

Generación de haces Raman por medio de modulación y su  
uso en interferometría atómica

TESIS

que para obtener el Grado de

Doctora en Ciencias (Física)

P R E S E N T A :

M. C. Ma. Nieves Arias Tellez

ASESOR:

Dr. Eduardo Gómez García



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ  
POSGRADO EN CIENCIAS (FÍSICA)



**EXAMEN DE GRADO  
DOCTORADO EN CIENCIAS (FÍSICA)**

**SUSTENTANTE:**

**M.C. MA. NIEVES ARIAS TELLEZ**

**TITULO:**

***“Generación de haces Raman por medio de  
modulación y su uso en interferometría atómica”***

**DIRECTOR DE TESIS:** *Dr. Eduardo Gómez García*

**JURADO QUE ACEPTA LA TESIS:**

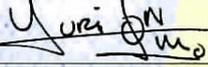
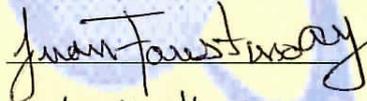
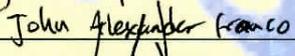
*Dr. Eduardo Gómez García (Asesor)*

*Dr. Yuri Nahmad Molinari*

*Dr. Juan Faustino Aguilera Granja*

*Dr. John Alexander Franco Villafañe*

*Dr. José Mauricio López Romero (Examinador Externo)*  
*CINVESTAV-IPN, Unidad Querétaro.*

  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_

San Luis Potosí, S.L.P., a 9 de agosto, 2017.

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Eduardo Gómez García UASLP  
Coordinador del Posgrado en Ciencias (Física) Física  
INSTITUTO DE FÍSICA  
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICA

## Agradecimientos

Hoy se culmina una etapa mas de mi vida como estudiante, y vienen los recuerdo a mi mente, desde aquel día, que por primera vez llegue a San Luis Potosí con la única finalidad de ser aceptada en el programa de maestría de este Instituto, que después, me acogió durante los siguientes 6 años. Estoy orgullosa de haber pertenecido al Instituto de Física, un gran instituto con Investigadores de muy alto nivel, desde mi punto de vista uno de los mejores en Mexico.

Aunque hace falta aun mucho camino que recorrer, hoy estoy mas convencida que nunca, que no es necesario ser un genio para lograr tus objetivos, la perseverancia te puede llevar a donde tu quieras.

Detrás de un ser humano que lucha por alcanzar sus objetivos siempre hay una razón, un motivo, una ilusión. Mi motivo y mi razón es mi familia, por lo que quiero agradecer al principal miembro de ella, a mi Madre, que siempre ha sido un ejemplo en la familia, quien me ha brindado su apoyo, su amor y su confianza, pero principalmente me ha impulsado a continuar en mis objetivos. Gracias querida Madre. Gracias a mi padre quien siempre ha estado con nosotros, gracias hermanitos y hermanitas por que de ustedes he recibido también muchos consejos y apoyo.

Agradezco también a Eduardo, mi asesor, por darme su tiempo y su conocimiento y por permitirme trabajar en su laboratorio. Reconozco que es un gran investigador así como un buen asesor, me siento orgullosa de haber pertenecido a su grupo. En toda mi vida como estudiante, es una de las cosas que mas he disfrutado, trabajar en el laboratorio de Atomos Fríos, es una experiencia inigualable.

Finalmente quiero agradecer a todos los que me han apoyado aquí en el Instituto, a mis profesores de la maestría, quienes creyeron en mi, a todos los doctores que me regalaron su tiempo cuando fue necesario, a todos mis compañeros, pero principalmente con los que conviví mas tiempo; Vahideh y Saeed, sin duda, de los compañeros también se aprende.

Este es un trabajo que estuvo financiado por el programa de becas de Doctorado CONACyT. Gracias a todos los que con sus impuestos hacen posible que haya programas como este.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Control de campo magnético</b>	<b>5</b>
2.1. Efecto Zeeman . . . . .	5
2.2. Campo magnético e interferometría . . . . .	7
2.2.1. Métodos de compensación de campo magnético . . . . .	11
2.3. conclusiones . . . . .	13
<b>3. Métodos para evitar la interferencia destructiva en transiciones Raman copropagantes cuando se emplean moduladores de fase</b>	<b>15</b>
3.1. Introducción . . . . .	16
3.2. Campo eléctrico en un interferómetro óptico . . . . .	17
3.3. Interferómetro de Sagnac . . . . .	19
3.3.1. Dependencia de temperatura de la fibra . . . . .	22
3.4. Interferómetro de Michelson . . . . .	24
3.5. Filtro empleando un cristal birrefringente . . . . .	26
3.5.1. Determinar el eje óptico mediante franjas de interferencia . . . . .	29
3.5.2. Visibilidad . . . . .	32
3.5.3. Arreglo del cristal como filtro . . . . .	33
3.5.4. Dependencia de la temperatura . . . . .	35
3.6. Conclusiones . . . . .	36
<b>4. Transiciones Raman</b>	<b>37</b>
4.1. Introducción . . . . .	37
4.2. Interferometría atómica y transiciones Raman . . . . .	39
4.2.1. Sistema que describe una transición Raman . . . . .	40
4.3. Sistema de dos niveles . . . . .	42

4.3.1.	Reglas de selección para transiciones Raman . . . . .	43
4.4.	Descomposición tensorial . . . . .	44
4.5.	Desarrollo experimental de las transiciones Raman . . . . .	46
4.5.1.	Transiciones Raman co-propagantes . . . . .	49
4.5.2.	Frecuencia de Rabi . . . . .	50
4.5.3.	Dependencia con la desintonía . . . . .	51
4.6.	Interferometría atómica con transiciones Raman y gravedad . . . . .	52
4.7.	Conclusión . . . . .	54
<b>5.</b>	<b>Ruido de fase</b>	<b>57</b>
5.1.	Introducción . . . . .	57
5.2.	Modulación en fase y modulación en amplitud . . . . .	59
5.2.1.	Modulación en amplitud . . . . .	59
5.2.2.	Modulación en fase . . . . .	60
5.3.	Caracterización del modulador . . . . .	62
5.4.	Ruido de fase de los haces Raman . . . . .	64
5.4.1.	Ruido de fase . . . . .	65
5.4.2.	Medición de ruido de fase . . . . .	71
5.4.3.	Ruido de fase y sensibilidad en un interferometro atomico . . . . .	74
5.5.	Conclusiones . . . . .	76
<b>6.</b>	<b>Sistema de amarre para varios láseres</b>	<b>77</b>
6.1.	Resumen . . . . .	77
6.2.	Introducción . . . . .	77
6.3.	Propiedades fundamentales de un haz gaussiano . . . . .	80
6.3.1.	Análisis del método de Pound Drever Hall . . . . .	81
6.3.2.	Señal de error . . . . .	82
6.4.	Desarrollo experimental . . . . .	84
6.4.1.	Igualación de modos . . . . .	86
6.4.2.	Arreglo experimental para implementar el método de Pound Dre- ver Hall . . . . .	88
6.4.3.	Generación de microondas . . . . .	89
6.4.4.	Obtención de la señal de error . . . . .	92
6.5.	Conclusión . . . . .	96
	<b>Apéndices</b>	<b>97</b>

<b>A. Artículos</b>	<b>99</b>
A.1. Low phase noise beams for Raman transitions with a phase modulator and a highly birefringent crystal . . . . .	99
A.2. Towards Precision Measurements at UASLP . . . . .	99
A.3. Characterization of a phase modulator for atomic interferometry . . . . .	99
A.4. Dual atomic interferometer with a tunable point of minimum magnetic sensitivity . . . . .	100
A.5. Frequency locking of multiple lasers to an optical cavity . . . . .	100
<b>B. Circuito amplificador</b>	<b>101</b>
<b>C. Metodo de Ramsey</b>	<b>103</b>
C.0.1. Solución de las ecuaciones de Rabi . . . . .	103
C.0.2. Solución para los pulsos de Ramsey . . . . .	105
<b>D. Resumen de formulas para obtener densidad espectral de potencia</b>	<b>107</b>
D.0.1. Resumen ecuaciones de Ruido de fase con el analizador de espec- tros FFT . . . . .	108



# Índice de figuras

2.1.	Arreglo experimental para implementar el Feedforward. Para Feedback el arreglo es el mismo únicamente que la salida de la tarjeta se envía a la fuente de corriente. . .	9
2.2.	Ruido de campo magnético del sensor línea negra y ruido del laboratorio línea roja [56]. . . . .	10
2.3.	Dependencia de la distancia del ruido de las fuentes para el ruido de línea (60 Hz). Puntos; datos experimentales, línea; ajuste teórico $\propto 1/r^2$ , con $r$ la distancia entre el sensor y la fuente. . . . .	11
2.4.	Grafica que muestra la eficiencia del Feedforward para reducir el ruido de línea. . .	12
3.1.	Arreglo experimental para el interferómetro de Sagnac. DHP; Divisor de Haz Polarizante. . . . .	20
3.2.	Franjas de interferencia a la salida de la fibra para el interferómetro de Sagnac. . .	21
3.3.	Conecciones de entrada y salida para el controlador de temperatura PI TCM1000T - TEC. . . . .	23
3.4.	Dependencia de la fibra a los cambios de temperatura, a) Temperatura medida con el termistor cuando se deja enfriar la fibra, b) Franjas de interferencia a la salida de la fibra. . . . .	24
3.5.	Arreglo experimental para el interferómetro de Michelson. . . . .	24
3.6.	Franjas de interferencia para un rango espectral libre de 22 GHz, empleando un interferómetro tipo Michelson. . . . .	25
3.7.	Arreglo experimental para generar los haces Raman, AOM; modulador acusto-optico, FEOM; Modulador de fase, SSM; Modulador de una sola banda, A; Amplificador, PBS; divisor de haz polarizante, DM; espejo en forma de D, F-P-C; cavidad de Fabry Perot, FD; Detector Rapido, D; Detector, OSC; osciloscopio, FM; espejo movable. .	28
3.8.	Arreglo experimental para medir la visibilidad del cristal, AOM; modulador acusto-optico, FEOM; modulador de fibra, D1, D2; detectores. . . . .	30

3.9.	Señal de interferencia a la salida del cristal de calcita, para un ángulo $\varphi = 45$ grados y en configuración de cuádruple paso. . . . .	31
3.10.	Señal de interferencia a la salida del cristal de calcita, empleando un prisma, línea superior el eje óptico del prisma coincide con el eje del cristal, línea inferior; el eje óptico del prisma se encuentra a 45 grados del eje óptico del cristal. . . . .	32
3.11.	Visibilidad para la configuración en un solo paso (datos en color negro) y en cuádruple paso (datos en rojo), puntos datos experimentales, línea ajuste teórico . . . . .	33
3.12.	Cristal de calcita empleado como filtro, en la parte superior se muestra la salida del cristal en una configuración de cuádruple paso cuando se coloca un PBS con su plano de polarización perpendicular a la polarización de la portadora, únicamente aparece la banda lateral +1, la traza del centro muestra la salida del cristal cuando el PBS se coloca a 45 grados y la traza inferior muestra la señal cuando el eje del PBS es paralelo a la polarización de la portadora. . . . .	34
3.13.	Dependencia del cambio de fase de los haces Raman de la temperatura. . . . .	35
4.1.	Transición Raman de dos fotones. . . . .	39
4.2.	Franjas de Ramsey para una duración de pulso de $\tau = 0.1$ ms y una duración entre pulsos de $T = 2.1$ ms. . . . .	43
4.3.	Configuración de los láser para la trampa magneto-óptica y para excitar transiciones Raman. . . . .	47
4.4.	Imagen de la trampa magneto-óptica que se empleó para hacer transiciones Raman	48
4.5.	Transiciones de dos fotones para una desintonía de 11 GHz de la transición óptica. .	50
4.6.	Fracción de átomos en el estado hiperfino superior ( $F = 2$ ) al inducir oscilaciones de Rabi, datos experimentales (puntos), ajuste (línea continua). . . . .	51
4.7.	Frecuencia de Rabi como función de la desintonía (puntos), escalamiento $1/\delta$ proveniente de la descomposición tensorial sin parámetros de ajuste. . . . .	51
4.8.	Trayectoria que sigue un interferómetro atómico en una configuración tipo Mach Zehnder con una secuencia de pulsos $\pi/2, \pi, \pi/2$ . . . . .	53
5.1.	Espectro en el dominio del tiempo a) y en el dominio de frecuencias b) para la modulación en amplitud. Figura tomada de [74]. . . . .	60
5.2.	Señal modulada en Fase en el dominio del tiempo. Figura tomada de [74] . . . . .	61
5.3.	Espectro para la modulación en fase y la intensidad de modulación. Figura tomada de [74] . . . . .	62

5.4.	Eficiencia del modulador de fibra cuando se acopla luz linealmente polarizada a tres diferentes ángulos del eje lento. . . . .	63
5.5.	Arreglo experimental empleado para medir el ruido de fase de los haces Raman, AOM: modulador acusto-óptico, FEOM: modulador de fibra electro-óptico, F-D: detector rápido, M: Mixer, A: amplificador, FFT: analizador de espectros FFT. . . . .	66
5.6.	Espectro obtenido con el analizador de espectros en un ancho de banda de 4MHz empleando una resolución del ancho de banda de 1Hz. . . . .	67
5.7.	Señal de salida del mixer para una potencia de entrada en el LO de 7 dBm y una potencia en el RF de 5 dBm. . . . .	68
5.8.	Amplitud de salida del mixer como función de la potencia de entrada para una potencia del oscilador local de 5 dBm. . . . .	69
5.9.	Amplitud de salida del detector rápido como función de la potencia óptica a la entrada del mismo. . . . .	70
5.10.	Espectro típico del FFT para un span de 196 Hz, que corresponde a un ancho de banda de 488 mHz. . . . .	70
5.11.	Potencia de salida del amplificador como función de la potencia de entrada. . . . .	71
5.12.	Densidad espectral de potencia de los haces Raman generados mediante un modulador de fase. Línea gris; señal medida con el analizador de espectros, línea roja; ruido de fase medido con el analizador de espectros FFT, línea negra; ruido de fase del sintetizador de microondas y la línea punteada corresponde al ruido de piso de todo el sistema de medición. . . . .	72
5.13.	Ajuste lineal de la densidad espectral de potencia de los haces Raman que nos permite extrapolar el ruido a frecuencias mayores de 100 kHz. . . . .	73
5.14.	Función de peso para $T = 30ms$ y $\tau = 2\mu s$ . . . . .	75
5.15.	Sensitividad del interferómetro para el ruido de fase que se muestra en la figura 5.12 con una duración del interferómetro de 30 ms, para diferente duración de los pulsos. . . . .	76
6.1.	a) Señal de error teórica para $\beta = 1$ , empleando la ecuación de la referencia [88] (traza en negro) y la expresión (6.14) (traza en rojo), b) Señal de error para $\beta = 1$ (línea en rojo) y $\beta = 8$ (línea en azul) empleando la relación (6.14). La escala horizontal solo representa una frecuencia de referencia. . . . .	84
6.2.	Cavidad de Ultra baja expansión, longitud 10 cm, diámetro del material 5 cm, compuesta por un espejo plano y uno concavo, con un radio de curvatura de 50 cm. El recubrimiento antireflejante corresponde a un rango de 725 a 975 nm. . . . .	85

6.3.	Señal transmitida de la cavidad cuando se escanea el láser más de un rango espectral libre (1.5 GHz) con $\nu_0$ una frecuencia de referencia. . . . .	86
6.4.	Señal transmitida y reflejada de la cavidad con un ancho medio espectral de 130 KHz.	86
6.5.	Acoplamiento del modo de un láser a una cavidad con un espejo plano y uno esférico.	87
6.6.	transversal del haz como función de la posición. . . . .	88
6.7.	Arreglo experimental para el método de Pound-Drever-Hall extendido. . . . .	89
6.8.	Comparación entre la señal ideal (señal sinusoidal línea roja) y la rampa empleada experimentalmente (línea azul). . . . .	91
6.9.	Comparación de la amplitud de modulación real con la esperada, datos en rojo señal a 1.8 GHz modulada a 70 kHz, datos en negro; señal a 2 GHz modulada a 50 kHz, línea (roja y negra) corresponde a un ajuste lineal. . . . .	92
6.10.	Espectro del láser en la cavidad de Fabry Perot con modulación a 1.8 GHz y 2 GHz. Los picos más altos corresponden a la portadora, F2=2 GHz, F1=1.8 GHz, más un pico adicional que pertenece a otro modo de la cavidad. . . . .	93
6.11.	Amplitud de la señal de error como función del índice de modulación, para tres distintas frecuencias de modulación. Marcadores corresponden a los datos experimentales y las líneas a un ajuste lineal. . . . .	94
6.12.	Señal de error para dos salidas del circuito de demodulación, línea negra canal 1, línea azul canal 2, cuando se escanea la frecuencia del láser alrededor de la frecuencia de resonancia para una u otra banda lateral que corresponden al par superior o inferior respectivamente. . . . .	95
6.13.	Escaneo alrededor del crossovers $F' = 2 \rightarrow F' = 3$ de la espectroscopia de $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	96
B.1.	Esquemático del circuito amplificador. . . . .	101

# Capítulo 1

## Introducción

Mediciones interferométricas suelen ser una área de gran interés en todo el mundo debido a que permiten hacer mediciones de gran precisión, para ello se requiere atrapar y enfriar los átomos con ayuda de láseres para prepararlos con las condiciones óptimas para ser interrogados. En el proceso de interrogación los átomos interactúan con un par de haces Raman que permiten partir la función de onda del átomo, cambiarle la dirección y recombinarla, en este proceso los átomos adquieren momento y este momento es lo que los hace sensibles a efectos tal como la aceleración de la gravedad  $g$  [3].

La interferometría atómica es una técnica que se ha venido perfeccionando día con día, desde 1991 [1, 2, 3, 4], cuando por primera vez se muestra la utilidad de los interferómetros atómicos en diferentes laboratorios, empleando diferentes métodos. Hoy en día, es una técnica ampliamente utilizada en varios laboratorios alrededor del mundo, gracias a que permite hacer mediciones de gran precisión y la determinación de constantes fundamentales. Entre los grupos líderes en esta área se encuentran: Mark Kasevich; en la Universidad de Stanford (USA), el grupo de Guglielmo M. Tino; Universidad de LENS, Firenze (Italia); el grupo de Biraben en los laboratorios Kastler Brossel, Universidad de Pierre y Marie Curie, París (Francia); Jhon D. Close, en la Universidad Nacional Australiana (Australia); Alexandre Bresson, ONERA el Laboratorio Aeroespacial Francés (Francia), entre otros muchos.

Gracias a que es una técnica con una gran variedad de aplicaciones, actualmente la emplean en condiciones de laboratorio; para medir la constante gravitacional  $G$  [5], para determinar la constante de estructura fina  $\alpha$  [6], medir rotaciones [7], corroborar

la universalidad de la caída libre [8], etc. además también se busca implementar interferómetros que sean capaces de medir en condiciones fuera de los laboratorios, para medir gravedad a bordo de aviones [9], para dispositivos transportables en navegación [10], mapeo de gravedad [11] entre otros. En estos últimos casos se requiere que los dispositivos sean compactos y robustos para poder ser transportados de una manera fácil, en esta dirección se ha estado trabajando [9, 10, 11, 12] y se han logrado hacer mediciones fuera de laboratorios.

En un interferómetro atómico hay dos factores que definen principalmente su sensibilidad; el momento que adquieren los átomos y el tiempo de integración. Ambos parámetros permiten tener una área mayor entre los brazos del interferómetro y con esto se incrementa la sensibilidad. Para incrementar la cantidad de momento se han implementado dos métodos, estos son: difracción de Bragg multifotónica [13] y oscilaciones de Bloch [14]. Ambos métodos emplean un solo estado interno del átomo, lo cual, los hace menos susceptibles a efectos sistemáticos [15]. Para incrementar el tiempo en el caso cuando se emplean transiciones Raman estimuladas se han construido torres muy altas y se ha logrado tener un tiempo de integración de algunos segundos [16]. Esta última técnica se ha venido empleando desde los inicios de la interferometría atómica [3] y es actualmente la más usual. En conjunto con la técnica de transiciones Raman se han empleado oscilaciones de Bloch, que permite transmitir una gran cantidad de momento a los átomos con la finalidad de tener una área de interferencia mayor en una región pequeña y así aumentar la señal interferométrica [17].

Por otro lado, también existen factores que modifican la señal interferométrica, a los cuales se les denomina efectos externos. Existe una gran variedad de estos, sin embargo, gracias a que se han estudiado minuciosamente se han logrado implementar métodos que permiten reducirlos o eliminarlos. Entre los efectos externos se encuentran: ruido de fase de los haces Raman [19], vibraciones [20], variaciones en el campo magnético [21], corrimiento Starck AC [21], aberraciones [22], forma gaussiana de los haces Raman [23], corrimiento de fase debido a interacciones átomo-átomo [24], fuerza de Coriolis [22], etc. En esta tesis nos enfocaremos principalmente en el ruido de fase de los haces Raman y el ruido debido a fluctuaciones de campo magnético.

En México uno de los laboratorios más avanzados en el área de interferometría atómica es el laboratorio de átomos fríos del Instituto de Física de la UASLP. En este laboratorio se está trabajando en la implementación de un gravímetro atómico que

en un principio permitirá medir  $g$  y posteriormente se le darán aplicaciones adicionales como por ejemplo, medición de fuerzas de corto alcance. El método que se está empleando para generar el gravímetro es transiciones Raman estimuladas. Para hacer interferometría atómica con Transiciones Raman, se requieren dos haces en configuración contra-propagante, con una diferencia en frecuencia igual a la separación hiperfina del estado base del átomo, por lo general se emplean átomos alcalinos. Existen varias maneras para generar estos haces, una de ellas es, mediante el amarre de dos láseres independientes (optical phase locking loop) [18, 19, 21, 25, 26, 27], de las desventajas que presenta esta técnica son: los haces son más susceptibles a vibraciones ya que siguen diferente camino óptico y además el ruido de fase está limitado por el sistema de amarre que suele ser muy complejo. Otra manera de generar los haces Raman es mediante Inyección de bandas laterales a un láser por medio de modulación [28, 29], una de las desventajas de esta técnica es la limitación del rango para variar la frecuencia cuando se emplean moduladores acusto-ópticos. El último método, es mediante modulación empleando moduladores acusto-ópticos, moduladores electro-ópticos o electro-ópticos de fase [30, 31, 32, 33, 34, 35]. Esta última técnica es ampliamente utilizada gracias a que permite tener un sistema de haces Raman muy compacto y con muy bajo ruido de fase [34] que depende únicamente del sistema de microondas que se esté empleando, por las razones anteriores es la técnica que se está empleando en el laboratorio. Por otro lado, la técnica de modulación es aprovechada para generar los haces para hacer trampas magneto-ópticas con dos isótopos [41], en manipulación de qubits [33], etc.

Cuando los átomos interactúan con los haces Raman el ruido de fase se imprime directamente en la señal interferométrica [19]. La técnica de modulación es ideal no solo por su bajo ruido de fase, también permite tener un sistema más compacto ya que solo requiere de un láser, sin embargo, existe un problema adicional puesto que cuando se trabajan transiciones Raman copropagantes a grandes desintonías la señal se cancela, debido a que se generan dos pares de haces Raman [31, 37]. Trabajar a grandes desintonías es ideal para evitar la emisión espontánea y el corrimiento Stark AC [17], por lo que si se quiere emplear un modulador electro-óptico o electro-óptico de fase se requiere la implementación de un filtro óptico [31, 34, 37] o alguna otra técnica que permita evitar la cancelación ya mencionada.

En este trabajo se muestran algunos de los primeros pasos en la construcción del gravímetro, que junto con el trabajo reportado en las referencias [38, 39, 40] han permitido observar una señal interferométrica con átomos. En particular se reportan medi-

ciones como lo son el ruido de campo magnético del laboratorio (capítulo 2) y algunas técnicas que se estudiaron para reducirlo. Se implementó también, un método para manejar transiciones Raman a grandes desintonías sin que exista cancelación por el hecho de utilizar un modulador de fase (Capítulo 3), se hizo uso de un cristal birrefringente (calcita) para tal fin. Una de las principales características de esta técnica es que no es necesario un sistema de amarre para los haces, ya que por el hecho de provenir del mismo láser estos están automáticamente amarrados en fase, esto da como resultado que los haces tengan muy bajo ruido de fase que unicamente depende del sintetizador que se este empleando para modular (Capítulo 5). Se implementaron transiciones Raman copropagantes y se midió la frecuencia de Rabi (Capítulo 4). Los resultados experimentales concuerdan muy bien con el análisis teórico de la descomposición tensorial que se hizo de la frecuencia de Rabi.

Como parte de otro proyecto, se trabajó en la implementación de un sistema que permite amarrar múltiples láseres a una cavidad de Fabry Perot, empleando el método de Pound Drever Hall con algunas modificaciones. A diferencia del arreglo experimental, donde han implementado el amarre de varios láseres a una misma cavidad, empleando un arreglo óptico independiente para cada láser antes de entrar a la cavidad, nosotros empleamos un solo modulador y cavidad para todos lo láseres. Este método es ideal cuando se requieren varios láseres en un mismo experimento y ademas se requiere que su frecuencia sea muy estable.

# Capítulo 2

## Control de campo magnético

**RESUMEN** Este capítulo nos da una breve introducción de como el ruido de campo magnético, afecta la señal en interferometría atómica. Por otro lado, se hizo una caracterización del ruido de campo magnético del laboratorio, para ver que tanto puede limitar éste las mediciones que se quieren realizar [42] y se determinó cuáles son las principales contribuciones, para de esta manera buscar alguna posible solución. Se probó tanto la técnica de Feedback como la de Feedforward para retroalimentar el ruido de línea, que es la principal fuente de ruido que está presente. Los resultados mostraron que la técnica de Feedforward es más efectiva, puesto que con Feedback se añade ruido adicional a otras frecuencias donde no existía ruido inicialmente.

