar confinados en un entorno muy próximo a la superficie del microresonador [Zamora et al., 2011]. A principios del siglo XX se reportaba la propagación de las ondas de sonido a lo largo de la parte interior de una estructura con forma de cúpula [Rayleigh, 1910], [Rayleigh, 1914]. Luego entre 1960 y 1970 ya se estudiaron las frecuencias de ondas electromagnéticas resonantes en esferas dieléctricas [Gastine et al., 1967]. Por otro lado, se inició el estudio de los microresonadores ópticos y, en particular, las técnicas para excitar los WGM. Una de las primeras técnicas consistía en hacer incidir luz directamente en el microresonador, lo cual era muy ineficiente [Ashkin and Dziedzic, 1981]. Más tarde se propuso utilizar un prisma como acoplador para excitar WGM en microresonadores esféricos [Schiller and Byer, 1991], pero aun con baja eficiencia de acoplo. A finales del siglo XX, en 1997, Knight y colaboradores proponen una nueva técnica para excitar WGM en una microcavidad esférica [Knight et al., 1997], la cual consiste en utilizar como acoplador las ondas evanescentes de una microfibra (taper) obteniendo una eficiencia de acoplo de un 99.98 %. Todavía más recientemente, se ha demostrado el empleo de una simple punta de fibra óptica para la excitación y monitorización de los microresonadores [Arques et al., 2011].

Una de las características más importantes de las microcavidades ópticas basadas en WGM es la posibilidad de tener un alto factor de calidad  $Q$ , por lo que constituyen de forma natural filtros muy selectivos [Savchenkov et al., 2009]. Un factor  $Q$  alto puede aprovecharse en multitud de aplicaciones, por ejemplo, para fabricar láseres con un umbral muy bajo. Además, de acuerdo al tamaño de la microcavidades puede obtenerse una separación entre resonancias relativamente grande (FSR), por lo que es posible construir láseres que emiten uno o pocos modos longitudinales [Collot et al., 1993], [Cai et al., 2000a].

Otra característica notable de los WGM es que sus resonancias además de estrechas son muy sensibles a los cambios de índice de refracción del medio que lo rodea, dada la onda evanescente creada en la reflexión total interna. Esta sensibilidad se traduce en el desplazamiento espectral de las resonancias en función de pequeños cambios del índice de refracción externo. Esta característica se puede explotar en aplicaciones de sensores químicos y biológicos [Hanumegowda et al., 2005].

Las microcavidades ópticas también son muy sensibles a perturbaciones del material con el que están construidas y de su geometría, por lo que también es posible medir pequeñas perturbaciones térmicas o mecánicas. Por ejemplo, se han empleado WGM para medir la tensión mecánica en un cilindro dieléctrico [Huston and Eversole, 1993] y pequeñas fluctuaciones del diámetro de una microfibra [Birks et al., 2000a], [Sumetsky and Dulashko, 2010]. En el rango de frecuencias de las ondas milimétricas y microondas también se han desarrollado algunas aplicaciones de modulación y demodulación de señales basadas en WGM en microcavidades electro-ópticas [Cohen and Levi, 2001], [Ilchenko et al., 2003].

## 1.2 Objetivos y organización de la Tesis.

El trabajo de tesis estudia la propagación de WGM en microcavidades ópticas cilíndricas y la excitación de los WGM que en estas microcavidades se realiza por medio de las ondas evanescentes de una microfibra. Dada la geometría cilíndrica de las microcavidades y de las microfibras, es posible construirlos a partir de un simple trozo de fibra óptica estándar calentando y estirando el vidrio. En este caso, el diámetro máximo de estos dispositivos está determinado por las características de la fibra que se utilice para fabricarlos. Una fibra óptica puede estrecharse calentando y estirando de una manera controlada, con precisión micrométrica, con lo que es posible fabricar nuestras microcavidades y microfibras de diferente diámetro [Birks and Yu, 1992]. Por ejemplo, de una fibra SMF-28 pueden obtenerse cilindros de radio desde 125 micras hasta por debajo de una micra.

Por otro lado, la investigación de microcavidades ópticas esféricas, toroidales y de anillos ha sido y es muy extensa debido a su alto factor  $Q$ . Sin embargo, en el caso de las microcavi-

dades cilíndricas, las primeras investigaciones reportaban factores  $Q$  del orden de  $10^3$ . Por lo que no era muy llamativo el estudio de este tipo de microcavidades. Sin embargo, la relativa facilidad de fabricación de microcavidades cilíndricas y de microfibras en el laboratorio, y la viabilidad de obtener resonancias con factores de calidad  $Q$  de resonancias del orden de  $10^7$  animaron y motivaron a su estudio. De hecho, desde el punto de vista teórico se ha demostrado que los resonadores cilíndricos pueden tener factores  $Q$  prácticamente igual de altos que otros resonadores como las microesferas [Sumetsky, 2010]. En el segundo capítulo se estudia y desarrolla la teoría de propagación de modos en guías de onda con simetría cilíndrica (fibras, microfibras y microcavidades cilíndricas), así como el acoplo de energía de una microfibra a una microcavidad cilíndrica. El capítulo termina con el estudio del acoplo de energía para dos casos; uno básico, donde se considera que la excitación de modos es unidireccional y el caso con reflexión, donde se considera la excitación de ondas contrapropagantes acopladas, o sea, la propagación simultánea en ambas direcciones. El capítulo 3 describe los montajes experimentales utilizados, necesarios para observar y analizar los WGMs en microcavidades cilíndricas excitadas con microfibras. Este capítulo incluye una caracterización experimental básica y su comparación con el modelo teórico desarrollado en el capítulo 2.

El trabajo teórico y experimental, que se realizó inicialmente, motivó el desarrollo de ciertas aplicaciones de los WGM de microrresonadores cilíndricos (MRC). Una de estas aplicaciones se expone en el capítulo 4, donde se propone utilizar un MRC cuyo diámetro varía ligeramente a lo largo del mismo como elemento de retroalimentación en un láser monomodo de fibra, consiguiendo que sea sintonizable. Y en el capítulo 5 se presenta una técnica para sintonizar ópticamente las resonancias de un MRC. Este control óptico de la sintonización de las resonancias se consigue construyendo los MRC con vidrio dopado. Esta técnica se emplea también para caracterizar los efectos térmicos en fibras dopadas como las comúnmente empleadas en láseres y amplificadores de fibra óptica.

Por último, se incluye un capítulo de conclusiones del trabajo de tesis realizado y además, se adjuntan dos anexos en los que se explica con detalle aspectos teóricos relacionados con la propagación de modos en fibras y microfibras. Se termina la memoria con un listado de las publicaciones realizadas, en las que se han resumido los principales resultados de la tesis.



Cabe señalar que esta tesis se ha realizado en el marco de una colaboración entre el Grupo de Óptica Aplicada del Instituto de Investigación en Comunicación Óptica de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí y el Laboratorio de Fibras Ópticas de la Universidad de Valencia. En particular, el trabajo realizado en Valencia ha estado financiado por los proyectos del Ministerio de Economía y Competitividad y la Generalitat Valenciana de España (Ref.: TEC-2008-05490 y PROMETEO/2009/077, respectivamente).



# Capítulo 2

## Fundamentos Teóricos.

La fibra óptica es una guía de onda dieléctrica con simetría cilíndrica que ha llegado a ser el medio de transmisión a larga distancia más importante debido a su gran ancho de banda y su capacidad de transmisión de datos. Se puede aprovechar la geometría de la fibra óptica para utilizarla como una cavidad óptica cilíndrica con la cual se pueden desarrollar microresonadores cilíndricos (MRCs). Un trozo de fibra puede considerarse como un MRC, y si se adelgaza su diámetro se pueden obtener MRC de cualquier diámetro lo que hace posible integrarlos en varias aplicaciones interesantes [Brambilla et al., 2013]. En este capítulo se desarrolla la teoría de propagación de modos en fibras, microfibras y en MRCs. También se estudia el acoplo de energía de una microfibra a un MRC. La teoría desarrollada en este capítulo explica los experimentos realizados durante todo el trabajo de tesis.

### 2.1 Guías con simetría cilíndrica.

El **anexo A** resume el procedimiento general a seguir para el estudio modal de una guía de onda, que puede servir de introducción para este apartado. El análisis de propagación de modos en la fibra óptica está basado en el perfil de índice de refracción de la fibra que tiene simetría cilíndrica, por lo que es conveniente utilizar un sistema de coordenadas cilíndricas para las componentes del campo:  $\mathcal{E}_r$ ,  $\mathcal{E}_\phi$ ,  $\mathcal{E}_z$ ,  $\mathcal{H}_\phi$ ,  $\mathcal{H}_r$  y  $\mathcal{H}_z$ . Los campos electromagnéticos en una fibra óptica se propagan en la dirección  $z$ , y expresados en coordenadas cilíndricas

son:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(r, \phi) \\ \mathbf{H}(r, \phi) \end{bmatrix} \exp[i(\omega t - \beta z)]. \quad (2.1)$$

Donde  $\mathcal{E}$  y  $\mathcal{H}$  son los campos eléctricos y magnéticos,  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  son las amplitudes de dichos campos,  $\omega$  es la frecuencia angular y  $\beta$  el factor de propagación. Al sustituir 2.1 en las ecuaciones de Maxwell y siguiendo el procedimiento descrito en el **anexo A**, se obtienen las siguientes relaciones:

$$E_r = \frac{-i}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left( \beta \frac{\partial}{\partial r} E_z + \frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} H_z \right), \quad (2.2)$$

$$E_\phi = \frac{-i}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left( \beta \frac{\partial}{r \partial \phi} E_z - \omega \mu \frac{\partial}{\partial r} H_z \right), \quad (2.3)$$

$$H_r = \frac{-i}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left( \beta \frac{\partial}{\partial r} H_z - \frac{\omega \varepsilon}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} E_z \right), \quad (2.4)$$

$$H_\phi = \frac{-i}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left( \beta \frac{\partial}{r \partial \phi} H_z + \omega \varepsilon \frac{\partial}{\partial r} E_z \right). \quad (2.5)$$

Donde  $\mu$  y  $\varepsilon$  son la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica del medio respectivamente. Estos parámetros serán en general función de las coordenadas transversales. A partir de la ecuación de onda en coordenadas cilíndricas, se obtiene la ecuación que para las componentes  $z$  de los campos:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + (k^2 - \beta^2) \right] \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = 0, \quad (2.6)$$

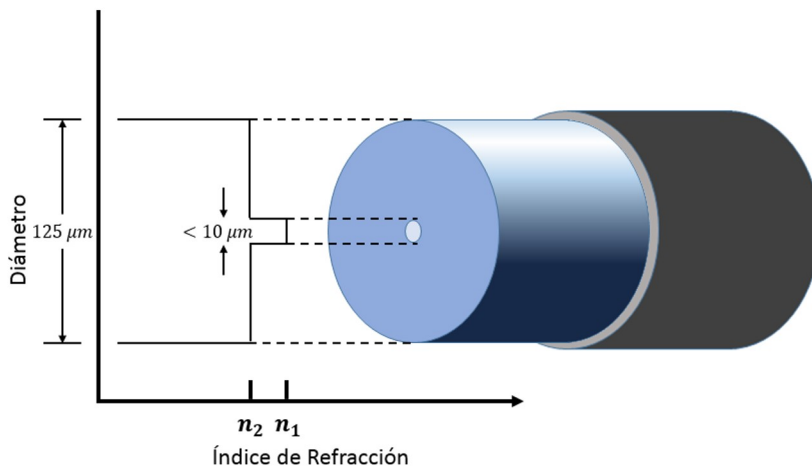
o bien;

$$(\nabla_{\perp}^2 + k^2 - \beta^2) \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = 0, \quad (2.7)$$

con  $k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon$  y donde  $\nabla_{\perp}$  es la componente del operador gradiente transversal a la dirección de propagación. Al resolver la ecuación 2.6 se obtienen los modos y sus respectivas constantes de propagación  $\beta$ .

### 2.1.1 Fibras y microfibras ópticas.

El análisis que se lleva a cabo en esta sección está basado en una fibra de salto de índice. La fibra utilizada en todo el desarrollo del trabajo de tesis es una fibra estándar SMF-28 de Corning, y las microfibras se obtienen por fusión y estiramiento de esta misma fibra.



**Figura 2.1:** Estructura e índice de refracción de una fibra óptica de salto de índice:  $2a = 10\mu\text{m}$ ,  $2b = 125\mu\text{m}$ .

La estructura de una fibra de salto de índice (Figura 2.1) está formada por un núcleo con índice de refracción  $n_1$  y radio  $a$ , un revestimiento (o cladding) de índice de refracción  $n_2$  y radio  $b$ . Usualmente el radio  $b$  del revestimiento se toma lo suficientemente grande para que el campo de modos confinado sea virtualmente cero en  $r = b$ . Por esta razón en el análisis de los modos el radio del revestimiento se toma como  $b = \infty$ . En el caso de una microfibra obtenida por fusión y estiramiento de una fibra convencional (diámetro inferior a unas pocas micras) la presencia del núcleo es despreciable y la propia microfibra es el núcleo de la guía siendo el aire el revestimiento. El problema se reduce a la solución de la ecuación 2.6. Esta ecuación es separable y su solución tiene la forma:

$$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = \psi(r) \exp(\pm im\phi), \quad (2.8)$$

donde  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , entonces 2.8 se puede escribir como:

$$\left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left( k^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \right] = 0. \quad (2.9)$$

La ecuación con esta estructura es la ecuación diferencial de Bessel. Las soluciones de la ecuación 2.9 son funciones de Bessel de orden  $m$  y en general conviene escribir la solución de forma diferente según el valor de  $k^2 - \beta^2$ . Si  $k^2 - \beta^2 > 0$ , la solución general de 2.9 es

$$\psi(r) = c_1 J_m(hr) + c_2 Y_m(hr), \quad (2.10)$$

donde:

$$h = \sqrt{k^2 - \beta^2}, \quad (2.11)$$

se conoce como la constante de propagación transversal,  $c_1$  y  $c_2$  son constantes,  $J_m$  y  $Y_m$ , son las funciones de Bessel de primera y segunda clase respectivamente de orden  $m$ . Si  $k^2 - \beta^2 < 0$ , la solución general de (2.9) es:

$$\psi(r) = c_3 I_m(qr) + c_4 K_m(qr), \quad (2.12)$$

donde:

$$q = \sqrt{\beta^2 - k^2}, \quad (2.13)$$

es ahora la constante de propagación transversal,  $c_3$  y  $c_4$  son constantes,  $I_m$  y  $K_m$ , son las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda clase respectivamente, de orden  $m$ . Esta forma de elegir las soluciones nos permitirá resolver el problema con variable real en el caso de fibras cuyos medios materiales no presenten absorción. Para una fibra de salto de índice, es necesario considerar una resolución parcial de las ecuaciones de Maxwell en cada una de las regiones de la fibra; en el núcleo ( $r < a$ ) y en el revestimiento ( $r > a$ ) que son medios homogéneos, para posteriormente aplicar las condiciones de contorno en la interfase. La forma de las posibles soluciones viene dada por las expresiones 2.10 y 2.12, tanto en el núcleo como en la cubierta, sin embargo, como veremos a continuación, sólo una de las funciones de Bessel contribuye en cada parte de la fibra.

### Resolución de la ecuación de ondas en el revestimiento de la fibra ( $r > a$ )

La dependencia radial de los campos  $E_z$  y  $H_z$  está dada por 2.10 o 2.12, dependiendo del signo de  $k^2 - \beta^2$ . Para una propagación confinada en el núcleo, los campos han de ser rápidamente decrecientes o evanescentes en el revestimiento en concordancia con la reflexión

total interna que es el mecanismo físico que permite la propagación guiada. Por otra parte, la forma asintótica de la función  $I_m$  para  $r \rightarrow \infty$  es una exponencial creciente, lo que carece de significado físico y, por tanto, la solución escogida es 2.12 con  $c_3 = 0$ , lo que a su vez implica que en el revestimiento  $\beta$  debe ser más grande que  $n_2\omega/c$  ( $\beta > n_2k_0 = n_2\omega/c$ ). Esto asegura que la onda sea evanescente en la región del cladding  $r > a$ , dado que la forma asintótica de  $K_m$  es una exponencial decreciente. Así pues, en la cubierta, la solución para la componente  $z$  de los campos electromagnéticos es:

$$\mathcal{E}_z(r, t) = CK_m(qr) \exp[i(\omega t \pm m\phi - \beta z)] \quad r > a \quad (2.14)$$

$$\mathcal{H}_z(r, t) = DK_m(qr) \exp[i(\omega t \pm m\phi - \beta z)]$$

Donde  $C$  y  $D$  son dos constantes arbitrarias, y en este caso  $q$  está dada por:

$$q = \sqrt{\beta^2 - n_2^2k_0^2}, \quad (2.15)$$

donde  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  es el número de onda en el vacío. Hemos tomado el signo positivo para la dependencia acimutal de los campos ( $+im\phi$ ).

### Resolución de la ecuación de ondas en el núcleo de la fibra ( $r < a$ ).

Para los campos en la región correspondiente al núcleo ( $r < a$ ), hay que considerar su comportamiento cerca del eje (es decir cuando  $r \rightarrow 0$ ), y además que los campos deben de permanecer finitos en  $r = 0$ , dado que no hay cargas ni corrientes en el eje de la fibra. Por lo tanto para los campos que se propagan en el núcleo se elige la ecuación 2.10 con  $c_2 = 0$  dado que la función  $Y_m$  diverge en el origen. Así mismo, la constante de propagación  $\beta$  debe ser menor que  $n_1k_0$  ( $\beta < n_1k_0 = n_1\omega/c$ ) y los campos en el núcleo están dados por:

$$\mathcal{E}_z(\mathbf{r}, t) = AJ_m(hr) \exp[i(\omega t \pm m\phi - \beta z)] \quad r < a. \quad (2.16)$$

$$\mathcal{H}_z(\mathbf{r}, t) = BJ_m(hr) \exp[i(\omega t \pm m\phi - \beta z)]$$

Donde  $A$  y  $B$  son dos constantes arbitrarias, y en este caso  $h$  corresponde a la constante de propagación transversal en el núcleo de la fibra y está dada por:

$$h = \sqrt{n_1^2 k_0^2 - \beta^2}. \quad (2.17)$$

### 2.1.2 La ecuación de dispersión.

Las funciones 2.14 y 2.16 requieren que  $h^2 > 0$  y  $q^2 > 0$ , lo que conduce a la condición

$$n_1 k_0 > \beta > n_2 k_0, \quad (2.18)$$

la cual se puede considerar como una condición necesaria para que los modos estén confinados. Sustituyendo las ecuaciones 2.14 y 2.16 en las ecuaciones 2.2 - 2.5 se obtienen expresiones para todas las componentes en ambas regiones de la fibra; el núcleo y el revestimiento. Obteniendo: Los campos electromagnéticos en el núcleo ( $r < a$ ):

$$\mathcal{E}_r = \frac{-i\beta}{h^2} \left[ AhJ'_m(hr) + \frac{i\omega\mu m}{\beta r} BJ_m(hr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.19)$$

$$\mathcal{E}_\phi = \frac{-i\beta}{h^2} \left[ \frac{im}{r} AJ_m(hr) - \frac{\omega\mu}{\beta} BhJ'_m(hr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.20)$$

$$\mathcal{E}_z = AJ_m(hr) \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.21)$$

$$\mathcal{H}_r = \frac{-i\beta}{h^2} \left[ BhJ'_m(hr) + \frac{i\omega\varepsilon_1 m}{\beta r} AJ_m(hr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.22)$$

$$\mathcal{H}_\phi = \frac{-i\beta}{h^2} \left[ \frac{im}{r} BJ_m(hr) - \frac{\omega\varepsilon_1}{\beta} AhJ'_m(hr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.23)$$

$$\mathcal{H}_z = BJ_m(hr) \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)]. \quad (2.24)$$

Donde  $J'_m(x) = \frac{dJ_m(x)}{d(x)}$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 n_1^2$ .

Los campos electromagnéticos en el revestimiento ( $r > a$ ):

$$\mathcal{E}_r = \frac{i\beta}{q^2} \left[ CqK'_m(qr) + \frac{i\omega\mu m}{\beta r} DK_m(qr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.25)$$

$$\mathcal{E}_\phi = \frac{i\beta}{q^2} \left[ \frac{im}{r} CK_m(qr) - \frac{\omega\mu}{\beta} DqK'_m(qr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.26)$$

$$\mathcal{E}_z = CK_m(qr) \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.27)$$

$$\mathcal{H}_r = \frac{i\beta}{q^2} \left[ DqK'_m(qr) - \frac{i\omega\varepsilon_2 m}{\beta r} CK_m(qr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.28)$$



$$\mathcal{H}_\phi = \frac{i\beta}{q^2} \left[ \frac{im}{r} DK_m(qr) + \frac{\omega\varepsilon_2}{\beta} CqK'_m(qr) \right] \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)], \quad (2.29)$$

$$\mathcal{H}_z = DK_m(qr) \exp[i(\omega t + m\phi - \beta z)]. \quad (2.30)$$

Donde  $K'_m(x) = \frac{dK_m(x)}{d(x)}$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 n_2^2$ . En estas ecuaciones sólo se ha considerado el caso de dependencia acimutal con signo positivo. Al aplicar las condiciones de contorno se determina el valor de las constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ . En el caso de la fibra óptica, las condiciones de contorno se definen sobre la superficie de separación entre el núcleo y el revestimiento, es decir, en  $r = a$ . Al no existir cargas ni corrientes, las condiciones de contorno del campo electromagnético se transforman en condiciones de continuidad para los campos tangenciales ( $E_\phi$ ,  $E_z$ ,  $H_\phi$  y  $H_z$ ) en la superficie  $r = a$ . Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} AJ_m(U) - CK_m(W) &= 0 \\ A \left[ \frac{im}{h^2 a} J_m(U) \right] + B \left[ -\frac{\omega\mu}{h\beta} J'_m(U) \right] + C \left[ \frac{im}{q^2 a} K_m(W) \right] + D \left[ -\frac{\omega\mu}{q\beta} K'_m(W) \right] &= 0 \\ BJ_m(U) - DK_m(W) &= 0 \\ A \left[ \frac{\omega\varepsilon_1}{h\beta} J'_m(U) \right] + B \left[ \frac{im}{h^2 a} J_m(U) \right] + C \left[ \frac{\omega\varepsilon_2}{q\beta} K'_m(W) \right] + D \left[ \frac{im}{q^2 a} K_m(W) \right] &= 0. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Donde:

$$U = ha = a\sqrt{n_1^2 k_0^2 - \beta^2}, \quad (2.32)$$

$$W = qa = a\sqrt{\beta^2 - n_2^2 k_0^2}. \quad (2.33)$$

Este conjunto de expresiones se pueden tratar como un sistema homogéneo de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ ) cuya resolución queda condicionada a que se anule el siguiente determinante:

$$\begin{bmatrix} J_m(U) & 0 & K_m(W) & 0 \\ \frac{im}{h^2 a} J_m(U) & -\frac{\omega\mu}{h\beta} J'_m(U) & \frac{im}{q^2 a} K_m(W) & -\frac{\omega\mu}{q\beta} K'_m(W) \\ 0 & J_m(U) & 0 & K_m(W) \\ \frac{\omega\varepsilon_1}{h\beta} J'_m(U) & \frac{im}{h^2 a} J_m(U) & \frac{\omega\varepsilon_2}{q\beta} K'_m(W) & \frac{im}{q^2 a} K_m(W) \end{bmatrix} = 0. \quad (2.34)$$

Desarrollando el determinante obtenemos la siguiente ecuación:

$$\left[ \frac{J'_m(U)}{UJ_m(U)} + \frac{K'_m(W)}{WK_m(W)} \right] \left[ \frac{n_1^2 J'_m(U)}{UJ_m(U)} + \frac{n_2^2 K'_m(W)}{WK_m(W)} \right] = \frac{m^2 \beta^2}{k_0^2} \left[ \frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2} \right]^2. \quad (2.35)$$

La ecuación 2.35 se denomina *ecuación de dispersión* y su solución proporciona fijado un valor de  $m$  y una frecuencia de trabajo ( $k_0 = \omega/c$ ) un número finito de soluciones de  $\beta$  que verifiquen 2.18, es decir, sólo habrá un número finito de modos guiados propagándose por la fibra. Para designar a cada una de dichas soluciones, se emplea un segundo número entero  $l$ . Una vez determinado el valor de  $\beta_{ml}$  para cada uno de los modos propagados es posible obtener de 2.31 las relaciones  $C/A$ ,  $B/A$  y  $D/A$ , ya que al ser 2.31 un sistema homogéneo, la solución no trivial se obtiene al expresar tres de las cuatro incógnitas en función de otra. En el caso que nos ocupa elegimos expresar  $B, C$  y  $D$  en función de  $A$ . El valor de esta última se puede fijar posteriormente atendiendo a otros criterios, como la potencia propagada por el modo. Estas relaciones son:

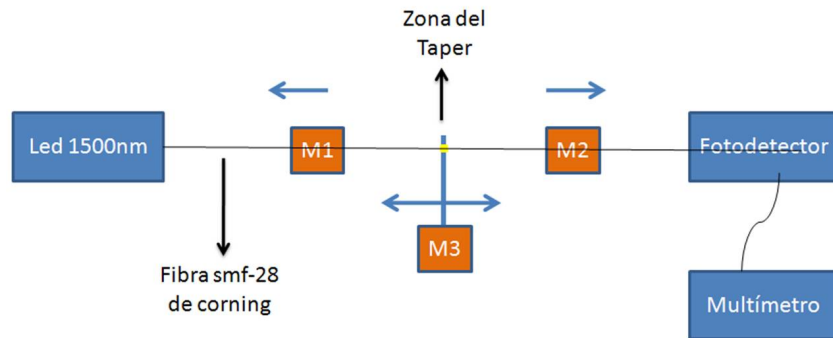
$$\begin{aligned} \frac{C}{A} &= \frac{J_m(U)}{K_m(W)}, \\ \frac{B}{A} &= \frac{i\beta m}{\omega\mu} \left( \frac{1}{W^2} + \frac{1}{U^2} \right) \left( \frac{J'_m(U)}{UJ_m(U)} + \frac{K'_m(W)}{WK_m(W)} \right)^{-1}, \\ \frac{D}{A} &= \frac{J_m(U)}{K_m(W)} \frac{B}{A}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

De todas las relaciones de 2.36, la más importante es  $B/A$ , ya que al ser  $B/A = H_z/E_z$ , nos informa sobre qué campo longitudinal es dominante (eléctrico o magnético) y si el modo tiene una estructura cuasi-TE o cuasi-TM, si bien en la práctica este análisis no aporta información útil para el caso de una fibra óptica convencional.