### 2.1. Efecto Zeeman

El efecto Zeeman es la separación que sufren los niveles de energía de los átomos en presencia de un campo magnético DC. Tanto en estándares de frecuencia, como en interferometría atómica y otras áreas, es de vital importancia entender el efecto del campo magnético sobre los niveles de energía, con la finalidad de tener un control más preciso en la medición, ya que inhomogeneidades del campo magnético suele ser un efecto sistemático que introduce error. El Hamiltoniano que describe la interacción entre un campo magnético  $\vec{B}$  y el momento magnético  $\vec{\mu}$  viene dado por [43]

$$H_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (2.1)$$

Considerando que el campo magnético apunta en la dirección  $z$ , esto es  $B_0\hat{z}$ , entonces

$$H_B = -\mu_z B_0. \quad (2.2)$$

El Hamiltoniano total para el átomo de hidrógeno y en general para átomos alcalinos en su estado base, está compuesto por varios términos que provienen de la interacción del campo magnético con el núcleo, con el electrón y un término asociado con la separación hiperfina, esto es

$$H_T = g_J \mu_B S_z B_0 - g_I \mu_B I_z B_0 + A(I_x S_x + I_y S_y + I_z S_z), \quad (2.3)$$

donde  $\mu_B$ ,  $g$ ,  $I$ ,  $S$  representan el magnetón de Bohr, el factor de Landé (para el electrón y el núcleo), el espín del núcleo y el espín del electrón respectivamente,  $A$  es la constante de estructura hiperfina dada por

$$A = -\frac{\mu_I \bar{B}_J \cdot \bar{J}}{I \bar{J}^2}. \quad (2.4)$$

Esta constante permite describir la interacción magnética entre el electrón y el núcleo, los términos  $\mu_I$ ,  $B_J$ ,  $J$  son la máxima proyección del momento magnético nuclear, la inducción magnética, y el momento angular. Para el caso particular donde el espín nuclear tiene el valor  $I = 1/2$ , los eigenvalores para el Hamiltoniano (2.3) están dados como sigue

$$E_1 = \frac{1}{4}A + \frac{1}{2}(g_J - g_I)\mu_B B_0, \quad (2.5)$$

$$E_2 = -\frac{1}{4}A + \frac{1}{2}[A^2 + (g_I + g_J)^2 \mu_B^2 B_0^2]^{1/2}, \quad (2.6)$$

$$E_3 = \frac{1}{4}A - \frac{1}{2}(g_J - g_I)\mu_B B_0, \quad (2.7)$$

$$E_4 = -\frac{1}{4}A - \frac{1}{2}[A^2 + (g_J + g_I)^2 \mu_B^2 B_0^2]^{1/2}. \quad (2.8)$$

Para el caso general  $I > 1/2$ , los eigenvalores de la energía están dados por la fórmula de Breit-Rabi, esto es [44]

$$E(F, m_F) = -\frac{E_{HFS}}{2(2I + 1)} + g_I \mu_B B_0 m_F \pm \frac{1}{2} E_{HFS} \left( 1 + \frac{4m_F}{2I + 1} x + x^2 \right)^{1/2}, \quad (2.9)$$

donde

$$x = (g_J - g_I)\mu_B B_0 / E_{HFS}, \quad (2.10)$$

y

$$E_{HFS} = \frac{1}{2}A(2I + 1). \quad (2.11)$$

Para el estado base  $S$ ; puesto que  $L = 0$  se puede calcular esta separación de manera analítica con ayuda de la fórmula de Breit-Rabi y considerando campos magnéticos

intermedios, sin embargo para estados con  $L \neq 0$  solo se hacen aproximaciones numéricas. Haciendo una expansión del último término en la ecuación (2.9) y tomando hasta términos de segundo orden, se obtiene el corrimiento de energía que sufren los subniveles Zeeman a campo magnético pequeño. Para el caso particular de  $^{87}\text{Rb}$  que es el elemento que se emplea en el laboratorio, en su estado base  $5S_{1/2}$  con  $F = 1 \rightarrow m_F$  el corrimiento esta dado como

$$E_{F,m_F} = -\frac{5}{8}E_{HFS} + \left(\frac{5}{4}g_I - \frac{1}{4}g_J\right) \mu_B m_F B_0 - \frac{1}{4E_{HFS}} [(g_J - g_I)\mu_B B_0]^2 \left(1 - \frac{1}{4}m_F^2\right). \quad (2.12)$$

Y la separación de energía entre subniveles Zeeman para una transición  $F' = F + 1, m_{F'} \rightarrow F, m_F$  es de la forma

$$E_{F',m_{F'}} - E_{F,m_F} = E_{HFS} \left\{ 1 - \frac{g_I \mu_B}{E_{HFS}} (m_{F'} - m_F) B_0 - \frac{1}{4} (m_{F'} + m_F) x + \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{16} (m_{F'}^2 + m_F^2) \right] x^2 \right\}. \quad (2.13)$$

En el caso particular cuando  $m_{F'} = 0$  y  $m_F = 0$  (transición de reloj), la separación de energía entre los niveles no depende del campo magnético a primer orden, esto es

$$\Delta E = E_{HFS} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{(g_J - g_I)\mu_B B_0}{E_{HFS}} \right)^2 \right\}. \quad (2.14)$$

## 2.2. Campo magnético e interferometría

Una aplicación muy importante de la interferometría atómica basada en transiciones Raman estimuladas, es la construcción de magnetómetros [45], los cuales, permiten medir campos magnéticos en lugares donde no es posible medir con los sensores que comúnmente se emplean (SQUID, fluxgate, etc.), y que requieren además de una medición con gran precisión [46], como por ejemplo, dentro de una trampa magneto-óptica (MOT). Esta técnica al igual que la técnica de resonancia de baja frecuencia y la de excitación de microondas, emplea el corrimiento que sufren los subniveles Zeeman en presencia de un campo magnético. Para medir el campo magnético y en general para mediciones que se basan en transiciones Raman estimuladas, se requiere una secuencia de pulsos para formar el interferómetro, con un intervalo entre estos dependiente de la región de integración (en el capítulo 4 se abordara con mas detalles esta secuencia de

pulsos). La sensibilidad que se ha logrado alcanzar para medir el gradiente de campo magnético es de  $3 \times 10^6(pT/m)/Hz^{1/2}$  [47]. Para los subniveles hiperfinos sensibles al campo magnético, a primer orden, la fase inducida a la señal interferométrica viene dada como [48]

$$\Delta\phi_{B,m_F} = \frac{2\mu_B g_f}{\hbar} \left[ \int_0^T B(z(t))dt - \int_T^{2T} B(z(t))dt \right], \quad (2.15)$$

donde  $\mu_B g_f/\hbar = 2\pi \times 0.7MHz/G$  es la magnitud del corrimiento Zeeman a primer orden para una transición con  $\Delta m = 1$  en átomos de  $^{87}Rb$ , los límites de la integral corresponden a la duración de tiempo entre pulsos  $T$  y  $B(t)$  representa el campo magnético dependiente del tiempo. Cuando las variaciones del campo magnético son lineales, la ecuación (2.15) adquiere la forma

$$\Delta\phi_B = \frac{2\mu_B g_f}{\hbar} \Delta B T, \quad (2.16)$$

con  $\Delta B$  una variación del campo magnético. Además de la medición del campo magnético, existe otra gran variedad de aplicaciones de la interferometría atómica, la mayoría de estas, emplean una transición insensible al campo magnético, llamada transición de reloj [49, 50, 51, 52, 53]. Esta transición es insensible al campo magnético a primer orden, sin embargo, a segundo orden si hay una contribución (Ec. 2.14). Esta contribución, en interferometría atómica se traduce en una fase adicional a la señal interferométrica que se obtiene mediante la relación (2.14)

$$\Delta\phi_{B,0} = 2\pi\gamma \int_{-\infty}^{\infty} g(t)B^2 dt \quad (2.17)$$

con  $g(t)$  la función de transferencia de la cual se hablara en el capítulo 5 y  $\gamma = 575.15$  Hz/G<sup>2</sup>.

Para los experimentos que se llevan a cabo en el laboratorio de átomos fríos de la UASLP, se emplean subniveles Zeeman tanto sensibles [42], como insensibles [57] al campo magnético en  $^{87}Rb$ . En estos experimentos se desea un control del campo magnético a orden de  $100\mu\text{Gauss}$ . Considerando  $\Delta B = 100 \mu\text{Gauss}$  para un tiempo de integración de 30 ms, las variaciones en la fase son del orden de 1  $\mu\text{rad}$  en la señal interferométrica, esto muestra la ventaja de trabajar con una transición insensible a fluctuaciones magnéticas. Para comparación, si se utiliza una transición sensible a fluctuaciones magnéticas, el mismo control de campo magnético generaría variaciones de fase de 26 rad. Para lograr un control del campo magnético en este orden o menor,

se emplea blindaje magnético o retroalimentación activa. El primer método se suele emplear frecuentemente cuando el acceso óptico no tiene mayor relevancia o cuando se emplean áreas de interferencia muy grandes [54]. Sin embargo, para experimentos donde se emplean varios láser y una región de interferencia limitada por el tiempo de caída libre, el blindaje magnético no resulta ser la mejor opción, por este motivo es más útil la compensación activa.

Para implementar un sistema de retroalimentación acorde a las necesidades del experimento, es necesario caracterizar tanto el ruido del laboratorio como el ruido de los instrumentos de medición, ya que el ruido magnético solo se podrá reducir al nivel hasta el cual lo podamos medir. El equipo que se empleó para caracterizar el ruido, consta de una tarjeta de adquisición de datos NI USB6289, un sensor de magnetorresistencia anisotrópica HMC1002 ensamblado en el laboratorio [55], un par de bobinas en configuración Helmholtz y una fuente de corriente de bajo ruido Agilent E3614A, ver figura 2.1 .

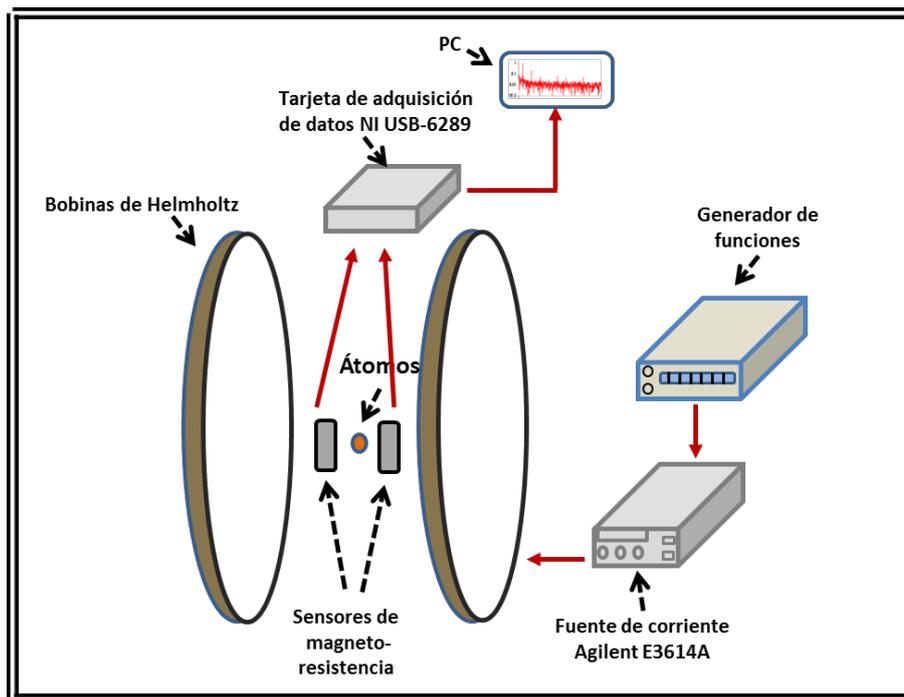


Fig. 2.1: Arreglo experimental para implementar el Feedforward. Para Feedback el arreglo es el mismo únicamente que la salida de la tarjeta se envía a la fuente de corriente.

La tarjeta de adquisición de datos consta de 32 entradas analógicas (18 bits), en configuración de un solo modo (16 en configuración diferencial); la razón de muestreo de un solo canal es de 625 Kmuestras/seg, tiene 4 salidas analógicas (16 bits a 2.8

Mmuestras/s), 48 E/S digitales (32 en reloj). Actualmente esta tarjeta es la que se está empleando para el sistema de detección en los experimentos de interferometría que se están realizando en el laboratorio. El sensor de magnetorresistencia tiene una sensibilidad de  $3.2 \text{ mV/V/G}$ , con un rango de medición de  $\pm 2G$ , y una resolución de  $27\mu G$  en un ancho de banda de 10 Hz, que puede llegar hasta los 5 MHz.

Trabajamos en entender y minimizar el ruido tanto en el sensor como al momento de hacer la digitalización, con lo cual se logró obtener un ruido de piso de  $100\mu\text{Gauss}/\sqrt{\text{Hz}}$ , permitiendo de esta manera medir el ruido del laboratorio a este nivel. Para la caracterización del sensor, se introdujo éste dentro de un material ferromagnético de un grosor aproximado de 1 cm, el cual actúa como blindaje evitando de esta manera que el ruido externo afecte la caracterización del mismo y con ayuda de la tarjeta de adquisición de datos se tomaron mediciones en los diferentes ejes con los que cuenta el sensor y que se trató de que coincidieran con los ejes que definen las bobinas del campo magnético para la MOT. Posterior a la caracterización del ruido de piso del sensor, se procedió a medir el ruido del laboratorio e identificar los elementos que más contribuyen a este. La figura 2.2 muestra un espectro del ruido de piso del sensor (línea negra) y el ruido del laboratorio (línea roja). En esta figura se puede ver claramente que la contribución principal proviene del ruido de línea y armónicos a un orden de  $m\text{Gauss}$ .

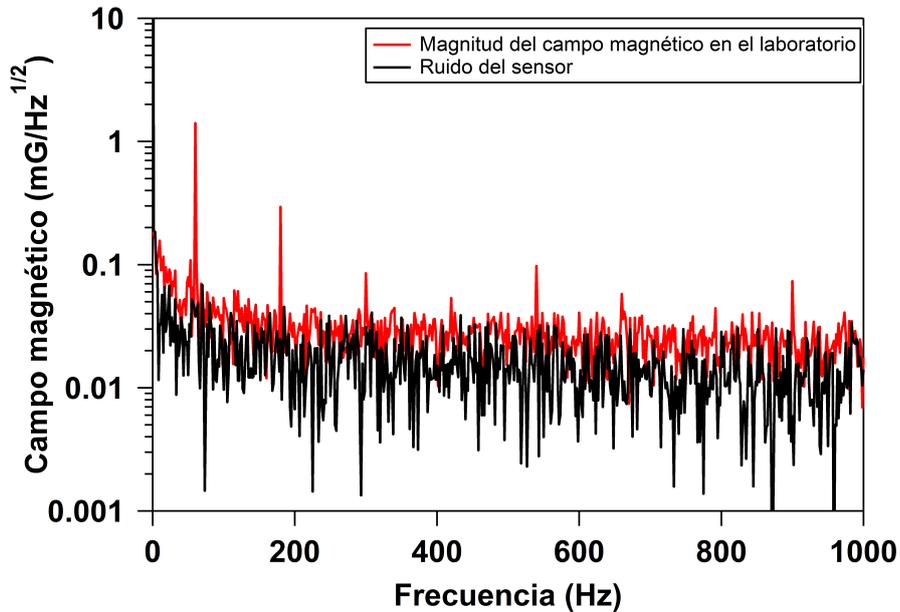


Fig. 2.2: Ruido de campo magnético del sensor línea negra y ruido del laboratorio línea roja [56].

De acuerdo a la caracterización que se realizó en el laboratorio, se encontró que

las fuentes de corriente y voltaje que alimentan gran parte de los dispositivos para la trampa magneto-óptica, representan uno de los principales problemas de ruido. Por lo que para estas, se hizo una caracterización más cuidadosa. De los resultados obtenidos se encontró que el ruido decae con una dependencia que va como el inverso del cuadrado de la distancia, como se muestra en la figura 2.3. Por otro lado, la contribución al ruido del laboratorio debida al aire acondicionado resulto ser despreciable.

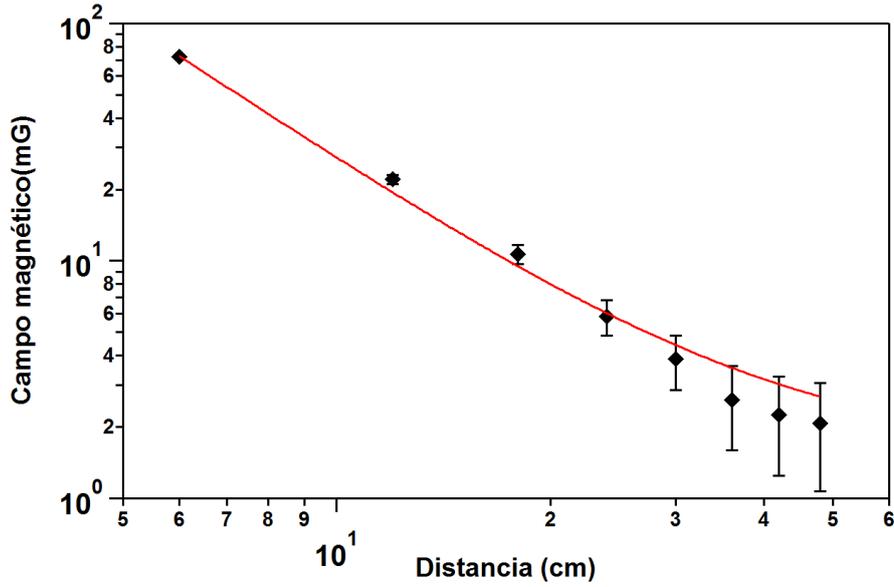


Fig. 2.3: Dependencia de la distancia del ruido de las fuentes para el ruido de línea (60 Hz). Puntos; datos experimentales, línea; ajuste teórico  $\propto 1/r^2$ , con  $r$  la distancia entre el sensor y la fuente.

Como solución a este ruido se procedió a mover las fuentes a una distancia de aproximadamente 6 metros de la trampa magneto-óptica, con lo cual la contribución del ruido a esta distancia es del orden de  $10 \mu\text{Gauss}$ .

### 2.2.1. Métodos de compensación de campo magnético

Existen diferentes métodos para compensar el ruido del campo magnético, en nuestro caso el ruido que queremos eliminar es el ruido de línea (proveniente de la línea eléctrica, 60 Hz y armónicos). Los dos métodos de compensación activa que se probaron en el laboratorio fueron: Feedback y Feedforward. El primero consiste en medir la señal que se quiere compensar mediante un sensor, posteriormente la señal es procesada y durante el procesamiento se implementa un algoritmo de control, el cual genera una señal de error que permite adaptar la señal de entrada (señal que mide el sensor) para compensar el ruido. El segundo método consiste en generar una señal con la misma

frecuencia y amplitud que la señal que se quiere eliminar, pero con fase opuesta lo cual permite que cuando interfieran el ruido se cancele. Para las pruebas que se realizaron de Feedback y Feedforward se empleó el sensor y la tarjeta de adquisición de datos antes mencionados, una fuente de corriente y un par de bobinas ver figura 2.1.

Para aplicar Feedback se implementó en la tarjeta un algoritmo de retroalimentación tipo PID [58], empleando la parte proporcional únicamente, al aplicar esta técnica no fue posible lograr más de un 10% en la reducción del ruido, debido a un retraso en el procesamiento de la señal dentro de la tarjeta, por otro lado, al incrementar la ganancia de la retroalimentación el sistema entra en oscilación. Adicionalmente a esta medición se implementó feedback utilizando un PID externo, en este caso el ruido de línea y armónicos se redujo en un orden de magnitud, sin embargo, el ruido de piso aumentaba a otras frecuencias. En el caso del Feedforward se emplearon adicionalmente dos generadores de funciones que producen una señal sincronizada con la línea eléctrica y que permiten ajustar tanto la amplitud como la fase de la señal hasta lograr eliminar el ruido. La señal de Feedforward se debe ajustar continuamente en fase y amplitud debido a las variaciones ambientales, los resultados obtenidos con Feedforward se muestran en la figura 2.4.

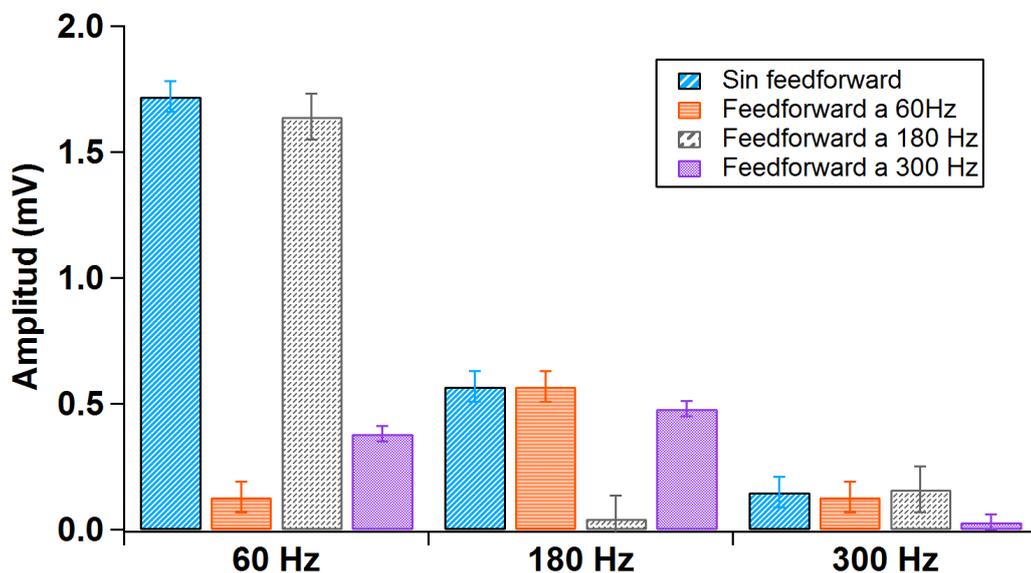


Fig. 2.4: Grafica que muestra la eficiencia del Feedforward para reducir el ruido de línea.

Para compensación con Feedforward se hizo de manera independiente para cada frecuencia, para hacerlo de manera simultánea, se tendría que hacer un circuito que permita cambiar la amplitud y la fase de cada señal de manera independiente y cuando

se requiera. De la figura 2.4 se puede observar que con esta técnica el ruido de campo magnético se puede reducir más de un orden de magnitud.

Gracias a que el campo magnético del laboratorio es del orden de  $100 \mu\text{Gauss}$ , fue posible la demostración de un interferómetro dual [42], este interferómetro involucra un sistema de varios niveles hiperfinos, tanto sensibles como insensibles al campo magnético.

## 2.3. conclusiones

La contribución principal al ruido de campo magnético del laboratorio proviene del ruido de línea 60 Hz y armónicos, en un orden de  $m\text{Gauss}$  con un ruido de piso de  $\mu\text{Gauss}$ . Si consideramos que nuestro ruido está dominado por el ruido de línea en el orden de  $m\text{Gauss}$ , con este ruido se tiene que hacer una corrección a la señal interferométrica del orden de  $10^{-13}$  cuando se emplea la transición de reloj. Hasta ahora, este ruido no ha resultado ser un problema, sin embargo, posteriormente cuando se quiera alcanzar una gran sensibilidad del interferómetro, se tiene que implementar alguna técnica de retroalimentación para cancelar el ruido magnético presente, para ello, se puede emplear Feedback o Feedforward, ambas técnicas son eficientes cuando se cuenta con los elementos necesarios para que el sistema trabaje en tiempo real. En las pruebas que se realizaron, la técnica de Feedforward resultó ser mejor ya que no devuelve ruido a frecuencias no deseadas.



# Capítulo 3

## Métodos para evitar la interferencia destructiva en transiciones Raman copropagantes cuando se emplean moduladores de fase

**RESUMEN:** Este capítulo está enfocado en los métodos que se implementaron para evitar la cancelación de las transiciones Raman, cuando se hace uso de un modulador de fase para generar los haces Raman y tiene como objetivo ver cuál es la técnica más apropiada, para evitar la cancelación ya sea filtrando una de las bandas laterales o cambiando la polarización entre portadora y bandas laterales. Primero veremos un análisis del campo eléctrico al pasar por un interferómetro, con la finalidad, de analizar cómo cambia tanto la fase como la amplitud de los haces Raman al pasar por éste y ver el efecto que puede tener al medir la transición. Se implementaron dos interferómetros, el interferómetro de Michelson y el Sagnac, finalmente y de acuerdo a los resultados obtenidos se optó por emplear un cristal birrefringente. Con el modulador de fase y el uso del cristal se pueden manejar tanto transiciones Raman en configuración copropagante como contrapropagante. En el caso de las transiciones copropagantes se puede evitar la cancelación de dos distintas maneras; empleando el cristal birrefringente como un filtro o cambiando únicamente la polarización de las bandas laterales con respecto a la portadora.

### 3.1. Introducción

En interferometría atómica se emplean varios métodos para generar los haces Raman. Pueden ser generados empleando dos láser independientes y amarrarlos en fase mediante la técnica de Optical phase locking loop [18, 21, 19, 25, 26, 27], se emplea la técnica de injection locking [28, 29] y una técnica que hoy en día se está volviendo muy popular gracias a que permite generar los haces Raman de manera sencilla, con bajo ruido de fase, permite tener un sistema muy compacto y solo es necesario un láser para generar el par requerido, esta técnica es modulación [30, 31, 32, 33, 34, 35].

Las transiciones Raman pueden ser en configuración copropagante o contrapropagante, las primeras son insensibles al efecto Doppler mientras que las segundas son sensibles a la velocidad y al final los átomos adquieren momento, este momento es empleado para medir diferentes cantidades físicas. Una transición Raman en configuración copropagante puede emplearse para probar que un interferómetro atómico funciona y también permite excitar oscilaciones de Rabi entre los niveles hiperfinos del átomo. La polarización para poder manejar una transición Raman es muy importante y depende de la desintonía a la cual se quiera trabar. Cuando los haces Raman se generan a través de un modulador, estos tienen la misma polarización. Algunos grupos para obtener la polarización correcta, a la salida del modulador colocan un retardador de cuarto de onda que permite tener polarización circular y con esto se pueden hacer transiciones contrapropagantes, gracias también a que el haz que es retroreflejado adquiere una fase adicional con respecto al haz que no se refleja y la cancelación por emplear moduladores de fase es evitada [35]. En el arreglo experimental que estamos empleando, podemos manejar tanto transiciones Raman copropagantes como contrapropagantes y además podemos filtrar una de las bandas laterales del modulador.

Por otro lado, para caracterizar los haces Raman y medir su ruido de fase, que es uno de los efectos sistemáticos que más afectan a la interferometría, se tiene que medir el batido entre el par que se quiere utilizar y éste compararlo con una señal de referencia muy estable. Dado que hay dos pares de haces Raman (par 1: portadora y banda lateral +1, par 2: banda lateral -1 y portadora), al medir el batido en un fotodiodo rápido, este se cancela, ya que hay una fase relativa de  $\pi$  entre los dos pares formados por la portadora y cada una de las bandas laterales (considerando solo bandas laterales de primer orden) (ver capítulo 5). A partir de esto surge la necesidad de implementar un filtro cuyas características no impliquen introducir ruido adicional a

los haces, provenientes de cambios de temperatura y vibraciones, que son de los efectos externos que más afectan la fase de los haces Raman.