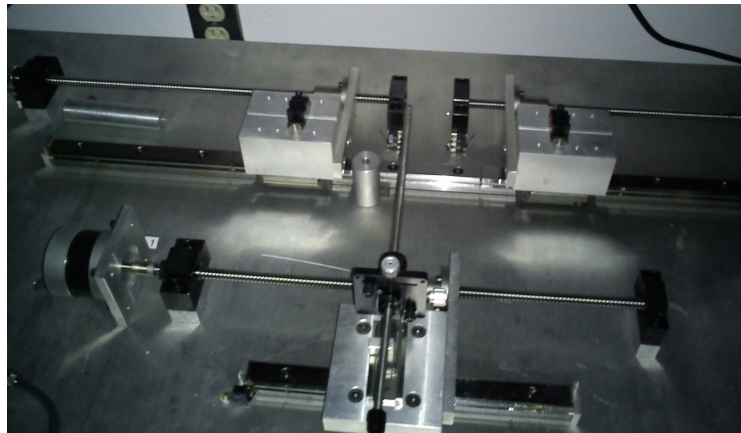
### 2.1.3 Microfibras ópticas Tapers.

Recientemente se ha despertado interés en la fabricación de microfibras, por ejemplo [Birks et al., 2000b], las cuales se fabrican adelgazando por medio de la fusión y estiramiento de una

fibra convencional. El método de fabricación consiste en sujetar una fibra convencional sobre una fuente de calor que va barriando la zona de la fibra a adelgazar mientras que se estira hasta alcanzar el diámetro deseado o la forma buscada. La Figura 2.2 muestra un diagrama para fabricar microfibras por medio de la técnica de fusión y estiramiento.

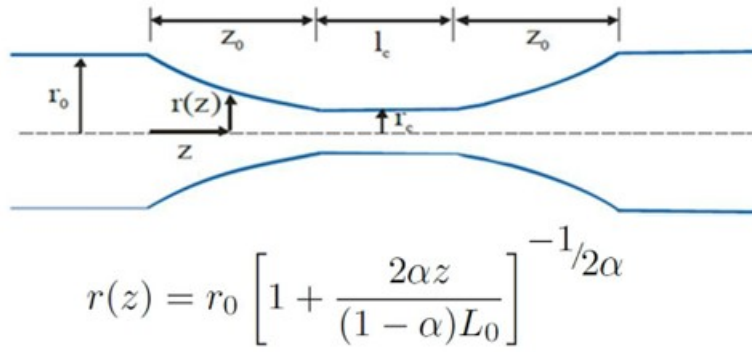


**Figura 2.2:** Esquema de la técnica de fusión y estiramiento de la fibra empleada para la fabricación de microfibras. El Led y el fotodetector se emplea para monitorizar la transmitancia durante la fabricación. M1, M2 y M3 son motores paso a paso que estiran la fibra y desplazan un microsoplete. La zona “taper” es la sección de fibra óptica estrechada.



**Figura 2.3:** Mesa para la fabricación de microfibras.

La Figura 2.3 muestra el equipo para fabricar las microfibras que se emplearon durante toda la investigación y desarrollo del presente trabajo de tesis. Una microfibra puede entenderse como una estructura de guiado de ondas compuesta por tres regiones [Birks and Yu, 1992]. La región inalterada, justo antes del comienzo del adelgazamiento de la fibra, la región de transición, que define la forma del taper, y la región del cuello o cintura, donde se mantiene un radio constante de adelgazamiento (Figura 2.4).



**Figura 2.4:** Perfil de una microfibra fabricada por fusión y estiramiento.

A grosso modo, un taper o microfibra es una fibra adelgazada hasta el radio que se requiera. Para obtener los modos que se propagan en un taper, podemos el mismo razonamiento que el de una fibra de salto de índice (sección 2.1.2), sólo que ahora considerando las dimensiones del diámetro de la microfibra. Si el diámetro de la fibra es suficientemente pequeño (aproximadamente menor que  $10 \mu\text{m}$ ) el núcleo puede considerarse despreciable, por lo que los modos pasan a estar guiados por el revestimiento de la fibra (que ahora se considera el núcleo de la fibra) y el medio externo (en este caso, aire) pasa a ser el revestimiento infinito de la fibra. En el caso de que el taper no sea tan estrecho y el núcleo de la fibra no pueda despreciarse se debe seguir el mismo procedimiento para la obtención de los modos propagados en una fibra de salto de índice (sección 2.1), solo que ahora es necesario considerar una capa más en el perfil de índice de refracción de la fibra, por lo que habrá que definir los parámetros extra que describan los modos guiados en la microfibra. En la mayoría de los experimentos realizados en el trabajo de tesis se utilizaron microfibras de  $800 \text{ nm}$  de diámetro, por lo que sólo analizaremos el caso en el que el núcleo de la fibra se desprecia y el medio exterior (aire) se toma como revestimiento infinito. En una fibra de salto de índice es común definir un parámetro adimensional denominado *frecuencia normalizada*, que sólo depende de los parámetros de la fibra y de la frecuencia de trabajo:

$$V = \sqrt{U^2 + W^2} = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda} AN. \quad (2.37)$$

La frecuencia normalizada determina el número de modos que puede soportar la fibra en cuestión. Para una fibra mono-modo se cumple que  $V \leq 2.405$ , mientras que  $V \geq 2.405$  es para una fibra multimodo. La frecuencia normalizada (2.37) de una microfibra se puede

expresar como:

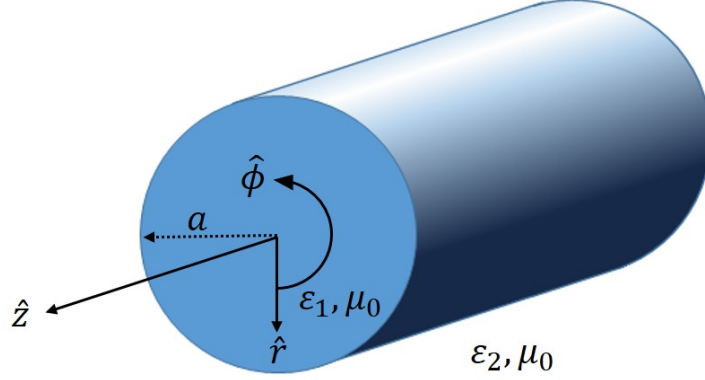
$$V(r) = \frac{2\pi}{\lambda} r \sqrt{n_{cl}^2 - 1}. \quad (2.38)$$

En una microfibra de 800 nm, la frecuencia normalizada es  $V = 3.422 \geq 2.405$ , por lo que podría considerarse como una fibra de pocos modos. Sin embargo, si la transición del *taper* es suave y mantiene la simetría de revolución con precisión, entonces el modo fundamental de la fibra óptica no se acoplará a modos de orden superior y la propagación a lo largo de la fibra será monomodo. En fibras de este tamaño las ondas evanescentes que se generan alrededor de su cintura son considerables y se pueden aprovechar para excitar modos tipo WGM en microcavidades ópticas [Knight et al., 1997]. En el anexo **B** se muestran las curvas de dispersión de los modos propagados en una microfibra.

## 2.2 Microcavidades cilíndricas.

En esta sección se resuelven las resonancias de ondas superficiales (WGM), que se propagan en la dirección acimutal para el caso de microresonadores con geometría cilíndrica. La técnica empleada para calcular estos modos es similar al método convencional (**Apéndice B**) de resolución de las ecuaciones de Maxwell en una fibra óptica, pero considerando ahora el caso con factor de propagación axial nulo, o sea  $\beta = 0$ . Para realizar el estudio de las resonancias tipo WGM, se considera un cilindro dieléctrico de longitud infinita y radio  $r = a$  con una permitividad  $\varepsilon_1$  y una permeabilidad magnética  $\mu_0$  como lo muestra la Figura 2.5. El cilindro está rodeado por un medio homogéneo infinito externo con una permitividad dieléctrica  $\varepsilon_2$  y permeabilidad  $\mu_0$ . Los materiales del cilindro y del medio que lo rodea son medios isotrópicos, libres de carga y no introducen pérdidas por absorción.

Para la geometría del dieléctrico es conveniente utilizar un sistema de coordenadas cilíndricas. Donde se considera que las componentes del campo eléctrico  $\mathcal{E}_r, \mathcal{E}_\phi, \mathcal{E}_z$  y magnético  $\mathcal{H}_\phi, \mathcal{H}_r, \mathcal{H}_z$ , tienen un factor de dependencia temporal  $\exp(i\omega t)$ , donde  $\omega$  es la frecuencia angular de la onda. Debido a que los modos resonantes se propagan en la dirección acimutal  $\phi$ , podemos identificar un factor de propagación acimutal  $m$  determinado por la dependencia de los campos con  $\phi : \exp(\pm im\phi)$ . Este factor de propagación será entero para el caso particular de las



**Figura 2.5:** Resonador cilíndrico.

resonancias del sistema. De acuerdo a estas consideraciones y tomando en cuenta la dirección de propagación, los campos propagados en la dirección acimutal  $\phi$  del cilindro son:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (E_\rho, E_z) \\ (H_\rho, H_z) \end{bmatrix} e^{-im\phi} e^{i\omega t}. \quad (2.39)$$

De acuerdo con el desarrollo realizado en el anexo A las ecuaciones 2.2 y 2.5 se simplifican ( $\beta = 0$ ) y los modos resultantes son TE y TM:

Modos TE ( $H_z \neq 0$ ):

$$E_r = \frac{-i}{k^2} \left( \frac{\omega\mu}{r} \frac{\partial}{\partial\phi} H_z \right), \quad (2.40)$$

$$E_\phi = \frac{i}{k^2} \left( \omega\mu \frac{\partial}{\partial r} H_z \right). \quad (2.41)$$

Modos TM ( $E_z \neq 0$ ):

$$H_r = \frac{i}{k^2} \left( \frac{\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial}{\partial\phi} E_z \right), \quad (2.42)$$

$$H_\phi = \frac{-i}{k^2} \left( \omega\varepsilon \frac{\partial}{\partial r} E_z \right). \quad (2.43)$$

La ecuación 2.7 particularizada con ( $\beta = 0$ ), determina las componentes longitudinales:

$$(\nabla_\perp^2 + k^2) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0. \quad (2.44)$$

Con  $k^2 = (k_0 n)^2$ .

La ecuación 2.44 es la ecuación diferencial de Bessel y su solución está dada por;

$$\psi(r) = AJ_m(k_1 r) + A'Y_m(k_1 r), \text{ para } r < a, \quad (2.45)$$

$$\psi(r) = B'H_m^{(1)}(k_2 r) + BH_m^{(2)}(k_2 r), \text{ para } r > a. \quad (2.46)$$

De acuerdo a la estructura del resonador (Figura 2.5), los campos deben de ser finitos en  $r = 0$ , y por ende la función radial en el interior del cilindro corresponde a una función de Bessel de primera clase  $J_m(x)$ , mientras que fuera del cilindro, los campos han de corresponder a una onda que se propaga en la dirección radial hacia fuera del microresonador, como se comporta la función de Hankel de segunda clase  $H_m^{(2)}(x)$  por su forma asintótica. Teniendo en cuenta estas consideraciones, las expresiones del campo axial  $E_z$  dentro y fuera del dieléctrico son:

$$E_{z1} = AJ_m(k_1 r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}, \text{ para } r < a, \quad (2.47)$$

$$E_{z2} = BH_m^{(2)}(k_2 r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}, \text{ para } r > a. \quad (2.48)$$

Donde hemos considerado solamente la propagación en  $+\vec{u}_\phi$ . Y similarmente para  $H_z$ ;

$$H_{z1} = CJ_m(k_1 r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}, \text{ para } r < a, \quad (2.49)$$

$$H_{z2} = DH_m^{(2)}(k_2 r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}, \text{ para } r > a. \quad (2.50)$$

Donde  $k_1^2 = (k_0 n_1)^2$  y  $k_2^2 = (k_0 n_2)^2$ . Cabe volver a explicar que en estas ecuaciones que representan ondas propagándose en  $+\vec{u}_\phi$  el factor de propagación acimutal  $\beta_\phi$  es un número entero:  $\beta_\phi = m$ . Este hecho viene impuesto por la condición de resonancia. Valores de  $\beta_\phi \neq m$  serían soluciones no resonantes. Con  $E_z$  y  $H_z$ , el resto de las componentes de los campos se obtienen a partir de las ecuaciones 2.40 - 2.43. Las expresiones de los campos para las dos polarizaciones dentro y fuera del cilindro dieléctrico se muestran en la Tabla 2.1 y 2.2.

A este conjunto de campos (Tabla 2.1 y 2.2) se imponen las condiciones de contorno, que consiste en dar continuidad a las componentes tangenciales  $(E_r, E_\phi, H_r, H_\phi)$  en la interface  $(r = a)$ . Con lo que se obtiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas ( $A$  y  $B$ ) para

Dentro del cilindro ( $r < a$ )	
Modos TM	Modos TE
$E_{z1} = AJ_m(k_1r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$	$H_{z1} = CJ_m(k_1r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$
$H_{r1} = \frac{mA}{\omega\mu r}J_m(k_1r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$	$E_{r1} = -\frac{mC}{\omega\varepsilon_1 r}J_m(k_1r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$
$H_{\phi 1} = -\frac{ik_1A}{\omega\mu}J'_m(k_1r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$	$H_{\phi 1} = \frac{ik_1C}{\omega\varepsilon_1}J'_m(k_1r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$

**Tabla 2.1:** Modos de los campos transversales dentro del resonador cilíndrico

los modos  $TE^z$  y otro sistema de las mismas características para los modos  $TM^z$  ( $C$  y  $D$ ) cuya resolución queda sujeta a que se anule los siguientes determinantes:

**Modos  $TM^z$ :**

$$\begin{bmatrix} \frac{m}{\omega\mu r}J_m(k_1a) & -\frac{m}{\omega\mu r}H_m^{(2)}(k_2a) \\ \frac{k_1}{\omega\mu}J'_m(k_1a) & -\frac{k_2}{\omega\mu}H_m^{(2)'}(k_2a) \end{bmatrix} = 0. \quad (2.51)$$

**Modos  $TE^z$ :**

$$\begin{bmatrix} \frac{m}{\omega\varepsilon r}J_m(k_1a) & -\frac{m}{\omega\varepsilon r}H_m^{(2)}(k_2a) \\ \frac{k_1}{\omega\varepsilon}J'_m(k_1a) & -\frac{k_2}{\omega\varepsilon}H_m^{(2)'}(k_2a) \end{bmatrix} = 0. \quad (2.52)$$

La solución de estas determinantes proporcionan las ecuaciones características para las dos polarizaciones  $TM^z$  y  $TE^z$ .



Fuera del cilindro ( $r > a$ )	
Modos TM	Modos TE
$E_{z2} = BH_m^{(2)}(k_2r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$	$H_{z2} = DH_m^{(2)}(k_2r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$
$H_{r2} = \frac{mB}{\omega\mu r}H_m^{(2)}(k_2r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$	$E_{r2} = -\frac{mD}{\omega\epsilon_2 r}H_m^{(2)}(k_2r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$
$H_{\phi 2} = -\frac{ik_2B}{\omega\mu}H_m^{(2)'}(k_2r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$	$E_{\phi 2} = \frac{ik_2D}{\omega\epsilon_2}H_m^{(2)'}(k_2r)e^{-im\phi}e^{i\omega t}$

**Tabla 2.2:** Modos de los campos transversales fuera del resonador cilíndrico

**Modos  $TM^z$ :**

$$n_1 \frac{J'_m(k_1a)}{J_m(k_1a)} = n_2 \frac{H_m^{(2)'}(k_2a)}{H_m^{(2)}(k_2a)}, \quad (2.53)$$

**Modos  $TE^z$ :**

$$\frac{1}{n_1} \frac{J'_m(k_1a)}{J_m(k_1a)} = \frac{1}{n_2} \frac{H_m^{(2)'}(k_2a)}{H_m^{(2)}(k_2a)}. \quad (2.54)$$

La solución de las ecuaciones 2.53 y 2.54, proporcionan las longitudes de onda de resonancia del cilindro ( $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_R}$ ) o sea los valores de la frecuencia angular  $\omega$  de las resonancias. A partir del sistema de ecuaciones 2.51 y 2.52 se pueden calcular los coeficientes de los campos. Y así determinar la distribución de los campos resonantes en el microresonador cilíndrico. Dado que la función de Hankel se define en términos de las funciones de Bessel como:

$$H_m^{(2)}(x) = J_m(x) - iY_m(x). \quad (2.55)$$

Se puede observar que al ser la función de Hankel compleja no es posible tener soluciones con variable real para las ecuaciones anteriores, por lo tanto, las soluciones de las ecuaciones

características son complejas, y en consecuencia las frecuencias de resonancia de los modos tienen una parte imaginaria, lo que implica una atenuación exponencial. Físicamente significa que los modos resonantes pierden energía en función del tiempo:

$$\omega = \omega' + i\omega'', \quad (2.56)$$

Con lo que podemos escribir que todos los campos eran proporcionales a las exponenciales:

$$e^{i\omega t} = e^{i\omega' t} e^{-\omega'' t}. \quad (2.57)$$

Resultando una atenuación con el tiempo determinada por  $\omega''$ . De acuerdo con la definición del factor  $Q$  de una resonancia en términos energéticos, resultará:

$$Q = 2\pi \frac{U}{U_p} = \frac{1}{2} \left( \frac{\omega'}{\omega''} \right), \quad (2.58)$$

donde  $U$  es la energía almacenada en el resonador y  $U_p$  es la energía perdida en una oscilación. El origen físico de las pérdidas energéticas que aparecen es la radiación de los modos. Es sencillo evaluar el vector de Poynting a grandes distancias con la forma asintótica de las funciones de Hankel, obteniendo:

$$\vec{S}_r = |B|^2 \frac{2}{\pi\omega\mu r} \hat{u}_r. \quad (2.59)$$

La integral de flujo de este vector de Poynting nos da la potencia que se radía. Dado que las microcavidades que vamos a estudiar se caracterizan por tener un factor de calidad alto, la parte imaginaria de  $\omega$  ha de ser mucho menor que la parte real ( $\omega'' \ll \omega'$ ). Este hecho permite aproximar las ecuaciones 2.53 y 2.54. Para facilitar el análisis vamos a definir el argumento  $z_1$  para la función de Bessel  $J_m$  y  $z_2$  para la función de Hankel  $H_m^{(2)}$ .

$$z_1 \equiv k_1 a = z'_1 + iz''_1 = \frac{\omega'}{c} n_1 a + i \frac{\omega''}{c} n_1 a, \quad (2.60)$$

$$z_2 \equiv k_2 a = z'_2 + iz''_2 = \frac{\omega'}{c} n_2 a + i \frac{\omega''}{c} n_2 a. \quad (2.61)$$

Desarrollando en serie de Taylor hasta orden 1, las funciones  $J_m$  y  $H_m^{(2)}$ , para  $\omega''$  pequeña, se obtienen expresiones separadas para las partes real e imaginaria. Con ello las funciones tendrán argumentos reales y las ecuaciones pueden resolverse con variable real.

**Modos  $TM^z$ :**

$$n_1 \frac{J_{m+1}(z'_1)}{J_m(z'_1)} \left[ 1 + iz''_1 \left( \frac{J'_{m+1}(z'_1) - J'_m(z'_1)}{J_m(z'_1)} \right) \right] =$$

$$n_2 \frac{Y_{m+1}(z'_2)}{Y_m(z'_2)} \left[ 1 + i \left( \frac{J_{m+1}(z'_2) + (z'_2)'' Y'_{m+1}(z'_2)}{Y_{m+1}(z'_2)} - \frac{J_m(z'_2) + (z'_2)'' Y'_m(z'_2)}{Y_m(z'_2)} \right) \right],$$
(2.62)

**Modos  $TE^z$ :**

$$\frac{1}{n_1} \frac{J_{m+1}(z'_1)}{J_m(z'_1)} \left[ 1 + iz''_1 \left( \frac{J'_{m+1}(z'_1) - J'_m(z'_1)}{J_m(z'_1)} \right) \right] =$$

$$\frac{1}{n_2} \frac{Y_{m+1}(z'_2)}{Y_m(z'_2)} \left[ 1 + i \left( \frac{J_{m+1}(z'_2) + (z'_2)'' Y'_{m+1}(z'_2)}{Y_{m+1}(z'_2)} - \frac{J_m(z'_2) + (z'_2)'' Y'_m(z'_2)}{Y_m(z'_2)} \right) \right].$$
(2.63)

Estas ecuaciones nos permiten separar las partes reales e imaginarias. Con la parte real se pueden calcular las frecuencias de los modos resonantes propagados en la dirección acimutal del microresonador.