### 3.2. Campo eléctrico en un interferómetro óptico

El siguiente análisis se puede considerar de manera general para cualquier interferómetro, los casos particulares se revisaran al final de la sección introduciendo únicamente las características de cada interferómetro como; camino óptico, polarización, birrefringencia, etc. Considérese una onda electromagnética que se envía a un interferómetro de dos brazos, los haces que viajan en cada uno de los brazos del interferómetro en un punto antes de que interfieran, se pueden representar como

$$\vec{E}_1 = \vec{A}_1 \cos(-\omega_1 t + \gamma_1) + \vec{A}_2 \cos(-\omega_2 t + \gamma_2), \quad (3.1)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{B}_1 \cos(-\omega_1 t + \eta_1) + \vec{B}_2 \cos(-\omega_2 t + \eta_2), \quad (3.2)$$

donde  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$  es el campo eléctrico en cada uno de los brazos, con  $\gamma_1, \gamma_2, \eta_1$  y  $\eta_2$  la fase que adquiere cada componente del campo eléctrico por el camino óptico que recorre.

El campo eléctrico total después de que interfieren es la suma de los campos eléctricos individuales esto es

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ &= \vec{A}_1 \cos(-\omega_1 t + \gamma_1) + \vec{A}_2 \cos(-\omega_2 t + \gamma_2) + \vec{B}_1 \cos(-\omega_1 t + \eta_1) + \vec{B}_2 \cos(-\omega_2 t + \eta_2) \\ &= \cos(-\omega_1 t)[\vec{A}_1 \cos(\gamma_1) + \vec{B}_1 \cos(\eta_1)] - \sin(-\omega_1 t)[\vec{A}_1 \sin(\gamma_1) + \vec{B}_1 \sin(\eta_1)] \\ &\quad + \cos(-\omega_2 t)[\vec{A}_2 \cos(\gamma_2) + \vec{B}_2 \cos(\eta_2)] - \sin(-\omega_2 t)[\vec{A}_2 \sin(\gamma_2) + \vec{B}_2 \sin(\eta_2)]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Considerando que la amplitud  $A_1 = B_1$  y  $A_2 = B_2$  (un divisor de haz 50/50) y haciendo uso de algunas relaciones trigonométricas, el campo eléctrico adquiere la forma

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{A}_1 \cos\left(\frac{\gamma_1 - \eta_1}{2}\right) \cos\left(w_1 t + \frac{\gamma_1 + \eta_1}{2}\right) \\ &\quad + \vec{A}_2 \cos\left(\frac{\gamma_2 - \eta_2}{2}\right) \cos\left(w_2 t + \frac{\gamma_2 + \eta_2}{2}\right), \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde  $\gamma_1 = n_1 k_1 L_1$ ,  $\gamma_2 = n_1 k_2 L_1$ ,  $\eta_1 = n_2 k_1 L_2$  y  $\eta_2 = n_2 k_2 L_2$ , representan la fase adquirida debido a la longitud del camino óptico que recorren en cada brazo del

interferómetro. En términos de este campo eléctrico la frecuencia de Rabi para una transición Raman (Ec. 4.39) es proporcional a

$$\begin{aligned}\Omega_R &\propto A_1 A_2 \cos\left(\frac{\gamma_1 - \eta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma_2 - \eta_2}{2}\right) \\ &= \frac{A_1 A_2}{2} [\cos(\alpha_1 + (k_1 - k_2)\chi) \\ &\quad + \cos(\alpha_2 + (k_1 + k_2)\chi)],\end{aligned}\tag{3.5}$$

donde  $2\alpha_{1,2} = (\gamma_1 - \eta_1) \pm (\gamma_2 - \eta_2)$  se puede considerar como una fase fija y  $\chi$  representa las contribuciones que provienen de un cambio en el índice de refracción ( $\Delta n_i$ ) o en la longitud ( $\Delta L_i$ ) debido a fluctuaciones en la temperatura o vibraciones.

Las vibraciones son otro de los efectos externos que afectan una señal interferométrica, imprimiéndose en la fase de los haces Raman. Mientras los haces sigan el mismo camino óptico, estas tienen un menor efecto ya que fluctuaciones en el camino óptico, afectan de manera simultánea a ambos haces. En el caso cuando los haces Raman se emplean para medir efectos de gravedad, dado que estos deben estar en una configuración contrapropagante, la diferencia de fase inducida por el camino óptico adicional que recorre el haz que es retroreflejado y cualquier posible vibración del espejo donde se retrorefleja, influye de manera directa en la diferencia de fase de los haces Raman y por lo tanto en la señal interferométrica. De acuerdo a los análisis de ruido debido a vibraciones que se han hecho, una manera de disminuir la sensibilidad por la diferencia de fase que adquieren los haces Raman es acortar el camino óptico del haz que es retroreflejado [20].

Empleando un interferómetro tipo Michelson como filtro de frecuencia, introduce ruido en amplitud en las transiciones Raman debido a un desplazamiento ( $\Delta L$ ) de uno de los espejos, este desplazamiento es suficiente que sea del orden de  $\lambda$  para que vaya de interferencia constructiva a destructiva, afectando de esta manera la señal interferométrica. Una mejor opción es emplear un interferómetro tipo Sagnac con un material birrefringente, en este tipo de interferómetros gracias a que los haces viajan por el mismo camino óptico pero en direcciones opuestas son menos susceptibles a ruido vibracional, esto se puede notar ya que el ruido en amplitud depende del cambio en la longitud multiplicado por la birrefringencia  $B\Delta L$ , por lo que la sensibilidad del interferómetro esta suprimida por la birrefringencia del material. Un método para evitar emplear interferómetros es usando un material birrefringente tal como el cristal de calcita. Las ventajas de emplear un cristal de calcita son; tiene un alto valor de

birrefringencia, los haces en todo momento siguen el mismo camino óptico por lo que son menos susceptible a vibraciones, la temperatura se puede controlar de una manera fácil puesto que las dimensiones del cristal permiten hacerlo.

Por otro lado, un cambio en temperatura de los diferentes materiales introduce una expansión del mismo, provocando un cambio en la longitud  $\Delta L$  y un cambio en la birefringencia  $\Delta B$  en el caso del interferómetro de Sagnac.

### 3.3. Interferometro de Sagnac

Fibras, son ampliamente utilizadas como sensores, gracias a la propiedad de birrefringencia con la que son diseñadas. La birrefringencia es una propiedad que proviene de la diferencia en el índice de refracción en los dos ejes de la fibra, gracias a esto, la luz que viaja en cada uno de los ejes (modos) al recombinarse, genera un patrón de interferencia cuya fase depende del ambiente en el que se desarrolle el experimento y por lo tanto, son sensibles para medir cambios a los que se encuentren expuestas, por el cambio en el índice de refracción del material de diseño. El rango en longitud de onda en el que se pueden encontrar es amplio y dado su tamaño, su costo y la simplicidad para implementar un sensor, permiten que estén al alcance de varios laboratorios. Las fibras son empleadas para medir índices de refracción [59], temperatura [60], presión [61], vibraciones [62] y también se emplean como filtros [63], entre otras aplicaciones.

Cuando se emplean como sensores de vibraciones, pueden medir en un rango acústico de 30 Hz a 22 KHz [62]. En el caso cuando se emplean como sensores de temperatura, la gran sensibilidad a la misma proviene principalmente de los materiales usados entre el núcleo y el recubrimiento, ya que en la mayoría de los casos las propiedades térmicas entre estos son diferentes. La birrefringencia también tiene una contribución en la sensibilidad a temperatura, debido a que están diseñadas con varios materiales cuyos coeficientes de expansión son diferentes, a lo que trae como consecuencia un cambio en el índice de refracción y por lo tanto introducen un cambio en longitud de onda para algunas fibras, estos cambios son del orden de algunos  $nm/K$  [64]. Actualmente se han diseñado fibras como la de cristales fónicos que son mucho menos sensibles a temperatura ( $dB/dT = -7.0 \times 10^{-9}/K$ ) [60], en comparación con las fibras más comunes del orden de  $3 \times 10^{-7}/K$ .

En nuestro caso utilizamos una fibra birrefringente, con la finalidad de filtrar una

de las bandas laterales del modulador de fase que se está empleando para generar los haces Raman o rotar la polarización a una configuración lineal perpendicular entre la portadora y las bandas laterales, ya que es un requisito para maximizar la parte vectorial de las transiciones Raman a grandes desintonías (capítulo 4). Esto se logra, con ayuda de un interferómetro tipo Sagnac hecho de un material birrefringente.

Para el interferómetro de Sagnac se empleó un láser NEW FOCUS TLB-6300-LN, con una potencia de salida de 13mW, la salida se envió a un retardador de media onda, posteriormente a un cubo divisor de haz polarizante (PBS por sus siglas en Ingles); estos dos últimos nos permiten tener 50% de luz reflejada y 50% de luz transmitida con una polarización perpendicular entre estas. Esto resulta conveniente para acoplar en cada uno de los ejes de la fibra las distintas polarizaciones. El acoplar la luz en el eje lento o rápido permite que la luz viaje con la misma polarización durante todo el trayecto dentro de la fibra y a la salida podemos tener la misma polarización.

La figura 3.1 muestra el arreglo experimental que se empleó. Se acoplo alrededor de un 50% de la luz transmitida y reflejada en cada uno de los ejes respectivamente. Puesto que la luz transmitida y reflejada tienen la polarización apropiada para que al pasar nuevamente por el PBS la salida de ambas corresponda a la cara del prisma que está libre, lo cual implica que la luz reflejada es nuevamente reflejada y la luz transmitida es de nuevo transmitida. La salida entonces se envía a un segundo PBS colocado a 45 grados y a un fotodetector (Thorlabs PDA36A). El modelo de la fibra que se empleo es el P1-780PM-FC-5(10), este modelo de fibra mantiene la polarización.

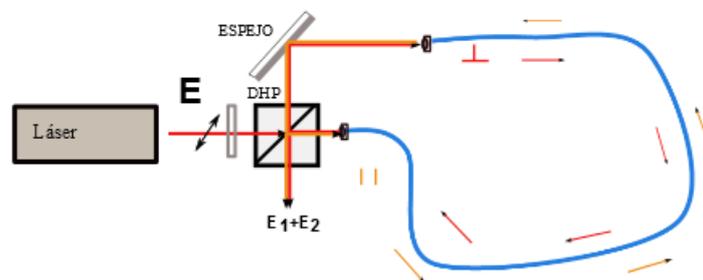


Fig. 3.1: Arreglo experimental para el interferómetro de Sagnac. DHP; Divisor de Haz Polarizante.

Con el arreglo experimental descrito anteriormente el láser se escaneo 0.56 nm con una longitud de onda inicial de 776.4 nm a una longitud de onda final de 776.96 nm lo que corresponde a una diferencia en frecuencia de 248.76 GHz. Con una longitud de la

fibra de 15 m la distancia entre mínimos de las franjas de interferencia es de  $56.6 \pm 1.3$  GHz. Estos valores se obtuvieron con los datos experimentales y haciendo un ajuste en Igor, empleando la función de ajuste

$$y = y_0 + A \sin(fx + \vartheta), \quad (3.6)$$

donde  $y_0$ ,  $A$ ,  $f$  y  $\vartheta$  son parámetros de ajuste; ofset, amplitud, frecuencia y fase respectivamente. La figura 3.2 muestra las franjas de interferencia al escanear el láser, así como el ajuste.

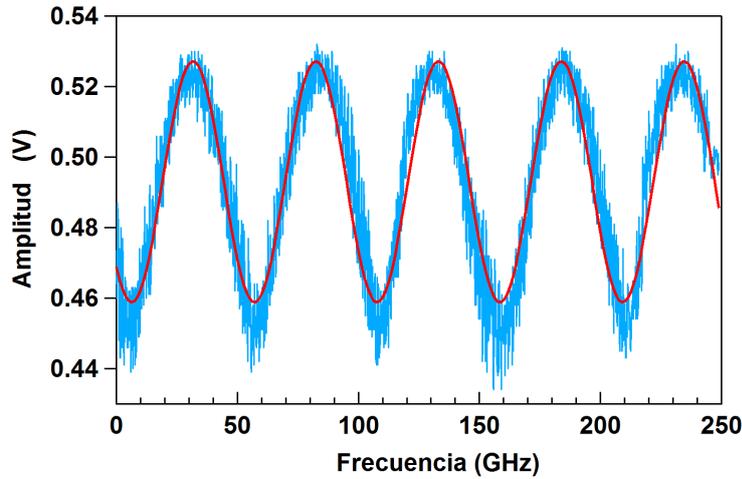


Fig. 3.2: Franjas de interferencia a la salida de la fibra para el interferómetro de Sagnac.

Partiendo de los resultados anteriores podemos corroborar la birrefringencia de la fibra contra el valor del fabricante. De acuerdo al fabricante  $B = 3.5 \times 10^{-4}$ , el valor que se obtuvo es  $B = 3.59 \pm 0.01 \times 10^{-4}$  que concuerda relativamente bien con las especificaciones. Para obtener la birefringencia se tomó en cuenta que el láser se escaneó 0.56 nm y hay alrededor de 5 franjas (figura 3.2), entonces la distancia entre mínimos es 0.112 nm y con ayuda de la ecuación

$$\phi = \frac{2\pi BL}{\lambda}. \quad (3.7)$$

para un cambio de fase  $\delta\phi$  de  $2\pi$  en la ecuación (3.7), la birrefringencia adquiere la forma

$$B = \frac{(\lambda)^2}{\Delta\lambda L}, \quad (3.8)$$

donde  $\phi$  es la fase que adquiere la onda que viaja en el eje rápido con respecto a la que viaja en el eje lento,  $B$  es la birrefringencia,  $L$  longitud de la fibra,  $\lambda$  la longitud de onda del láser y  $\Delta\lambda$  la distancia entre mínimos.

Dependiendo si se quiere filtrar una de las bandas laterales del modulador o rotar la polarización entre portadora y bandas laterales, se debe de elegir el tamaño de la fibra. En el primer caso, la longitud debe ser tal que la separación entre mínimos (figura 3.2) sea mayor a dos veces la frecuencia de separación hiperfina en  $^{87}\text{Rb}$ . Este valor proviene de que la diferencia en frecuencia de los haces Raman debe ser igual a la frecuencia de separación hiperfina para poder excitar la transición y por lo tanto la distancia entre bandas laterales de primer orden del modulador es 13.6 GHz. Por ejemplo, si la distancia entre mínimos es cuatro veces la frecuencia de separación hiperfina, la polarización será lineal perpendicular entre bandas laterales y circular en el caso de la portadora. Considerando lo anterior, para rotar la polarización se requiere entonces que la separación entre mínimos de las franjas sea de 13.6 GHz. La longitud total de la fibra, necesaria para filtrar una de las bandas laterales o rotar la polarización puede obtenerse partiendo de los resultados anteriores. Con ayuda de la ecuación (3.8) sustituyendo la longitud de onda en función de la frecuencia se obtiene que

$$L = \frac{c}{B\Delta\nu}, \quad (3.9)$$

con  $c = 299792458\text{m/s}$  la velocidad de la luz y  $\Delta\nu$  (27.2 o 13.6 GHz) la frecuencia de separación entre mínimos. Sustituyendo valores se obtiene una longitud  $L$  de 30.9 m y 61.09 m para el primer y segundo caso respectivamente. Este método para filtrar una de las bandas laterales no resulto ser muy eficiente puesto que la fibra tiene una gran dependencia de la temperatura, como se mostrará en la subsección 3.3.1, una de las contribuciones proviene de la birrefringencia, pero como se mencionó en la introducción, la mayor sensibilidad para esta clase de fibras proviene de la diferencia entre las propiedades térmicas del núcleo y el recubrimiento, esta expansión diferente entre el núcleo y el recubrimiento cambia el estres en la fibra y con eso la birrefringencia.

### 3.3.1. Dependencia de temperatura de la fibra

Para medir la dependencia a temperatura de la fibra, se guardó ésta en una caja de aluminio en la cual, se introdujo poliestireno expandido en las paredes para blindarla térmicamente. La caja se rodeó con un cable, el cual permitió cambiar la temperatura de la misma al circular una corriente y se aisló con aluminio, para evitar que el calor se disipara fácilmente y los cambios de temperatura del laboratorio afectaran la medición. Para mantener la temperatura estable, se empleó un controlador de temperatura tipo Proporcional Integral (PI) TCM1000T - TEC que trabaja con 5 volts, puede dar más

de 3 Watts de potencia y está limitado a un ampere. Para poder tener más corriente fue necesario emplear un circuito amplificador que nos permita tener más potencia, este circuito se diseñó en el laboratorio y puede darnos hasta 15 V (ver apéndice B). Como sensor de temperatura se empleó un thermistor NTC RL1005-5744-103-SA con una resistencia de 10 kOhm. El controlador de temperatura cuenta con varias entradas y salidas como se muestra en la figura (3.3)

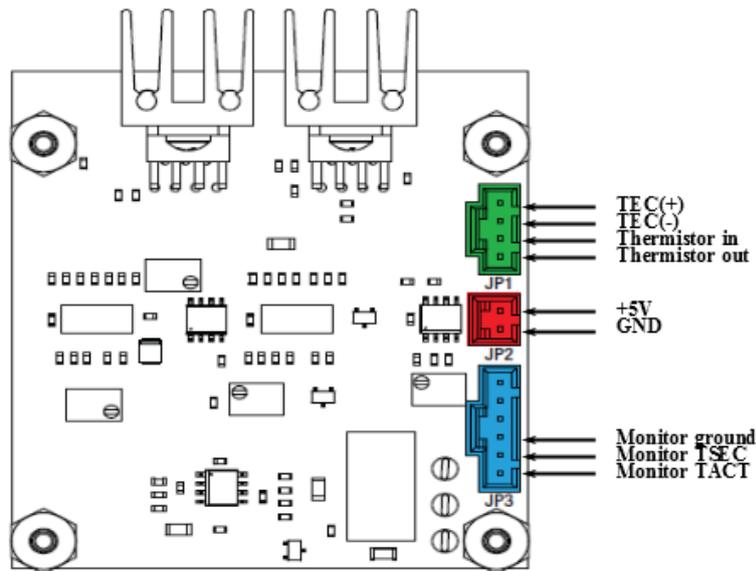


Fig. 3.3: Conexiones de entrada y salida para el controlador de temperatura PI TCM1000T - TEC.

Los pines de JP3 nos permiten monitorear la temperatura a la que queremos estabilizar el sistema y la evolución de la misma para llegar a la temperatura deseada. La salida del controlador de temperatura nos arroja un voltaje que monitoreamos en el osciloscopio, la conversión voltaje-temperatura es por cada 109 mV el cambio de temperatura correspondiente es 1 °C. Las franjas que se obtienen al variar la temperatura se muestran en la figura 3.4

Considerando que cada franja equivale a un cambio de fase de  $2\pi$ , entonces la sensibilidad a temperatura para que cambie una franja completa es de  $0.03 \pm 0.004^\circ\text{C}$  como se puede ver en la figura 3.4. El resultado anterior muestra la gran sensibilidad de este interferómetro a cambios de temperatura, por lo que la idea de emplearlo para generar los haces Raman se deshecho, para evitar cualquier efecto sistemático adicional, proveniente de cambios de temperatura.

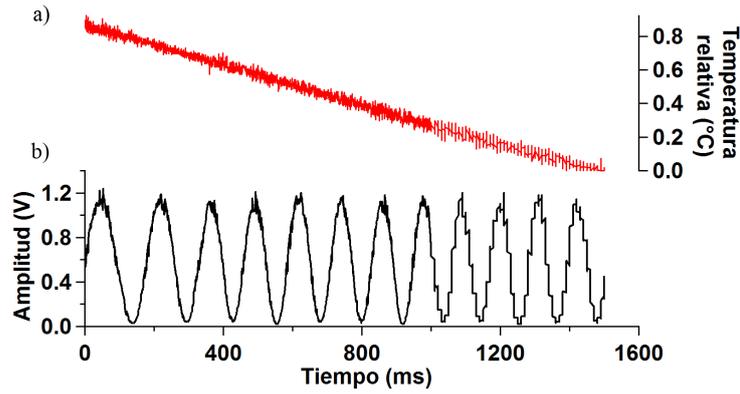


Fig. 3.4: Dependencia de la fibra a los cambios de temperatura, a) Temperatura medida con el termistor cuando se deja enfriar la fibra, b) Franjas de interferencia a la salida de la fibra.

### 3.4. Interferómetro de Michelson

Para el interferómetro de Michelson se empleó un cubo divisor de haz no polarizante (50/50), dos espejos metálicos y un fotodetector (Thorlabs PDA36A), figura 3.5. Este interferómetro es simple de implementar, sin embargo, para que sea eficiente hay que aislarlo de los efectos sistemáticos que más le afectan, por ejemplo cambio de temperatura y vibraciones. En el caso de vibraciones, un desplazamiento relativo entre los espejos de  $\lambda/2$ , en nuestro caso  $\lambda = 780 \text{ nm}$  es suficiente para que la fase entre el campo eléctrico de un brazo cambie con respecto del otro por  $\pi$  y por lo tanto pasen de interferencia constructiva a destructiva. Lo anterior es inadmisibles para hacer transiciones Raman ya que necesitamos mantener una fase fija, para poder mantener siempre en el mínimo la banda lateral que se quiere eliminar.

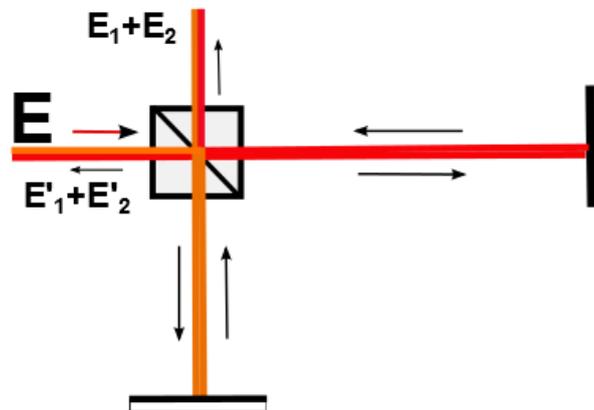


Fig. 3.5: Arreglo experimental para el interferómetro de Michelson.

En el caso del interferómetro de Sagnac se juega con la polarización y la longitud

de la fibra para poder eliminar una de las bandas laterales o cambiar la polarización entre la portadora y las bandas laterales. En el caso del interferómetro de Michelson es diferente, el parámetro que se puede variar es la distancia relativa entre los espejos, que nos define el rango espectral libre. Se tomaron diferentes longitudes entre los brazos del interferómetro y debido a que entre más alejados se encuentren son más susceptibles a temperatura y vibraciones, se optó por colocar estos lo más cerca posible del interferómetro. Para tener un rango espectral libre comparado con el del cristal de calcita 13 GHz (sección 3.5), la distancia relativa entre los espejos debe estar alrededor de 1.1 cm, este valor se obtiene considerando que el rango espectral libre se puede calcular con ayuda de la ecuación  $\Delta\nu = c/2L$ , con  $c$  la velocidad de la luz y  $L$  la distancia relativa entre los espejos. Este interferómetro también fue empleado para filtrar una de las bandas laterales y poder medir ruido de fase, en este caso se eligió un rango espectral libre de 22 GHz (figura 3.6).

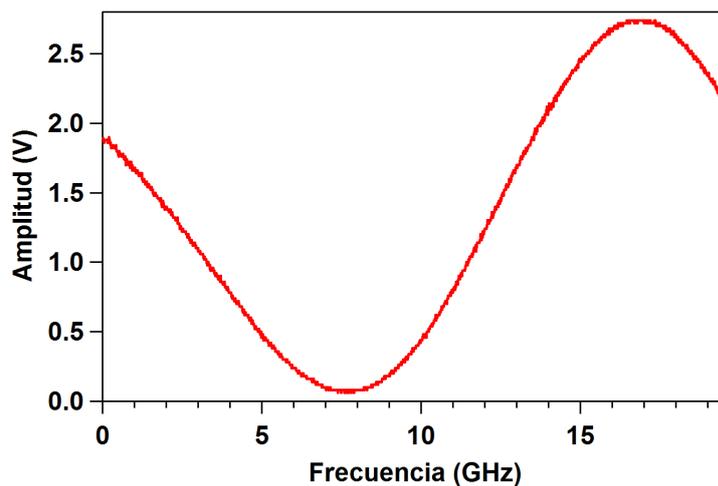


Fig. 3.6: Franjas de interferencia para un rango espectral libre de 22 GHz, empleando un interferómetro tipo Michelson.

Con este interferómetro necesitamos cambiar la frecuencia del láser (la temperatura es difícil de manipular) para poder filtrar la banda lateral no deseada y de esta manera tener únicamente la portadora y la banda lateral +1 y con esto poder medir ruido de fase. Cambiar la frecuencia en el experimento para medir transiciones Raman y oscilaciones de Rabi (capítulo 4) no es conveniente, sobre todo cuando se quiere trabajar a una desintonía específica de resonancia, esta es otra razón más para evitar el uso de este interferómetro.

Para determinar la dependencia a temperatura del interferómetro de Michelson se

hizo de una manera muy básica (no fue muy eficiente), se calentó la mesa óptica con un calentador colocado cerca de los brazos del interferómetro y se midió la temperatura de la misma en otro punto cercano al interferómetro, con esto se obtuvo que una franja completa se barre para un cambio de temperatura de  $0.03 \pm 0.01^\circ \text{C}$ . Este interferómetro también resultó ser muy sensible a temperatura y a vibraciones (los haces no siguen el mismo camino óptico). Por las razones expuestas anteriormente se optó por emplear un cristal de calcita.

### 3.5. Filtro empleando un cristal birrefringente

La idea de emplear un material birrefringente para cambiar la polarización, surgió de la necesidad de evitar la cancelación de las transiciones Raman en configuración copropagante, cuando se emplea un modulador de fase y se quiere trabajar a grandes desintonías, además, también se pretende disminuir los efectos sistemáticos que pueden ocasionar el emplear interferómetros tipo Sagnac o Michelson. Por el contrario a un interferómetro óptico, con el cristal podemos tener un mejor control tanto de la temperatura, como de vibraciones de los haces Raman (los haces en todo momento siguen el mismo camino óptico), esto, da una gran ventaja sobre los interferómetros con que estuvimos trabajando y permite tener un sistema más compacto y robusto. El uso del cristal tiene dos objetivos principalmente: cambiar la polarización entre la portadora y las bandas laterales a polarización lineal en configuración perpendicular y/o filtrar una de las bandas laterales.

La calcita es un cristal uniaxial con dos índices de refracción diferentes que definen sus dos ejes, el eje ordinario y el extraordinario. Eligiendo el eje óptico perpendicular al plano de propagación de la luz, se consigue que la velocidad de la componente que viaja con la polarización en la dirección del eje ordinario  $V_{\perp} = c/n_o$ , sea diferente a la del eje extraordinario  $V_{\parallel} = c/n_e$ , sin que ninguno de los modos cambie de dirección, de tal manera que a la salida el modo que viaja en el eje extraordinario adquiere una fase adicional, con respecto al modo que viaja en eje ordinario. El índice de refracción del eje ordinario a 780 nm es 1.6493 mientras que el del eje extraordinario es 1.4823 [67]. A la diferencia entre los dos índices de refracción se le denomina birrefringencia, para la calcita tiene un valor  $B = -0.167$  a 780 nm [65].

La caracterización del cristal consistió en hacer diferentes mediciones, las cuales

fueron:

- Determinar el eje óptico mediante franjas de interferencia .
- Encontrar la visibilidad máxima del cristal en diferentes configuraciones.
- Caracterizar la dependencia de temperatura.
- Determinar el rango espectral libre.
- Implementar el filtro y/o cambiar la polarización a lineal en configuración perpendicular para los haces Raman con la finalidad de emplearse para observar transiciones Raman.
- Se midió el ruido de fase con el filtro.
- Se mostró su funcionamiento, manejando Transiciones Raman y observando oscilaciones de Rabi.

El arreglo que se empleó se muestra en la Fig. 3.7. El láser de TiSa se envía a un modulador acusto-optico, que sirve como switch para prender y apagar los haces Raman, el haz difractado de primer orden (100 MHz) del modulador, con una eficiencia de aproximadamente 50 % se acoplo al modulador de fase electro-óptico, la señal entonces es modulada a 6.8 GHz (frecuencia de separación hiperfina en  $^{87}\text{Rb}$ ), a la salida del modulador tenemos la portadora y bandas laterales separadas por la frecuencia de modulación, esta señal modulada, es enviada al cristal de calcita en configuración de doble paso y a un cubo divisor de haz polarizante para filtra una de las bandas laterales, la señal reflejada es enviada a la cavidad de Fabry Perot y al detector rápido empleando un cubo divisor de haz no polarizante con la finalidad de poder monitorear el filtrado de una de las bandas laterales y medir ruido de fase. Por otro lado, la señal transmitida es retroreflejada y enviada esta vez configuración de cuádruple paso al cristal, la salida se envía a la cavidad de Fabry-Perot empleando un espejo movable o a la MOT para hacer transiciones Raman.

El cuádruple paso es necesario ya que queremos cambiar la polarización de la portadora con respecto a las bandas laterales, de tal manera que a la salida obtengamos polarización lineal en configuración perpendicular entre estas, lo cual nos permitirá hacer transiciones Raman en configuración tanto copropagante como contrapropagante. Para conseguir esta polarización se requiere tener un rango espectral de  $\Delta\nu = 13.669364$  GHz (Capítulo 4), que es dos veces la frecuencia de separación hiperfina del  $^{87}\text{Rb}$  y la

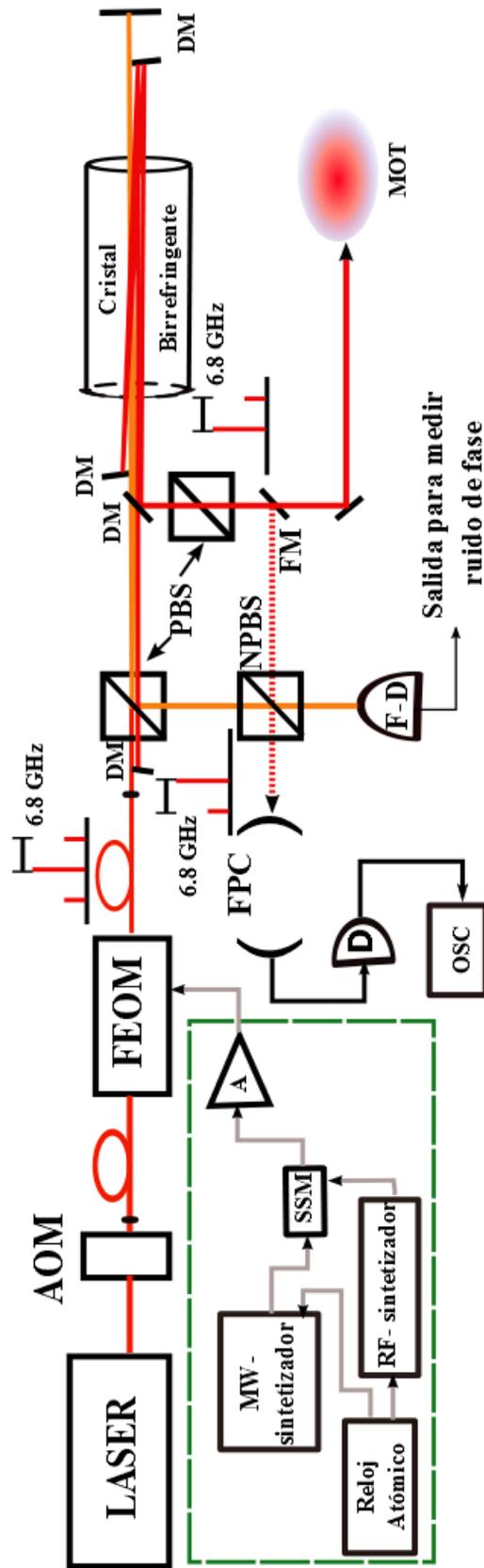


Fig. 3.7: Arreglo experimental para generar los haces Raman, AOM; modulador acusto-optico, FEOM; Modulador de fase, SSM; Modulador de una sola banda, A; Amplificador, PBS; divisor de haz polarizante, DM; espejo en forma de D, F-P-C; cavidad de Fabry Perot, FD; Detector Rapido, D; Detector, OSC; osciloscopio, FM; espejo movable.

separación entre bandas laterales de primer orden. Para tener este rango espectral libre y considerando la birrefringencia del cristal  $B = -0.167$ , necesitamos una longitud del cristal de  $L = 13.1327$  cm, esta longitud se determinó mediante la ecuación (3.9). Cristales de calcita de esta longitud que tengan buena calidad no es fácil de encontrar de manera natural, por lo que en su lugar se optó por comprar un cristal de 1/4 la longitud total, e hicimos pasar el haz en cuádruple paso.

### 3.5.1. Determinar el eje óptico mediante franjas de interferencia

Para determinar el eje óptico y la visibilidad normalizada, se empleó el arreglo experimental que se muestra en la Fig. (3.8). Luz linealmente polarizada es acoplada al modulador de fibra en el eje lento, que corresponde al eje donde se obtiene una mayor eficiencia, si la luz se acopla perfectamente en cualquiera de los eje (eje lento o eje rápido) a la salida se conserva la polarización, posteriormente la luz pasa por un PBS para limpiar la polarización en caso de que no esté perfectamente alineada en el modulador, después pasa por un retardador de media onda y otro PBS, estos últimos nos permiten dividir el haz para poder normalizar la señal. El haz transmitido se va al cristal y el haz reflejado llega a un detector, cuya señal nos permite normalizar. La salida del cristal pasa por un cubo divisor de haz polarizante que sirve como analizador y permite ver el patrón de interferencia en un segundo detector. Para la configuración en cuádruple paso se emplearon espejos metálicos recubiertos de plata en forma de D (PFD05) para permitir el acceso óptico, con los espejos es necesario cambiar el ángulo del haz para que pueda hacer la trayectoria completa sin que se bloquee, se tomó especial cuidado en tomar este ángulo lo más pequeño posible para evitar que chocara con la base del cristal.

Para estudiar el campo eléctrico a la salida del cristal se puede hacer uso de las matrices de Jones [66], donde cada elemento óptico está representado por una matriz, esto es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(i\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.10) \\ = \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi \exp(i\theta) + \sin^2 \varphi \\ 0 \end{pmatrix}.$$

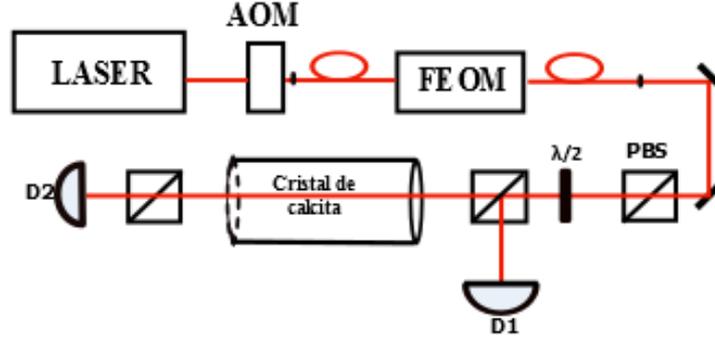


Fig. 3.8: Arreglo experimental para medir la visibilidad del cristal, AOM; modulador acustoóptico, FEOM; modulador de fibra, D1, D2; detectores.

La primer matriz de derecha a izquierda corresponde a la polarización de entrada, las tres subsecuentes representan una rotación del eje óptico del cristal y la última representa el analizador. En este arreglo matricial  $\varphi$  es el ángulo de rotación del cristal y  $\theta$  es la fase relativa que adquiere uno de los modos del campo eléctrico con respecto del otro, esta fase está dada en términos de la birrefringencia  $B$ , la longitud del cristal  $L$ , y la longitud de onda  $\lambda$  como  $\theta = 2\pi BL/\lambda$ . La longitud del cristal se eligió de tal manera que mantuviera la polarización de la portadora lineal y cambiara la polarización de las bandas laterales a polarización lineal en configuración perpendicular con respecto a la portadora, para esto se requiere que la fase que adquiere la portadora sea un múltiplo entero de  $2\pi$ , además se debe cumplir también la condición  $BL\omega_m/c = \pi$  y el cristal de calcita debe estar rotado a  $45^\circ$ .

En la vida experimental no es el campo eléctrico lo que se mide, es la intensidad del campo eléctrico la cual está dado como  $|E_0|^2$ , haciendo uso del resultado de la ecuación (3.10), la intensidad normalizada es entonces

$$\frac{S}{S_0} = \cos^4(\varphi) + \sin^4(\varphi) + \frac{1}{2} \sin^2(2\varphi) \cos(\theta). \quad (3.11)$$

Para cualquier ángulo  $\varphi$  fijo, podemos escanear el láser y obtener una señal de interferencia como la que se muestra en la figura 3.9. En este caso particular la señal corresponde a un ángulo de  $45^\circ$  en configuración de cuádruple paso, este ángulo es el que se emplea en el experimento ya que nos da la máxima visibilidad y por lo tanto tenemos mayor transmisión de la luz. Gracias a que el cristal tiene recubrimiento antirreflejante permite minimizar las pérdidas en los múltiples pasos debido a reflexiones. La transmisión en un solo paso es de  $98.5 \pm 0.1$  y  $99.1 \pm 0.1$  para el eje ordinario y

extraordinario respectivamente.

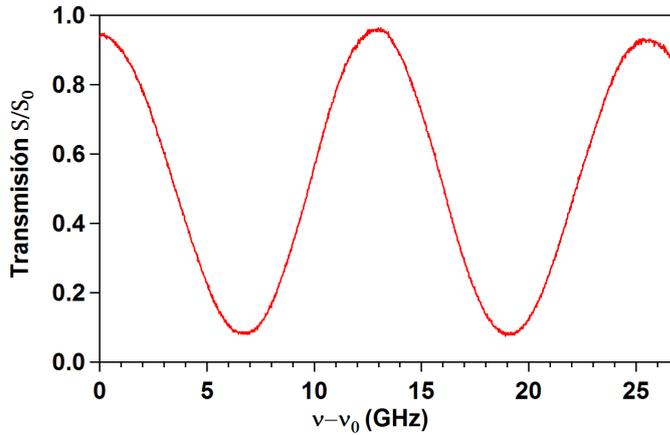


Fig. 3.9: Señal de interferencia a la salida del cristal de calcita, para un ángulo  $\varphi = 45$  grados y en configuración de cuádruple paso.

Cuando el eje óptico está alineado paralelo o perpendicular a la dirección del modo de propagación del campo eléctrico estas franjas desaparecen, lo que implica que el campo eléctrico tiene una sola componente que viaja en el eje ordinario únicamente o en el eje extraordinario. La figura 3.9 muestra también de una manera clara, como es el cambio de la polarización dependiendo de la frecuencia del láser. Si nos paramos en el máximo la polarización es lineal y paralela al eje del PBS que se emplea como analizador, conforme nos vamos alejando del máximo la polarización se hace elíptica hasta la mitad de la franja donde se hace circular y finalmente al llegar al mínimo la polarización es nuevamente lineal pero perpendicular al eje del PBS.

Para determinar el rango espectral libre del cristal, se calibro el eje de frecuencia con una cavidad de Fabry-Perot (SA200, 1.5 GHz de rango espectral libre) y se hizo un ajuste en Igor. Considerando que el rango espectral libre de la cavidad de Fabry-Perot se puede determinar de manera precisa, empleando las bandas laterales y cambiando la frecuencia de modulación, hasta el punto cuando la frecuencia principal (portadora) y las bandas laterales se superpongan, con este método se obtiene un rango espectral libre de la cavidad de  $\Delta\nu = 1.497 \pm 0.0003$  GHz. Esta cavidad también nos permitió calibrar el rango de escaneo del láser y por lo tanto el rango espectral libre del cristal. En cuádruple paso es de  $12.4 \pm 0.1$  GHz, este valor es menor al rango esperado 13.6 GHz, sin embargo es suficiente para tener polarización casi perpendicular.

Adicionalmente a los espejos recubiertos de plata, se hicieron pruebas con un prisma, con este, es posible regresar el haz con el mismo ángulo pero desplazado una distancia

pequeña. Es de importancia mencionar que el ángulo del eje óptico del prisma debe estar alineado con uno de los ejes ópticos del cristal, de lo contrario las franjas de interferencia muestran un comportamiento más complejo ya que los dos modos se acoplan, ver figura 3.10

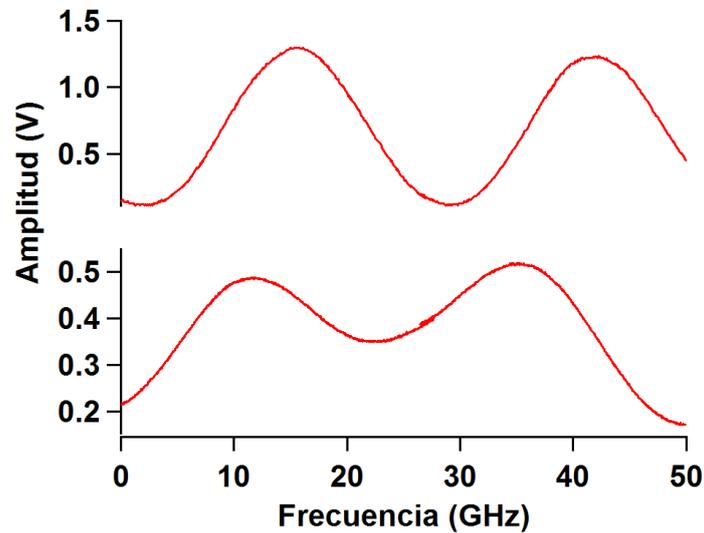


Fig. 3.10: Señal de interferencia a la salida del cristal de calcita, empleando un prisma, línea superior el eje óptico del prisma coincide con el eje del cristal, línea inferior; el eje óptico del prisma se encuentra a 45 grados del eje óptico del cristal.

La idea principal, era emplear el prisma para cambiar el camino de los haces, sin embargo, al final se emplearon los espejos debido a que el prisma obstruía el camino óptico por las múltiples veces que se tenía que hacer incidir el haz sobre el cristal, para hacer tanto el doble como el cuádruple paso.

### 3.5.2. Visibilidad

Como ya se mencionó anteriormente si rotamos el cristal y cambiamos la frecuencia del láser obtenemos un patrón de interferencia con diferente intensidad para cada ángulo. Para obtener la visibilidad y conocer el ángulo al que tenemos que trabajar para tener la máxima visibilidad, se envió la salida del modulador de fase en una configuración de un paso y cuádruple paso al cristal de calcita, la salida del cristal se envió a un PBS y posteriormente a un detector de intensidad (Thorlabs PDA36A). Posteriormente se roto el cristal en pasos de 5 grados y se escaneó el láser alrededor de 27 GHz (Limitado a 30 GHz). En el caso de emplear la configuración de un solo paso, fue necesario escanear el láser en dos diferentes puntos para obtener el máximo y el

mínimo necesarios para obtener la visibilidad, ya que el rango espectral libre en esta configuración es alrededor de 50 GHz.

De los datos experimentales la visibilidad se obtiene empleando la relación

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (3.12)$$

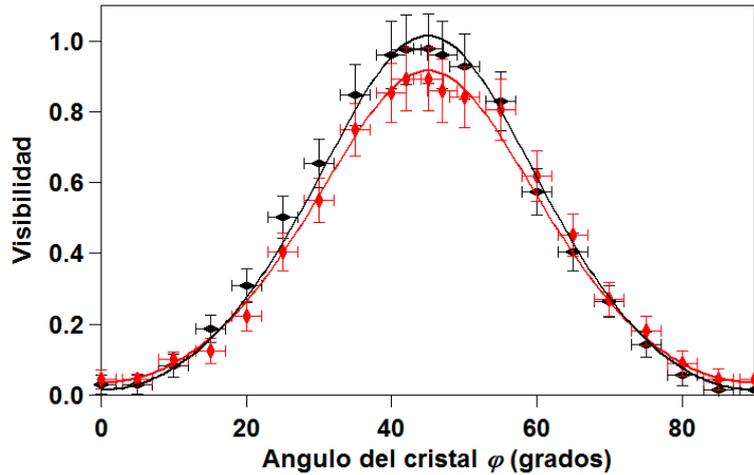


Fig. 3.11: Visibilidad para la configuración en un solo paso (datos en color negro) y en cuádruple paso (datos en rojo), puntos datos experimentales, línea ajuste teórico

El ajuste de la figura 3.11 se hizo partiendo de la ecuación (3.11), para un ángulo  $\theta$  fijo

$$V = V_0 + A \frac{\sin^2(2\varphi)}{1 + \cos^2(2\varphi)}, \quad (3.13)$$

considerando como parámetros de ajuste un offset  $V_0$  y la amplitud  $A$ . De esto datos se obtuvo una visibilidad de  $1.00 \pm 0.04$ ,  $0.88 \pm 0.04$  para la configuración de un paso y cuádruple paso respectivamente a un ángulo  $\varphi = 45$  grados. Para la configuración en cuádruple paso, que es como se emplea el cristal para el experimento de transiciones Raman (capítulo 4) la visibilidad es buena, sin embargo, el no tener visibilidad de 100 % implica que tenemos una polarización que no es completamente lineal, esto se debe principalmente a las múltiples veces que pasa el haz sobre el cristal.

### 3.5.3. Arreglo del cristal como filtro

El cristal puede ser configurado para filtrar una de las bandas laterales del modulador, para lograr esto, se envió el haz en una configuración de doble paso (alrededor

de 25 GHz de rango espectral libre) en el cristal, la salida pasa por un cubo divisor de haz polarizante y la temperatura se sintoniza para que la banda lateral  $-1$  tenga una polarización perpendicular al eje del polarizador, con esto, la polarización de la portadora será circular y la banda lateral  $+1$  tendrá una polarización lineal paralela al polarizador. Cabe mencionar que durante este proceso la mitad de la potencia se pierde. La figura 3.12 muestra la señal que se obtiene con ayuda de la cavidad de Fabry-Perot cuando se elimina la banda lateral  $-1$  y además se hace pasar nuevamente el haz transmitido, en una configuración de cuádruple paso sobre el cristal, para obtener la polarización perpendicular requerida (Fig. 3.7). Para medir la polarización el polarizador justo antes de la cavidad de Fabry Perot se roto tres diferentes ángulos, eje paralelo al plano de polarización de la portadora, a 45 grados y perpendicular a este.

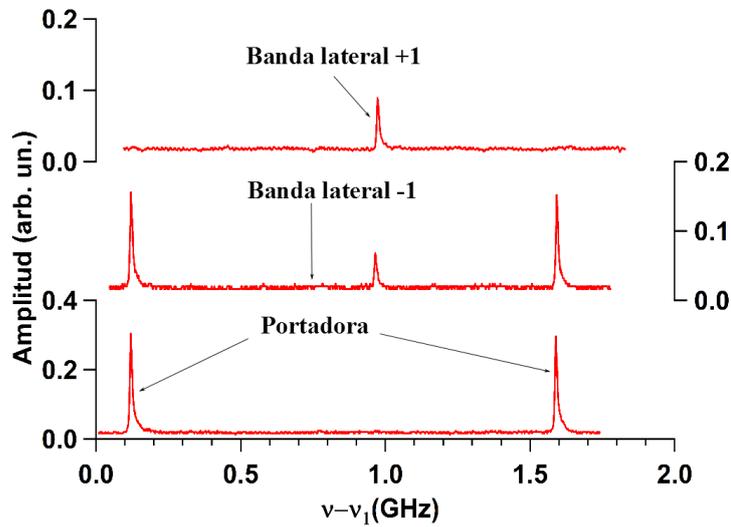


Fig. 3.12: Cristal de calcita empleado como filtro, en la parte superior se muestra la salida del cristal en una configuración de cuádruple paso cuando se coloca un PBS con su plano de polarización perpendicular a la polarización de la portadora, únicamente aparece la banda lateral  $+1$ , la traza del centro muestra la salida del cristal cuando el PBS se coloca a 45 grados y la traza inferior muestra la señal cuando el eje del PBS es paralelo a la polarización de la portadora.

Este filtro resulto ser muy eficiente con una reducción de la banda lateral  $-1$  de  $-19.6 \pm 1.5$  dB. Filtrar una de las bandas laterales es un método que nos permite excitar transiciones Raman copropagantes con el modulador de fase, sin que haya interferencia destructiva. La figura 3.12 muestra de una manera clara los dos usos principales del cristal de los que se habló en la introducción de esta sección, que son: filtrar una de las bandas laterales y/o cambiar la polarización a perpendicular entre portadora y bandas laterales.

### 3.5.4. Dependencia de la temperatura

El cambio en temperatura del cristal afecta de dos distintas maneras, cambiando su longitud o cambiando la birefringencia (índices de refracción). El cambio en la birrefringencia es del orden  $dB/dT \approx 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  [67], por lo que un cambio de  $0.14^{\circ}\text{C}$  es suficiente para que la fase cambie en  $\pi/2$ , esto se puede ver de la relación  $\Delta\theta = (2\pi L/\lambda)(dB/dT)\Delta T$  ecuación (3.7).

Para caracterizar la dependencia del cambio de fase de los haces como consecuencia de un cambio de temperatura del cristal, se diseñó una base de aluminio, a esta base se le colocó un calentador (HT10K), y mediante el módulo de control *TCM1000T* se fue cambiando la temperatura. La salida del modulador de fase se envió al cristal empleando una configuración en cuádruple paso, posteriormente se envió a un cubo PBS, y a un detector que nos permite monitorear el cambio de fase. El láser se escaneó alrededor de 27 GHz, con lo cual se observan las franjas de interferencia que se muestran en la figura 3.9, al ir variando la temperatura se encontró que para una variación de  $0.5 \pm 0.08^{\circ}\text{C}$  la fase se barre en una franja. La figura 3.13 muestra el cambio de fase como función de la temperatura.

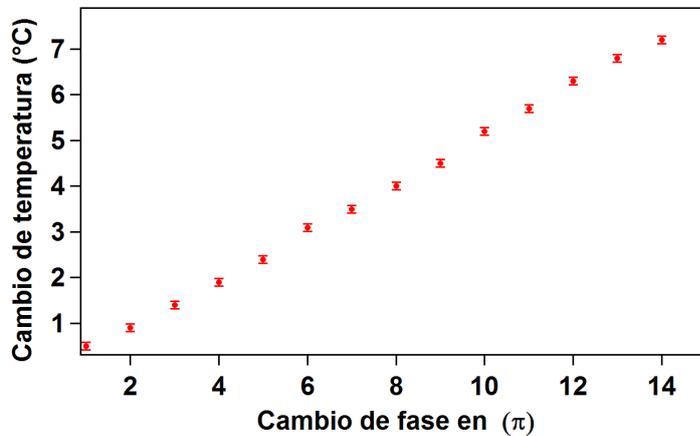


Fig. 3.13: Dependencia del cambio de fase de los haces Raman de la temperatura.

El cambio de temperatura se explica principalmente por el cambio de la birrefringencia, como se mostró al principio de esta subsección. A diferencia de los interferómetros de Sagnac y Michelson el cristal de calcita resultó ser mucho menos sensible a temperatura, además de que con el método que se implementó para controlar la misma resultó ser muy estable.

### 3.6. Conclusiones

Para hacer una comparación entre los filtros y determinar cual es la mejor opción se deben implementar estos bajo las mismas condiciones, por ejemplo, el mismo rango espectral libre, que en nuestro caso, empleamos dos veces la separación hiperfina del estado base del  $^{87}\text{Rb}$ ; 6.834 GHz. Para tener esta condición en el interferómetro de Michelson la diferencia entre los brazos debe estar alrededor de 1.1 cm, en el caso del interferómetro de Sagnac con la fibra birrefringente esta debe tener una longitud de aproximadamente 60 metros (para el análisis que se hizo solo fueron 15 metros los que se emplearon, ya no se procedió a hacerlo con 60 m porque se encontró que es muy sensible a temperatura) y para la calcita la longitud debe ser de 13.13 cm. Para el caso de la calcita se empleó una configuración de cuádruple paso y se obtuvo un rango espectral libre de 12.4 GHz, que aunque no es el valor deseado, permite tener la polarización entre portadora y bandas laterales casi perpendicular. Con este parámetro se hizo una comparación de la dependencia a la temperatura para que la fase cambie en una franja completa, los resultados fueron;  $0.03 \pm 0.01$ ,  $0.03 \pm 0.004$  y  $0.5 \pm 0.08$  °C para el interferómetro de Michelson y Sagnac y para el cristal de calcita respectivamente. La calcita resulto ser la mejor opción para emplearse como filtro, su eficiencia es buena  $-19.6 \pm 1.5$  dB y puede usarse también para cambiar la polarización requerida para manejar transiciones Raman cuando se emplea polarización lineal.