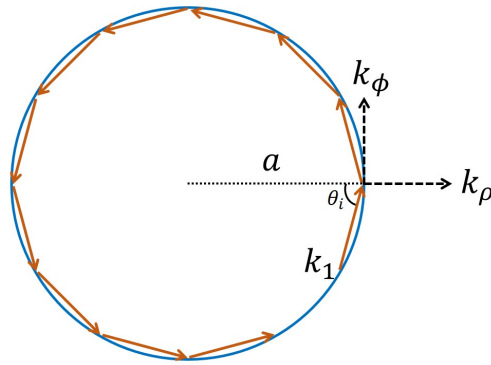
**Parte real de los Modos  $TM^z$ :**

$$n_1 \frac{J_{m+1}(z'_1)}{J_m(z'_1)} = n_2 \frac{Y_{m+1}(z'_2)}{Y_m(z'_2)}.$$
(2.64)

**Parte real de los Modos  $TE^z$ :**

$$\frac{1}{n_1} \frac{J_{m+1}(z'_1)}{J_m(z'_1)} = \frac{1}{n_2} \frac{Y_{m+1}(z'_2)}{Y_m(z'_2)}.$$
(2.65)

Este desarrollo de Taylor permite, por una parte, obtener las frecuencias de resonancia empleando variable real con las ecuaciones 2.64 y 2.65. Por otra parte, se podría calcular la parte imaginaria de las frecuencias de resonancia con las ecuaciones 2.62 y 2.63. Sin embargo no resulta útil dado que dicha parte imaginaria subestima las pérdidas al no tener en cuenta las imperfecciones y el acoplo del sistema de excitación. Así pues, en lo sucesivo calcularemos las frecuencias de resonancia con las ecuaciones 2.64, 2.65, pero el factor  $Q$  se medirá experimentalmente. Una vez obtenidas las ecuaciones características, cuando nos planteamos su solución numérica, se precisa acotar en qué rango de valores de  $m$  y  $\omega$  se encuentran las soluciones de interés. La Figura 2.6 muestra la trayectoria de los rayos que



**Figura 2.6:** Esquema de rayos de la propagación de resonancias WGM.

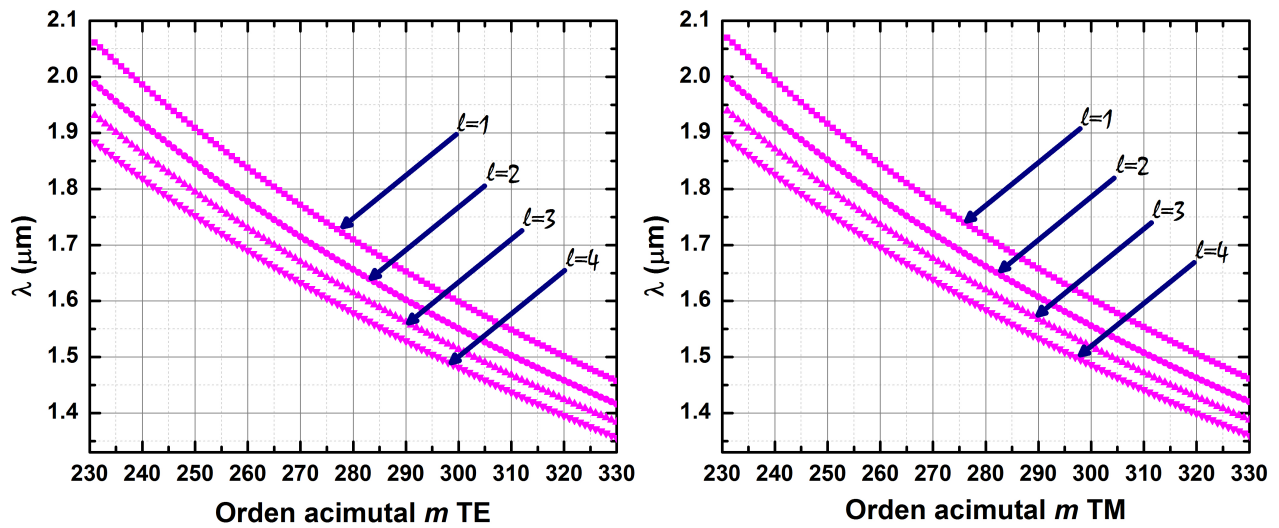
corresponderían a los WGM al propagarse en el interior del microresonador por reflexión total interna.

La constante de propagación en el medio 1 se puede descomponer en sus componentes radial y acimutal como:

$$(k_1 a)^2 = (k_\phi a)^2 + (k_r a)^2. \quad (2.66)$$

La resonancia de los WGM se caracterizan por:

$$k_\phi a = m, \quad (2.67)$$



**Figura 2.7:** Variación de la longitud de onda de resonancia en función del orden acimutal  $m$  para un radio de  $55 \mu\text{m}$ . Se muestran los primeros cuatro órdenes radiales  $l$ .

y dado que el ángulo  $\theta_i$  será algo inferior a  $90^\circ$ , resultará:

$$k_\phi < k_1 \Rightarrow m < k_1 a. \quad (2.68)$$

Por otro lado, para que exista el confinamiento de los campos en el microresonador es necesario que se produzca la reflexión total interna en el resonador, lo que implica que:

$$\text{sen}\theta_i > \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.69)$$

Utilizando la expresión y teniendo en cuenta que  $k = k_0 n$ , se debe cumplir que:

$$\text{sen}\theta_i = \frac{k_\phi}{k_1} \Rightarrow m > k_2 a. \quad (2.70)$$

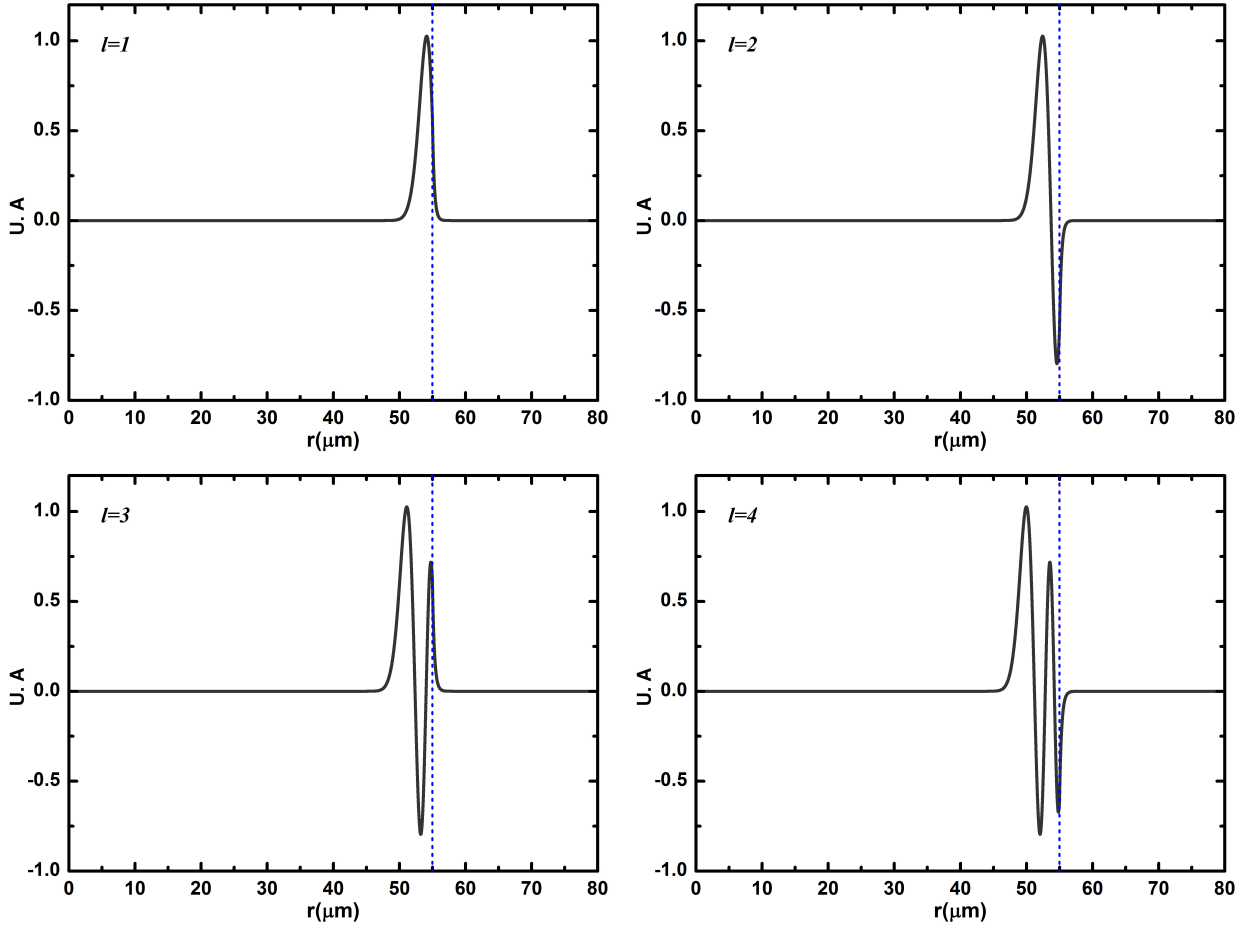
En conclusión, el valor del orden acimutal  $m$  de los WGM resonantes está acotado por:

$$k_2 a < m < k_1 a. \quad (2.71)$$

Fijado un orden acimutal  $m$  en el rango de interés, obtendremos una serie de soluciones que son los distintos ordenes radiales. A modo de ejemplo, se muestra el análisis numérico de un microresonador cilíndrico de  $110 \mu m$  de diámetro y una longitud de onda resonante en torno a  $\lambda_r = 1.50 \mu m$ . Este valor del diámetro fija el rango de valores del orden acimutal  $m$ :

$$231 < m < 332. \quad (2.72)$$

La Figura 2.7 muestra la variación de la longitud de onda de resonancia para los primeros cuatro ordenes radiales  $l$ , en función del orden acimutal y para los dos tipos de modos  $TM^z$  y  $TE^z$ .



**Figura 2.8:** *Componente longitudinal del campo eléctrico normalizada de los modos  $TM$  en función del radio de un microresonador cilíndrico de  $110 \mu\text{m}$  de diámetro. Orden acimutal  $m = 281$ . Órdenes radiales  $l = 1, 2, 3$  y  $4$ .*

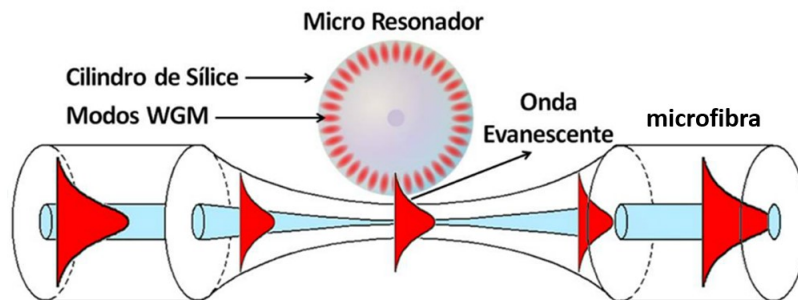
Las gráficas de la Figura 2.8 muestran la componente longitudinal del campo eléctrico en un microresonador de  $110 \mu\text{m}$  para la polarización  $TM^z$ , en función de la coordenada radial. Se muestran los 4 primeros órdenes radiales para un orden acimutal fijo. Se puede observar que para todos los casos el campo está concentrado alrededor de la interface (resonador-aire). Los modos radiales de mayor orden corresponden a una incidencia con un ángulo menor y en consecuencia presentan más pérdidas por radiación y una  $Q$  teórica menor.

En el caso que estamos analizando a modo de ejemplo, observamos que en el medio exterior ( $r > a$ ) la onda siempre tiene una forma tipo exponencial decreciente, tal y como corresponde al caso de incidencia por encima del ángulo límite de la reflexión total interna. En el análisis numérico se observa que si hiciéramos un zoom en el eje vertical, fuera del resonador, el

campo presenta una pequeña parte oscilante que es la responsable de la radiación (ver para más detalle [Zamora et al., 2011]).

## 2.3 Sistema acoplado microfibra-resonador.

En esta sección se estudia el acoplamiento unidireccional entre un resonador y una guía de onda. En nuestro caso, el resonador será un microresonador cilíndrico y la guía de onda una microfibra. Las ecuaciones obtenidas describen lo que podemos llamar la transmitancia del sistema, o sea la potencia transmitida normalizada en la microfibra de excitación cuando hay un acoplamiento con el resonador. Hay varias formas de excitar los WGM en resonadores. Para resonadores cilíndricos la forma más sencilla y eficaz es utilizar una guía de onda que tenga campos evanescentes intensos. La propia guía de excitación permite medir la transmitancia. Una guía de onda de estas características son las microfibras (*tapers*). La Figura 2.9 muestra el esquema de una microfibra y un resonador cilíndrico acoplados.

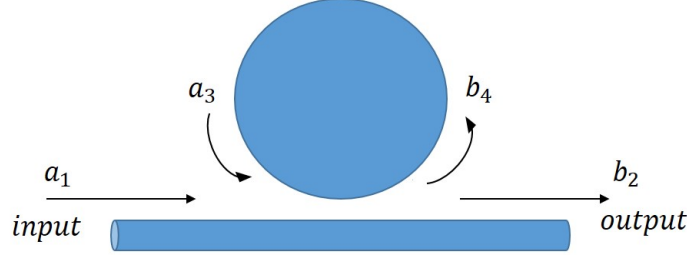


**Figura 2.9:** Esquema general para la excitación de modos WGM en un microresonador cilíndrico con una microfibra.

Para analizar el acoplo de energía entre estos elementos consideremos dos casos. El caso básico, donde la excitación será unidireccional y solamente se tendrá propagación en un sentido. Y el caso con reflexión en el que se considera la excitación de ondas contrapropagantes, generadas por la rugosidad de la superficie y otras posibles inhomogeneidades.

### Caso básico

Para analizar el intercambio de potencia óptica entre una guía de onda (microfibra) y un resonador (microresonador cilíndrico) consideramos el esquema de la Figura 2.10 que consiste en un acoplamiento sin pérdidas entre una microfibra y un microresonador cilíndrico, que podemos describir con una matriz de scattering simplificada.



**Figura 2.10:** Esquema de un microresonador acoplado a una microfibra para analizar el acoplo de energía considerando el caso básico. Donde  $a_1$  representa la entrada y  $b_2$  la salida del sistema,  $b_4$  modeliza la amplitud del WGM a la salida de la región de acoplo y  $a_3$  la amplitud del WGM en el punto de entrada a la región de acoplo, después de haber dado una vuelta en el resonador.

$$\begin{pmatrix} b_2 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & i\eta \\ i\eta & \alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_3 \end{pmatrix}. \quad (2.73)$$

Esta matriz es unitaria,  $\eta$  es el coeficiente de acoplo, siendo  $\alpha^2 + \eta^2 = 1$ . Los coeficientes  $a_1$ ,  $a_3$ ,  $b_2$  y  $b_4$  son las amplitudes complejas de los modos. La amplitud del campo  $b_4$  determina la amplitud  $a_3$  al propagarse una vuelta en el microresonador:  $a_3 = fe^{i\phi}b_4$ , donde  $f$  es el factor de atenuación en una vuelta y  $\phi$  el cambio de fase. Al tener en cuenta esta relación entre  $a_3$  y  $b_4$ , se obtiene una expresión para  $b_2$ :

$$b_4 = \left( \frac{i\eta}{1 - \alpha fe^{i\phi}} \right) a_1 \Rightarrow b_2 = \left( \frac{\alpha - fe^{i\phi}}{1 - \alpha fe^{i\phi}} \right) a_1. \quad (2.74)$$

En el sistema  $a_1$  representa la entrada y  $b_2$  la salida del campo electromagnético, entonces es posible calcular la potencia con los modulos al cuadrado de las amplitudes:

$$P_2(\phi) = P_1 \left[ \frac{\alpha - fe^{j\phi}}{1 - \alpha fe^{j\phi}} \cdot \frac{\alpha - fe^{-j\phi}}{1 - \alpha fe^{-j\phi}} \right] = P_1 \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha^2)(1 - f^2)}{1 + (\alpha f)^2 - 2\alpha f \cos \phi} \right] \quad (2.75)$$

La Figura 2.11 representa la potencia de salida  $P_2(\phi)$  en función de  $\phi$  para una caso concreto ( $\alpha = 0.963144$ ,  $f = 0.955421$ ). La función presenta un pico de atenuacion en la longitud de onda de resonancia, generado por la energía disipada en el resonador.



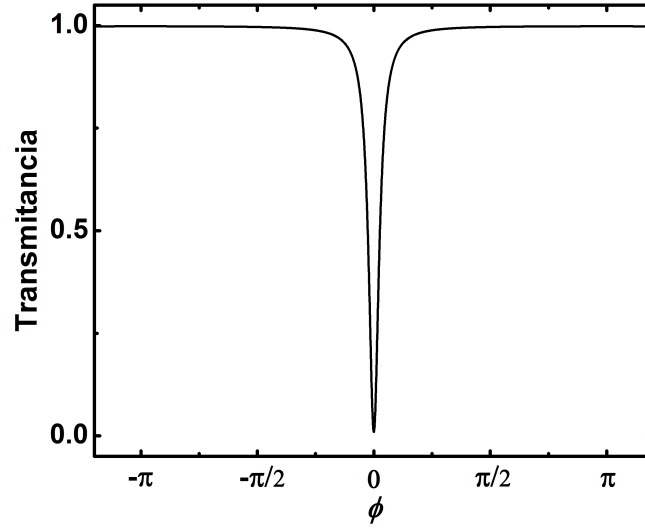


Figura 2.11: *Transmancia del sistema en el caso básico.*

En la ecuación 2.75 cuando  $\phi = 0$  se obtiene un denominador “pequeño”, por lo tanto, el cociente es “grande” y la potencia es mínima. El caso contrario cuando  $\phi = \pi$ , la potencia es máxima. Como se puede ver en la Figura 2.12, previa normalización con  $P_1$ . Las expresiones de las potencias máximas y mínima son las siguientes:

$$\phi = 0; P_{2min} = P_1 \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha^2)(1 - f^2)}{(1 - \alpha f)^2} \right], \quad (2.76)$$

$$\phi = \pi; P_{2max} = P_1 \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha^2)(1 - f^2)}{(1 + \alpha f)^2} \right]. \quad (2.77)$$

Teniendo las expresiones para la potencia mínima 2.76 y máxima 2.77, es posible determinar el valor del ancho de pico de la resonancia definido tal y como la Figura 2.12 indica.

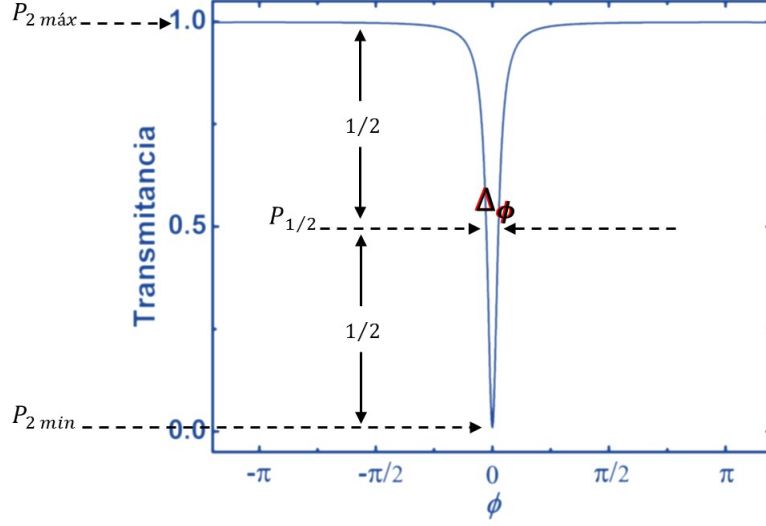
$$P_{1/2} = \frac{P_{2min} + P_{2max}}{2} = P_1 \left\{ 1 - \frac{(1 - \alpha^2)(1 - f^2)[(1 - \alpha f)^2 + (1 + \alpha f)^2]}{2(1 - \alpha^2 f^2)^2} \right\} \quad (2.78)$$

Con  $P_2(\phi) = P_{1/2}$  se pueden calcular los valores de la fase que determinan la semianchura de la resonancia  $\phi_{1/2}$ :

$$\phi_{1/2} = \arccoseno \left\{ \frac{2\alpha f}{1 + \alpha^2 f^2} \right\} \approx \frac{1 - \alpha f}{\sqrt{\alpha f}}. \quad (2.79)$$

Luego con  $\phi_{1/2}$  se puede encontrar el ancho de línea en función de la longitud de onda ( $pm$ ) del pico de resonancia. Aprovechando el hecho que:

$$\phi = k_0 n_m L = \frac{2\pi}{\lambda} n_m 2\pi a, \quad (2.80)$$



**Figura 2.12:** Potencia máxima y mínima de una resonancia WGM.

donde  $n_m$  es el índice modal,  $L = 2\pi a$ ,  $a$  es el radio del resonador dieléctrico cilíndrico y  $\lambda$  es la longitud de onda de resonancia. Para resonadores con un  $Q$  alto, tomando la derivada de  $\phi$  con respecto a  $\lambda$  se obtiene:

$$d\phi = - \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 n_m a d\lambda. \quad (2.81)$$

Con 2.79 se obtiene  $\Delta_\phi$ :

$$\Delta_\phi = 2d\phi = 2\phi_{1/2} = \frac{2(1 - \alpha f)}{\sqrt{\alpha f}}. \quad (2.82)$$

Y con 2.81 se obtiene en ancho de línea  $\Delta_\lambda$ :

$$\Delta_\lambda = |2d\lambda| = \frac{2d\phi}{-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 n_m a}. \quad (2.83)$$

Luego sustituyendo 2.82 en 2.83 se obtiene una expresión para el ancho de línea en función de la longitud de onda del pico de resonancia:

$$\Delta_\lambda = \frac{2(1 - \alpha f)}{\sqrt{\alpha f} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 n_m a}. \quad (2.84)$$

De 2.76 y 2.77 se puede determinar una expresión para el mínimo de potencia en resonancia normalizado con el valor máximo:

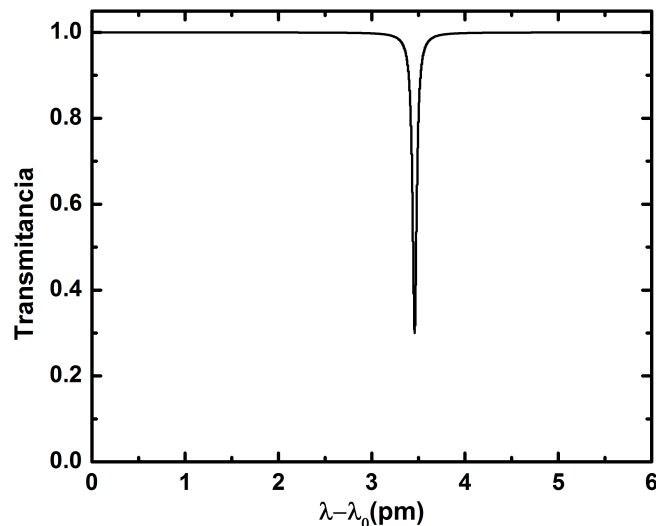
$$\frac{P_{2\min}}{P_{2\max}} = \left[ \frac{(\alpha - f)(1 + \alpha f)}{(\alpha + f)(1 - \alpha f)} \right]^2. \quad (2.85)$$

Puede observarse que el pico de resonancia presentará su valor más pequeño cuando  $\alpha = f$ . En este caso el valor mínimo es cero, lo que significa que cuando la microcavidad está en resonancia no sale nada de energía y toda la energía que entra en el sistema se está disipando en la cavidad, en principio por radiación. En un experimento dado seremos capaces de medir  $P_{2min}/P_{2max}$  y  $\Delta\lambda$ . Con estos datos experimentales y con 2.84 y 2.85 se determina el coeficiente  $\alpha$  y el factor de atenuación en una vuelta  $f$ , lo que permite determinar los parámetros clave del modelo teórico y, por ejemplo graficar la resolución teórica con esos parámetros ajustados al caso experimental concreto que estamos analizando. Como ejemplo se graficará una resonancia a partir de los datos obtenidos experimentalmente de la transmitancia de una microfibra que excita WGM en un microresonador de  $55 \mu\text{m}$  de radio. Los datos obtenidos son:  $\lambda = 1529.3 \text{ nm}$ ,  $\frac{P_{min}}{P_{max}} = 0.30$  y  $\Delta\lambda = 0.056 \text{ pm}$ . Con las expresiones anteriores se obtiene el coeficiente  $\alpha$  y el factor  $f$ :

$$\alpha = 0.9999918, \quad (2.86)$$

$$f = 0.9999719.$$

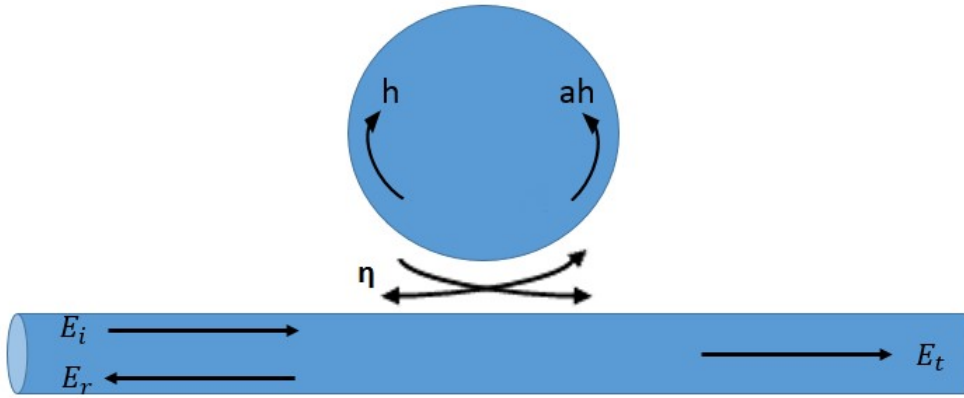
Con estos parámetros obtenidos es posible graficar la potencia de salida del sistema de acoplo 2.75. Esta gráfica reproduce con mucha precisión el espectro medido (Figura 2.13).