# Capítulo 4

## Transiciones Raman

**RESUMEN** El capítulo 4 tiene como objetivo mostrar los primeros pasos que se han dado para llegar al objetivo final, que es, implementar un gravímetro. En este se ve el marco teórico de las transiciones Raman estimuladas, que es el método que se pretende emplear para generar el interferómetro atómico. Se describe también cual es el procedimiento para generar una trampa magneto-óptica y las condiciones bajo las cuales se opera en el laboratorio. Se muestran los resultados experimentales tanto de transiciones Raman como de oscilaciones de Rabi empleando el modulador de fase que se describe en el capítulo 5 y el cristal birrefringente del capítulo 3. Finalmente la última sección muestra una de las aplicaciones de la interferometría atómica, que es la medición de la aceleración de la gravedad  $g$  y como partiendo de la fase del interferómetro se adquiere esta. Es de importancia mencionar que la caracterización de las transiciones Raman estuvo a cargo de Vahide [40].

### 4.1. Introducción

El comportamiento dual onda-materia se puede demostrar de una manera clara con procesos de difracción, empleando partículas con masa, como lo son electrones, neutrones y átomos. El emplear átomos tiene sus ventajas sobre emplear electrones o neutrones, entre estas ventajas se encuentran: son más masivos, además de que existen varios átomos como lo son el Ca, Cs, He, Mg, Na, y Rb entre otros, y estos poseen diferentes propiedades tales como momento magnético, polarizabilidad, masa, etc. Estas propiedades los hacen apropiados para una gran cantidad de aplicaciones, por ejemplo, en metrología con el uso en interferometría atómica. Los primeros experimentos de

interferometría atómica se mostraron en 1991, en este año cuatro grupos reportaron sus resultados empleando diferentes métodos [1, 2, 3, 4]. Las técnicas que emplearon fueron mediante rejillas de difracción y mediante transiciones Raman estimuladas.

Las transiciones Raman son un proceso difractivo al igual que la difracción de Bragg y oscilaciones de Bloch, estos procesos son empleados en interferometría atómica. En el caso de la difracción de Bragg, este es un proceso análogo a la difracción de rayos X en física de estado sólido, su diferencia radica en que el cristal está formado por luz y este es el encargado de difractar los átomos. En este proceso de difracción a diferencia de transiciones Raman, los átomos adquieren momento sin cambiar su estado interno. Por otro lado, cuando se emplean oscilaciones de Bloch para generar el interferómetro atómico se requiere un par de haces contrapropagantes cuya diferencia en frecuencia se barre linealmente. Dado que el potencial es periódico las eigenenergías exhiben una estructura de bandas. Si la fuerza que sienten los átomos debido a los láseres es suficientemente débil para evitar transiciones no adiabáticas (transiciones entre diferentes bandas) los átomos permanecen en la primera banda y por lo tanto tienen un movimiento periódico, a lo que se le denomina oscilaciones de Bloch [68]. En este procesos los átomo absorben y emiten fotones continuamente del par de haces y adquieren momento que depende del número de oscilaciones, sin cambiar su estado interno, al igual que con la difracción de Bragg.

La sensibilidad de un interferómetro depende de dos factores principalmente, la cantidad de momento que se le imprime a los átomos y el tiempo de integración, esto se puede ver de la ecuación  $\phi = k_{eff}gT^2$  [3], con  $\hbar k_{eff}$  el momento impartido a los átomos,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $T$  el tiempo de integración. Para incrementar el tiempo de integración se han implementado torres muy altas [16] de alrededor de 8.7 m, con esto se tiene un tiempo de integración de alrededor de 2.7 s y con este tiempo han logrado tener una sensibilidad de  $6.7 \times 10^{-12}g$ . Por otro lado, para imprimir mas momento a los átomos se hace uso de las técnicas antes mencionadas, difracción de Bragg [13] y oscilaciones de Bloch [14], aun así, la sensibilidad obtenida empleando transiciones Raman estimuladas no se ha superado con estos métodos.

## 4.2. Interferometría atómica y transiciones Raman

Las transiciones Raman de dos fotones es uno de los métodos más antiguos de la interferometría atómica [3]. Una transición Raman es una transición de dos fotones que conecta dos subniveles hiperfinos del estado base de un átomo, mediante la absorción de un fotón de un haz Raman y la emisión estimulada de otro fotón de otro haz, empleando un sistema de tres niveles, como se puede ver en la figura 4.1. Las transiciones Raman pueden ser tanto copropagantes como contrapropagantes, la diferencia está en que las primeras son insensibles al efecto Doppler, mientras que las segundas son sensibles a la velocidad, por lo que al final el átomo adquiere momento, este momento es proporcional a la diferencia de los vector de onda de los haces Raman, esto es  $p = \hbar k_{eff}$ , con  $\hbar$  la constante de Planck, y  $\vec{k}_{eff} = \vec{k}_{1L} - \vec{k}_{2L}$ , la diferencia de los vectores de onda del par Raman.

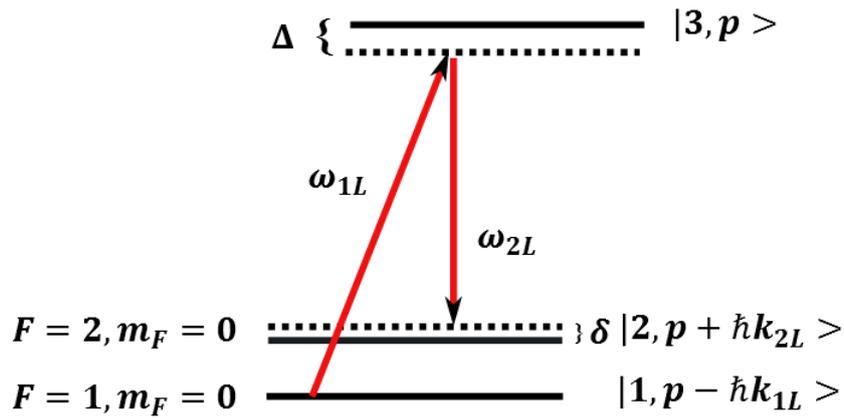


Fig. 4.1: Transición Raman de dos fotones.

Una transición Raman se caracteriza no solo por la transferencia de momento, también se cumple la conservación de energía. Partiendo del principio de conservación de energía y momento, se obtiene la condición de resonancia para llevar a cabo una transición Raman, la cual está dada como [69]

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{HFS}, \quad (4.1)$$

para transiciones Raman copropagantes, donde  $\omega_1$  representa la frecuencia del láser 1:  $\omega_2$  la frecuencia del láser 2 y  $\omega_{HFS}$  la frecuencia de separación hiperfina. Para una transición Raman contrapropagante esta condición de resonancia tiene la forma [69]

$$\delta = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \left( \vec{v}_i + \frac{\hbar}{2m} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \right), \quad (4.2)$$

con  $\vec{k}_i$  el vector de onda para los láseres,  $\vec{v}_i$  la velocidad inicial y  $m$  la masa del átomo. En esta expresión el término con  $v_i$  está relacionado con el efecto Doppler, y el otro con la velocidad de reculeo del átomo.

El efecto Doppler es debido al movimiento de los átomos. Supóngase que un átomo con velocidad  $\vec{v}$  se está moviendo con respecto a un láser que tiene una frecuencia angular  $\omega$  y un vector de onda  $\vec{k}$ , si el átomo se mueve en dirección opuesta a la dirección de propagación del láser, entonces la frecuencia del láser presenta un corrimiento Doppler dado por

$$\Delta\omega = \left( \frac{v}{c} \right) \omega = kv, \quad (4.3)$$

con  $c$  la velocidad de la luz.

### 4.2.1. Sistema que describe una transición Raman

Para un sistema de tres niveles como se muestra en la figura (Fig. 4.1), la función de onda que describe este sistema es de la forma [53]

$$|\psi\rangle = \int dp \sum a_{\alpha,p}(t) \exp[-i(\omega_\alpha)t] |\alpha, p\rangle, \quad (4.4)$$

donde  $|\alpha, p\rangle$  representa un átomo en su estado interno  $|\alpha\rangle$  y eigenestado de momento  $\psi_p(x) \sim \exp(ipx/\hbar)$ . El Hamiltoniano total está compuesto por una parte correspondiente al átomo y una parte de interacción, esto es

$$H = H_A - H_I, \quad (4.5)$$

donde  $H_A$  representa el Hamiltoniano del átomo y  $H_I$  el Hamiltoniano que describe la interacción entre el átomo y el campo eléctrico.  $H_A$  tiene la forma

$$H_A = \frac{\vec{P}^2}{2m} + \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2| + \hbar\omega_3|3\rangle\langle 3|, \quad (4.6)$$

donde  $\vec{P}$  representa el operador de momento,  $m$  la masa del átomo y  $\omega_\alpha$  la energía interna del estado  $|\alpha\rangle$ . Por otro lado el Hamiltoniano de interacción es

$$H_I = -\vec{d} \cdot \vec{E}, \quad (4.7)$$

en esta expresión  $\vec{d}$  representa el operador de momento dipolar y  $\vec{E}$  el campo eléctrico de los haces Raman. Para un campo eléctrico de los haces Raman de la forma

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_1 \cos(k_{1L}x - \omega_{1L}t + \phi_{1L}) + \vec{E}_2 \cos(-k_{2L}x - \omega_{2L}t + \phi_{2L}), \quad (4.8)$$

donde  $\phi_{iL}$  es la fase del láser  $i$ . El Hamiltoniano de interacción se puede reescribir como

$$\begin{aligned} H_I = & \hbar\Omega_{1,i}^* e^{i(k_{1L}x - \omega_{1L}t)} |1\rangle\langle 3| + \hbar\Omega_{2,i}^* e^{i(-k_{2L}x - \omega_{2L}t)} |2\rangle\langle 3| \\ & + \hbar\Omega_{i,1} e^{i(k_{1L}x - \omega_{1L}t)} |3\rangle\langle 1| + \hbar\Omega_{i,2} e^{i(-k_{2L}x - \omega_{2L}t)} |3\rangle\langle 2| + c.c. \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde  $\Omega_{j3}$  con  $j = 1, 2$  representa la frecuencia de Rabi para cada haz láser. La frecuencia de Rabi está dada por la ecuación

$$\Omega_{j3} = -\frac{\langle 3|\vec{d} \cdot \vec{E}_n|j\rangle}{2\hbar} e^{i\phi_{jL}}, \quad (4.10)$$

con  $\vec{E}_n$  el campo eléctrico del haz 1 o 2, y  $\vec{d} = e\vec{r}$  el operador de momento dipolar. Sustituyendo en la ecuación de Schrödinger la función de onda (4.4) y el Hamiltoniano (4.5) con sus respectivas componentes ecuaciones (4.6) y (4.9) se obtiene un sistema de ecuaciones para los coeficientes  $a_{\alpha,p}(t)$ , esto es

$$\begin{aligned} \dot{a}_{1,p} &= \frac{i}{2} \exp(i\Delta_1 t) \Omega_{1,3}^* a_{3,p+\hbar k_1}, \\ \dot{a}_{3,p+\hbar k_1} &= \frac{i}{2} [\Omega_{3,1} \exp(-i\Delta_1 t) a_{3,p} + \Omega_{3,2} \exp(-i\Delta_2 t) a_{2,p+\hbar k_1 - \hbar k_2}], \\ \dot{a}_{2,p+\hbar k_1 - \hbar k_2} &= \frac{i}{2} \exp(i\Delta_2 t) \Omega_{1,3}^* a_{3,p+\hbar k_1}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde  $\Omega_{ij}$  ya se fue definida anteriormente y

$$\Delta = (\omega_j + \omega_{jL} - \omega_3) + \frac{p_j^2}{2m} - \frac{p_3^2}{2m}. \quad (4.12)$$

Cuando se hacen uso de moduladores de fase, la frecuencia de Rabi total está dada como la suma de las frecuencia de Rabi de los dos pares de haces, formados por la portadora y cada una de las bandas laterales esto es [53]

$$\Omega_{RT} = \frac{\Omega_+^* \Omega_c}{2\Delta_+} \exp(ik_{rf}l) + \frac{\Omega_c^* \Omega_-}{2\Delta_c} \exp(-ik_{rf}l), \quad (4.13)$$

con  $\Omega_+$ ,  $\Omega_c$  y  $\Omega_-$  la frecuencia de Rabi para la banda lateral (+1), la portadora (c) y la banda lateral (-1) respectivamente  $k_{rf} = \omega_{rf}/c$  donde  $\omega_{rf}$  representa la frecuencia de modulación y  $\Delta_+$ ,  $\Delta_c$  la desintonía con respecto al nivel excitado de la banda lateral (+) y de la portadora (c).

### 4.3. Sistema de dos niveles

Para desintonías muy grandes el sistema de tres niveles puede ser tratado como un sistema de dos niveles [80]. En este caso las ecuaciones que describen el movimiento del sistema son de la forma [81]

$$\frac{d^2 C_g(t)}{dt^2} - i\delta \frac{dC_g(t)}{dt} + \frac{|\Omega|^2}{4} C_g(t) = 0, \quad (4.14)$$

y

$$\frac{d^2 C_e(t)}{dt^2} + i\delta \frac{dC_e(t)}{dt} + \frac{|\Omega|^2}{4} C_e(t) = 0. \quad (4.15)$$

Para este sistema de ecuaciones se hace uso de la aproximación de onda rotante, en el cual se eliminan los términos que oscilan muy rápidamente, términos que van como  $\exp[\pm i(\omega + \omega_{if})]$ . Aquí  $\delta = \omega - \omega_{if}$ . La solución para el sistema de ecuaciones (4.14) y (4.15) para  $C_e(t)$  y  $C_g(t)$ , con las condiciones iniciales  $C_g(0) = 1$  y  $C_e(0) = 0$  es de la forma

$$C_g(t) = \exp\left(\frac{i\delta t}{2}\right) \left\{ -\frac{i\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega' t}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Omega' t}{2}\right) \right\}, \quad (4.16)$$

$$C_e(t) = -i \frac{\Omega}{\Omega'} \exp\left(-\frac{i\delta t}{2}\right) \sin\left(\frac{\Omega' t}{2}\right), \quad (4.17)$$

donde  $\Omega' = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ . Partiendo de las ecuaciones (4.16) y (4.17) es posible obtener la probabilidad de transición para una secuencia de pulsos dada. En el caso particular del método de Ramsey el cual consiste en aplicar un par de pulsos  $\pi/2$  de duración  $\tau$  separados por un tiempo  $T_R$  (ver apéndice C) se llega a la solución para el estado excitado

$$C_e(2\tau + T_R) = 2i \exp\left(i \frac{\delta(2\tau + T_R)}{2}\right) \frac{\Omega}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega' \tau}{2}\right) \left\{ \cos\left(\frac{\Omega' \tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) - \frac{\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega' \tau}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \right\}. \quad (4.18)$$

La probabilidad de que los átomos se encuentren en el estado excitado es entonces

$$|C_e(2\tau + T_R)|^2 = 4 \left(\frac{\Omega}{\Omega'}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\Omega' \tau}{2}\right) \left\{ \cos\left(\frac{\Omega' \tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) - \frac{\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega' \tau}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \right\}^2. \quad (4.19)$$

La figura 4.2 muestra el comportamiento de la población cuando se lleva a cabo un interferómetro tipo Ramsey, con los parámetros  $\Omega = \pi/2\tau$  y  $\Omega' = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$

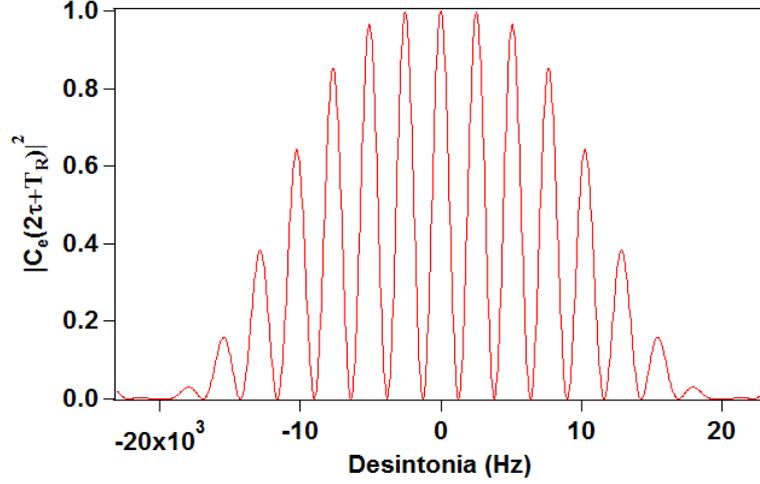


Fig. 4.2: Franjas de Ramsey para una duración de pulso de  $\tau = 0.1$  ms y una duración entre pulsos de  $T = 2.1$ ms.

### 4.3.1. Reglas de selección para transiciones Raman

Para una transición Raman estimulada existen dos configuraciones que se emplean para la polarización de la luz, polarización lineal en configuración perpendicular y polarización circular ( $\sigma^+$  o  $\sigma^-$ ). La polarización lineal en configuración perpendicular se usa para maximizar la parte vectorial de la descomposición tensorial, sobre todo, cuando se trabaja a grandes desintonías, lo cual es deseado para evitar emisión espontánea y corrimiento de los niveles (corrimiento Stark AC). Una transición Raman está compuesta por dos transiciones eléctrico dipolares  $E1$  debido a los dos campos eléctricos que interfieren en la transición, esto es

$$\Omega_R = \sum_p \frac{\langle i | e\vec{E}_1 \cdot \vec{r} | p \rangle \langle f | e\vec{E}_2 \cdot \vec{r} | p \rangle^*}{2\hbar^2 \delta_n}, \quad (4.20)$$

donde la suma corre sobre todos los niveles intermedios. Considerando que el producto escalar se puede representar como

$$\langle i | e\vec{E}_1 \cdot \vec{r} | p \rangle = e\vec{E}_1 \cdot \langle i | \vec{r} | p \rangle, \quad (4.21)$$

donde poniendo explícitamente los números cuánticos tenemos

$$\langle i | \vec{r} | p \rangle = \langle n = 5, L = 0, s = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2}, I = \frac{3}{2}, F, m | \vec{r} | n = 5, L' = 1, s = \frac{1}{2}, J', I = \frac{3}{2}, F', m' \rangle. \quad (4.22)$$

Empleando el teorema de Wigner Eckart la ecuación (4.22) adquiere la forma

$$\langle i|\vec{r}|p\rangle = (-1)^{F-m} \begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ -m & q & m' \end{pmatrix} \times \underbrace{\langle n = 5, L = 0, s = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2}, I = \frac{3}{2}, F \| r^1 \| n = 5, L' = 1, s = \frac{1}{2}, J', I = \frac{3}{2}, F' \rangle}_{\rho}, \quad (4.23)$$

donde el último término de la ecuación,  $\rho$  se puede reescribir como

$$\rho = (-1)^{J+I+F'+1} \sqrt{(2F+1)(2F'+1)} \begin{Bmatrix} J & I & F \\ F' & 1 & J' \end{Bmatrix} \times \langle n = 5, L = 0, s = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2} \| r^1 \| n = 5, L' = 1, s = \frac{1}{2}, J' \rangle, \quad (4.24)$$

con el estado inicial correspondiente a  $5S_{1/2}$  y el estado final correspondiente a  $5P_{J'}$  con  $J' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$  entonces el ultimo termino tiene los valores

$$\begin{aligned} 5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2} &= 4.221a_0 \\ 5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} &= 5.956a_0. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Sustituyendo las relaciones(4.23) y (4.24), la ecuación (4.22) adquiere la forma

$$\langle i|\vec{r}|p\rangle = (-1)^{F-m} \underbrace{\begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ -m & q & m' \end{pmatrix}}_{3j \text{ symbol}} (-1)^{J+I+F'+1} \sqrt{(2F+1)(2F'+1)} \underbrace{\begin{Bmatrix} J & I & F \\ F' & 1 & J' \end{Bmatrix}}_{6j \text{ symbol}} \times \underbrace{5S_{1/2} \rightarrow 5P_{J'}}_{(Dependiendo de la transición que se haga)} \quad (4.26)$$

## 4.4. Descomposición tensorial

La frecuencia de Rabi se puede descomponer como un tensor irreducible con componentes escalar, vectorial y tensorial [70]. Esta descomposición permite ver cuál es la parte que más contribuye en la frecuencia de Rabi cuando se trabaja a grandes desintonías y cuál es la dependencia con esta. Reescribiendo el producto interno en la frecuencia de Rabi (Ec. 4.20), se tiene

$$\Omega_R = \frac{e^2}{2\hbar^2} \sum_n \frac{[(\varepsilon_\mu r_\mu)(E_\nu R_\nu)^*]}{\delta_n}, \quad (4.27)$$

donde  $\varepsilon_\mu$  y  $E_\nu$  representan los campos eléctricos con sus respectivas polarizaciones,  $\delta_n$  es la desintonía con respecto a cada nivel excitado y

$$r_\mu = \langle i|\vec{r}|n\rangle \quad R_\nu = \langle f|\vec{r}|n\rangle, \quad (4.28)$$

representan los elementos de matriz dados por la ecuación (4.26). La descomposición tensorial por una parte involucra la polarización del campo eléctrico y por otra la parte radial. Partiendo de las ecuaciones 9.5 y 11.32 de la referencia [71],

$$V_Q^{(K)} = [T^{(k_1)} \times W^{(k_2)}]_Q^{(K)} \equiv \sum_{q_1 q_2} C(k_1 k_2 q_1 q_2; KQ) T_{q_1}^{(k_1)} W_{q_2}^{(k_2)}, \quad (4.29)$$

con

$$C(k_1 k_2 q_1 q_2; KQ) = (-1)^{k_1 - k_2 + Q} [\sqrt{2K+1}] \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & K \\ q_1 & q_2 & -Q \end{pmatrix}, \quad (4.30)$$

se obtienen las distintas componentes que forman un tensor irreducible; parte escalar  $V_0^0$ , parte vectorial  $V_{-1}^1, V_0^1, V_1^1$  y parte tensorial  $V_{-2}^2, V_{-1}^2, V_0^2, V_1^2, V_2^2$ .

Aplicando la relación (4.29) y la relación entre vectores esféricos y cartesianos Ec. 11.12 de la referencia [71]

$$\epsilon_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_x + i\epsilon_y), \quad \epsilon_0 = \epsilon_z, \quad \epsilon_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_x - i\epsilon_y), \quad (4.31)$$

y

$$\epsilon_x = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_{-1} - \epsilon_1), \quad \epsilon_y = i\frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_{-1} + \epsilon_1), \quad \epsilon_z = \epsilon_0. \quad (4.32)$$

Entonces la parte escalar y vectorial para la polarización del campo eléctrico adquieren la forma, en coordenadas cartesianas

$$V_0^0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}(\varepsilon \cdot E), \quad (4.33)$$

y

$$V^1 = -\frac{i}{\sqrt{2}}(\varepsilon \times E). \quad (4.34)$$

Una relación similar se obtiene para la parte radial. Para obtener la frecuencia de Rabi total se hace la contracción entre las componentes de los tensores irreducibles de la polarización y los elementos de matriz de la parte radial. La contracción de dos tensores de rango  $k_1 = k_2$  para formar un escalar  $K = Q = 0$  está dado mediante la fórmula 11.41 de la referencia [71]

$$Q = T^{(k)} \cdot W^{(k)} \equiv \sum_q (-1)^q T_{-q}^{(k)} W_q^{(k)} = (-1)^k (\sqrt{2k+1}) [T^{(k)} \times W^{(k)}]_0^0. \quad (4.35)$$

En el caso de escalares se tiene

$$Q_s = T^{(0)} \cdot W^{(0)} = T_0^0 W_0^0, \quad (4.36)$$

y para vectores

$$Q_V = T^{(1)} \cdot W^{(1)} = -T_{-1}^1 W_1^1 + T_0^1 W_0^1 - T_1^1 W_{-1}^1 = -\sqrt{3} V_0^0. \quad (4.37)$$

Comparando  $V_0^0$  de la ecuación 4.33 se observa que  $Q_V \equiv (\varepsilon \cdot E)$  como es de esperarse.

En el caso de tensores

$$Q_T = T^{(2)} \cdot W^{(2)} = T_{-2}^2 W_2^2 - T_{-1}^2 W_1^2 + T_0^2 W_0^2 - T_1^2 W_{-1}^2 + T_2^2 W_{-2}^2 = \sqrt{5} V_0^0. \quad (4.38)$$

Como se ha venido mencionando, la parte vectorial domina cuando se trabaja a grandes desintonías, en este caso, la frecuencia de Rabi adquiere la forma [57]

$$\Omega_R = [E_1 \times E_2^*] \cdot M \quad M = \frac{e^2}{4\hbar^2 \delta} \sum r_\mu \times R_\nu^*. \quad (4.39)$$

Para mostrar que efectivamente este es el caso se escribieron varios programas en matlab, con los cuales se calcula la frecuencia de Rabi de la manera tradicional y la comparan con la descomposición tensorial de la misma, donde el resultado arroja que efectivamente la parte vectorial domina.

## 4.5. Desarrollo experimental de las transiciones Raman

La mayoría de los experimentos en física atómica requieren de un sistema láser para atrapar y enfriar los átomos. Las frecuencias de estos láser deben satisfacer la condición de resonancia entre el estado base y el estado excitado y además deben permanecer estables. Gracias a que el  $^{87}\text{Rb}$  tiene una transición resonante entre el estado base  $5S_{1/2}$  y el estado excitado  $5P_{3/2}$  (Fig. 4.3) a una longitud de onda de alrededor de 780 nm se pueden emplear láseres de diodo, los cuales son muy comerciales y resultan ser relativamente económicos. Para estabilizar los láser se emplea la técnica de espectroscopia de saturación [39].