**Figura 2.13:** Resonancia WGM en un microresonador. Radio  $a = 55 \mu\text{m}$ . Con  $\alpha = 0.9999918$ ,  $f = 0.9999719$ ,  $m = 316$ .

### Caso con reflexión.

Una vez analizado el caso básico, vamos a abordar el caso en el que se tienen ondas propagantes y contrapropagantes, simultáneamente, en la microcavidad. Estas ondas estarán acopladas por varios mecanismos físicos como la dispersión producida en el punto de interacción con la microfibra y la rugosidad de la superficie [Kippenberg et al., 2002]. Si bien es posible analizar el sistema introduciendo un coeficiente de reflexión puntual ubicado en algún punto del microresonador. Resulta más sencillo analizar el problema desde un punto de vista energético [Zou et al., 2008], que además nos proporciona un análisis alternativo del caso básico tratado anteriormente. El esquema de la Figura 2.14 muestra el conjunto de ondas propagantes y contrapropagantes que tenemos que considerar y que dan lugar a un campo transmitido  $E_t$  y uno reflejado  $E_r$ .



**Figura 2.14:** Esquema de un microcilindro acoplado a una microfibra. Donde  $h$  y  $ah$  son los campos WGM horario y anti-horario que se propagan cerca de la superficie del microresonador.  $E_i$  es la entrada del campo eléctrico dentro de la región de acoplamiento.  $E_r$  y  $E_t$  son los campos reflejado y transmitido después del acoplamiento.  $\eta$  es el coeficiente de acoplamiento entre el microresonador y los modos de la microfibra.

El campo eléctrico de la onda anti-horaria excitada en el resonador decaerá exponencialmente con el tiempo en función de las distintas fuentes de pérdidas energéticas. En primer lugar tenemos pérdidas intrínsecas, fundamentalmente por radiación y absorción de material que describiremos con el coeficiente  $\kappa_0$  ( $E_{ah} \propto e^{-(\kappa_0 + \kappa_1)t}$ ). Este coeficiente se relaciona con el factor de transmitancia  $f$  introducido en el estudio del caso básico con la relación:  $\kappa_0\tau = 1 - f$ , donde asumimos que las pérdidas son pequeñas y la exponencial se puede aproximar por los

dos primeros términos de su desarrollo en serie:  $\tau$  es el tiempo que emplea la onda en dar una vuelta en el resonador. En segundo lugar tenemos las pérdidas que la onda circulante en el resonador experimenta por el acoplamiento con la microfibra. Estas pérdidas están determinadas por el coeficiente de acoplamiento  $\eta$ ;  $\kappa_1 = (1 - \alpha)/\tau$ , siendo  $\alpha = \sqrt{1 - \eta^2}$ . Cuando el sistema está fuera de resonancia, la interferencia de la onda consigo misma al dar una vuelta con un cierto desfase contribuye al cambio de amplitud del campo de la forma  $E_{ah} \propto e^{-i(\omega_R + \delta\omega)t}$ , donde  $\omega_R$  es la frecuencia de resonancia y  $\delta\omega$  la desintonía. El desfase  $\phi$  al circular una vuelta en el resonador, tal y como lo hemos definido al estudiar el caso básico, se relaciona con la desintonía en frecuencia con la expresión:  $\phi = -\delta\omega\tau$ . De acuerdo a estas consideraciones y antes de analizar el acoplo a la onda horaria por las reflexiones, podemos escribir la ecuación:

$$\frac{dE_{ah}}{dt} = -(\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega) E_{ah} + i\frac{\eta}{\tau} E_i, \quad (2.87)$$

donde, además de los tres términos ya descritos, tenemos que añadir el término de inyección de energía al sistema asociado al campo de entrada  $E_i$  dado por  $i\frac{\eta}{\tau} E_i$ . Esta forma de analizar el resonador nos proporciona de forma sencilla la salida del sistema en régimen estacionario, o sea cuando  $\frac{dE_{ah}}{dt} = 0$ :

$$E_{ah} = \frac{i\eta/\tau}{\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega} E_i. \quad (2.88)$$

Esta expresión coincide con la ecuación 2.74, donde  $b_4 = E_{ah}$ ,  $a_1 = E_i$ ,  $\kappa_0\tau = 1 - f$  y  $-\delta\omega\tau = \phi$ , y tomando los dos primeros términos de la serie de Taylor de la exponencial  $e^{i\phi} \approx 1 + i\phi$ . Ahora resulta sencillo incorporar al modelo la existencia de reflexiones que generan la onda en sentido horario. La propagación simultánea de los campos  $E_{ah}$  y  $E_h$  acoplados por reflexiones la vamos a modelizar con un coeficiente de acoplo  $g$ . La ecuación 2.87 se modificará con la inclusión del término de acoplo a  $E_{ah}$  y, por otra parte, el campo  $E_h$  tendrá su propia ecuación [Zou et al., 2008]:

$$\frac{dE_{ah}}{dt} = -(\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega) E_{ah} + igE_h + i\frac{\eta}{\tau} E_i, \quad (2.89)$$

$$\frac{dE_h}{dt} = -(\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega) E_h + igE_{ah}. \quad (2.90)$$

En equilibrio, cuando las derivadas son nulas, se tiene:

$$E_{ah} = \frac{i2\kappa_1/\eta (\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega)}{(\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega)^2 + g^2} E_i, \quad (2.91)$$

$$E_h = \frac{-2g\kappa_1/\eta}{(\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega)^2 + g^2} E_i. \quad (2.92)$$

Con estas expresiones se puede calcular la transmitancia y reflectancia que se medirían en la microfibra de excitación:

$$T = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 = \left| \alpha - \frac{2\kappa_1 (\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega)}{(\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega)^2 + g^2} \right|^2, \quad (2.93)$$

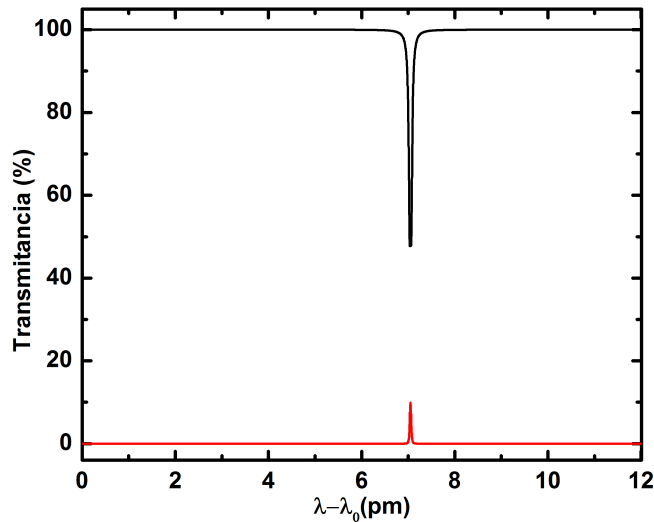
$$R = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 = \left| \frac{2g\kappa_1}{(\kappa_0 + \kappa_1 + i\delta\omega)^2 + g^2} \right|^2. \quad (2.94)$$

De acuerdo a las equivalencias que hemos introducido, podemos reescribir estas ecuaciones con la notación empleada en el caso básico:

$$T = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 = \left| \alpha - \frac{\eta^2(1 - \alpha f e^{i\phi})}{(1 - \alpha f e^{i\phi})^2 + (g\tau)^2} \right|^2, \quad (2.95)$$

$$R = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 = \left| \frac{\eta^2 g\tau}{(1 - \alpha f e^{i\phi})^2 + (g\tau)^2} \right|^2. \quad (2.96)$$

En la práctica,  $\kappa_0$  y  $g$  son valores fijos,  $T$  y  $R$  son ajustables cambiando el coeficiente de acoplo  $\kappa_1$ , ya sea ajustando el radio de la microfibra o la separación microfibra-resonador. La Figura 2.15 muestra una gráfica de  $T$  y  $R$  (2.95 y 2.96) calculada con los valores  $\alpha$  y  $f$  obtenidos anteriormente para un caso representativo y ajustando  $g\tau$  para obtener una reflectividad en resonancia del orden del 10 % tal y como corresponde con los experimentos.



**Figura 2.15:** Transmitancia y reflectancia en un microresonador:  $a = 55 \mu\text{m}$ . Con  $\alpha = 0.9999918$ ,  $f = 0.9999719$ ,  $m = 316$  y  $g\tau = 0.00002$ .

Dado que el elevado factor  $Q$  que presenta estas resonancias es muy alto, aunque el coeficiente  $g\tau$  sea muy pequeño (en concordancia con el origen de las reflexiones producidas por inhomogeneidades), se genera una onda reflejada significativa, tal y como se mide fácilmente en los experimentos.





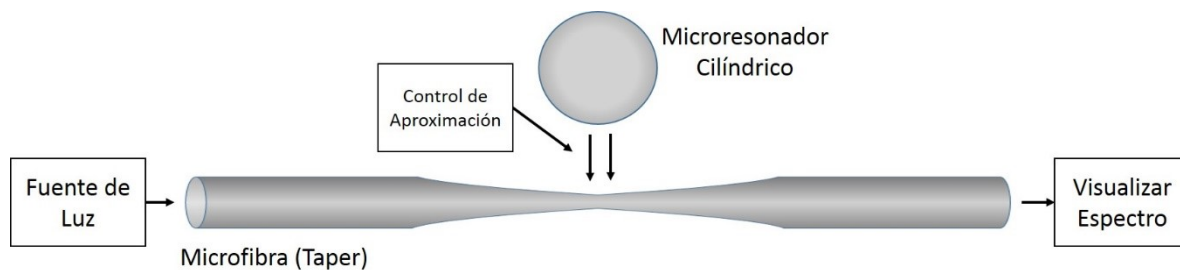
# Capítulo 3

## Montaje Experimental

En este capítulo se describen los montajes en la mesa de trabajo y el método experimental utilizado para caracterizar las propiedades de los modos resonantes tipo WGMs en microresonadores cilíndricos excitados por microfibras. También se presentan los resultados obtenidos experimentalmente con microcavidades cilíndricas de diferente diámetro. Se presentan los resultados más representativos de la caracterización fundamental discutiendo y comparando con el modelo teórico desarrollado en el capítulo 2.

### 3.1 Implementación de los resonadores y del sistema de medida.

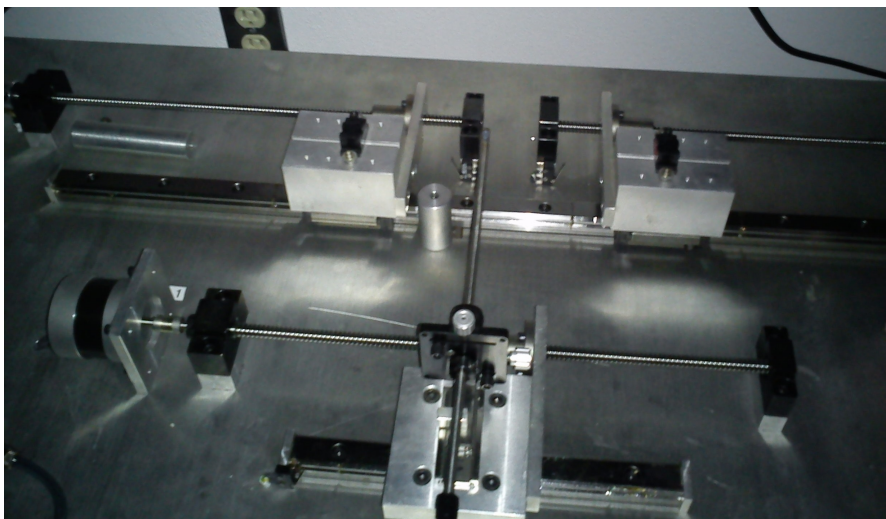
El esquema básico para excitar WGMs se muestra en la Figura 3.1. El esquema muestra un montaje que consiste en una guía de onda que provee de un campo evanescente que excita una microcavidad cilíndrica. La excitación de los WGMs de la cavidad se realiza utilizando



**Figura 3.1:** Esquema básico propuesto para inducir y observar WGMs.

el campo evanescente de la guía de onda. Una fuente de luz se conecta a la guía de onda y a la salida de la misma se conecta algún dispositivo que permita observar el efecto causado al aproximar la microcavidad. En general, el montaje básico mostrado en el esquema de la Figura 3.1 permite detectar la excitación de los WGMs midiendo la transmitancia a través de la guía de onda empleada para la excitación cuando el microresonador se aproxima o se pone en contacto con la microfibrilla de excitación. La guía de onda y la cavidad óptica pueden fabricarse por fusión y estiramiento a partir de fibra convencional monomodo SMF-28 de Corning ( $125\ \mu\text{m}$  de diámetro). Para controlar la separación de la microfibrilla y el microresonador se utiliza una plataforma  $x, y, z$ , controlada por un actuador con una resolución de  $300\ \text{pm/voltio}$ . La fuente de luz puede ser de banda ancha tipo LED para una primera caracterización, sin embargo la medida de resonancias con anchos de línea subpicométrico requiere el empleo de láseres sintonizables.

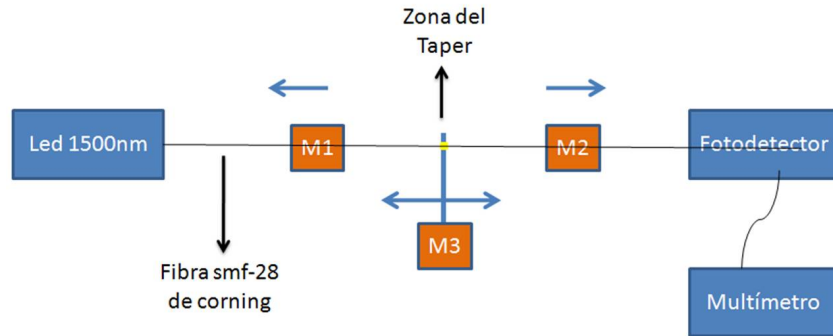
En todos los experimentos realizados en el presente trabajo de tesis, los microresonadores y las guías de onda excitadoras se fabricaron mediante la técnica de fusión y estiramiento, [Kenny et al., 1991], [Boucovalas and Georgiou, 1986], a partir de fibras monomodo estándar de diámetro exterior de  $125\ \mu\text{m}$ . Para la fabricación de estos dispositivos se empleó una máquina (desarrollada en la Universidad de Valencia) para estrechar fibras, la cual se muestra en la Figura 3.2 (Copia de la Figura 2.3).



**Figura 3.2:** Mesa para la fabricación de microfibras.

El esquema del funcionamiento de la máquina se muestra en la Figura 3.3 (Copia de la

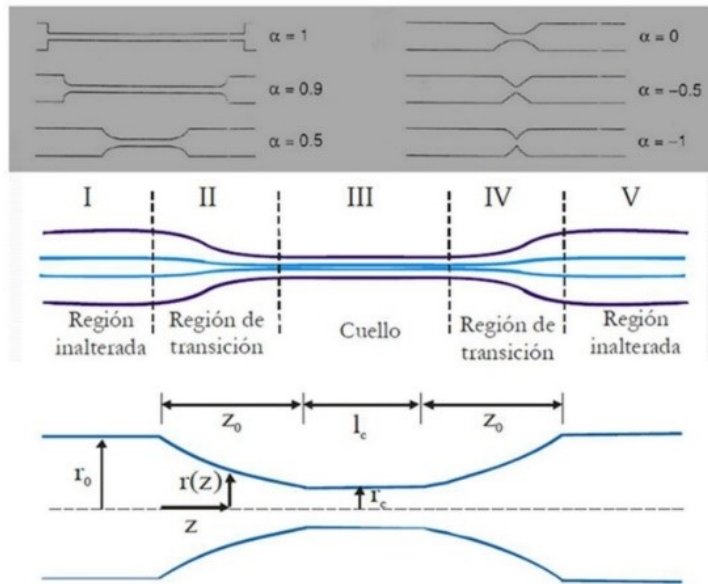
figura 2.2) y consiste en un sistema mecánico que estira la fibra por medio de dos motores ( $M1$  y  $M2$ ) mientras se calienta la zona a estrechar con un barrido del soplete (llama) controlada por otro motor ( $M3$ ).



**Figura 3.3:** Esquema del funcionamiento de la máquina de tapers.

El calentamiento de la fibra se realiza con una llama generada por combustión de oxígeno y butano. Esta mezcla de gases se ajusta con precisión con dos controladores de flujo. En el proceso de calentamiento y estiramiento de la fibra se monitorizan las pérdidas ópticas generadas durante la fabricación midiendo el voltaje del fotodetector; si el proceso se desarrolla correctamente las pérdidas han de ser de pocas décimas de dB. El control del proceso de estrechamiento de fibra se lleva a cabo con un ordenador. El resultado de este proceso es una estructura de sílice de un determinado perfil de adelgazamiento [Birks and Yu, 1992] como los mostrados en la Figura 3.4. A estas estructuras se les conoce como fibras taper o microfibras. El perfil del taper se determina con un parámetro  $\alpha$  introducido por el usuario antes del proceso de estrechamiento.

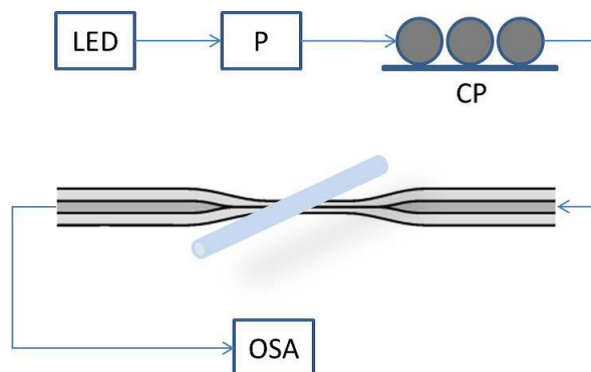
En la mayoría de los experimentos desarrollados en el trabajo de investigación se fabricaron tapers (microfibras) de 800 nm de diámetro, para ser utilizadas como guías de excitación. Para los microresonadores cilíndricos se fabricaron una variedad de microfibras en un rango de 125 a 20  $\mu\text{m}$  de diámetro. Cabe mencionar y resaltar que las microfibras de 800 nm fueron fabricadas con pérdidas ópticas menores a 0.3 dB, mientras que para las microfibras utilizadas como microresonadores fueron fabricadas con pérdidas menores a 0.1 dB. En el caso de las microfibras cuya función es servir de microresonador, la parte útil es la del cuello uniforme central.



**Figura 3.4:** Perfil de la estructura de un taper fabricada por fusión y estiramiento. El perfil del taper es determinado por el valor de  $\alpha$ .

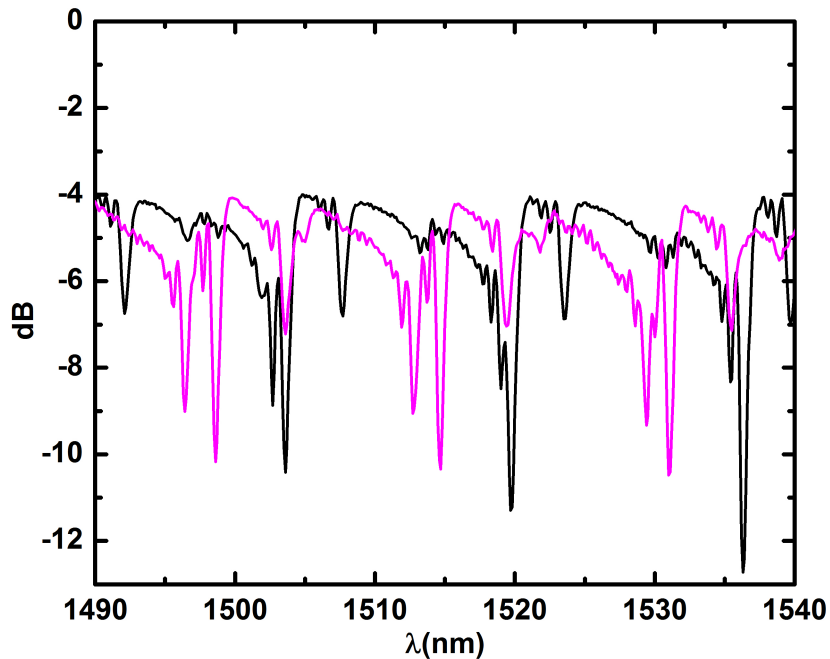
## 3.2 Propiedades básicas

El primer montaje experimental realizado se muestra en la Figura 3.5. Se utiliza como fuente de luz un Led con una potencia máxima de  $63 \mu W$ . El Led permite caracterizar los microresonadores cilíndricos en el intervalo de longitud de onda  $\lambda$   $[1430 - 1600] \text{ nm}$ . La fuente de luz está conectada a un polarizador lineal de fibra óptica, luego la polarización incidente se ajusta con un controlador de polarización de fibra óptica, lo que permite excitar de forma separada los modos TE y TM. Al extremo final, la transmitancia de la microfibras excitadora se mide con un analizador de espectros ópticos (OSA).



**Figura 3.5:** Montaje experimental básico para la excitación de modos en microresonadores cilíndricos con fuente de luz LED.

Lo que se busca y se espera obtener al aproximar el microresonador cilíndrico (MRC) hacia la microfibra excitadora (ME), es la excitación de las resonancias del MRC, lo cual se observa como una serie de picos de atenuación en el espectro de transmisión de la ME (Figura 3.6).

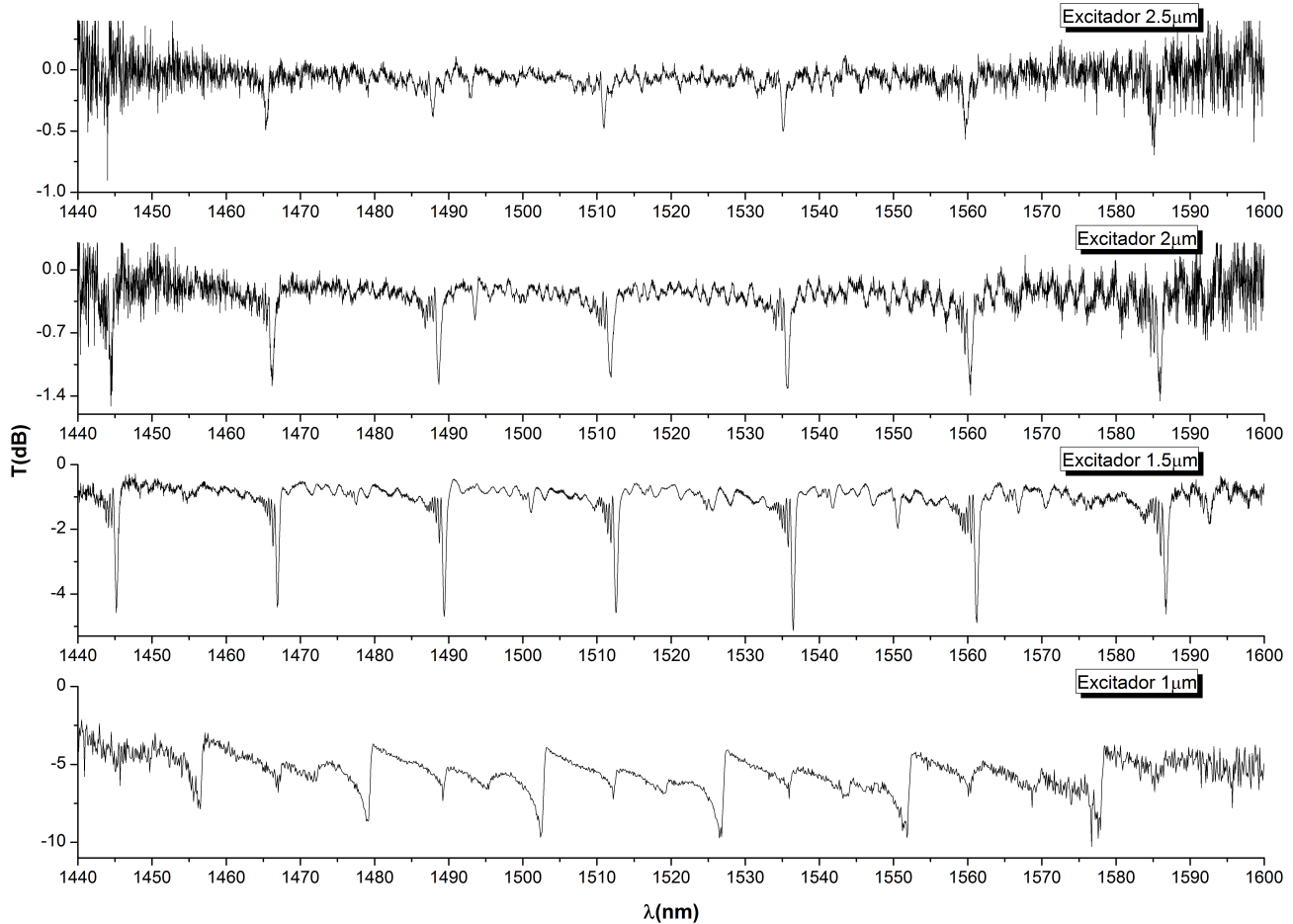


**Figura 3.6:** Espectro de Transmitancia de la microfibra al estar en contacto con el microresonador. Diámetro de la microfibra:  $1\ \mu\text{m}$ , diámetro del microresonador:  $20\ \mu\text{m}$ . Se muestran las resonancias  $TE$  y  $TM$ .

En este experimento el MRC está en contacto con la ME lo que produce un sobrea-coplamiento y los espectros no son óptimos, pero proporciona una primera caracterización. Al excitar el MRC, cada pico en el espectro de transmitancia corresponde a la excitación de una resonancia de WGM. Ajustando la polarización de la luz que se “inyecta” a la ME, fue posible excitar resonancias del tipo  $TE^z$  y  $TM^z$ . La Figura 3.6 muestra los picos de resonancia para los dos estados de polarización. Para cada trazo de la figura se ajustó la polarización para que los picos de resonancia presenten mayor atenuación.

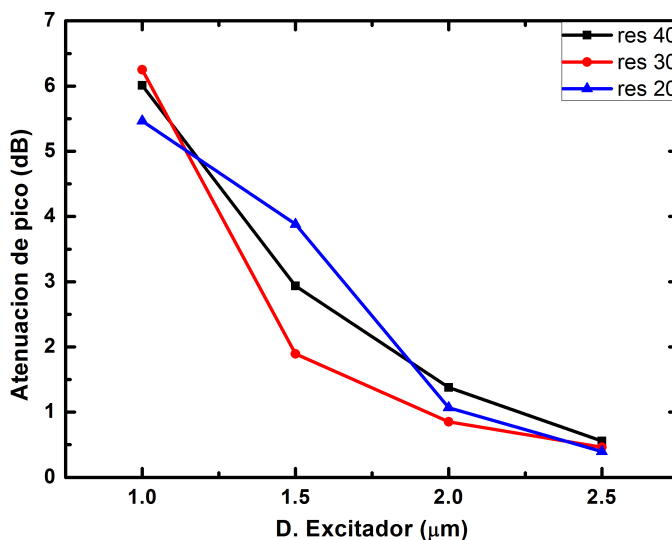
En el montaje experimental se analizaron tres resonadores ( $40$ ,  $30$  y  $20\ \mu\text{m}$  de diámetro) excitados cada uno por un conjunto de microfibras ( $3$ ,  $2.5$ ,  $2$ ,  $1.5$  y  $1\ \mu\text{m}$ ). De acuerdo a las características del pico de resonancia (atenuación y ancho) se puede determinar la calidad del microresonador.

### Microresonador de 20 $\mu\text{m}$ de diámetro.



**Figura 3.7:** Picos de resonancia de un microresonador de 20  $\mu\text{m}$  de diámetro excitado por microfibras de distinto diámetro.

Como ejemplo, en la Figura 3.7 se muestra los espectros obtenidos para un microresonador cilíndrico de 20  $\mu\text{m}$  de diámetro excitado por microfibras de 2.5, 2, 1.5 y 1  $\mu\text{m}$  de diámetro. Se puede observar que la separación entre las resonancias se mantiene, pero la atenuación aumenta al disminuir el diámetro de la ME y las resonancias se ensanchan y se hacen asimétricas [Vanessa et al., 2009]. Este resultado concuerda con el aumento de la extensión del campo evanescente en el aire conforme se reduce el diámetro de la ME [Birks and Yu, 1992], [Boucovalas and Georgiou, 1986]. La profundidad de los picos de resonancia para los 3 MRCs analizados (20, 30 y 40  $\mu\text{m}$ ) se resume en la Figura 3.8.



**Figura 3.8:** Atenuación de los microresonadores en función del diámetro de la microfibra excitadora.

Se puede determinar  $Q$  directamente de los espectros de transmitancia con la relación de la longitud de onda  $\lambda$  y la anchura a la mitad del pico  $\Delta\lambda$  de la resonancia (FMWH: Full Width at Half-Maximum)  $Q = \lambda/\Delta\lambda$ . En este experimento el factor de calidad determinado por los picos de resonancia tiene un valor del orden de  $10^3$ . El factor de calidad es bajo a causa del sobreacoplamiento y las pérdidas de esparcimiento, ya que el MRC y la ME están en contacto. Se puede observar que cada espectro muestra una colección de picos bien definidos donde cada pico corresponde a la excitación de un modo resonante (WGM). Se puede hacer una estimación de la separación entre los picos (FSR: Free Spectral Range) que corresponden a modos de ordenes acimutales consecutivos y mismo orden radial a partir de la expresión [Birks et al., 2000a],

$$FSR = \frac{\lambda^2}{2\pi n_m a} \approx \frac{\lambda^2}{2\pi n a}, \quad (3.1)$$

donde  $n_m$  es el índice modal del WGM y  $n$  es el índice de refracción del material del MRC,  $\lambda$  es la longitud de onda del pico de resonancia. De acuerdo a la expresión 3.1, para un MRC de 20  $\mu\text{m}$  de diámetro se tiene un FSR de 25  $\text{nm}$ . En la Figura 3.7 se puede observar que para todos los espectros experimentales la separación entre dos modos consecutivos concuerda con este valor. Y se puede decir que el FSR sólo depende del diámetro del MRC prescindiendo de la ME. Por otro lado, un trozo de fibra sin estrechar puede considerarse un MRC de 125

$\mu\text{m}$  de diámetro. Su FSR es de 4 nm. O sea que, para MRCs con FSR pequeño se tienen más modos resonantes que en MRCs con FSR grandes. También se puede observar en la Figura 3.9 que cuanto más grande sea el diámetro del MRC, sus picos de resonancia son más estrechos. Lo que indica que los MRCs de diámetro mayor tienen picos de resonancia más estrechos, y por lo tanto un factor de calidad mayor.

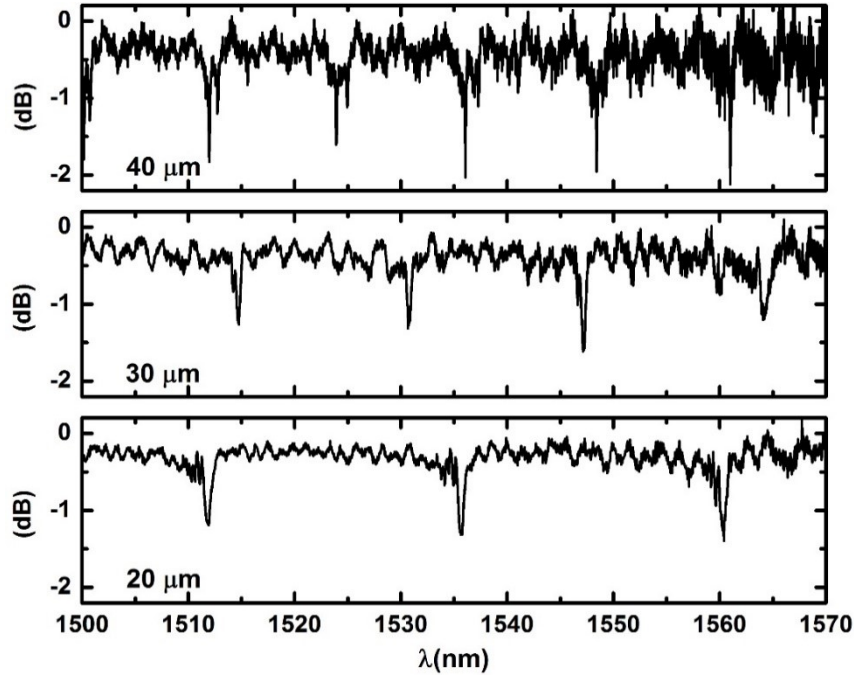
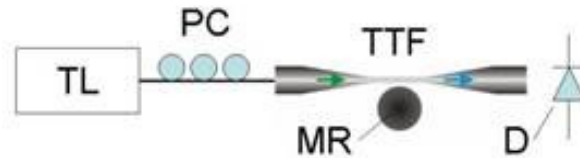


Figura 3.9: Microresonadores excitados por una microfibra de 2  $\mu\text{m}$ .

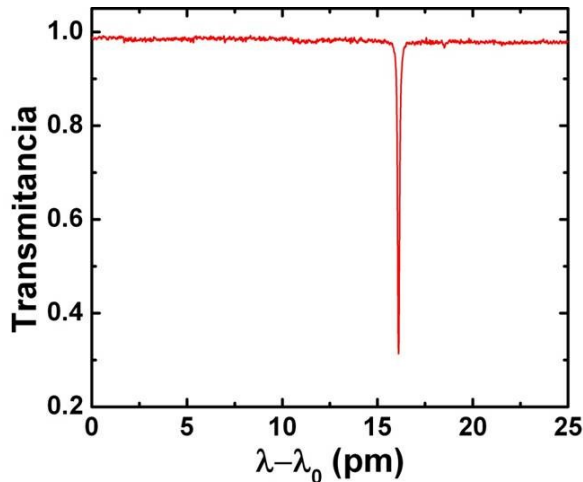
El montaje para excitar modos WGM en un MRC con fuente de luz LED permite observar de forma rápida los picos de los modos WGM, con lo cual es posible determinar su factor de calidad  $Q$ , en primera aproximación, y su FSR. En este caso, el espectro de transmitancia tiene pérdidas debido a que el MRC está en contacto con la ME, lo que resulta en picos de resonancia con un factor de calidad  $Q$  bajo. Para aplicaciones donde se requieren picos de resonancia con un factor de calidad alto es necesario reducir las pérdidas y mejorar la resolución de los espectros. Por lo que se propone una modificación en el montaje experimental reemplazando la fuente de luz por un láser sintonizable.

En nuestro caso emplearemos un láser sintonizable cuyo ancho de línea instantáneo es menor que 30 kHz. La longitud de onda de emisión, de este laser puede controlarse con una señal eléctrica de rampa para barrer un rango de decenas de  $\mu\text{m}$  y observar el espectro





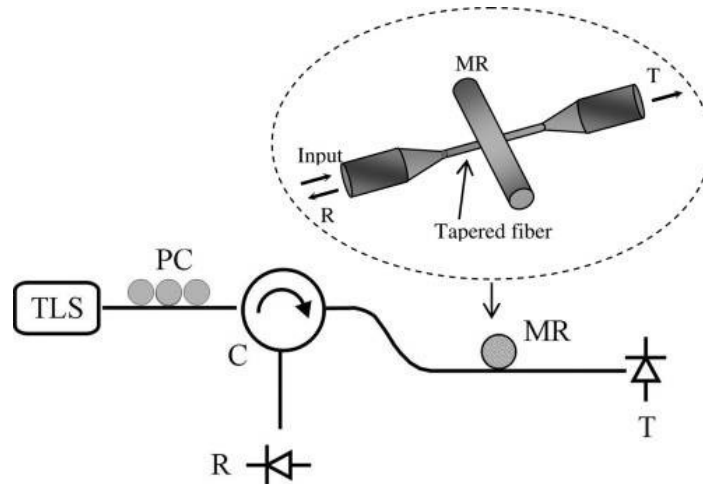
**Figura 3.10:** Montaje experimental para la excitación de WGMs en microresonadores cilíndricos con fuente de luz láser.



**Figura 3.11:** Pico de resonancia obtenido a partir de un microresonador de  $60 \mu\text{m}$  de diámetro excitado por una microfibrá de  $800 \text{ nm}$  con una separación de  $\sim 1 \mu\text{m}$  del resonador.

en un osciloscopio, con lo que se puede medir los picos de resonancia con una resolución por debajo de las centésimas de picómetro. La Figura 3.10 muestra el esquema del montaje experimental propuesto. La fuente de luz es un láser sintonizable que se hace pasar por un control de polarización de fibra óptica. La transmisión de la ME se mide con un fotodetector conectado a un osciloscopio en el que se calibra la conversión tiempo-longitud de onda en función de la rampa aplicada al láser. Como puede observarse en la Figura 3.8, al reducir el diámetro de la ME, los picos de resonancia aumentan en atenuación (son más profundos). Por esta razón se ha decidido utilizar una ME de  $800 \text{ nm}$  de diámetro (pérdidas de transmisión propias menores a  $0.4 \text{ dB}$ ). La Figura 3.11 muestra un pico de resonancia en el espectro de transmisión de la ME donde el MRC es de  $60 \mu\text{m}$  y se encuentra a una distancia de  $960 \text{ nm}$  ( $\sim 1 \mu\text{m}$ ) de la ME (la distancia se ajustó al óptimo). El factor de calidad es del orden de  $10^7$ , gracias a que no hay sobreacoplamiento ni pérdidas por contacto. Una vez que se obtuvieron espectros con buena resolución, se agregó al montaje experimental (Figura

3.10) un circulador óptico con el propósito de visualizar el espectro de reflexión, resultando el montaje experimental de la Figura 3.12, el cual permite caracterizar los MRCs en transmisión y en reflexión.



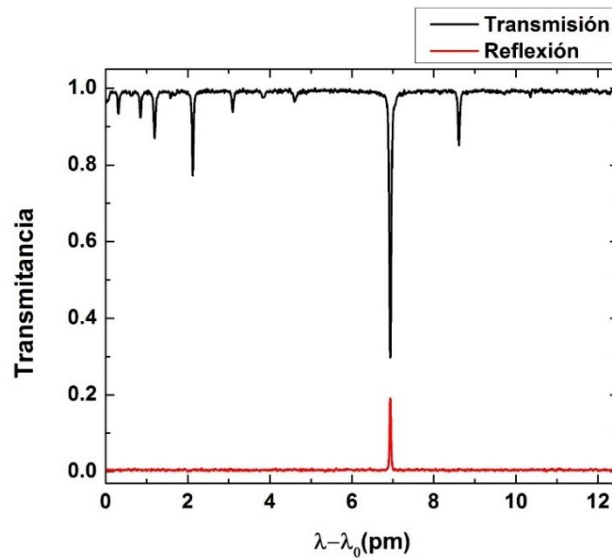
**Figura 3.12:** Montaje para caracterizar microresonadores cilíndricos en Transmisión y Reflexión.

La Figura 3.13 muestra un pico de resonancia del espectro de transmisión y su espectro de reflexión para un MRC de  $110 \mu\text{m}$  de diámetro. La caracterización de los microresonadores cilíndricos realizada con este montaje experimental está basada en el análisis del ancho de línea y profundidad, así como el factor de calidad del pico de resonancia en transmisión, y del ancho de línea, porcentaje de reflexión y factor de calidad del pico de resonancia reflejado.

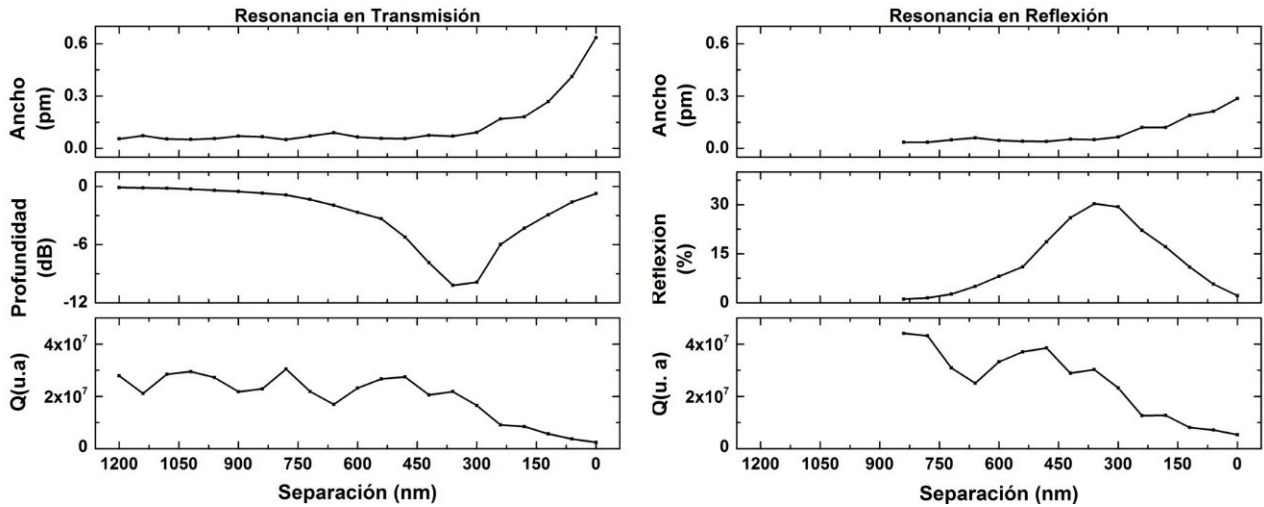
La caracterización de los MRC comenzó aproximando el MRC hacia la ME. Registrando la primera medida del espectro cuando el pico de resonancia (transmisión) tiene 0.1 dB de atenuación. A partir de ahí se repiten las medidas cada  $60 \text{ nm}$  (reduciendo la separación entre el MRC y la ME) hasta que los elementos están en contacto. La Figura 3.14 muestra la caracterización de un MRC de  $110 \mu\text{m}$  de diámetro.

Puede considerarse una separación óptima (entre el MRC y la ME) cuando los picos de resonancia alcanzan su mayor profundidad en transmisión y una mayor reflexión. Para el MRC de  $110 \mu\text{m}$  la separación óptima está en  $360 \text{ nm}$  de la ME (Figura 3.14).

En la Figura 3.15 se resume la separación óptima obtenida experimentalmente para varios MRCs. En los experimentos la separación óptima en transmisión (mayor profundidad) coincide con el mayor pico de reflexión. Se puede ver en la Figura 3.15 que la separación



**Figura 3.13:** Pico de resonancia de un microresonador de  $110 \mu\text{m}$  excitado por una microfibrá de  $800 \text{ nm}$ . El pico de resonancia está en  $1529.35 \text{ pm}$ . La separación entre la microfibrá y el microresonador es de  $480 \text{ nm}$ .



**Figura 3.14:** Caracterización de un microresonador de  $110 \mu\text{m}$  de diámetro excitado por una microfibrá de  $800 \text{ nm}$ . La excitación óptima de la resonancia está a  $360 \text{ nm}$  de separación con la microfibrá. El pico de resonancia está en  $1530 \text{ nm}$

óptima para la excitación de WGMs está en un rango de  $360$  a  $660 \text{ nm}$  dependiendo del diámetro del microresonador, manteniendo constante el diámetro de la ME. Para un MRC de fibra estándar ( $125 \mu\text{m}$  de diámetro) la separación óptima está aproximadamente a  $360 \text{ nm}$ , alrededor de esta distancia de separación se asegura una excitación de modos WGM eficiente.

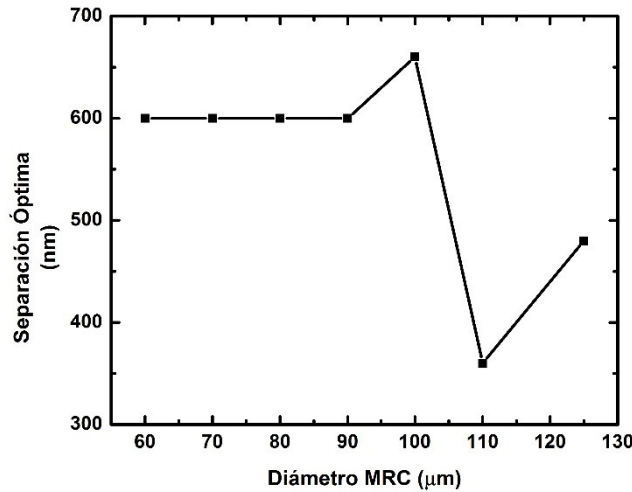


Figura 3.15: Separación óptima en función del diámetro del microresonador cilíndrico.

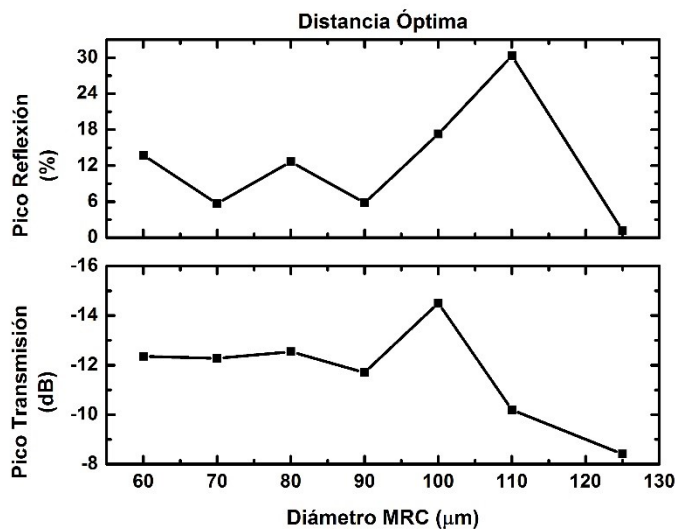


Figura 3.16: Pico en transmisión y pico reflexión máximos alcanzados en función del diámetro del microresonador cilíndrico.

La Figura 3.16 muestra los valores máximos obtenidos para la profundidad del pico de transmisión y su correspondiente pico de reflexión en los microresonadores analizados. Estas resonancias tienen un factor de calidad en transmisión y reflexión alto del orden de  $10^7$ . Este resultado es notable, ya que el factor de calidad usualmente reportado para microresonadores cilíndricos de sílice es inferior a  $10^5$  [Vanessa et al., 2009]. Si bien es cierto que, para microesferas y otros materiales diferentes a sílice, ya se han reportado valores tan altos como  $10^7$  [Savchenkov et al., 2009], que para el caso de microesferas y microtoroides de sílice

se han reportado valores de  $10^{10}$  y  $10^8$ , [Gorodestky et al., 1996] y [Zhang et al., 2010]. Los resonadores con forma de cilindro no confinan la luz en el eje  $z$ , lo que limita su factor  $Q$  en relación al caso de, por ejemplo, las microesferas [Sumetsky, 2010].



## Capítulo 4

# Implementación de un láser monomodo sintonizable basado en resonancias WGM de un microresonador cilíndrico

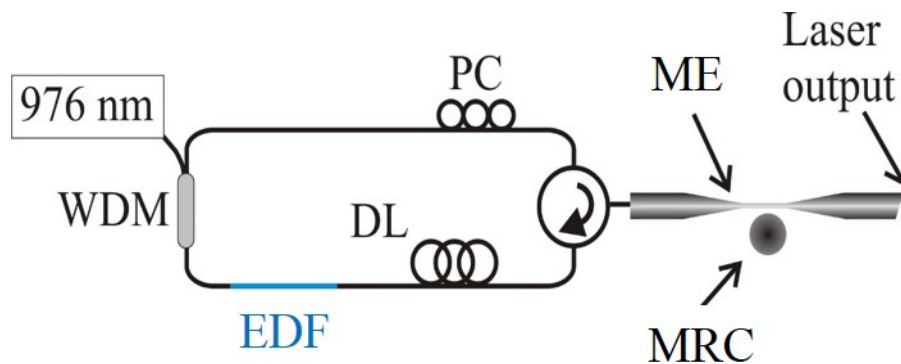
Los microresonadores ópticos muestran una combinación interesante de cualidades: Alto factor de calidad, modos generados en un pequeño volumen y buena estabilidad mecánica. Estas características hacen que estos dispositivos sean de interés en el área de fotónica por sus aplicaciones, en láseres de banda estrecha y sensores. En este capítulo se presenta la implementación de un láser de fibra dopada con Erblio de ancho de línea pequeño utilizando un microresonador cilíndrico (MRC) como elemento de retroalimentación. El láser se puede configurar para emitir uno o varios modos longitudinales; cuando opera en un solo modo longitudinal el láser emite una potencia máxima de  $0.380 \text{ mW}$  con un ancho de línea menor a  $35 \text{ kHz}$  y una razón de señal-ruido SNR de  $50 \text{ dB}$ . El empleo de un resonador cuyo diámetro varía suavemente a lo largo del eje  $z$ , permite la sintonización deslizando el punto de excitación a lo largo del microresonador consiguiendo un rango de sintonización de  $1.16 \text{ nm}$  en longitud de onda.