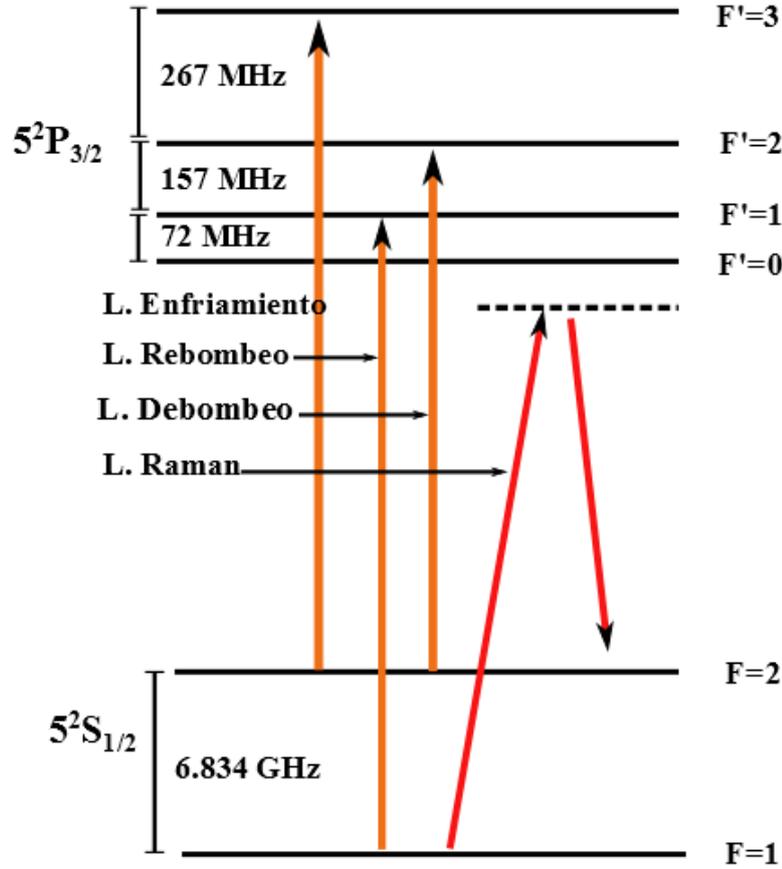


Fig. 4.3: Configuración de los láser para la trampa magneto-óptica y para excitar transiciones Raman.

La configuración de los láser para la trampa magneto-óptica se muestra en la figura 4.3. El láser de enfriamiento se sintoniza cercano a una transición cíclica entre el estado base  $5S_{1/2}$ ,  $F = 2$  y el estado excitado  $5P_{3/2}$ ,  $F' = 3$ , lo cual implica que los átomos solo pueden decaer al estado  $F = 2$  gracias a las reglas de selección  $\Delta F = 0, 1$ . La probabilidad de que los átomos se exciten a la transición  $F' = 2$  es baja, sin embargo, cuando pasa ocasiona que decaigan al estado base con  $F = 1$ , por esta razón es necesario un segundo láser llamado de rebombado, el cual, esta sintonizado entre la transición  $F = 1$ ,  $F' = 1$  ayudando a que los átomos regresen al estado base con  $F = 2$ . Adicionalmente se emplea un láser de debombado sintonizado en la transición  $F = 2$ ,  $F' = 2$  que manda los átomos al estado base  $F = 1$ , el último paso es poner la mayor cantidad de átomos en el estado  $F = 1$ ,  $m_F = 0$ , para este objetivo se emplea un láser en resonancia entre la transición  $F = 1$ ,  $F' = 1$  con polarización  $\pi$  el cual manda todos los átomos a este estado [38, 39].

El sistema de vacío consta de una celda de vidrio [38, 72] donde los átomos de

$^{87}\text{Rb}$  son atrapados, enfriados y pueden emplearse para hacer transiciones Raman, manejar oscilaciones de Rabi con Raman o microondas. El rubidio está contenido en un dispensador que evapora estos átomos al aplicar una corriente eléctrica. La cámara de vacío permite llegar a un vacío del orden de  $10^{-10}$  Torr. Un par de bobinas en configuración anti-Helmholtz permiten generar el cero de campo magnético donde los átomos son atrapados, estas bobinas generan un gradiente de campo magnético del orden de 5 G/cm. Para compensar el campo magnético de la tierra tres pares de bobinas en configuración Helmholtz son empleadas. Tres pares de haces contrapropagantes con polarización circular (polarización  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$  para cada par contrapropagante) se ponen en una configuración perpendicular entre estos para formar la MOT. Tanto para el láser trampa como el láser de rebombeo se emplean láseres de diodo (new focus TLB-6300-LN y Sacher Lasertechnik TEC120), para una descripción más detallada se puede ver [38, 72]. La figura 4.4 muestra el arreglo experimental que forma la trampa magneto-optica, donde hace falta todos los elementos ópticos para preparar los haces a las frecuencias correctas y con la potencia requerida.

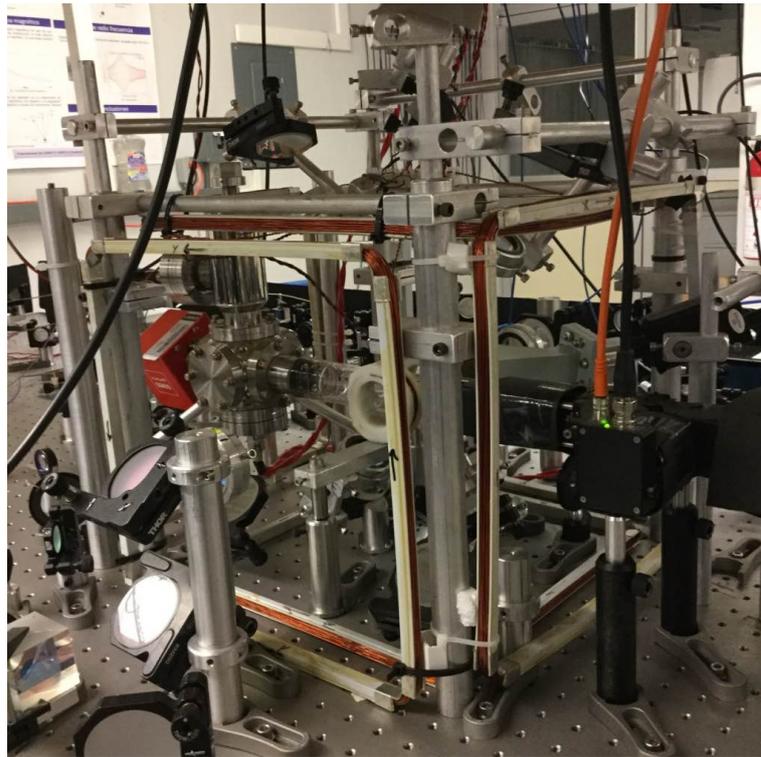


Fig. 4.4: Imagen de la trampa magneto-optica que se empleó para hacer transiciones Raman

La temperatura de los átomos es un parámetro fundamental que se tiene que controlar, sobre todo cuando se emplean tiempos de interrogación grandes. Dado que los

átomos se pueden enfriar solo hasta una cierta temperatura, la nube tiende a expandirse. En interferometría atómica esta expansión tiene como consecuencia que la nube de átomos adquiera una velocidad en la dirección transversal y por lo tanto sea sensible a la aceleración de Coriolis así como a la distorsión del frente de ondas [22], además durante la secuencia interferométrica también se rompe la simetría entre pulsos si la nube se expande.

Al preparar la MOT con las características de la trampa antes mencionadas se tienen atrapados alrededor de  $10^8$  átomos a una temperatura de alrededor de  $40 \mu\text{K}$ . Para disminuir esta temperatura se aplica molasa óptica [39], con la cual los átomos llegan a una temperatura de  $2.7 \mu\text{K}$ . En este paso la intensidad de los haces trampa se reduce, se aumenta su desintonía y se apaga el campo magnético [56].

Después de que se tiene una nube con una temperatura de  $2.7 \mu\text{K}$  se puede hacer interferometría atómica con microondas [42] o se pueden manejar Transiciones Raman [57]. El sistema de microondas que se requiere para cada objetivo difiere en algunos elementos, pero en general comparten la mayoría de estos, como lo son el sintetizador de microondas, amplificadores, dobladores de frecuencia, switch, modulador de una sola banda y sintetizador de radiofrecuencia.

Las técnicas de detección de imágenes que existen son por absorción y fluorescencia. El método que se emplea en el laboratorio es por fluorescencia, este método consiste en enviar un láser sintonizado muy cerca de resonancia, cuando el láser interactúa con la nube de átomos, los fotones serán absorbidos por esta y reemitidos. Los fotones dispersados se coleccionan en un sistema de imagen que va dar a una cámara CCD y a un fotodiodo, la señal del fotodiodo es procesada para obtener el número de átomos final. El sistema de detección emplea el láser trampa y el de rebombéo con los cuales se mide la fluorescencia del estado base tanto en  $F=2$  como en  $F=1$  para poder normalizar la señal de salida. Para más detalles ver las referencias [72, 39].

#### 4.5.1. Transiciones Raman co-propagantes

Para manejar transiciones Raman, se emplea el láser de Ti-Saph, el cual se envía a un modulador acusto-óptico que funciona como switch, la banda de difracción de primer orden es acoplada al modulador electro-óptico de fibra, el modulador es modulado a una frecuencia de 6.8 GHz, y mediante el modulador de una sola banda (SSB4080A) y un sintetizador de radiofrecuencia (Stanford Research System DS345) tenemos la po-

sibilidad de barrer la frecuencia de microondas (en un rango de 20 KHz) para encontrar la frecuencia de resonancia. El láser es desintonizado de la frecuencia óptica a desintonías mayores a la frecuencia de separación hiperfina (6.8 GHz en  $^{87}\text{Rb}$ ) mediante el sistema de control que viene incluido con el láser. Una señal que muestra transiciones Raman estimuladas se puede ver en la figura 4.5, donde los haces Raman acoplan a los estados hiperfinos  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  de Rb.

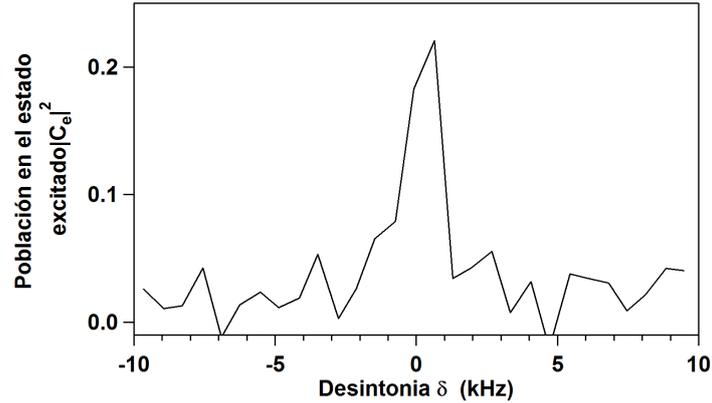


Fig. 4.5: Transiciones de dos fotones para una desintonía de 11 GHz de la transición óptica.

## 4.5.2. Frecuencia de Rabi

Si los átomos interactúan con un campo electromagnético resonante con el sistema de dos niveles entonces se pueden inducir oscilaciones de Rabi. Excitar oscilaciones de Rabi es el siguiente paso en dirección a un interferómetro atómico, para ello, después de que se encuentra la frecuencia de resonancia para la transición Raman a una desintonía específica, se procede a ir variando la duración del pulso y se mide la población en el estado excitado. La figura 4.6 muestra el comportamiento de la población en el estado hiperfino  $F = 2$  como función de la duración del pulso Raman.

Como se puede ver en la figura 4.6, las oscilaciones de Rabi tienen un comportamiento amortiguado. Este comportamiento puede estar ocasionado por el hecho de que la intensidad del haz tiene forma Gausiana y dado que la nube de átomos tiene forma esférica, entonces los átomos del centro no sienten la misma intensidad que los átomos de los extremos de la nube.

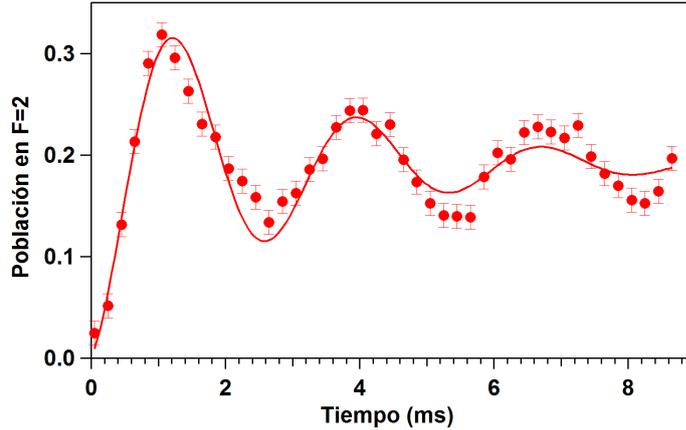


Fig. 4.6: Fracción de átomos en el estado hiperfino superior ( $F = 2$ ) al inducir oscilaciones de Rabi, datos experimentales (puntos), ajuste (línea continua).

### 4.5.3. Dependencia con la desintonía

Después de excitar oscilaciones de Rabi, se determinó la frecuencia de Rabi como función de la desintonía para la transición de reloj, esto con la finalidad de comprobar experimentalmente el escalamiento  $1/\delta$  que se obtiene de la descomposición tensorial (sección 4.4) para la parte vectorial y que es la que sobrevive a desintonías grandes. En esta medición es donde se requiere que la polarización entre los haces Raman sea perpendicular entre estos, para maximizar la componente vectorial Ec. 4.39. En el capítulo 3 se analizaron los métodos para lograr tener la polarización adecuada.

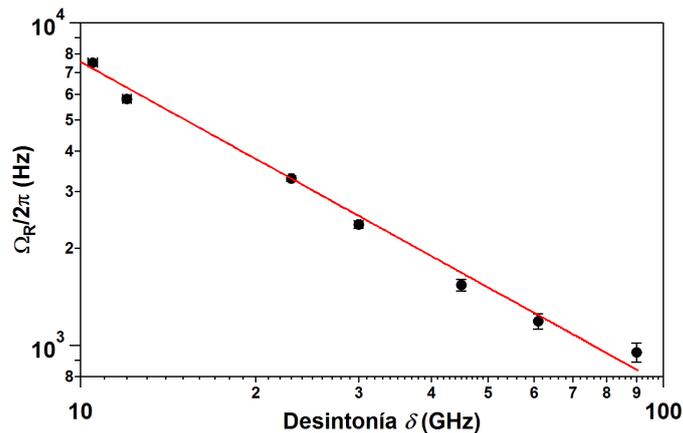


Fig. 4.7: Frecuencia de Rabi como función de la desintonía (puntos), escalamiento  $1/\delta$  proveniente de la descomposición tensorial sin parámetros de ajuste.

Los datos que se muestran en la figura 4.7, fueron obtenidos empleando el cristal como filtro y posteriormente haciendo pasar los haces en cuádruple paso para obtener

polarizaciones ortogonales entre estos. Los parámetros que se emplearon fueron: potencia total 1.2 mW con una razón entre banda lateral-portadora de aproximadamente 0.2, la cintura del haz es de 0.5 cm. El escalamiento esperado se puede ver claramente en esta figura.

Otra parte esencial del experimento es mostrar que la interferencia destructiva de la que se hablará con más detalle en el capítulo 5, se puede evitar sin tener que filtrar una de las bandas laterales del modulador, únicamente cambiando la polarización entre portadora y bandas laterales, con lo cual se obtiene un incremento en la frecuencia de Rabi en comparación a cuando se filtra una de las bandas laterales, el valor que se obtuvo es  $1.15 \pm 0.04$  a una desintonía de 11 GHz. Este valor difiere con respecto al valor esperado, que es de 1.62 a esa desintonía. Una parte de la divergencia se explica por las imperfecciones en la polarización de los haces Raman, debido a que el rango espectral libre del cristal de calcita (capítulo 3) no es 13.6 GHz sino 12.4 GHz, considerando esta corrección se obtiene un valor de 1.43.

## 4.6. Interferometría atómica con transiciones Raman y gravedad

Para hacer interferometría atómica mediante transiciones Raman estimuladas, se sigue una secuencia interferométrica dependiendo la simetría que se quiera emplear, ya sea un interferómetro tipo Mach-Zender, un interferómetro tipo Ramsey-Borde o alguna otra configuración. En analogía con el interferómetro de Mach Zender óptico, el interferómetro atómico sigue una serie de pasos similares: después de que los átomos se han preparado en el estado inicial, se aplica un pulso inicial  $\pi/2$  que permite preparar los átomos en una superposición coherente 50/50 en el estado  $e$  y  $g$  cuyo momento promedio difiere por  $hk_{eff}$ , después de un tiempo de interrogación se aplica un segundo pulso denominado pulso  $\pi$  cuya duración permite redireccionar los átomos  $g \rightarrow e$  y  $e \rightarrow g$  con un 100% de probabilidad, para cerrar el interferómetro se aplica un tercer pulso  $\pi/2$  que recombina los átomos. Posterior a que los átomos son recombinados se mide la población en el estado excitado. Haciendo una comparación con un interferómetro óptico, se obtiene una ecuación simple para calcular la probabilidad de transición en un interferómetro atómico esta es:  $P_{ex} = \frac{1}{2}(1 - \cos(\Phi))$  [19], donde  $\Phi$  representa la fase total que adquiere el interferómetro debido tanto a la trayectoria de los átomos como a la fase de los haces Raman y otras componentes. La figura 4.8 muestra la trayectoria

que siguen los átomos al realizar una secuencia iterferométrica tipo Mach Zehnder

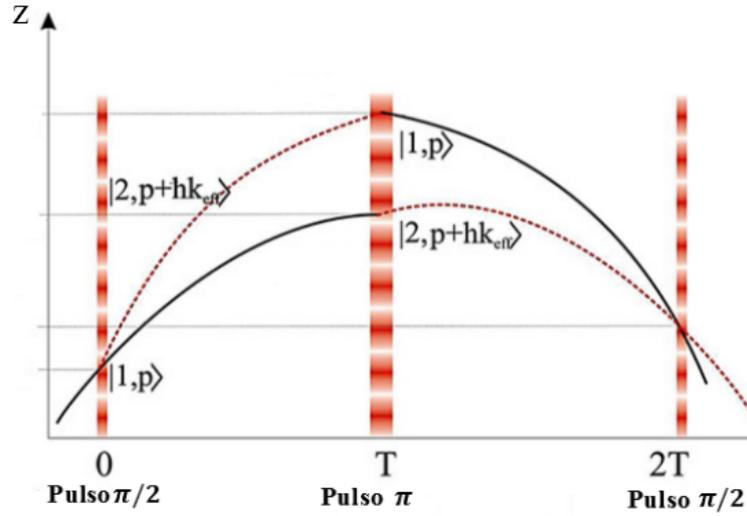


Fig. 4.8: Trayectoria que sigue un interferómetro atómico en una configuración tipo Mach Zehnder con una secuencia de pulsos  $\pi/2, \pi, \pi/2$ .

Para hacer el análisis de la fase que adquiere un interferómetro atómico debido a los efectos de la gravedad, considérese un átomo en un sistema de dos niveles zeeman del estado base. El átomo inicialmente se encuentra en el estado 1 y tiene una velocidad  $v_0$  definida por su momento  $\vec{p}$ . Al aplicar una transición Raman contrapropagante el estado que describe este sistema se puede describir como [73]

$$|\psi(t)\rangle = \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) |1, \vec{p}\rangle + \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \exp(-i\frac{\pi}{2}) \exp(i\phi) |2, \vec{p} + \hbar\vec{K}_{eff}\rangle. \quad (4.40)$$

con  $\Omega$  la frecuencia de Rabi:  $\phi$  la fase que adquiere la función de onda durante el trayecto del interferómetro y debida a la interacción con los láseres y  $\hbar k_{eff}$  el momento efectivo transferido a los átomos. Puesto que este momento es grande, en comparación con el momento transferido por una transición de un solo fotón, permite que la separación espacial entre los brazos del interferómetro sea suficiente para ser sensible a efectos de gravedad. La fase debida a los láseres está dada como  $\phi = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{z} - \omega_{eff} t$  con  $\vec{z}$  la posición del átomo a un tiempo  $t$ , la fase total al final del interferómetro es por lo tanto [73]

$$\Delta\phi = \phi(\vec{z}^A, 0) - \phi(\vec{z}_I^B, T) - \phi(\vec{z}_{II}^B, T) + \phi(\vec{z}^C, 2T). \quad (4.41)$$

donde las fases de la ecuación (4.41) provienen de la interacción entre los láseres y el átomo en los diferentes pulsos del interferómetro. Para un átomo en caída libre bajo la interacción de transiciones Raman, las fases en cada pulso está dada como

$$\begin{aligned}
\phi(\vec{z}^A, 0) &= 0 \\
\phi(\vec{z}_I^B, T) &= k_{eff} \left[ -\frac{1}{2}gT^2 + v_0T \right] \\
\phi(\vec{z}_{II}^B, T) &= k_{eff} \left[ -\frac{1}{2}gT^2 + \left( v_0 + \frac{\hbar k_{eff}}{m} \right) T \right] \\
\phi(\vec{z}^C, 2T) &= k_{eff} \left[ -2gT^2 + \left( 2v_0 + \frac{\hbar k_{eff}}{m} \right) T \right].
\end{aligned} \tag{4.42}$$

donde se hizo uso de la ecuación

$$z(t) = z_0 + vt - \frac{gt^2}{2}. \tag{4.43}$$

La fase acumulada al final del inetrferómetro es entonces

$$\Delta\phi = -2gk_{eff}T^2. \tag{4.44}$$

Existen otras contribuciones a la fase de un interferómetro atómico, como por ejemplo la fase debida a la rotación de la tierra [22].

En el laboratorio fue posible observar una señal interferométrica con átomos empleando transiciones Raman copropagantes [40], pero por el hecho de ser transiciones insensibles a la velocidad aun no es posible medir  $g$ , para ello es necesario hacer los haces contrapropagantes y compensar el efecto Doppler, este es el siguiente paso en la implementación del gravímetro.

## 4.7. Conclusión

En este capítulo se mostró el avance en la implementación del interferómetro atómico que se encuentra en proceso de construcción en el laboratorio de átomos fríos. Se mostraron transiciones Raman co-propagantes y oscilaciones de Rabi, las primeras muestran que los haces generados mediante el modulador de fase y el cristal birrefringente funcionan como el par de haces Raman requerido para aplicar los pulsos durante el interferómetro. Las oscilaciones de Rabi nos muestran la coherencia de los átomos. Se mostró el comportamiento de la frecuencia de Rabi a grandes desintonías y se demostró que siguen un comportamiento que va como  $1/\delta$ , que es lo que predice la descomposición tensorial que se mostró. Se comparó también la frecuencia de Rabi empleando el cristal como filtro y cambiando la polarización entre portadora y bandas laterales o únicamente cambiando la polarización, con lo cual se muestra que la frecuencia de Rabi

se incrementa, no como es de esperarse, pero hay un aumento significativo comparado con tener solo un par de haces Raman.



# Capítulo 5

## Ruido de fase

**RESUMEN** Este capítulo está enfocado en el método para generar los haces Raman así como medir el ruido de fase de los mismos y ver como este afecta a la señal interferométrica. El ruido de fase de los haces Raman es uno de los principales efectos sistemáticos en interferometría atómica, si no se tiene control en este, la señal se degrada ya que el ruido de fase de los láseres se imprime directamente a los átomos. En el caso cuando se emplean dos láser independientes para generar los haces Raman, amarrarlos en fase tiene sus complicaciones por ello, algunos grupos alrededor del mundo emplean otras técnicas mucho más simples como modulación directa. Cuando se emplean moduladores estos pueden ser acusto-opticos o electro-opticos, estos últimos son los más empleados ya que su ancho de banda es mayor. Sin embargo un problema que surge es la cancelación debida a la diferencia de fase que existe entre los dos pares de haces Raman que se generan, la cual, se puede evitar considerando la fase que adquieren en el camino cuando interfieren con los átomos.

### 5.1. Introducción

La estabilidad de un interferómetro depende de que tan bien seamos capaces de controlar los efectos externos, tales como vibraciones, fluctuaciones en el campo magnético, el efecto Starck AC, ruido de fase debido a los láser, etc. El ruido de fase es uno de los principales efectos externos, ya que este se imprime directamente en la señal interferométrica cuando los haces Raman interactúan con los átomos (en la secuencia de pulsos).

Para hacer interferometría atómica se requiere de un par de haces Raman amarrados

en fase. Generalmente estos haces se obtienen empleando dos láseres independientes y mediante la técnica de optical phase locking loop se amarran en fase [18, 19, 21, 25, 26, 27]. Esta técnica consiste en comparar la señal de batido generada por los dos láseres con una señal de referencia muy estable. La señal de salida del detector se emplea como una señal de error para retroalimentar uno de los láseres y de esta manera mantenerlos amarrados en fase. Las desventajas que presenta esta técnica son la susceptibilidad de los haces al ruido vibracional por el hecho de seguir diferente camino óptico[20], además, de que el ruido de fase está limitado por el complejo sistema de amarre.

Otra de las técnicas empleadas es mediante inyección de bandas laterales a un láser por medio de modulación [28, 29], esta técnica se basa en amarrar un láser a un haz corrido en frecuencia producido por un modulador acusto-optico (AOM) o un modulador electrooptico (EOM) con la finalidad de incrementar la potencia del láser. Para tal fin se emplea un láser maestro que opera a baja potencia pero genera un haz muy estable, este haz es inyectado dentro de la cavidad del láser esclavo cuya potencia es alta. Cuando se emplean moduladores acusto-óptico para hacer el amarre en esta técnica, si el experimento requiere sintonizar el láser a diferentes frecuencias en un amplio rango, esto no es posible, debido a que al variar la frecuencia en el AOM el haz difractado cambia su dirección y como consecuencia el rango en frecuencia para tener un amarre estable es limitado. Cuando se emplean moduladores electro-ópticos, sin embargo, esto no pasa, pero es necesario emplear alguna método para filtrar frecuencias no deseadas, por ejemplo empleando una cavidad óptica con alto coeficiente de fineza, en cuyo caso se debe tener en cuenta que la luz reflejada de la cavidad puede causar inestabilidad al láser al ser retroreflejada al mismo.

La otra técnica que hoy en día es ampliamente aprovechada es modulación directa [30, 31, 32, 33, 34, 35]; empleando tanto moduladores Acusto-opticos como electro-ópticos o electro-ópticos de fase, los primeros se emplean cuando se trabaja a frecuencias de un par de GHz como en el caso del sodio (1.7 GHz), ya que su eficiencia suele ser muy baja para trabajar a frecuencias donde la mayoría de los átomos alcalinos lo requieren, en el orden de varios GHz, a estas frecuencias los moduladores electro-ópticos tienen mayor uso. A diferencia de la técnica de inyección de bandas laterales, con esta técnica solo se requiere de un láser. La otra ventaja de emplear moduladores electro-ópticos, además de que solo emplean un láser para generar los haces Raman requeridos, es que tienen muy bajo ruido de fase que únicamente depende del sistema de microondas que se esté empleando [34] y son menos susceptibles a vibraciones, puesto que los haces en

todo momento siguen el mismo camino óptico. Al igual que en la técnica de inyección de bandas laterales se requiere de un filtro para eliminar una de las bandas laterales o algún método para evitar la cancelación que se presenta con moduladores de fase [31, 78].