## 4.1 Introducción

El alto factor de calidad  $Q$  permite el uso de los microresonadores como filtros de banda ultra-estrecha. Esta característica se ha explotado en este experimento para la construcción de un láser de fibra monomodo y ancho de línea pequeño. Anteriormente se ha reportado un láser mono-frecuencia de fibra dopada con Erblio utilizando una microesfera de sílice como microresonador [Kieu and Mansuripur, 2007]. Aquí se presenta un láser de fibra que incorpora un MRC de sílice como elemento de retroalimentación y que permite la sintonización del láser al tener un diámetro variable a lo largo de su eje.

## 4.2 Montaje Experimental

El diagrama del láser de fibra desarrollado se muestra en la Figura 4.1. La ME y el MRC se fabricaron por fusión y estiramiento a partir de una fibra estándar monomodo (SMF-28 de Corning). La ME tiene 800 nm de diámetro con una longitud de cintura de 4 mm (pérdidas de 0.3 dB). El MRC es un cilindro de 60  $\mu\text{m}$  de diámetro (con pérdidas  $\sim 0$  dB) y diámetro ligeramente variable a lo largo de su eje. El medio de ganancia del láser es una fibra monomodo dopada con Erblio (M12-980-125, Fibercore) con una longitud de 1.5 m y bombeada con un láser de longitud de onda  $\lambda = 976$  nm (potencia máxima 50 mW).



**Figura 4.1:** Diagrama del arreglo láser. PC: controlador de polarización; DL: línea de retardo; WDM: Multiplexador de longitud de onda; MRC: microresonador cilíndrico; EDFA: Fibra dopada con Erblio; ME: Microfibrila de excitación

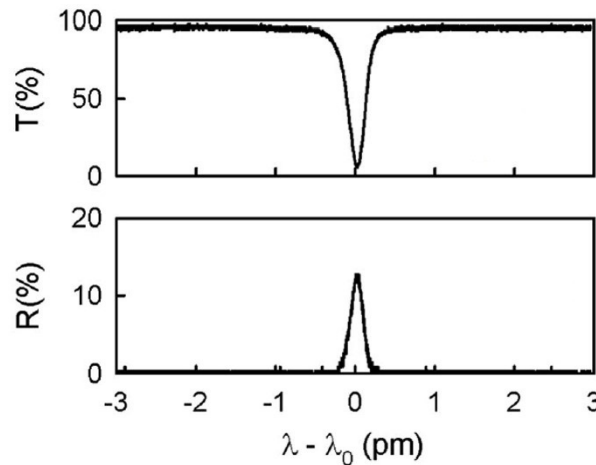
Un extremo de la ME se empalmó en uno de los brazos del circulator óptico, mientras que el lado opuesto de la microfibrila se utiliza como la salida del láser. Este extremo se cortó en



ángulo para prevenir reflexiones no deseadas del extremo de la fibra. El circulador asegura la operación del anillo láser en una dirección. El control de polarización en la cavidad se realiza con un controlador de polarización (PC). La separación de frecuencia entre los modos longitudinales del láser se ajustó incluyendo una línea de retardo de fibra monomodo, con el objetivo de tener al menos un modo en el ancho de línea del microresonador. La longitud final de la cavidad en anillo es de 32 m.

### 4.3 Resultados

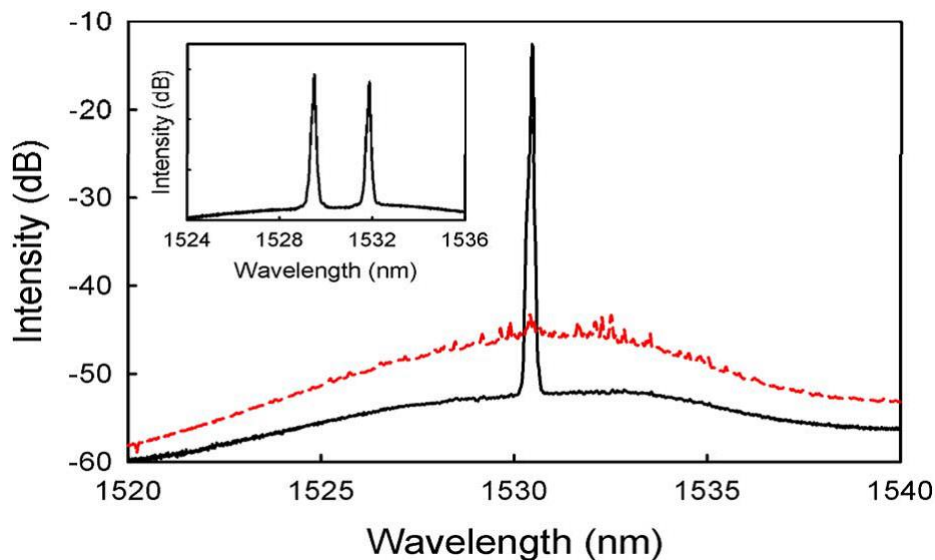
La Figura 4.2 muestra el espectro de transmisión y reflexión de una resonancia WGM del MRC. La intensidad transmitida y reflejada están normalizadas por la intensidad de entrada. El espectro de reflectividad muestra un pico de 0.18  $\mu\text{m}$  de ancho de línea y un 13 % de reflexión. Para lograr un acoplamiento óptimo de los modos WGM en el MRC, se ajustó la separación entre la ME y el MRC.



**Figura 4.2:** Transmitancia y reflectividad en función de longitud de onda alrededor de una resonancia. La longitud de onda de la resonancia es 1531.10 nm.

En la Figura 4.3 se muestra el espectro de emisión del láser medido con un analizador de espectros ópticos (OSA) con una resolución de 50  $\mu\text{m}$  para dos distancias de separación entre la microfibra y el MR. Cuando la separación es demasiado grande, el campo evanescente de la microfibra no se superpone al MRC; entonces las resonancias WGM no se excitan y en consecuencia no hay una retroalimentación y sólo se emite la emisión espontánea. Cuando

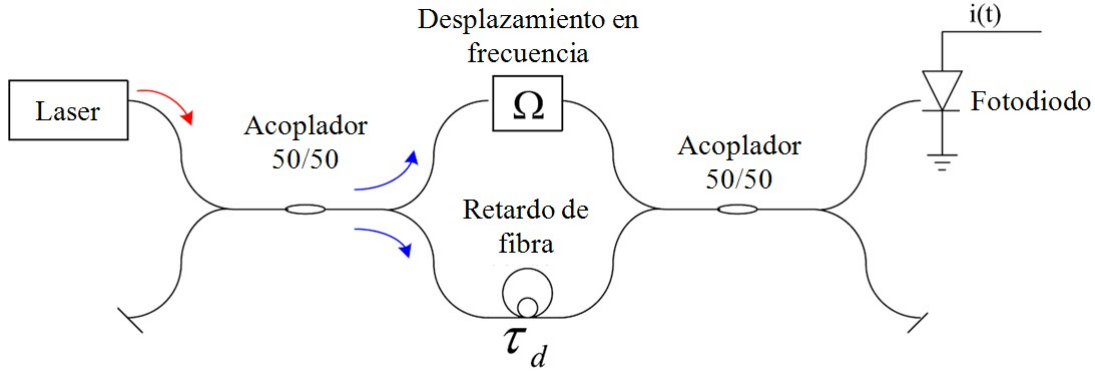
el MRC se aproxima hacia la microfibra, la excitación de los WGM se optimiza y la emisión láser se produce con una relación señal-ruido de 50 dB. El aumento de la potencia de bombeo provoca la emisión de varias líneas de láser debido a que las resonancias adyacentes del MRC (Free Spectral Range, FSR  $\sim 9$  nm para un MR de  $60 \mu\text{m}$  de diámetro) pueden superar también el umbral de emisión. Cabe mencionar que en el láser que se ha propuesto, el filtrado de longitud de onda se realiza exclusivamente por el propio MRC, a diferencia de otros láseres reportados anteriormente con microresonadores [Kieu and Mansuripur, 2007] como elementos de retroalimentación que se auxilian con una rejilla de Bragg grabada en una fibra óptica (FBG) para el filtrado de longitud de onda. En el láser que implementamos el factor de calidad  $Q$  y el espaciado de  $\lambda$  entre resonancias WGM está determinada por el diámetro del MRC. Al incrementar el diámetro del MRC se obtienen resonancias con un factor  $Q$  más alto, lo que conduce a picos de reflexión más estrechos y una reflectividad más alta. Sin embargo, el espacio entre resonancias adyacentes es muy corto y como resultado, el láser puede mostrar varias líneas laser con similar umbral de emisión, lo cual dificulta obtener una emisión de una sola línea láser. El recuadro de la Figura 4.3 muestra un ejemplo donde se emiten dos líneas como consecuencia de un bombeo excesivo y un FSR pequeño.



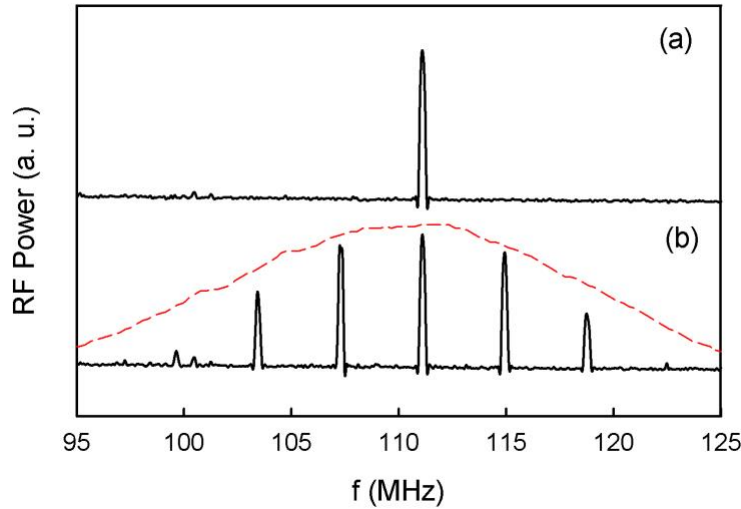
**Figura 4.3:** Espectro de emisión cuando la distancia entre la ME y el MRC es  $> 2\mu\text{m}$  (línea punteada), y  $0.5 \mu\text{m}$  (línea sólida). Diámetro de MRC:  $60 \mu\text{m}$ ; Potencia de bombeo:  $40 \text{ mW}$ . El recuadro muestra un ejemplo de emisión múltiple de longitud de onda. Diámetro MR:  $110 \mu\text{m}$ ; potencia de bombeo:  $100 \text{ mW}$ .

Investigamos la estabilidad de la emisión laser utilizando MRC's de diámetros que van de 60 a 110  $\mu\text{m}$ . El rango de potencia  $\Delta p$  entre la emisión de una línea de emisión y el paso a emisión multilínea se compararon para la misma separación entre la ME y el MRC. Encontramos que  $\Delta p$  se incrementa a medida que el diámetro del MRC decrece. Por ejemplo, para una distancia de separación dada, encontramos que  $\Delta p > 140 \text{ mW}$  cuando el diámetro del MRC era de 60  $\mu\text{m}$ , mientras que para un MRC de 110  $\mu\text{m}$ ,  $\Delta p = 60 \text{ mW}$ . En un segundo experimento, la potencia de bombeo se fijó y el espectro se registró cuando el MRC se aproximaba a la ME. Estudiamos el rango de la distancia MRC-ME ( $\Delta x$ ) para al que el láser emite solo una línea. Las observaciones demuestran que un MRC con un diámetro pequeño permite valores grandes de  $\Delta x$ . Por ejemplo, para una potencia de bombeo de 40  $\text{mW}$ ,  $\Delta x = 1 \mu\text{m}$  con un MRC de 60  $\mu\text{m}$  de diámetro, y  $\Delta x = 0.4 \mu\text{m}$  para un MRC con 110  $\mu\text{m}$  de diámetro. Estas medidas nos permiten concluir que la estabilidad de la emisión de solo una línea mejora sensiblemente con un diámetro de 60  $\mu\text{m}$  al tener un rango de ajuste  $\Delta p$  y  $\Delta x$  mayores. Seguidamente se caracterizó la emisión monomodo del laser. Dado que el láser puede emitir uno o varios modos longitudinales, su espectro de emisión laser se caracterizó en radiofrecuencia (RF) a través de una técnica de interferometría auto-heterodina [Horak and Loh, 2006] con un retardo de 22 km de fibra monomodo y un desplazador de frecuencia acusto-óptico (acousto-optic frequency shifter) accionado a 111 MHz (Figura 4.4). El batido del espectro en RF se muestra en la Figura 4.5 para diferentes condiciones del láser. En el caso en que se tiene un solo modo longitudinal del láser, la medida del ancho de línea fue menor que 35 kHz con una potencia máxima de operación de 0.380  $\text{mW}$ . El control de la emisión monomodo se consigue ajustando la separación entre el MRC y la ME. Una separación demasiado pequeña produce la emisión multilínea. Dado que se eligió una longitud de la cavidad suficiente para asegurar más de un modo longitudinal en el ancho de línea del MRC, el régimen de emisión monomodo se confirma de forma estable.

Por otra parte, la longitud de onda de emisión laser puede sintonizarse por el movimiento de la microfibra a lo largo del MR cilíndrico. La Figura 4.6 muestra los espectros de emisión láser grabadas con un analizador de espectros ópticos (OSA) en tres posiciones diferentes, demostrando un rango de sintonización de más de 1.16  $\text{nm}$ .



**Figura 4.4:** Montaje de la técnica auto-heterodina empleada para hacer un batido del pico láser y medir su ancho de línea y observar los modos longitudinales del mismo.

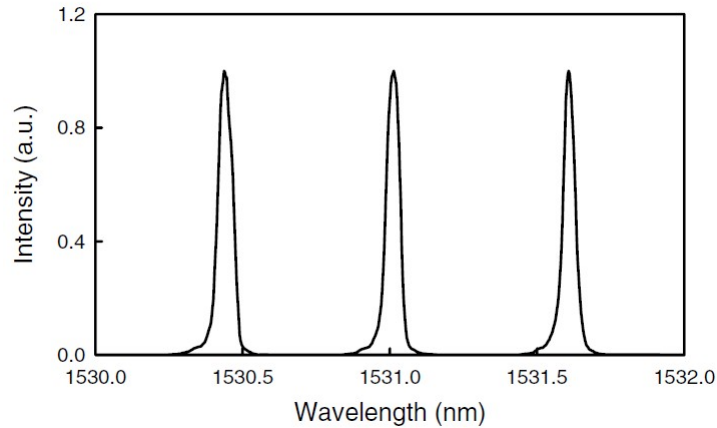


**Figura 4.5:** Batido de RF obtenido por la técnica heterodina en un interferómetro para diferentes condiciones de emisión láser. (a) Se emite un solo modo longitudinal. (b) Se emiten varios modos longitudinales. La escala vertical es la misma en ambos casos. La línea punteada muestra el espectro de la resonancia WGM superpuesta. La emisión de varios modos longitudinales se produce al reducir la separación MR-microfibra.

La longitud de onda  $\lambda$  de la resonancia de un WGM con índice modal  $n_m$  depende fuertemente del diámetro  $a$  del MRC. En particular, para cambios pequeños en el diámetro  $\delta a$ , el cambio de longitud de onda resonante  $\delta\lambda$ , puede estimarse con la expresión:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\delta a}{a} + \frac{\delta n_m}{n_m} \quad (4.1)$$

En donde  $\delta n_m$  es el cambio de índice efectivo de la resonancia WGM debido a los cambios del diámetro. Para un MRC de sílice de  $60 \mu\text{m}$  de diámetro y cuya resonancia está en 1531



**Figura 4.6:** Espectro de emisión láser grabado en tres posiciones diferentes de la MF a lo largo del MRC. El MRC es de  $60 \mu\text{m}$  de diámetro.

nm, se espera que la longitud de onda  $\lambda$  se desplace a razón de  $25 \text{ nm}$  por micra de cambio de diámetro del MRC. Así pues se podría esperar que el desplazamiento de sintonización fuera muy grande. Sin embargo, en la configuración láser que se desarrolló, existe una limitación importante para la sintonización debido a que el MRC tiene varias resonancias muy cerca una otras ( $\text{FSR} \sim 8 \text{ nm}$ ) y el sistema no incluye ningún filtro. El perfil de la ganancia del Erblio determina cuál de las resonancias se emitirá, que será la resonancia cuya longitud de onda esté en el pico de ganancia. Cuando las resonancias se desplazan, todas las resonancias cambian simultáneamente. Para pequeños desplazamientos, el láser se mantiene emitiendo en la misma resonancia. Sin embargo, para desplazamientos grandes se alcanza un punto para el que la ganancia adyacente es mayor, y en consecuencia, la emisión láser salta en longitud de onda. Por lo que la sintonización se consigue solo para desplazamientos pequeños.

## 4.4 Conclusiones Parciales

La conclusión principal de esa aplicación de los MRC es doble. Por una parte hemos verificado experimentalmente que los MRs pueden emplearse para construir un láser de fibra óptica monomodo y, por otra parte, hemos conseguido la sintonización de la emisión láser al emplear un MRC cuyo diámetro varía suavemente a lo largo del eje  $z$ . El láser alcanza una emisión de  $0.380 \text{ mW}$  en régimen monomodo, con un ancho de línea  $\delta f < 35 \text{ kHz}$ .



# Capítulo 5

## Microcavidades sintonizables

El desarrollo de microcavidades ópticas sintonizables abre un abanico de nuevas aplicaciones de gran interés. En este capítulo se resume el trabajo realizado para desarrollar microcavidades sintonizables con control óptico, fundamentadas en el acoplo de microcilindros de vidrio dopado en su eje. En concreto los MRC empleados son un simple trozo de fibra óptica dopada con Er y/o Yb.

### 5.1 Introducción

El desarrollo de microcavidades sintonizables tiene aplicaciones importantes cuando se precisa un filtro ajustable [Villegas et al., 2014], láseres sintonizables, etc. Sin embargo al carecer de una técnica de sintonización eficiente limita en el momento presente el desarrollo de más aplicaciones y nuevas posibilidades. En la bibliografía podemos encontrar unos pocos antecedentes, como son los microresonadores de cristal líquido sintonizables eléctricamente [Humar et al., 2009], que presentan un factor  $Q$  bajo ( $\sim 10^4$ ) y la compresión [Ilchenko, 1998] o tensionado [Klitzing et al., 2001] mecánicos empleando piezoeléctricos.

En el trabajo [Ward and Chormatic, 2010] se presentaron los primeros resultados en relación al empleo de microesferas dopadas con ER:Yb para la sintonización de las resonancias mediante su calentamiento con un láser de bombeo. En este caso, el empleo de vidrio fosfatado dopado directamente limita la  $Q$  de las resonancias. En nuestro caso, nos

proponemos emplear como microresonador un simple trozo de fibra óptica dopada con Er, Yb o Er:Yb en su núcleo. De esta forma el vidrio de la cubierta es puro sílice y se puede tener un factor de calidad  $Q$  elevado, ya que los dopantes están confinados al núcleo y no interaccionan con los campos de los WGM. El bombeo de estos MRCs con un diodo auxiliar de 980 nm calentará todo el resonador y permitirá su sintonización, preservando una alta  $Q$ . Los experimentos realizados pueden analizarse desde una doble perspectiva, por una parte, el calentamiento de un MRC con un diodo de bombeo permite sintonizar sus resonancias y, por otra parte, la medida del desplazamiento de una resonancia dada nos permite determinar el calentamiento que ha sufrido la fibra.

Dispositivos como láseres de fibra y amplificadores se componen de fibras activas (fibras dopadas con tierras raras), las cuales, generan calor al ser bombeadas y estos efectos térmicos pueden ser un límite para el buen desempeño de estos dispositivos. El calentamiento de los láseres y amplificadores puede causar fluctuaciones en la potencia de salida y también un desplazamiento de la longitud de onda de emisión en el caso de los láseres. Se han reportado bastantes análisis teóricos del cambio de temperatura por bombeo inducido en fibra óptica dopada [Cai et al., 2000b], pero no conocemos ningún trabajo donde se describa una técnica de medida directa de la temperatura. En este capítulo se estudia la sensibilidad a la temperatura de las resonancias excitadas en una fibra óptica dopada al ser bombeada por un láser de bombeo, ya sea para caracterizar los efectos térmicos o para sintonizar las resonancias.

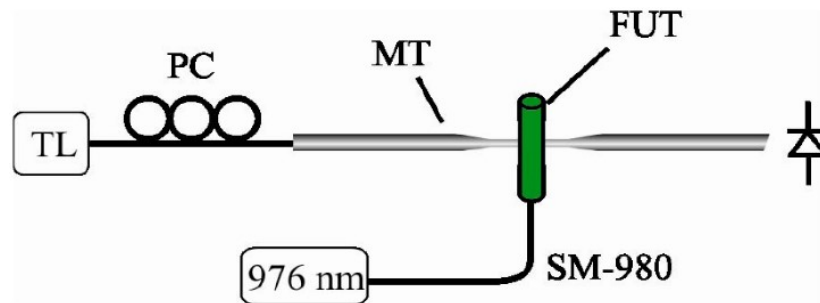
## 5.2 Montaje Experimental

El montaje experimental implementado con el fin de excitar resonancias WGM en una fibra dopada por medio de una microfibra de 0.8  $\mu\text{m}$  de diámetro se esquematiza en la Figura 5.1. Como fuente de luz se cuenta con un láser sintonizable linealmente polarizado (ancho de línea  $\Delta f < 30$  kHz). El láser tiene integrado un piezoeléctrico que facilita la exploración continua en torno a una longitud de onda dada con una resolución subpicométrica. Un controlador de polarización (PC) incorporado después de la fuente láser, permite excitar de forma separada



las resonancias  $TE^z$  y  $TM^z$  de la fibra activa.

La primera fibra que se probó es un segmento de fibra óptica dopada con erbio de 7 cm de longitud (fibercore M12/980/125) con una absorción 11.6 dB/m a una longitud de onda  $\lambda = 976 \text{ nm}$ . Esta sección de fibra está conectada por fusión a unos tramos de fibra no dopada de apertura numérica similar a la de la fibra dopada y tamaño de núcleo (SM-980) para bombearla con un diodo láser en  $\lambda = 976 \text{ nm}$  de onda continua, lo que provoca el calentamiento de la fibra dopada.



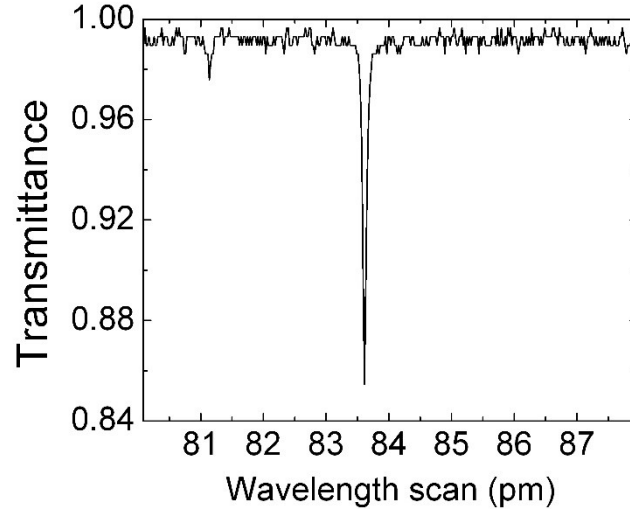
**Figura 5.1:** Montaje experimental utilizado para excitar resonancias WGM en una fibra activa. TL: láser sintonizable; PC: Control de polarización, MT: Microtaper, FUT: Fibra de prueba; SM-980: Fibra monomodo pasiva.

### 5.3 Resultados

En la Figura 5.2 se muestra un ejemplo de una resonancia típica de anchura espectral  $\Delta\lambda = 0.068 \text{ pm}$  ( $Q = 2.2 \times 10^7$ ) obtenida a partir del montaje de la Figura 5.1. La longitud de onda de la resonancia está centrada en  $\lambda = 1530 \text{ nm}$ .

En todas las mediciones llevadas a cabo, la separación entre la microfibrilla y la FUT se ajustó finamente utilizando los actuadores del piezoeléctrico hasta optimizar el acoplamiento. Es importante mencionar que el acoplamiento óptico siempre se da cuando la microfibrilla y la FUT no están en contacto, como se ha reportado anteriormente, de lo contrario se tienen sobreacoplamiento y pérdidas en transmisión como resultado de la dispersión de luz.

El desplazamiento espectral de las resonancias de un MRC en función de la temperatura se produce como resultado de la dilatación térmica del material y de su cambio de índice de refracción. En un MRC con radio exterior  $b$ , el cambio de desplazamiento de la longi-



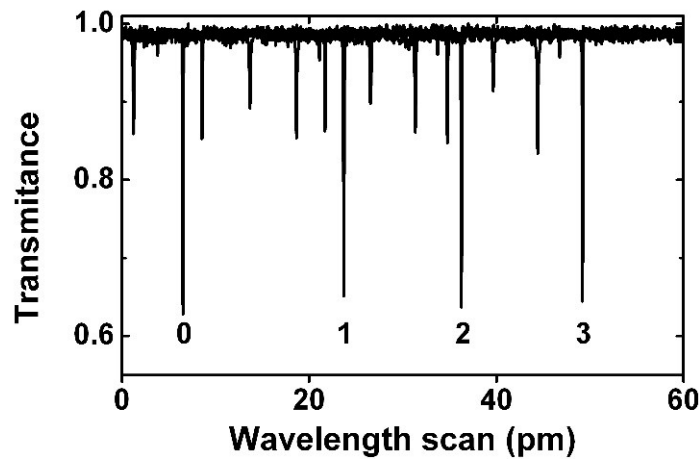
**Figura 5.2:** *Transmitancia en función de la longitud de onda alrededor de una resonancia. Potencia de bombeo: 0 mW. FUT: Fibercore M12/980/125*

tud de onda  $\Delta\lambda$  de una resonancia por un cambio de la temperatura  $\Delta T$  está dado por [Ma et al., 2008]:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \left( \frac{1}{b} \cdot \frac{db}{dT} + \frac{1}{n_m} \cdot \frac{dn_m}{dT} \right) \Delta T. \quad (5.1)$$

Donde  $n_m$  es el índice modal del WGM. En la ecuación 5.1, el primer término da cuenta del cambio de radio debido a la dilatación, y el segundo término corresponde con el cambio del índice modal del WGM. Para un MRC que consiste de una fibra óptica de  $125 \mu\text{m}$  de diámetro, es una buena aproximación reemplazar el primer término por el coeficiente de dilatación térmica de la sílice [Wait, 1967] y el segundo término por el coeficiente termo-óptico de la sílice. En el caso de los resonadores construidos de sílice fundida, el desplazamiento en longitud de onda viene a ser de  $\Delta\lambda/\Delta T = 10\text{pm}/^\circ\text{C}$ . La Figura 5.3 muestra el desplazamiento de las resonancias de la FUT (centrada en  $1539 \text{ nm}$ , orden acimutal teórico: 355) para diferentes potencias del láser de bombeo, de  $0 \text{ mW}$  hasta  $300 \text{ mW}$ . Estas medidas son estables y repetibles. Cada vez que se cambia la potencia de bombeo, en unos segundos se alcanza el equilibrio térmico que se refleja en una resonancia estática desplazada.

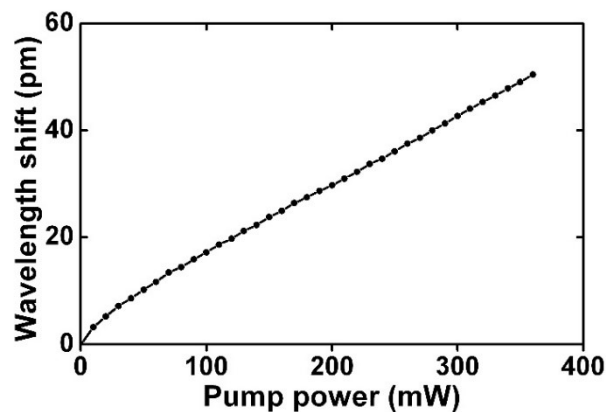
La medida de este desplazamiento en función del bombeo se representa en la Figura 5.4 donde se puede observar una cierta curvatura en torno al origen, cuando la fibra dopada no está saturada, y un desplazamiento lineal para bombeos moderados y grandes. El despla-



**Figura 5.3:** Espectros de transmisión superpuestos para diferentes valores del bombeo de  $\lambda = 980$  nm: (0)  $p = 0$  mW, (1)  $p = 100$  mW, (2)  $p = 200$  mW y (3)  $p = 300$  mW.

miento máximo observable en este experimento corresponderá a una potencia de 300 mW que produce un calentamiento de  $5^\circ\text{C}$  aproximadamente, que es consistente con las simulaciones teóricas publicadas [Davis et al., 1998].

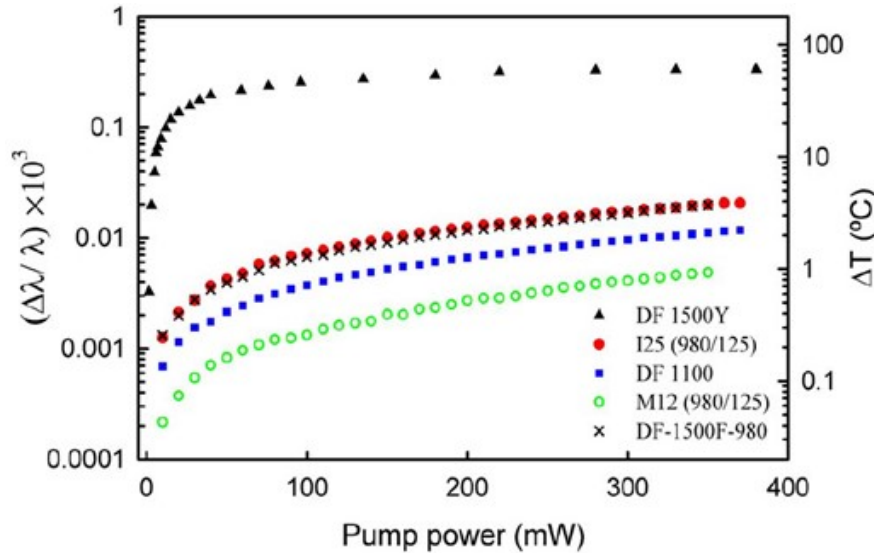
Dado el ancho de línea de las resonancias, la resolución en temperatura de esta técnica es notable y si admitimos que podemos medir desplazamiento que sean un medio del ancho de línea, la resolución estimada sería de  $3 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ .



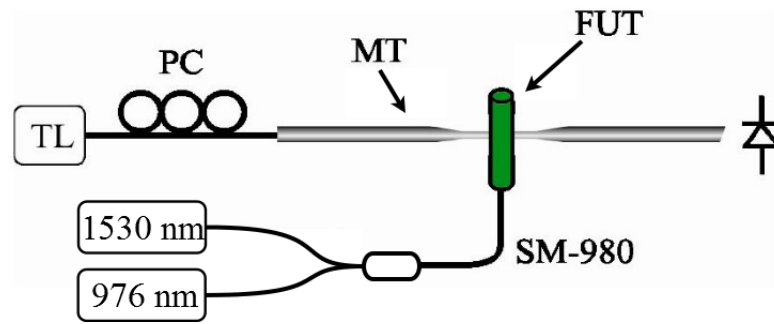
**Figura 5.4:** Desplazamiento de una resonancia en función de la potencia de bombeo.

Desde la perspectiva de caracterizar los efectos térmicos en fibras dopadas mediante la medida del desplazamiento de las resonancias, es importante verificar que todas las resonancias se desplazan por igual, ya que en caso contrario cada resonancia tendrá una calibración diferente. Para ello, la simulación de varias resonancias TE y TM, de distintos órdenes

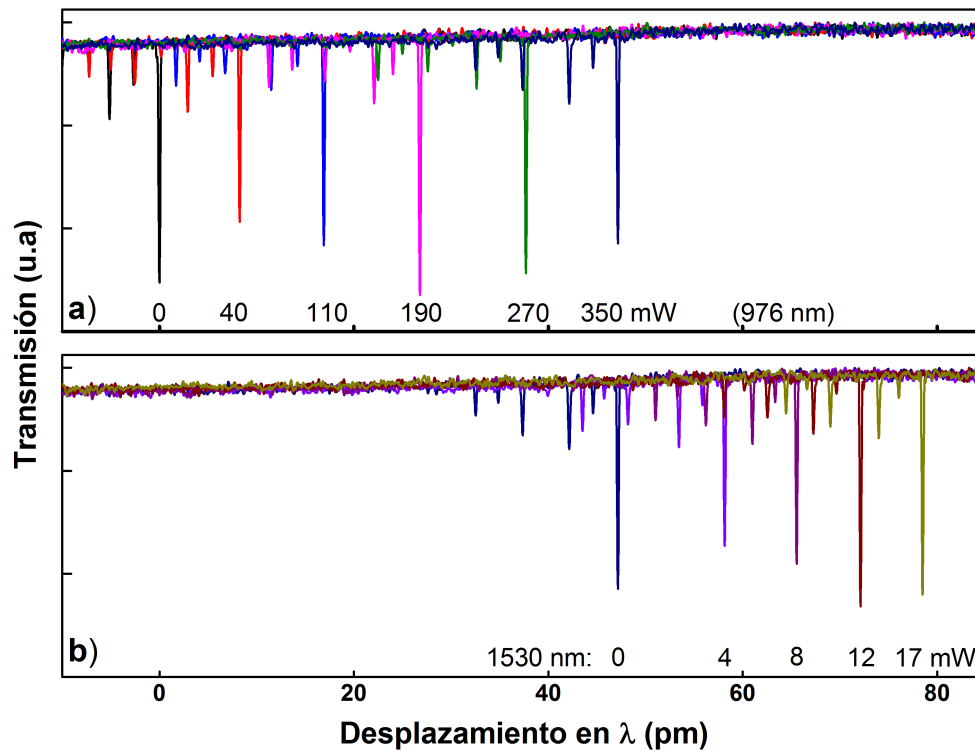
acimutales y radiales nos permitió comprobar numéricamente que  $\Delta\lambda/\lambda$  es igual para todas ellas, salvo una diferencia de  $10^{-3}$  cada  $10^\circ\text{C}$ . Estas simulaciones se hicieron tomando  $\alpha_T = b^{-1}\frac{\partial b}{\partial T} = 0.55 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  y  $\xi = n^{-1}\frac{\partial n}{\partial T} = 7.3 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Al plantearnos medir la temperatura de la fibra óptica a partir del desplazamiento de las resonancias, pudimos advertir que en la bibliografía hay una dispersión de valores de  $\alpha_T$  y  $\xi$  significativa. Por ello decidimos que lo mejor era realizar nuestra propia calibración empleando una fibra estándar SMF-28. Dicha calibración se hizo en una cámara térmica y se obtuvo una pendiente de  $5.3 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Este valor es el que se emplea en el resto de este capítulo. La caracterización de las fibras dopadas disponibles en el laboratorio (DF-1500-F-980, M12-980/1235 Y 125-980/125 dopadas con Er, DF-1500Y codopada Er:Yb) se resume en la Figura 5.5. En esta Figura, el eje de temperatura, se ha ajustado de acuerdo con la calibración anterior. La misma gráfica de la Figura 5.5 nos proporciona la información de qué rangos de sintonización son viables con las fibras estudiadas. Por ejemplo, si se emplea la fibra DF-1500Y se tendría un rango de sintonización superior a  $0.5 \text{ nm}$  con un diodo de bombeo de  $400 \text{ mW}$ . Este valor es pequeño en el dominio óptico, pero en aplicaciones de fotónica de microondas significa barrer un intervalo de más de  $70 \text{ GHz}$  con una resolución que típicamente será  $8 \text{ MHz}$ , para un ancho de línea de  $0.06 \text{ } \mu\text{m}$ .



**Figura 5.5:** Desplazamiento de la longitud de onda en función de la potencia de bombeo para las fibras analizadas. El incremento del eje vertical de la derecha ha sido calculado por la sensibilidad a los cambios de temperatura de las resonancias WGM de acuerdo a nuestra calibración.



**Figura 5.6:** Modificación del montaje experimental para sumar el bombeo con una señal de 1530 nm.



**Figura 5.7:** Espectros desplazados debido al bombeo más la señal.

Para terminar este apartado cabe señalar que la técnica desarrollada muestra un potencial elevado por la caracterización de efectos térmicos en fibras ópticas, en situaciones muy variadas. Por ejemplo, cuando una fibra óptica dopada se emplea como amplificador, los efectos térmicos se multiplican respecto a los descritos anteriormente. Para estudiar este fenómeno, se montó el sistema de la Figura 5.6. El multiplexador 980/1530 permite sumar en la misma fibra el láser de bombeo y la señal de 1530 nm. La Figura 5.7 resume los resultados de este

experimento. Inicialmente se conecta el bombeo y se produce el calentamiento de la fibra, tal y como hemos descrito anteriormente (ver figura 5.7 a). Seguidamente, cuando se conecta la señal de 1530 nm, simulando lo que sería un amplificador se observa que unos pocos mW de señal desencadenan un calentamiento de la fibra significativo, del mismo orden que las centenas de mW de bombeo (ver Figura 5.7 b). Este sobrecalentamiento de la fibra cuando se tiene bombeo y señal simultáneamente presentes se debe al proceso de desexcitación y repoblación de los niveles del medio activo que conllevan varios mecanismos de generación de calor.

## 5.4 Conclusiones Parciales

La técnica implementada permite realizar experimentos de caracterización directa de los efectos térmicos en fibras ópticas activas, con una alta resolución en temperatura. La técnica empleada es totalmente óptica, no requiere procesamiento en la fibra dopada y puede emplearse para monitorizar los efectos térmicos en cualquier punto crítico de un sistema de fibra óptica de potencia (láseres y amplificadores de fibra óptica). Las variaciones de temperatura en la fibra activa se deducen del cambio de la longitud de onda de las resonancias. El estrecho ancho de línea espectral  $\Delta\lambda$  de las resonancias proporciona una alta resolución en temperatura, por debajo de la centésima de grado  $^{\circ}C$ . Así mismo, hemos demostrado que las fibras dopadas pueden emplearse como microcavidades ópticas sintonizables, controladas ópticamente con la potencia de un láser auxiliar de bombeo. Como ejemplo del potencial que esta técnica presenta, cabe señalar los trabajos que ya se han publicado que desarrollan aplicaciones de fotónica de microondas [Villegas et al., 2014] y caracterización de efectos térmicos en rejillas de Bragg [Delgado-Pinar et al., 2014] fundamentándose en lo expuesto en este capítulo.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En esta memoria se ha presentado un estudio de microcavidades ópticas de geometría cilíndrica. El estudio se enfocó en la fabricación de las microcavidades y el montaje del sistema de excitación mediante microfibras, el desarrollo teórico, la caracterización experimental y el desarrollo de aplicaciones. El trabajo de tesis comenzó con la fabricación de microfibras, que se emplean como fibras excitadoras de los modos WGM. La misma técnica de fabricación se empleó para preparar microcavidades ópticas de distintos diámetros. Esta etapa se considera fundamental ya que es necesario contar con dispositivos con el mínimo de pérdidas. La fabricación de ambos, las microfibras y los microrresonadores, se llevó a cabo por medio de la técnica de fusión y estiramiento de fibra convencional. Con esta técnica se obtuvieron microfibras de hasta 800 nm de diámetro con pérdidas menores a 0.1 dB. La calidad de microfibras y microcavidades contribuyen de manera significativa a una buena excitación, en el sentido de alta visibilidad, y la obtención de resonancias con alto factor  $Q$ .

En el estudio teórico se analizó la propagación de modos en la dirección longitudinal de las microfibras y en la dirección acimutal para las microcavidades. También se incluye un modelo teórico del acoplamiento de energía entre una microfibra y una microcavidad donde se consideran dos casos: uno básico, donde se estudia un acoplamiento unidireccional entre la microfibra y la microcavidad, y el caso con reflexión, donde se estudia un acoplamiento entre las ondas copropagantes y contrapropagantes producido por la rugosidad e inhomogeneidad de la microcavidad. La primera parte del estudio experimental, se orientó a la caracteri-

zación básica de los microrresonadores, buscando cómo obtener resonancias de alto factor  $Q$ . El resultado es una mejora significativa que nos ha permitido obtener de forma repetitiva resonancias en transmisión y en reflexión con un factor  $Q$  del orden de  $10^7$ . Ese resultado es notable, ya que anteriormente se habían reportado picos de resonancia experimentales con un factor  $Q$  de apenas  $10^5$  para microcavidades de geometría cilíndrica.

La segunda parte del estudio experimental se centró en el desarrollo de aplicaciones. Por una parte, se implementó un láser de fibra monomodo, de ancho de línea estrecho y sintonizable, empleando como espejo de salida la reflexión generada por una resonancia de una microcavidad cilíndrica acoplada a la fibra de salida. Por otra parte, la construcción de microcavidades a partir de fibras ópticas dopadas nos ha permitido desarrollar una técnica de sintonización de las resonancias con control óptico y, adicionalmente, nos ha permitido demostrar una técnica muy precisa de caracterización de los efectos térmicos producidos en fibras activas convencionales. Estas fibras son el componente clave de láseres y amplificadores de fibra óptica y el disponer de una técnica de medida del calentamiento de la fibra es importante. Los resultados más relevantes del trabajo realizado se han publicado en dos artículos científicos y se han presentado en seis congresos, dos de ellos por invitación, tal y como se resume en el **anexo C** “Lista de publicaciones”. Así mismo, cabe comentar que el trabajo realizado en esta tesis ha sido pionero y ha abierto una línea de investigación en el Laboratorio de Fibras Ópticas de la Universidad de Valencia, centrada en las aplicaciones de microcavidades sintonizables y el empleo de las resonancias de WGM de una fibra óptica convencional para caracterizar efectos térmicos en dispositivos de fibra óptica. Esta línea de investigación ha dado lugar a dos publicaciones relevantes en el corto periodo de tiempo transcurrido desde que terminé mi estancia en la Universidad de Valencia (Photon. Technol. Lett. 26, 1534-1537, 2014; Opt. Lett. 39, 6277-6280, 2014).



# Bibliografía

- [Almeida et al., 2004] Almeida, V. R., Barrios, C. A., Panepucci, R. R., and Lipson, M. (2004). All-optical control of light on a silicon chip. *Nature*, 431:1081–1084.
- [Armani et al., 2003] Armani, D. K., Kippenberg, T. J., Spillane, S. M., and Vahala, K. J. (2003). Ultra-high-q toroid microcavity on a chip. *Nature*, 421:925–928.
- [Arques et al., 2011] Arques, L., Carrascosa, A., Zamora, V., Díez, A., Cruz, J. L., and Andrés, M. V. (2011). Excitation and interrogation of whispering-gallery modes in optical microresonators using a single fused-tapered fiber tip. *Optics Letters*, 36(17):3452–3454.
- [Ashkin and Dziedzic, 1981] Ashkin, A. and Dziedzic, J. M. (1981). Observation of optical resonances of dielectric spheres by light scattering. *Applied Optics*, 20(10):1803–1814.
- [Balanis, 2007] Balanis, C. A. (2007). *Advanced engineering electromagnetics*. John Wiley and Sons.
- [Birks et al., 2000a] Birks, T. A., Knight, J. C., and Dimmick, T. E. (2000a). High-resolution measurement of the fiber diameter variations using whispering gallery modes and no optical alignment. *IEEE Photon. Technol. Lett*, 12:182–184.
- [Birks et al., 2000b] Birks, T. A., Wadsworth, W. J., and Russell, P. J. (2000b). Supercontinuum generation in tapered fibers. *Optics Letters*, 25:1415–1417.
- [Birks and Yu, 1992] Birks, T. A. and Yu, Y. W. (1992). The shape of fiber tapers. *Lightwave Tech*, 10:432–438.

- [Boucovalas and Georgiou, 1986] Boucovalas, A. C. and Georgiou, G. (1986). Tapering of single-mode optic fibers. *IEE Proc. (Optoelectronics)*, 133:1385–392.
- [Brambilla et al., 2013] Brambilla, G., Rand, I., Lee, T., Ding, M., and Belal, M. (2013). Optical microfiber passive components. In *Laser and photonics reviews*, volume 7, pages 350–384. John Wiley and Sons.
- [Cai et al., 2000a] Cai, M., Painter, O., and Vahala, K. J. (2000a). Fiber-coupled microsphere laser. *Optics Letters*, 25(19):1430–1432.
- [Cai et al., 2000b] Cai, M., Painter, O., Vahala, K. J., and Sercel, P. C. (2000b). Fiber coupled microsphere laser. *Optics Letters*, 25(19):1430–1432.
- [Cohen and Levi, 2001] Cohen, D. A. and Levi, A. F. (2001). Microphotonic millimetre-wave receiver architecture. *Electron. Lett.*, 37:37–39.
- [Collot et al., 1993] Collot, L., Lefevre-Seguin, V., Brune, M., Raimond, J. M., and Haroche, S. (1993). Very high-q whispering-gallery mode resonances observed on fused silica microspheres. *Europhysics Letters*, 23(5):327–334.
- [Davis et al., 1998] Davis, M. K., Dignonnet, M. J., and Pantell, R. H. (1998). Thermal effects in doped fibers. *Lightwave Technologic*, 16:1013–1023.
- [Delgado-Pinar et al., 2014] Delgado-Pinar, M., Villegas, I. L., Díez, A., Cruz, J. L., and Andrés, M. V. (2014). Measurement of the temperature profile induced by the optical signal in fbgs using whispering-gallery modes. *Optics Letters*, 39(21):6277–6280.
- [Del’Have et al., 2007] Del’Have, P., Schliesser, A., Arcizet, O., Wilken, T., Holzwarth, R., and Kippenberg, T. J. (2007). Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator. *Nature*, 450:1214–1217.
- [Gastine et al., 1967] Gastine, M., Courtois, L., and Dorman, J. L. (1967). Electromagnetic resonances in free dielectric spheres. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 15:694–700.

- [Gorodestky et al., 1996] Gorodestky, M. L., Savchenkov, A. A., and Ilchenko, V. S. (1996). Ultimate q of optical microsphere resonators. *Optics Letters*, 21(7):453–455.
- [Gorodetsky and Ilchenko, 1999] Gorodetsky, M. L. and Ilchenko, V. S. (1999). Optical microsphere resonators: Optimal coupling to high q whispering gallery modes. *Opt. Soc. Amer. B*, 16(1):147–154.
- [Hanumegowda et al., 2005] Hanumegowda, N. M., Stica, C. J., Patel, B. C., White, I., and Fan, X. (2005). Refractometric sensors based on microsphere resonators. *Applied Physics Letters*, 87(201107):1–3.
- [Horak and Loh, 2006] Horak, P. and Loh, W. H. (2006). On the delayed self-heterodyne interferometric technique for determining the linewidth of fiber lasers. *Optic Express*, 14(9):3923–3928.
- [Humar et al., 2009] Humar, M., Ravnik, M., Pajk, S., and Muševič, I. (2009). Electrically tunable liquid crystal optical microresonators. *Nature Photon*, 3(10):595–600.
- [Huston and Eversole, 1993] Huston, A. L. and Eversole, D. J. (1993). Strain-sensitive elastic scattering from cylinders. *Optics Letters*, 18:1104–1106.
- [Ilchenko, 1998] Ilchenko, V. (1998). Strain-tunable high-q optical microsphere resonator. *Opt. Commun*, 145(1):86–90.
- [Ilchenko et al., 2003] Ilchenko, V. S., Sanchenkov, A. A., Matsko, A. B., and Maleki, L. (2003). Whispering gallery mode electro-optic modulator and photonic microwave receiver. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20:333–342.
- [Keiser, 1991] Keiser, G. (1991). *Optical Fiber communications*. McGraw-Hill.
- [Kenny et al., 1991] Kenny, R. P., Birks, T. A., and Oakley (1991). Control of optical fiber taper shape. *Elect. Letters*, 27:1654–1656.
- [Kieu and Mansuripur, 2007] Kieu, K. and Mansuripur, M. (2007). Microsphere resonator reflector for fiber laser. *Optics Letters*, 32(3):244–246.