## 5.2. Modulación en fase y modulación en amplitud

Existen tres tipos de modulación principalmente; modulación en amplitud, fase y frecuencia [74, 75]. Para ver la diferencia entre estas supongamos una señal de la forma

$$E = A \sin(\omega t + \phi) \quad (5.1)$$

donde  $A$  es la amplitud,  $\omega$  la frecuencia y  $\phi$  la fase. Si alguna de estas magnitudes se encuentra sujeta a un cambio periódico, a esto se le denomina modulación. Como primer caso vamos a ver la modulación en amplitud.

### 5.2.1. Modulación en amplitud

Considerando que la amplitud de la ecuación (5.1) tiene la forma

$$A = A_0 (1 + \beta \sin(\omega_m t)) \quad (5.2)$$

La ecuación (5.2) indica que la amplitud tiene una envolvente  $A_0$  y tiene superpuesta una función sinusoidal de baja frecuencia. Insertando en la ecuación (5.1) tenemos entonces

$$E = A_0 [1 + \beta \sin(\omega_m t)] \sin(\omega t + \phi) \quad (5.3)$$

considerando que  $\omega$  y  $\phi$  son constantes podemos reescribir (5.3) como

$$\begin{aligned} E &= A_0 [\sin(\omega_0 t) + \beta \sin(\omega_m t) \sin(\omega_0 t)] \\ &= A_0 \left\{ \sin(\omega_0 t) + \frac{\beta}{2} [\cos((\omega_0 - \omega_m)t) - \cos((\omega_0 + \omega_m)t)] \right\} \end{aligned} \quad (5.4)$$

donde  $\omega_0 t = \omega t + \phi$

Con modulación en amplitud tenemos la portadora, primer término en la ecuación (5.4) a una frecuencia  $\omega_0$  y bandas laterales de primer orden a una frecuencia  $\omega_0 - \omega_m$  y

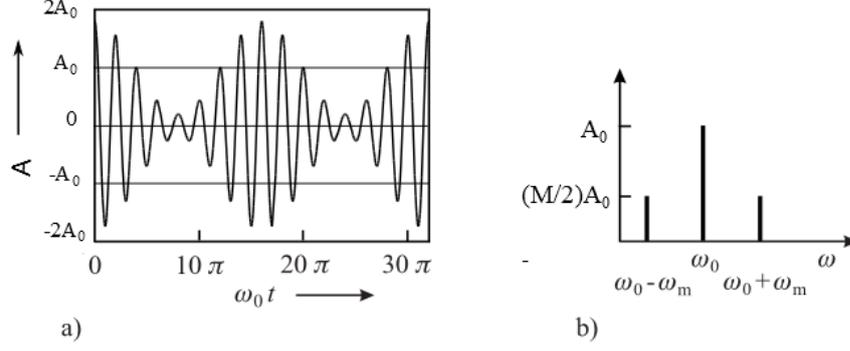


Fig. 5.1: Espectro en el dominio del tiempo a) y en el dominio de frecuencias b) para la modulación en amplitud. Figura tomada de [74].

$\omega_0 + \omega_m$ . El espectro de un oscilador modulado en amplitud así como la señal modulada en el dominio del tiempo se muestran en la figura 5.1

La potencia en modulación en amplitud está dada por la potencia de la portadora más la potencia contenida en las dos bandas laterales y depende de la potencia de entrada en la radiofrecuencia. Multiplicando la ecuación (5.4) por su complejo conjugado y considerando que para tiempos  $t\pi/\omega_m$  los términos que contienen coseno se promedian a cero entonces se tiene que

$$P_{AM} \propto |A_0|^2 \left[ 1 + \frac{\beta^2}{2} \right] \quad (5.5)$$

### 5.2.2. Modulación en fase

Partiendo de la ecuación (5.1) y considerando la amplitud constante y la fase dependiente del tiempo, de la forma

$$\phi = \phi_0 [1 + \beta \sin(\omega_m t)] \quad (5.6)$$

entonces el campo eléctrico adquiere la forma

$$\begin{aligned} E &= A_0 \sin \{ \omega_0 t + \beta_m \sin(\omega_m t) \} \\ &= A_0 \text{Im} \{ \exp(i\omega_0 t) \exp[i\beta_m \sin(\omega_m t)] \} \end{aligned} \quad (5.7)$$

con  $\beta_m = \phi_0 \beta$ . Empleando la identidad

$$\exp(i\beta_m \sin(\omega_m t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_m) \exp(in\omega_m t) \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned}
E &= A_0 \operatorname{Im} \left\{ \exp(i\omega_0 t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_m) \exp(in\omega_m t) \right\} \\
&= A_0 \operatorname{Im} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_m) \exp[i(n\omega_m + \omega_0)t] \right\}
\end{aligned} \tag{5.9}$$

considerando la propiedad de las funciones de Bessel

$$J_{-n} = (-1)^n J_n \tag{5.10}$$

entonces la ecuación 5.9 adquiere la forma

$$\begin{aligned}
E &= A_0 \operatorname{Im} \{ J_0(\beta_m) \sin(\omega_0 t) \\
&\quad + 2J_1(\beta_m) \{ \sin[(\omega_0 + \omega_m)t] - \sin[(\omega_0 - \omega_m)t] \} \\
&\quad + 2J_2(\beta_m) \{ \sin[(\omega_0 + 2\omega_m)t] + \sin[(\omega_0 - 2\omega_m)t] \} \\
&\quad + 2J_3(\beta_m) \{ \sin[(\omega_0 + 3\omega_m)t] - \sin[(\omega_0 - 3\omega_m)t] \} \\
&\quad + \dots \}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

En la figura 5.2 se puede ver el comportamiento de una señal modulada en fase como función del tiempo.

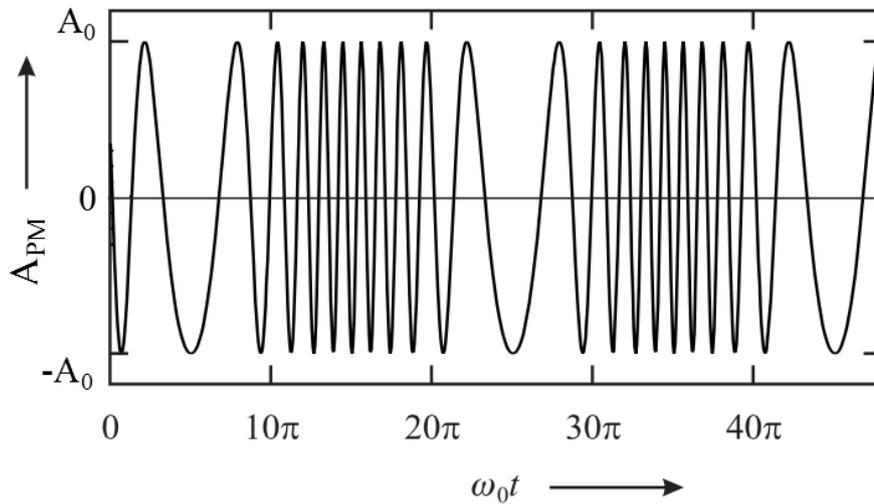


Fig. 5.2: Señal modulada en Fase en el dominio del tiempo. Figura tomada de [74]

A diferencia de la modulación en amplitud, para la modulación en fase el espectro está compuesto por la portadora y bandas laterales no solo de primer orden, aparecen también bandas laterales de orden superior todas igualmente separadas por múltiplos

enteros de la frecuencia de modulación, figura 5.3. La amplitud de las bandas laterales depende del parámetro  $\beta_m$  al cual se le denomina índice de modulación, además presentan las característica de que son antisimétricas cuando son impares 1, 3, 5, etc. con respecto a la portadora,

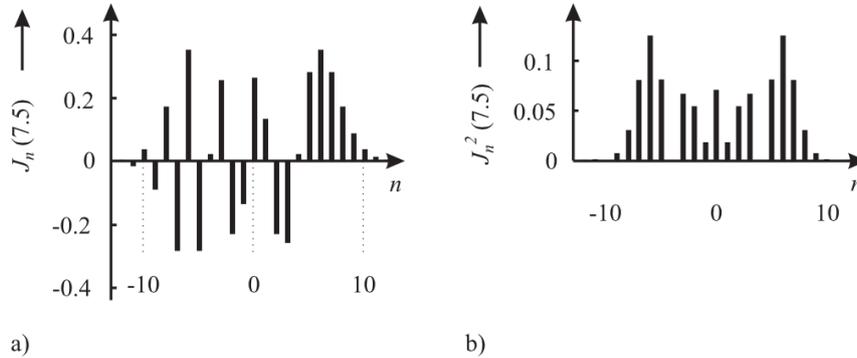


Fig. 5.3: Espectro para la modulación en fase y la intensidad de modulación. Figura tomada de [74]

Otra diferencia entre la modulación en fase y la modulación en amplitud, es la fase de las bandas laterales con respecto a la portadora, en el caso de modulación en amplitud la fase es la misma mientras que en el caso de la segunda hay una diferencia de fase de  $\pi$  entre portadora y bandas laterales de primer orden. Para la modulación en fase la potencia se determina como el cuadrado de la amplitud de cada una de las componentes y tiene un espectro simétrico con respecto a la portadora. Para el caso de la modulación en fase, la potencia total no cambia con el índice de modulación, únicamente se distribuye entre la portadora y bandas laterales dependiendo del índice de modulación a diferencia de la modulación en amplitud (5.5) .

### 5.3. Caracterización del modulador

El modulador que se está empleando es un modulador de fase modelo; WPM-P78P78-ALO con una guía de ondas hecho de un material óptico tipo KTP (fosfato de potasio titanil) que opera en un rango de longitud de onda de  $780\text{nm} \pm 20\text{nm}$ . El uso de una guía de ondas tipo KTP permite manejar el modulador con alta potencia, de hasta 500 mW a la entrada, el ancho de banda es 6 GHz, sin embargo a 6.834 GHz que es la radiofrecuencia a la cual se opera en el laboratorio, trabaja aun de acuerdo a las especificaciones. A diferencia del modulador de intensidad, el modulador de fase es menos sensible a variaciones en temperatura. La fibra con que viene integrado el

modulador de fase, al igual que la mayoría de las fibras ópticas tiene dos ejes ópticos el eje lento y el eje rápido, si luz linealmente polarizada se acopla en cualquiera de estos ejes, a la salida la polarización se mantiene. La unión de la fibra al modulador es extremadamente frágil, por lo que se debe manipular con mucho cuidado en caso de que requiera moverse. De acuerdo al fabricante la mayor eficiencia se obtiene cuando la luz se acopla en el eje lento de la fibra, para corroborar esta afirmación se hicieron tres diferentes mediciones que consistieron en acoplar luz linealmente polarizada en el eje lento, el eje rápido y a 45 grados de estos ejes y la salida se envió a una cavidad de Fabry-Perot. Con ayuda de un sintetizador de radiofrecuencia se fue variando la potencia de entrada y se midió la amplitud mediante un detector. Partiendo de los datos obtenidos se calculó la eficiencia del modulador para las bandas laterales, la cual está definida en términos de funciones de Bessel como

$$Eficiencia_1 = \frac{J_1^2(\beta)}{J_0^2(\beta) + 2(J_2^2(\beta) + J_3^2(\beta) + J_4^2(\beta) + \dots)} \quad (5.12)$$

para el caso particular de la primera banda lateral. Una expresión similar se obtiene para las demás bandas laterales, en esta expresión las  $J_n$  representan las funciones de Bessel de orden  $n$ . La figura 5.4 muestra los resultados obtenidos para la banda lateral de primer orden

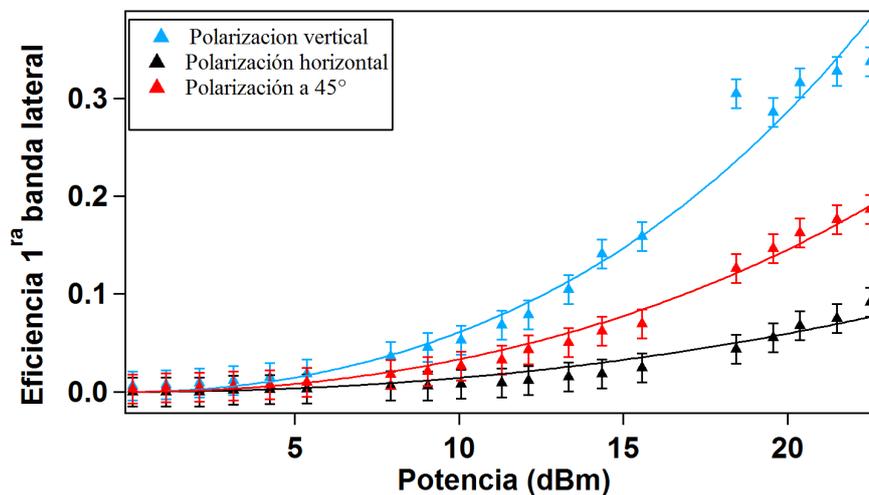


Fig. 5.4: Eficiencia del modulador de fibra cuando se acopla luz linealmente polarizada a tres diferentes ángulos del eje lento.

La figura (5.4) muestra la eficiencia de la primera banda lateral para diferentes ángulos en la polarización de entrada, cuando el eje lento de la fibra del FEOM se encuentra en posición vertical. Paralelo al eje lento de la fibra (triángulos azules),

perpendicular (triángulos negros) y a 45 grados (triángulos rojos) del mismo. El ajuste que se muestra en la misma figura corresponde a la ecuación (5.12). De aquí se puede ver claramente que la mayor eficiencia se obtiene como lo especifica el fabricante y la alineación con esta polarización es la que se emplea en el experimento.

## 5.4. Ruido de fase de los haces Raman

El termino ruido de fase describe el comportamiento aleatorio de la estabilidad de la frecuencia, donde estabilidad en frecuencia se puede definir como la capacidad de un oscilador para mantener la misma frecuencia por un periodo de tiempo determinado [76].

Considérese una señal como la ecuación (5.1) la cual se puede considerar una señal ideal, en la vida real estas señales tienen tanto ruido en fase como ruido en amplitud, en este caso esta ecuación adquiere la forma

$$V = [A + \delta A(t)] \sin [\omega t + \phi_0 + \delta \phi(t)] \quad (5.13)$$

donde  $\delta A(t)$  y  $\delta \phi(t)$  representan las fluctuaciones en amplitud y fase respectivamente. Estas fluctuaciones pueden ser en periodos de tiempos largos o cortos, las que nos interesan a nosotros son las que tienen que ver con periodos de tiempos cortos ya que estas, están asociadas al ruido de fase. Para cuantificar el ruido de fase se emplea la densidad espectral de potencia que describe la distribución de energía en unidades de radianes cuadrados por  $Hz$  y está dada como (para más detalles ver apéndice D)

$$S_{\delta\phi} = \frac{\delta\phi_{rms}^2}{\text{ancho de banda en la medida de } \delta\phi_{rms}} \quad (5.14)$$

Para medir ruido de fase existen diferentes métodos el más simple es empleando un analizador de espectros, donde la señal bajo prueba se conecta directamente a la entrada de este, el analizador se sintoniza a la frecuencia de la portadora y la señal nos proporciona el ruido de fase en unidades de  $P_{dBm}$ . Para transformarla a ruido de fase se emplea la ecuación

$$\ell(f) = P(dBm) - P_c - 10 \log(RBW) + 3 \quad (5.15)$$

con  $P_c$  la potencia de la portadora, el 3 es la corrección que se hace ya que el rango de la frecuencia de Fourier va de  $-\infty$  a  $\infty$ . Como ya se mencionó anteriormente este método es fácil de implementar, sin embargo presenta una gran variedad de factores que

limitan la calidad de la medición, entre estos factores se encuentran: el ruido de piso del oscilador local del analizador y el ancho de banda. Otro problema que presenta es que no puede diferenciar entre ruido de fase y amplitud ya que mide la magnitud escalar del ruido.

La otra técnica que se emplea es detección heterodina, en este caso dos señales de la misma frecuencia son enviadas a un detector de fase o mixer, estas señales deben estar en cuadratura (90 grados fuera de fase), el detector compara la fase de ambas señales y a la salida nos arroja variaciones de voltaje que se traducen en variaciones en fase mediante la relación

$$\delta V = \frac{1}{2} V_{p-p} \delta \phi \quad (5.16)$$

donde  $V_{p-p}$  representa la amplitud de la señal a la salida del detector de fase cuando se envían dos señales de diferente frecuencia a la entrada del mismo . Considerando que

$$V_{p-p}^2 = 8V_{rms}^2 \quad (5.17)$$

De la ecuación (5.14) la densidad espectral es entonces

$$S = \frac{1}{2} \left[ \frac{(\delta V)^2}{BV_{rms}^2} \right] \quad (5.18)$$

aquí  $\delta V$  representan las fluctuaciones de voltaje,  $B$  el ancho de banda, y  $V_{rms}$  es la amplitud del voltaje *rms*. En decibeles relativo a un radian cuadrado por Hertz la densidad espectral se escribe como

$$S = 20 \log(\delta V) - 20 \log(V_{rms}^2) - 10 \log(B) - 3 \quad (5.19)$$

### 5.4.1. Ruido de fase

Para determinar el ruido de fase de los haces Raman se emplearon los dos diferentes métodos descritos anteriormente. Antes de determinar el ruido de fase fue necesario hacer la caracterización de los elementos que se emplearon para determinarlo, entre estos tenemos: el analizador de espectros (Agilent EXA N9010A), analizador de espectros FFT(SRS SR760), sintetizador de microondas (Phase Matrix FSW-0010), amplificadores (ZVE-3W-83+, AMF-5F-04000800-15-25P), mixer (ZX05-73L-5+) y detector rapido (Vescent IDS-160).

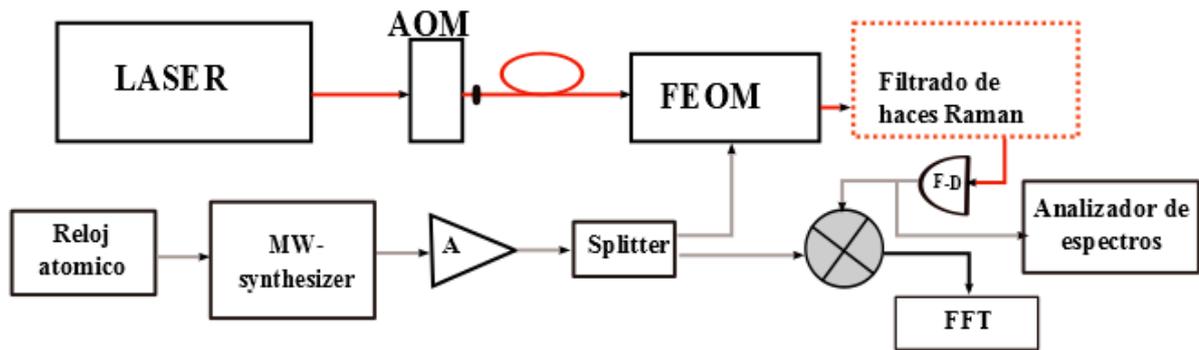


Fig. 5.5: Arreglo experimental empleado para medir el ruido de fase de los haces Raman, AOM: modulador acusto-óptico, FEOM: modulador de fibra electro-óptica, F-D: detector rápido, M: Mixer, A: amplificador, FFT: analizador de espectros FFT.

### Sintetizador de microondas Phase Matrix FSW-0010

El sintetizador de microondas cubre un rango de frecuencia de 0.1 a 10 GHz, su resolución en frecuencia es de 0.001 Hz, la potencia máxima de salida son 15 dBm (que corresponden a 12.4 dBm cuando se calibro en el analizador de espectros). Su construcción se basa en un oscilador controlado por voltaje, el cual permite tener muy buena pureza espectral, que es conveniente para no tener que emplear filtros adicionales a la salida, como es el caso de otros sintetizadores PLL (tarjetas EVAL-ADF4360-7EBZ1). Este sintetizador se puede amarrar a una referencia externa de 10 MHz con lo cual se obtiene una mayor estabilidad que al emplear la referencia interna del mismo, como referencia se empleó el reloj atómico (FS725 Rubidium Frequency Standar). La principal característica que debe cumplir el sintetizador de microondas es que el ruido de fase debe ser bajo, para medir su ruido de fase se empleó el arreglo experimental de la figura 5.5, con algunas modificaciones. La salida que va a dar al FEOM se envía directamente al mixer, atenuando esta para tener la misma potencia que en el caso cuando se emplea todo el arreglo para medir el ruido de fase de los haces Raman. Los resultados se muestran en la figura 5.12 línea negra.

### Analizador de espectros

Para caracterizar el ruido de piso del analizador de espectros que es el que nos limitó en las mediciones que se realizaron, se colocó una resistencia de 50 Ohms a la entrada y mediante los espectros obtenidos se calculó el ruido de piso, los resultados

nos dan alrededor de  $-110 \text{ dBc}/\text{HZ}$ , este ruido sin embargo es solo valido para grandes frecuencias, ya que las mediciones que se realizaron posteriormente con diferentes dispositivos de prueba (tarjetas Eval, reloj atómico, sintetizador de microondas phase matrix, haces Raman) muestran el comportamiento que depende de la frecuencia. Para frecuencias en el rango de KHz el ruido de piso se encuentra entre  $-60$  y  $-80 \text{ dBc}$ , para frecuencias mayores es  $-100$  a  $-110 \text{ dBc}$ . Una técnica que se emplea para mejorar el ruido de piso, es aumentar la altura de la portadora, sin embargo en nuestro caso aun así no fue posible tener un ruido más bajo. Con este método sin embargo, podemos hacer una estimación aproximada del ruido de fase del sistema, siempre y cuando se encuentre por arriba del ruido de piso del mismo analizador. El ruido de piso real del analizador se puede ver en la figura 5.12, donde la línea gris representa el ruido del modulador limitado por el ruido de piso del analizador. Para obtener este espectro se empleó el arreglo experimental que se muestra en la figura 5.5. Un ejemplo de un espectro obtenido con el analizador de espectro se muestra en la figura 5.6

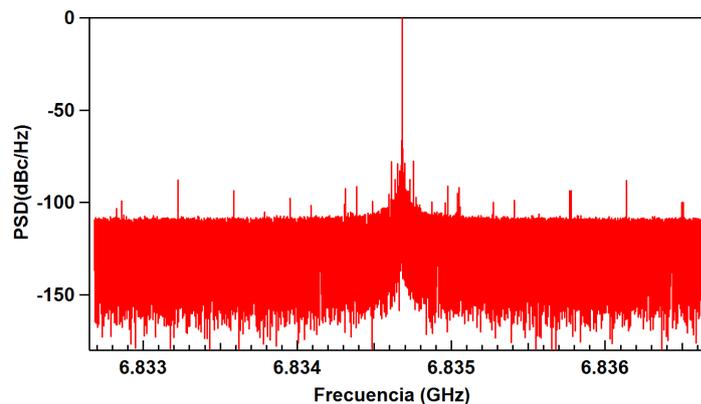


Fig. 5.6: Espectro obtenido con el analizador de espectros en un ancho de banda de 4MHz empleando una resolución del ancho de banda de 1Hz.

Gracias a que el analizador se puede amarrar a una referencia externa, en nuestro caso estamos empleando el reloj atómico esto nos permite medir de una manera más precisa. Un punto importante que hay que considerar al tomar un espectro para medir ruido de fase es la resolución del ancho de banda (RBW en el analizador), ya que dependiendo de este se hace una corrección en el ancho de banda para la señal de ruido de fase.

## Mixer

La parte principal en la medición de ruido de fase cuando se emplea detección heterodina es el mixer. El mixer consta de tres puertos: el oscilador local (LO) donde entra la señal de referencia, el puerto de radiofrecuencia (RF) donde se envía la señal de prueba, y la salida Frecuencia Intermedia (IF). Este permite medir la fase relativa entre el LO y RF, la ecuación que describe este proceso es

$$IF = A_1 \cos[(\omega_{LO} - \omega_{RF})t - (\phi_{LO} - \phi_{RF})] + A_2 \cos[(\omega_{LO} + \omega_{RF})t - (\phi_{LO} + \phi_{RF})] + \dots \quad (5.20)$$

Si la frecuencia  $\omega_{LO} = \omega_{RF}$  en el primer término, la única parte que contribuye es la fase de las señales de entrada  $\phi_{LO} - \phi_{RF}$ , para el segundo término la frecuencia oscila muy rápido, y puesto que nos son de interés, con un filtro apropiado se pueden eliminar. Ahora veamos como depende la señal de salida de la fase entre las dos señales, si las dos entradas LO y RF están 90 grados fuera de fase el voltaje de salida es cero, si hay ruido de fase la salida son fluctuaciones de voltaje alrededor de cero. Si la diferencia de fase es 0 se observa el máximo voltaje de salida y cuando la diferencia de fase es 180 grados la señal se va al mínimo de voltaje, este máximo y mínimo se pueden encontrar cuando se envía diferente frecuencia en los puertos de entrada del mixer. La figura 5.7 muestra la señal de salida del mixer cuando la frecuencia de entrada es diferente para los dos puertos

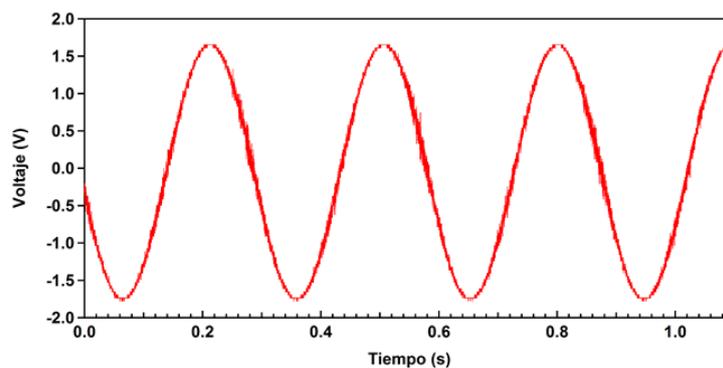


Fig. 5.7: Señal de salida del mixer para una potencia de entrada en el LO de 7 dBm y una potencia en el RF de 5 dBm.

Para caracterizar la amplitud de salida del mixer como función de la potencia de entrada en RF, se emplearon las tarjetas EVAL-ADF4350EB2Z. La entrada del oscilador local fue 5dB mientras que en la entrada RF se fue cambiando la potencia con ayuda de atenuadores. La figura 5.8 muestra los resultados obtenidos.