- [Kippenberg et al., 2002] Kippenberg, T. J., Spillane, S. M., and Vahala, K. J. (2002). Modal coupling in traveling-wave resonators. *Optics Letters*, 27(19):1669–1671.
- [Klitzing et al., 2001] Klitzing, W., Long, R., Ilchenko, V. S., Hare, J., and Lefèvre-Seguin, V. (2001). Frequency tuning of the whispering-gallery modes of silica microspheres for cavity quantum electrodynamics and spectroscopy. *Optics Letters*, 26(3):166–168.
- [Knight et al., 1997] Knight, J. C., Cheung, G., Jacques, F., and Birks, T. A. (1997). Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper. *Optics Letters*, 22(15):1129–1131.
- [Ma et al., 2008] Ma, Q., Rossmann, T., and Guo, Z. (2008). Temperature sensitivity of silica microresonators. *Appl. Phys*, 41(24):245111–1–245111–6.
- [Matsko and Ilchenko, 2006a] Matsko, A. B. and Ilchenko, V. S. (2006a). Optical resonators with whispering-gallery modes-part i: Basic. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 12:3–14.
- [Matsko and Ilchenko, 2006b] Matsko, A. B. and Ilchenko, V. S. (2006b). Optical resonators with whispering-gallery modes-part i: Basic. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 12:15–32.
- [Rayleigh, 1910] Rayleigh, L. (1910). The problem of the whispering gallery. *Phil. Mag.*, 20:1001–1004.
- [Rayleigh, 1914] Rayleigh, L. (1914). Further applications of bessel’s functions of high order to the whispering gallery and allied problems. *Phil. Mag.*, 27:100–109.
- [Rivera-Pérez et al., 2013] Rivera-Pérez, E., Andrés, M. V., Cruz, J. L., and Rodríguez-Cobos, A. (2013). Tunable narrowband fiber laser with feedback based on wgm resonances of a cylindrical microresonator. *Optics Letters*, 38:1636–1638.
- [Savchenkov et al., 2009] Savchenkov, A. A., Liang, W., Matsko, A. B., Ilchenko, V. S., Seidel, D., and Maleki, L. (2009). Narrowband tunable photonic notch filter. *Optics Letters*, 34:1318–1320.

- [Schiller and Byer, 1991] Schiller, S. and Byer, R. L. (1991). High-resolution spectroscopy of whispering gallery modes in large dielectric spheres. *Optics Letters*, 16(10):1138–1140.
- [Spillane et al., 2002] Spillane, S. M., Kippenberg, T. J., and Vahala, K. J. (2002). Ultralow-threshold raman laser using a spherical dielectric microcavity. *Nature*, 415:621–623.
- [Sumetsky, 2010] Sumetsky, M. (2010). Mode localization and the q-factor of a cylindrical microresonator. *Optics Letters*, 35(14):2385–2387.
- [Sumetsky and Dulashko, 2010] Sumetsky, M. and Dulashko, Y. (2010). Radius variation of optical fibers with angstrom accuracy. *Optics Letters*, 35(23):4006–4008.
- [Vahala, 2003] Vahala, K. J. (2003). Optical microcavities. *Nature*, 424:839–846.
- [Vanessa et al., 2009] Vanessa, Z., Antonio, D., Andrés, V., and Benito, G. (2009). Interrogation of whispering-gallery modes resonances in cylindrical microcavities by backreflection detection. *Opt. Lett.*, 34.
- [Villegas et al., 2014] Villegas, I., Díez, A., Cruz, J. L., and Andrés, M. V. (2014). All-optical tuning of wgm resonances in microspheres made of er/yb co-doped optical fiber. *Photonics Technology Letters*, 26:1534–1537.
- [Wait, 1967] Wait, J. R. (1967). Electromagnetic whispering gallery modes in a dielectric rod. *Radio Science*, 2:1005–1017.
- [Ward and Chormatic, 2010] Ward, J. M. and Chormatic, S. N. (2010). Thermo-optical tuning of whispering gallery modes in er: Yb co-doped phosphate glass microspheres. *Appl. Phys. B*, 100(4):847–850.
- [Zamora et al., 2007] Zamora, V., Díez, A., Andrés, M. V., and Gimeno, B. (2007). Refractometric sensor based on whispering gallery modes of thin capillaries. *Optics Letters*, 15(19):12011–12016.
- [Zamora et al., 2011] Zamora, V., Díez, A., Andrés, M. V., and Gimeno, B. (2011). Cylindrical optical microcavities: Basic properties and sensor applications. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 9(2):149–158.

- [Zhang et al., 2010] Zhang, X., Choi, H. S., and Armani, A. M. (2010). Ultimate quality factor of silica microtoroid resonant cavities. *Applied Physics Letters*, 96(15):153304–153304–3.
- [Zou et al., 2008] Zou, C.-L., Yang, Y., Dong, C.-H., Xiao, Y.-F., Wu, X.-W., Han, Z.-F., and Guo, G.-C. (2008). Taper-microsphere coupling with numerical calculation of coupled-mode theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 25(11):1895–1898.

# Anexo A

## Ondas Guiadas

### A.1 Ondas Guiadas

En un sistema con simetría de traslación y en ausencia de fuentes, la ecuación de ondas se puede resolver por separación de variables y los campos tienen la forma [Balanis, 2007].

$$\mathcal{E} = \mathbf{E}_m \exp[i(\omega t - \beta z)] = (E_{mx}\hat{x} + E_{my}\hat{y} + E_{mz}\hat{z}) \exp[i(\omega t - \beta z)], \quad (\text{A.1})$$

$$\mathcal{H} = \mathbf{H}_m \exp[i(\omega t - \beta z)] = (H_{mx}\hat{x} + H_{my}\hat{y} + H_{mz}\hat{z}) \exp[i(\omega t - \beta z)], \quad (\text{A.2})$$

donde el subíndice  $m$  indica la amplitud de los campos,  $\omega$  es la frecuencia angular y  $\beta$  es el factor de propagación de los modos del sistema, que viene ser la componente longitudinal del número de onda  $\beta = k_z$ . Las amplitudes  $E_{mx}$ ,  $E_{my}$ ,  $E_{mz}$ ,  $H_{mx}$ ,  $H_{my}$  y  $H_{mz}$  son funciones de  $x$  e  $y$ . La dependencia de  $z$  y  $t$  están presentes en la función exponencial. Dado que no hay densidad de carga  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ,

$$\frac{\partial E_{mx}}{\partial x} + \frac{\partial E_{my}}{\partial y} - ik_z E_{mz} = 0. \quad (\text{A.3})$$

Similarmente  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ,

$$\frac{\partial H_{mx}}{\partial x} + \frac{\partial H_{my}}{\partial y} - ik_z H_{mz} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Del rotor del campo eléctrico se obtiene:

$$\frac{\partial E_{mz}}{\partial y} + ik_z E_{my} = -i\omega\mu H_{mx}, \quad (\text{A.5})$$

$$-ik_z E_{mx} - \frac{\partial E_{mz}}{\partial x} = -i\omega\mu H_{my}, \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial E_{my}}{\partial x} + \frac{\partial E_{mx}}{\partial y} = -i\omega\mu H_{mz}. \quad (\text{A.7})$$

Y del rotor del campo magnético:

$$\frac{\partial H_{mz}}{\partial y} + ik_z H_{my} = -i\omega\varepsilon E_{mx}, \quad (\text{A.8})$$

$$-ik_z H_{mx} - \frac{\partial H_{mz}}{\partial x} = -i\omega\varepsilon E_{my}, \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial H_{my}}{\partial x} + \frac{\partial H_{mx}}{\partial y} = -i\omega\varepsilon E_{mz}. \quad (\text{A.10})$$

## A.2 Las componentes transversales.

Los cuatro componentes transversales  $E_{mx}$ ,  $E_{my}$ ,  $H_{mx}$  y  $H_{my}$  pueden expresarse en función de las componentes longitudinales  $E_{mz}$  y  $H_{mz}$ . A partir de las ecuaciones anteriores, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$E_{mx} = \frac{i}{k_z^2 - k^2} \left( k_z \frac{\partial E_{mz}}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial H_{mz}}{\partial y} \right), \quad (\text{A.11})$$

$$E_{my} = \frac{i}{\beta^2 - k^2} \left( k_z \frac{\partial E_{mz}}{\partial y} - \omega\mu \frac{\partial H_{mz}}{\partial x} \right), \quad (\text{A.12})$$

$$H_{mx} = \frac{i}{\beta^2 - k^2} \left( -\omega\varepsilon \frac{\partial E_{mz}}{\partial y} + k_z \frac{\partial H_{mz}}{\partial x} \right), \quad (\text{A.13})$$

$$H_{my} = \frac{i}{\beta^2 - k^2} \left( \omega\varepsilon \frac{\partial E_{mz}}{\partial x} + k_z \frac{\partial H_{mz}}{\partial y} \right). \quad (\text{A.14})$$

Donde  $k = \omega(\varepsilon\mu)^{1/2}$  es el número de onda. Las componentes que son perpendiculares a la dirección de propagación se pueden escribir como:

$$\mathbf{E}_{m\perp} = \frac{i}{\beta^2 - k^2} (\beta \nabla_{\perp} E_{mz} + \omega\mu \nabla \times H_{mz} \hat{z}), \quad (\text{A.15})$$

$$H_{m\perp} = \frac{i}{\beta^2 - k^2} (\beta \nabla_{\perp} H_{mz} - \omega\mu \nabla \times E_{mz} \hat{z}). \quad (\text{A.16})$$

Donde el subíndice  $\perp$  indica perpendicularidad respecto a  $z$ . Si bien las ecuaciones anteriores se han deducido en coordenadas cartesianas el resultado dado por las ecuaciones A.15 y A.16 es general y se puede escribir en otros sistemas de referencia como, por ejemplo, en cilíndricos.



### A.3 Ondas TEM

Si ambas componentes longitudinales de los campos eléctricos y magnéticos son cero, se tienen las soluciones transversales eléctricas y magnéticas (TEM). En este caso las ecuaciones anteriores se simplifican y es necesario que  $\beta = k$  para que las ecuaciones A.15 y A.16 tengan función no nula. En las ondas **TEM** la longitud de onda en la guía  $\lambda_z$  es la misma que la longitud de onda de la onda plana uniforme, en el mismo medio de propagación, ya que  $\beta$  es igual a  $k$  por lo tanto;

$$\lambda_z = \lambda. \quad (\text{A.17})$$

Si el medio es aire, entonces la velocidad de fase es  $c$ , sin importar la frecuencia de onda y sin importar la geometría de la guía. Ajustando  $E_{mz} = 0$ ,  $H_{mz} = 0$  en las ecuaciones A.6 y A.9 se obtiene:

$$E_{mx} = \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{1/2} H_{my}, \quad E_{my} = \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{1/2} H_{mx}. \quad (\text{A.18})$$

La impedancia del modo es:

$$\frac{E_m}{H_m} = \frac{(E_{mx}^2 + E_{my}^2)^{1/2}}{(H_{mx}^2 + H_{my}^2)^{1/2}} = \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \quad (\text{A.19})$$

Donde  $(\mu/\varepsilon)^{1/2}$  es la impedancia característica del medio.

### A.4 Ondas TE y TM

Aquellos modos que presentan una de las componentes longitudinales de los campos igual a cero dan lugar a los llamados modos TE ( $E_{mz} = 0$ ) y modos TM ( $H_{mz} = 0$ ). En estos casos las ecuaciones anteriores se simplifican y la razón  $E_{m\perp}/H_{m\perp}$  se conoce como la impedancia del modo:

$$Z_{TE} = \frac{E_{m\perp}}{H_{m\perp}} = \frac{\omega\mu}{k_z} = \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \frac{\lambda_z}{\lambda_0}. \quad (\text{A.20})$$

## A.5 Modos Híbridos

En el caso general ambas componentes longitudinales serán diferentes de cero. En este caso los modos se llaman híbridos, comúnmente se clasifican en  $HE$  y  $EH$ . En este caso no es posible definir una impedancia característica de los modos, salvo aproximaciones. El modo fundamental de una fibra óptica es de este tipo y normalmente se le llama  $HE_{11}$ .

# Anexo B

## Modos de fibras y microfibras

### B.1 Fibra monomodo.

En la fibra de salto de índice, las soluciones del campo electromagnético poseerán en general seis componentes no nulas ( $E_z, H_z, E_\phi, H_\phi, E_r$  y  $H_r$ ) por tanto no pueden considerarse estrictamente hablando modos transversales eléctricos **TE** ni magnéticos **TM**, si no que son modos híbridos. Los modos híbridos pueden clasificarse en dos grupos que se suelen denominar modos  $HE_{ml}$  y  $EH_{ml}$  [Keiser, 1991]. Volviendo a la ecuación (2.35) y considerando la función  $X = J'_m(ha)/xJ_m(ha)$ , que presentará variaciones rápidas, podemos escribir la ecuación de dispersión de la forma:

$$X^2 + \left( \frac{n_1^2 + n_2^2}{n_1^2} \right) \frac{K'_m(qa)}{qaK_l(qa)} X + \frac{n_2^2}{n_1^2} \left( \frac{K'_m(qa)}{qaK_m(qa)} \right)^2 - \frac{m^2}{n_1^2} \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2 \left[ \left( \frac{1}{qa} \right)^2 + \left( \frac{1}{ha} \right)^2 \right]^2 = 0 \quad (\text{B.1})$$

Sus soluciones se pueden expresar como:

$$\frac{J'_m(ha)}{haJ_m(ha)} = - \left( \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \right) \frac{K'_m(qa)}{qaK_m(qa)} \pm \sqrt{\left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \right)^2 \left( \frac{K'_m(qa)}{qaK_m(qa)} \right)^2 + \frac{m^2}{n_1^2} \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2 \left( \frac{1}{q^2a^2} + \frac{1}{h^2a^2} \right)^2} \quad (\text{B.2})$$

La solución con el signo + corresponde a los modos **EH**, mientras que la de signo - corresponde a los modos **HE**. Ahora, aplicando las relaciones que ligam a las funciones de Bessel y sus derivadas:

$$\begin{aligned}
J'_m(x) &= -J_{m+1}(x) + \frac{m}{x} J_m(x), \\
J'_m(x) &= J_{m-1}(x) - \frac{m}{x} J_m(x).
\end{aligned} \tag{B.3}$$

La ecuación se puede expresar de una manera más conveniente:

$$\frac{J_{m+1}(ha)}{haJ_m(ha)} = \left( \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \right) \frac{K'_m(qa)}{qaK_m(qa)} + \frac{m}{(ha)^2} - R \text{ Modos EH}, \tag{B.4}$$

$$\frac{J_{m-1}(ha)}{haJ_m(ha)} = - \left( \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \right) \frac{K'_m(qa)}{qaK_m(qa)} + \frac{m}{(ha)^2} - R \text{ Modos HE}. \tag{B.5}$$

Donde

$$R = \sqrt{\left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \right)^2 \left( \frac{K'_m(qa)}{qaK_m(qa)} \right)^2 + \frac{m^2}{n_1^2} \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2 \left( \frac{1}{q^2 a^2} + \frac{1}{h^2 a^2} \right)^2}. \tag{B.6}$$

Las ecuaciones anteriores son equivalentes a la *ecuación de dispersión* (2.35), las cuales proporcionan las constantes de propagación para los modos **EH** y **HE** respectivamente. Su resolución sólo es posible por métodos numéricos o gráficos. Los modos son de la forma dada por la ecuación (2.8). Considerando el caso especial cuando  $m = 0$ , o sea que no existe variación acimutal en su componente  $z$ , en dicho caso se tiene que  $\partial/\partial\phi = 0$ . Al sustituir esta condición en la ecuación de dispersión (2.35) se obtiene:

$$\left[ \frac{J'_0(ha)}{haJ_0(ha)} + \frac{K'_0(qa)}{qaK_0(qa)} \right] \left[ \frac{n_1^2 J'_0(ha)}{haJ_0(ha)} + \frac{n_2^2 K'_0(qa)}{qaK_0(qa)} \right] = 0. \tag{B.7}$$

Lo que genera dos soluciones;

La primera:

$$\left[ \frac{J'_1(ha)}{haJ_0(ha)} + \frac{K'_1(qa)}{qaK_0(qa)} \right] = 0 \text{ Modos TE}_{0m}. \tag{B.8}$$

Se puede comprobar que esta solución corresponde a una situación en el sistema de ecuaciones (2.31) cuando  $E_z = 0$  y  $\partial/\partial\phi = 0$ , y además de que las únicas componentes del campo eléctrico que no se anulan en las ecuaciones (2.2) a (2.5) son  $H_z$ ,  $H_r$  y  $E_\phi$ , por tanto, las soluciones de (B.8)  $\beta_m$ ,  $m = 1, 2, 3 \dots$  dan lugar a modos transversales eléctricos (modos  $TE_{0m}$ ).

La segunda:

$$\left[ \frac{n_1^2 J_0'(ha)}{ha J_0(ha)} + \frac{n_2^2 K_0'(qa)}{qa K_0(qa)} \right] = 0 \text{ Modos } TM_{0m}. \quad (\text{B.9})$$

Análogamente esta solución corresponde a una situación en la cual  $H_z = 0$  que dan lugar a modos transversales magnéticos denominados  $TM_{0m}$  y se caracterizan por poseer únicamente tres componentes de campo no nulas  $E_z$ ,  $E_r$  y  $H_\phi$  en las ecuaciones (2.2) a (2.5). Cuando se tiene que  $m \neq 0$  a los modos solución de la ecuación se los denomina modos híbridos. Las ecuaciones características de los distintos tipos de modos podemos resumirlas como:

$$\text{Modos EH : } \frac{J_{m+1}(ha)}{ha J_m(ha)} = \left( \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \right) \frac{K_m'(qa)}{qa K_m(qa)} + \frac{m}{(ha)^2} - R.$$

$$\text{Modos HE : } \frac{J_{m-1}(ha)}{ha J_m(ha)} = - \left( \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \right) \frac{K_m'(qa)}{qa K_m(qa)} + \frac{m}{(ha)^2} - R.$$

$$\text{Modos TE}_{01} : \frac{J_1(ha)}{ha J_0(ha)} = - \frac{K_1(qa)}{qa K_0(qa)}.$$

$$\text{Modos TM}_{01} : \frac{J_1(ha)}{ha J_0(ha)} = - \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{K_1(qa)}{qa K_0(qa)}.$$

## B.2 Microfibra (Taper)

Particularizando las ecuaciones anteriores, el caso de una microfibra de sílice, en la Figura adjunta se representa las curvas de dispersión de los dos primeros modos la simetría acimutal  $m = 1$ . Puede observarse que estas microfibras normalmente guiarán varios modos, si bien la diferencia de índice modal entre el modo fundamental y el siguiente modo es importante y si los tapers son suaves y preservan la simetría de revolución solamente se excitará de forma significativa el modo fundamental.

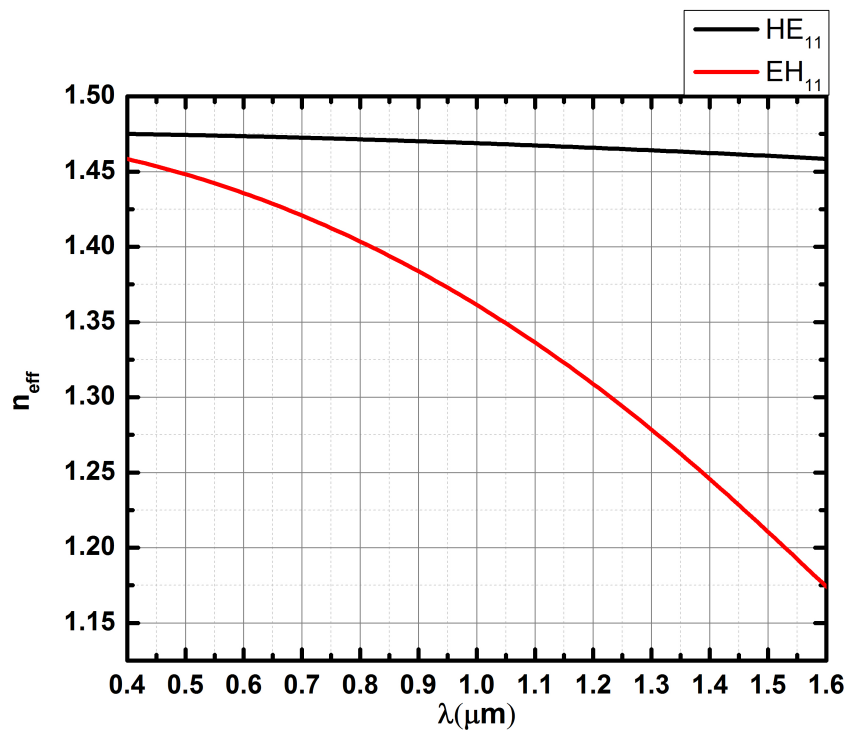


Figura B.1: Primeros modos de una fibra estándar  $n = 1.4764$ , radio =  $1\mu\text{m}$ .

# Anexo C

## Publicaciones

### C.1 Artículos

- E. Rivera-Pérez, A. Díez, M. V. Andrés, J. L. Cruz and A. Rodríguez-Cobos. (2013). Tunable narrowband fiber laser with feedback based on whispering gallery mode resonances of a cylindrical microresonator. *Optics Letters*, 38(10):1636-1638.
- E. Rivera-Pérez, I. L. Villegas, A. Díez, M. V. Andrés, J. L. Cruz and A. Rodríguez-Cobos. (2013). Measurement of Pump-Induced Temperature Increase in Doped Fibers Using Whispering-Gallery Modes. *IEEE Photonics Technology Letters*, 25 (24):2498-2500.

### C.2 Congresos

- E. Rivera-Pérez, A. Díez, J. L. Cruz, A. Rodríguez-Cobos and M. V. Andrés (2013). "Applications of whispering gallery modes resonances of silica rods and microcapillaries" (Invited). Conferencia: CAOL 2013 International Conference on Advances Optoelectronics & Lasers, Sudak (Ukraine). 09-13 September, 2013.
- E. Rivera-Pérez, A. Díez, J. L. Cruz, A. Rodríguez-Cobos and M. V. Andrés (2013). "Measurement of thermal effects in active optical fibers based on the whispering gallery

modes resonances of the fiber itself". Conferencia: OPTOEL' 13; VIII Reunión Española de Optoelectrónica, Madrid (España). 10-12 July, 2013.

- E. Rivera-Pérez, A. Díez, J. L. Cruz, A. Rodríguez-Cobos, M. V. Andrés, M. V. Hernández, M. Bello and G. Ramírez. "Dispositivos de fibra óptica basados en tapers". Conferencia: LVI Congreso Nacional de Física, San Luis Potosí (México). 28 octubre - 01 noviembre, 2013 .
- E. Rivera-Pérez, A. Díez, M.V. Andrés, J. L. Cruz y A. Rodríguez-Cobos, "Cylindrical microcavities: applications of optical fiber whispering gallery modes resonances", VIII Reunión Iberoamericana de Óptica (RIAO 2013), Porto, Portugal, 22 - 26 julio 2013.
- E. Rivera-Pérez, A. Díez, M. V. Andrés, J. L. Cruz y A. Rodríguez-Cobos, "Optical fiber whispering gallery modes resonances: applications", 15th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON 2013), Cartagena (Spain), 23-27 June 2013. Conferencia invitada.
- E. Rivera-Pérez, A. Díez, M. V. Andrés, J. L. Cruz y A. Rodríguez-Cobos, "Narrowband fibre laser using a cylindrical optical microresonator as feedback element", Conference on Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO/ Europe 2013), Munich, Germany, 12-16 mayo 2013.
- E. Rivera-Pérez, A. Díez, M.V. Andrés, J. L. Cruz y A. Rodríguez-Cobos, "Cylindrical microcavities: applications of optical fiber whispering gallery modes resonances", VIII Reunión Iberoamericana de Óptica (RIAO 2013), Porto, Portugal, 22 - 26 julio 2013.