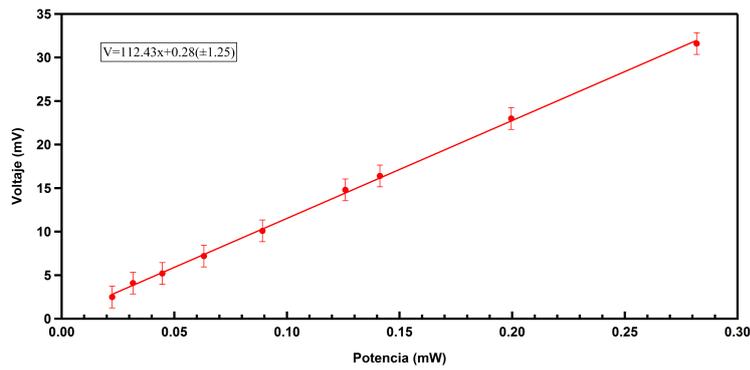


Fig. 5.8: Amplitud de salida del mixer como función de la potencia de entrada para una potencia del oscilador local de 5 dBm.

Esta caracterización es necesaria para el caso cuando no es posible mandar dos señales de distinta frecuencia, por ejemplo donde la entrada del LO y RF se llevan a cabo con el mismo sintetizador. Una solución a este problema es escaneando el sintetizador con brazos desiguales del interferómetro, en nuestro caso si es posible hacer esto ya que el sintetizador (Phase Matrix FSW-0010) cuenta con la función de escaneo de frecuencia.

### Detector Rápido

El detector rápido D2-160 consta de una fibra multimodal con conectores SC/PC, el rango de respuesta en longitud de onda es de 770 a 855 nm, con un ancho de banda de 250 MHz a 9.3 GHz. El rango de potencia de entrada en el que trabaja esta entre  $50 \mu W$  (mínimo)  $200 \mu W$  (óptimo). La conexión de salida es tipo SMA y ésta proporciona una salida de -6 dBm para un batido de 1-4 GHz y -13dBm para un batido de 4-8 GHz. La dependencia de la amplitud del batido como función de la potencia óptica a la entrada de la fibra se muestra en la figura 5.9

### Analizador de espectros FFT 760

Para la detección heterodina se hizo uso del analizador de espectros FFT SR760, los datos se adquirieron con ayuda del driver desarrollado para LabVIEW y mediante una conexión GPIB. El rango de frecuencias que puede medir el FFT se encuentra entre  $476 \mu Hz$  a 100 kHz, con una resolución de  $span/400$ . Para obtener la densidad espectral con el FFT fue necesario hacer la caracterización del mismo, que consistió en enviar una señal de entrada con diferente amplitud empleando un generador de funciones y medir la altura en el FFT, de estas mediciones se obtuvo la siguiente relación

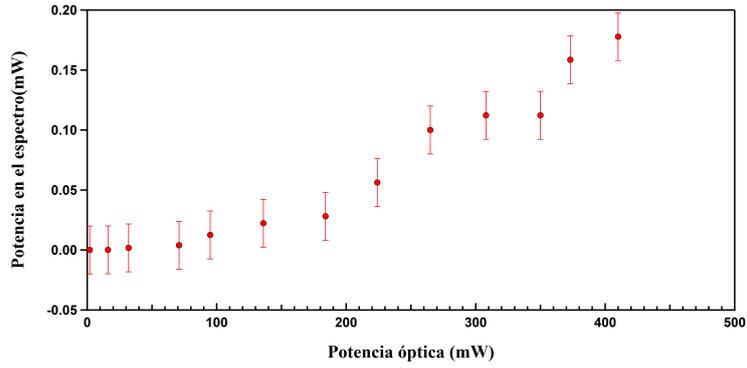


Fig. 5.9: Amplitud de salida del detector rápido como función de la potencia óptica a la entrada del mismo.

$$\delta V_{rms}^2 = \frac{2.1^2 \delta V_{FFT}^2}{V_{rms}^2} \quad (5.21)$$

donde  $\delta V_{FFT}$  es la amplitud del voltaje en el FFT, esta relación es empleada para calcular la densidad espectral de potencia (ec.5.18). Los espectros que se obtiene con el FFT tienen unidades de dBV (Fig. 5.10). Para pasar a unidades de densidad espectral se tiene que tomar en cuenta la potencia de entrada tanto en el LO como en el RF del mixer que son las que definen la amplitud  $V_{rms}$ , se debe considera también el ancho de banda (Band Width en el FFT) y haciendo uso de la formula (5.18) se obtienen espectros similares al que se muestra en la figura 5.12.

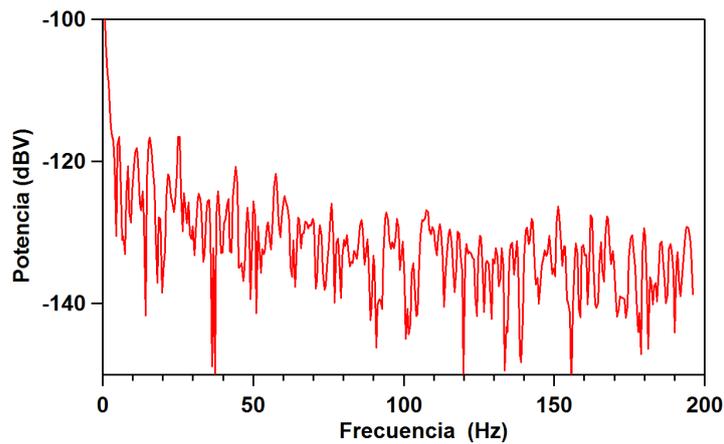


Fig. 5.10: Espectro típico del FFT para un span de 196 Hz, que corresponde a un ancho de banda de 488 mHz.

## Amplificador Mini-Circuits ZVE-3W-83+

El ZVE-3W-83+ es un amplificador de alta potencia, puede dar hasta 3 Watts a la salida, su ancho de banda comprende un rango de 2 a 8 GHz, tiene una ganancia de 35 dB y la figura de ruido es de 5.8 dB. Para que un amplificador sea menos sensible a cambios de temperatura se suele trabajar en saturación. La figura 5.11 muestra la potencia de salida como función de la potencia de entrada. El valor de la potencia de entrada donde el amplificador se satura es alrededor de 2 mW.

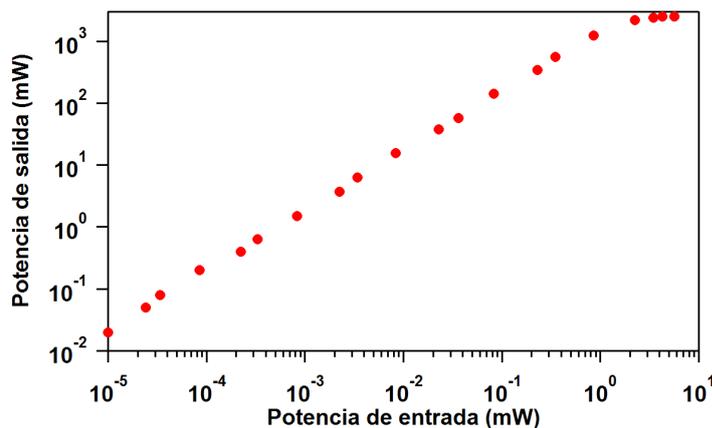


Fig. 5.11: Potencia de salida del amplificador como función de la potencia de entrada.

### 5.4.2. Medición de ruido de fase

Para caracterizar el ruido de fase de los haces Raman generados mediante el FEOM se empleó el arreglo experimental que se muestra en la figura 5.5. El método para medir el ruido de fase de los haces Raman es similar al descrito para medir el ruido de fase del sintetizador. Con el sintetizador phase matrix se envió una señal de 6.8 GHz con una potencia de salida de -20 dBm al amplificador AMF-5F-04000800-07-10P-LPN (potencia con la que se satura), este amplificador es de muy bajo ruido de fase y nos da una potencia de 25 dBm. A la salida del amplificador se empleó un divisor de potencia (RFLT3W2G08G) una de las salidas fue a dar al LO del mixer atenuada a una potencia de 7 dBm y otra a la entrada RF del modulador de fase con una potencia aproximada de 18 dBm. Se eligieron 18 dBm para tener bandas laterales únicamente de primer orden, la luz de salida del modulador se envió en una configuración de doble paso al cristal de calcita, capítulo 3, a la salida se envió a un PBS para filtrar una de las bandas laterales con la finalidad de evitar la cancelación que se produce por la diferencia de fase entre

la portadora y las bandas laterales. La portadora y la banda lateral que sobrevive se enviaron al detector rápido, la salida del detector rápido va directamente al analizador de espectros o al mixer para realizar la medición heterodina. Cuando se envía al mixer, a la salida de este se colocó un circulador para evitar reflexiones, las cuales provocan que la señal de salida oscile con múltiples periodos al escanear la frecuencia y como consecuencia nos da una señal errónea, la salida del mixer fue a dar al FFT y mediante este se tomaron espectros.

Cuando no se filtra una de las bandas laterales del modulador y se acoplan directamente al detector rápido el batido a la salida es muy inestable, su amplitud está cambiando constantemente. Para corroborar que el problema es la diferencia de fase, se hizo una prueba con el modulador de intensidad esta prueba consistió en enviar la salida del modulador al detector rápido y medir el batido, en este caso la señal es muy estable y tiene la amplitud de acuerdo a las especificaciones del detector. Para medir el ruido de fase empleando el filtro, se emplearon los dos métodos descritos anteriormente, la figura 5.12 muestra el resultado obtenido

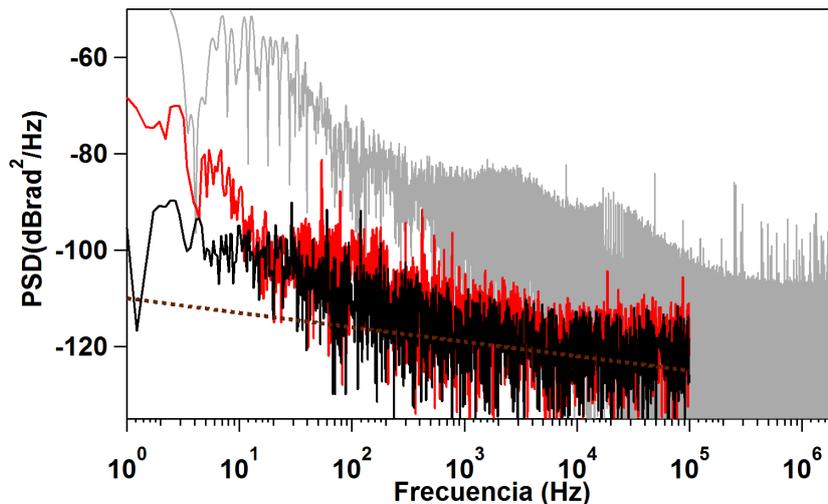


Fig. 5.12: Densidad espectral de potencia de los haces Raman generados mediante un modulador de fase. Línea gris; señal medida con el analizador de espectros, línea roja; ruido de fase medido con el analizador de espectros FFT, línea negra; ruido de fase del sintetizador de microondas y la línea punteada corresponde al ruido de piso de todo el sistema de medición.

Como se puede ver en la figura 5.12, el ruido de fase de los haces Raman está limitado por el ruido del sintetizador que se está empleando para modular (línea negra). En la figura el ruido de fase de los haces Raman se encuentra por arriba del ruido del sintetizador sobre todo a bajas frecuencias, de acuerdo a las observaciones cuando se

hizo la medición este ruido proviene del ruido de línea, puesto que el sistema es muy sensible a la manera de conectar todos los elementos que se emplean en la medición.

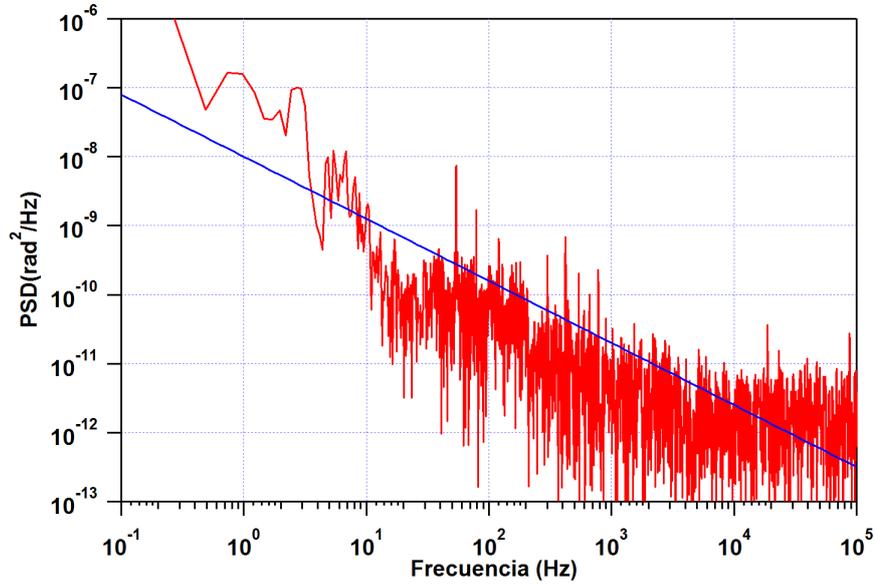


Fig. 5.13: Ajuste lineal de la densidad espectral de potencia de los haces Raman que nos permite extrapolar el ruido a frecuencias mayores de 100 kHz.

Debido a que no contamos con un aparato que nos permita medir ruido de fase a frecuencia mayores de 100 kHz, ya que el analizador de espectros permite hacerlo pero el ruido de piso está por arriba del ruido de los haces Raman, se procedió entonces a hacer una interpolación figura 5.13 para ver la contribución a frecuencias mayores, considerando que el ruido de fase de los haces Raman sigue el mismo comportamiento que el ruido del sintetizador. Para el ajuste consideramos una gráfica como en la figura 5.13 donde los ejes de la figura están en escala logarítmica entonces

$$\log(\phi^2) = b \log(\nu) + a \quad (5.22)$$

o

$$\phi^2 = 10^a \nu^b \quad (5.23)$$

con  $\phi$  la PSD. Haciendo el ajuste en Igor considerando como función de ajuste la ecuación (5.23), se obtiene que  $a = -8$  y  $b$  puede adquirir cualquier valor alrededor de  $-1$ . Si consideramos  $b = -1$  entonces la varianza total es

$$\phi_{tot}^2 = \int_{\nu_i}^{\nu_f} 10^{-8} \frac{1}{\nu} d\nu \quad (5.24)$$

Integrando y sustituyendo valores para  $\nu_i$  y  $\nu_f$ , donde la frecuencia inicial y final toman los valores del primer y último punto de los datos experimentales. Con estos valores obtenemos que la varianza es  $2 \times 10^{-6} \text{rad}^2$  en un ancho de banda de  $100 \text{kHz}$  este valor concuerda muy bien con el valor experimental  $2.06 \times 10^{-6} \text{rad}^2$  obtenido con los datos de la línea roja figura 5.12.

### 5.4.3. Ruido de fase y sensibilidad en un interferómetro atómico

El ruido de fase es de interés ya que este se imprime directamente en la señal interferométrica en cada uno de los pulsos que se emplean para separar, reflejar y recombinar los átomos. Una manera de ver cuál es el efecto del ruido de fase de los haces Raman en la señal interferométrica es empleando la función sensibilidad, esta función está definida como [19, 77]

$$g(t) = 2 \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta P(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \quad (5.25)$$

donde  $\phi$  es la diferencia de fase de los haces Raman y  $P(\delta\phi, t) = |C_b(t_f)|^2$  representa la probabilidad de transición a la salida del interferómetro (capítulo 4).

#### Función de transferencia

Con ayuda de la función sensibilidad es posible evaluar el efecto del cambio de fase de los haces Raman en la señal interferométrica, esto es

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) d\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (5.26)$$

Definiendo la función de transferencia como la transformada de Fourier de la función sensibilidad

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega t) g(t) dt \quad (5.27)$$

esta función de transferencia nos permite encontrar la desviación estándar del ruido de fase mediante la ecuación

$$\Delta\phi^2 = \int_0^{\infty} S_\varphi(f) |H(2\pi f)|^2 df \quad (5.28)$$

con  $S_\varphi(f)$  la densidad espectral de potencia (figura 5.12) y  $H(\omega) = \omega G(\omega)$  la función de peso definida como

$$\begin{aligned} |H(2\pi f)|^2 = & \left| -\frac{4\Omega\omega}{\omega^2 - \Omega^2} \sin\left(\omega\frac{T+2\tau}{2}\right) \left[ \cos\left(\omega\frac{T+2\tau}{2}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\Omega}{\omega} \sin\left(\omega\frac{T}{2}\right) \right] \right|^2 \end{aligned} \quad (5.29)$$

donde  $\Omega = \pi/2\tau$  representa la frecuencia de Rabi de la transición Raman,  $T$  el tiempo entre pulsos y  $\tau$  la duración del pulso. El comportamiento de la función de peso se puede ver en la figura 5.14

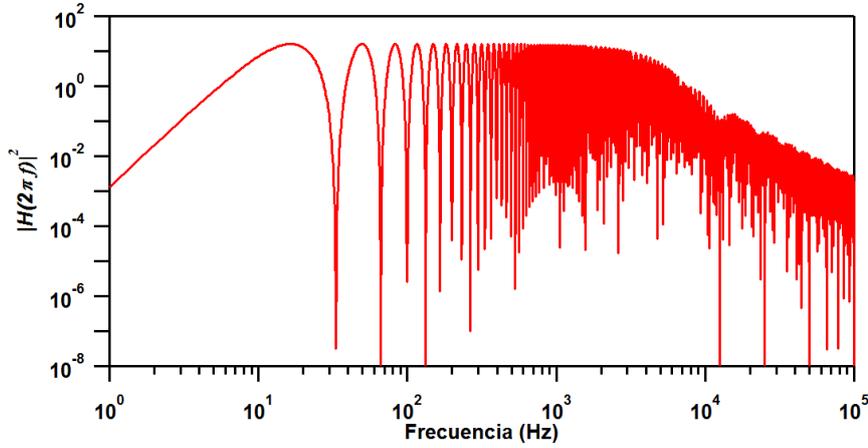


Fig. 5.14: Función de peso para  $T = 30ms$  y  $\tau = 2\mu s$ .

Esta función trabaja como un filtro pasabandas donde la frecuencia de corte inferior depende de  $T^{-1}$  y la frecuencia de corte superior depende de  $\tau^{-1}$ . Finalmente la relación entre la sensibilidad del interferómetro y el ruido de fase está dada como

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta\phi}{gk\tau^2} \quad (5.30)$$

donde  $g$ ; representa la aceleración de la gravedad de la tierra,  $k$ ; es el vector de onda de la transición Raman,  $\Delta\phi$ , es el ruido de fase de los haces Raman que se obtiene empleando la expresión (5.28). Para obtener la dependencia de la sensibilidad del gravímetro como función de la duración del pulso se empleó la relación (5.28) para un tiempo total de 30 ms y una duración de los pulsos que va desde  $2\mu s$  hasta  $100\mu s$  ver figura 5.15. Para este último valor la sensibilidad está limitada a  $\Delta g/g \approx 5 \times 10^{-9}$ .

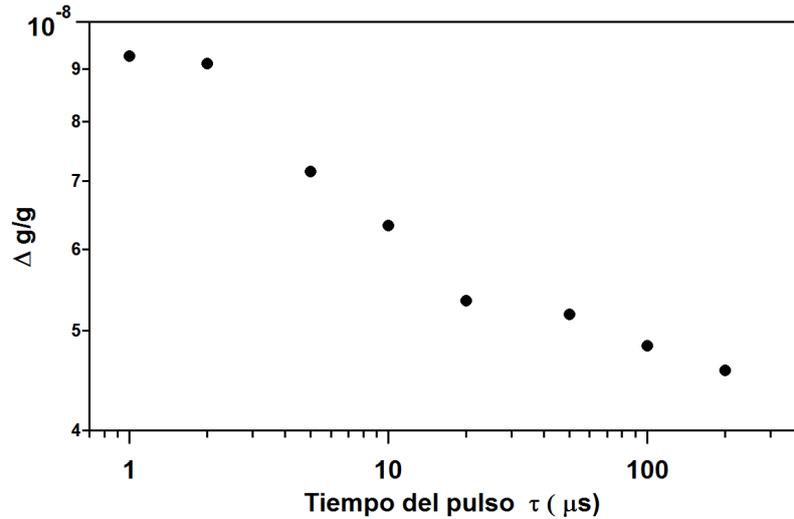


Fig. 5.15: Sensitividad del interferómetro para el ruido de fase que se muestra en la figura 5.12 con una duración del interferómetro de 30 ms, para diferente duración de los pulsos.

## 5.5. Conclusiones

Las ventajas de generar los haces raman con un modulador de fase a emplear dos láseres independientes son varias, entre ellas, es que se tiene un sistema más compacto, solo se requiere de un láser para generar el par requerido, son menos susceptibles a vibraciones dado que siguen el mismo camino óptico y están amarrados en fase automáticamente por el hecho de provenir de un mismo láser. Se midió el ruido de fase de los haces Raman el cual tiene una varianza del orden de  $2 \times 10^{-6} \text{ rad}^2$ , este ruido está limitado por el sintetizador de microondas que se está empleando para modular el láser. Considerando el valor de este ruido se puede obtener una precisión en la medición de la constante gravitacional de  $\Delta g/g \approx 5 \times 10^{-9}$  para una duración de integración de 30 ms y una duración de pulsos de 100  $\mu\text{s}$ .

# Capítulo 6

## Sistema de amarre para varios láseres

### 6.1. Resumen

En este capítulo se muestran los detalles técnicos para el amarre de múltiples láseres a una cavidad, empleando el método de Pound Drever Hall modificado (optical sideband locking). Se hace un análisis de la señal de error, para cuando el índice de modulación es mayor a 1. Se muestran las propiedades de la cavidad de Fabry-Perot que se empleó para hacer el amarre, tales como: rango espectral libre y ancho medio espectral. Se muestran los pasos para la igualación de modos, los detalles del arreglo óptico, el proceso de demodulación y la señal de error para amarrar varios láseres.

### 6.2. Introducción

En medidas de precisión y metrología tal como es el caso de espectroscopia de alta resolución [82], en relojes atómicos [83, 84, 85] y en pruebas de física fundamental [86] se requiere contar con láseres muy estables. Una de las técnicas ampliamente utilizadas para tal fin, es la técnica de Pound-Drever-Hall [87, 88]. El método de Pound Drever Hall es una herramienta muy poderosa en la estabilización de láseres, con la cual se ha logrado obtener anchos de línea del orden de mHz [89, 90]. Esta técnica consiste básicamente en fijar la frecuencia del láser con ayuda de una cavidad de Fabry-Perot muy estable. Esta cavidad permite determinar las fluctuaciones en frecuencia, mediante la fase de la señal reflejada por la cavidad, la cual genera la señal de error, y con esta se

compensan las variaciones en la frecuencia del láser. Esta técnica sustituirá el sistema de amarre tradicional con la que se estabiliza la frecuencia de los láseres en el laboratorio actualmente, que es, espectroscopia de saturación.

El sistema que presentamos tiene algunas ventajas sobre la técnica de espectroscopia de saturación, estas ventajas son: no es necesario un arreglo de espectroscopia por cada láser que se estabilice, todos pueden compartir el mismo sistema de amarre, la otra ventaja es que el amarre se puede hacer a cualquier frecuencia; lo cual en nuestro caso es conveniente para los experimentos que involucran transiciones Raman.

En la vida experimental donde se emplean múltiples láseres y donde se requiere de gran estabilidad, amarrar estos a una misma cavidad puede ser de gran utilidad ya que esto permite reducir costos, además de las ventajas ya mencionadas anteriormente. En la literatura se han reportado experimentos donde amarran dos láseres a una misma cavidad con la finalidad de hacer mediciones de distancias de manera interferométrica [91, 92, 93], a diferencia del arreglo experimental que estamos empleando, ellos usan un arreglo independiente para cada láser que estabilizan, lo único que comparten ambos láseres es la cavidad. Recientemente se reportó un experimento para amarrar tres láseres de diferente longitud de onda [94] que se emplean para el atrapamiento y enfriamiento de átomos de Iterbio en relojes ópticos, pero de igual manera cada láser tiene su arreglo independiente antes de entrar a la cavidad. En nuestro caso la idea es amarrar los láseres que se emplean para el atrapamiento y enfriamiento de átomos de  $^{87}\text{Rb}$ , así como los haces Raman que se pretende emplear para hacer mediciones interferométricas, pero todos ellos compartiendo un único arreglo experimental.

Cuando un láser es amarrado a una cavidad óptica, se debe tomar en cuenta que la frecuencia deseada no siempre corresponde a la frecuencia de resonancia de la cavidad, ya que la cavidad únicamente transmite cuando la longitud de onda es un múltiplo entero de dos veces la longitud de la cavidad o en términos del rango espectral libre  $\Delta\nu = c/2L$  con  $c$  la velocidad de la luz y  $L$  la longitud de la cavidad. En respuesta a este problema, se han implementado varios métodos, que permiten ajustar la frecuencia del haz a la frecuencia de resonancia de la cavidad, entre estos se encuentran; empleando moduladores acusto-ópticos [90], ajustando la longitud de la cavidad mediante un piezo [91, 93], cambiando el índice de refracción del medio [95] y la técnica más reciente, empleando el amarre a una banda lateral (offset sideband locking) [94, 96]. Esta última técnica es la que se está empleando en el laboratorio, para el amarre de los láseres.

La idea principal de esta técnica es aprovechar la modulación en fase que se requiere para generar la señal de error y en vez de amarrar a la portadora, se amarra una de las bandas laterales a la cavidad. De esta manera la frecuencia central se ajusta cambiando la frecuencia de modulación.

La estabilidad del láser depende principalmente de la estabilidad de la cavidad de Fabry-Perot y la estabilidad de la cavidad, depende de que tan bien se aíse de efectos sistemáticos como vibraciones y variaciones de temperatura. De acuerdo a la literatura hay varias configuraciones en el diseños de la base que sostiene a la cavidad, que permiten minimizar vibraciones [97], basados en esto, diseñamos una base en forma de V con una ángulo de 120 grados. La cavidad se aislará del exterior empleando una cámara de vacío, esta evita que perturbaciones acústicas que hay en el aire puedan afectar la estabilidad de la misma así como cambios en el índice de refracción del aire debidos a cambios de presión o temperatura. La base donde va montada la cámara de vacío está hecha de nylomaq con una capa de Sorbothane, con lo cual, se espera sea menos sensible a vibraciones.

La base para la cavidad fue diseñada de aluminio principalmente. La cavidad de Fabry Perot está colocada de tal manera que no se encuentra en contacto directo con la base de aluminio, entre estas dos se colocó una hoja de vidrio de 1mm de grosor, con la finalidad de reducir transferencia de calor por conducción, considerando que la conductividad térmica del vidrio es menor que la del aluminio. La finalidad es que la temperatura en la cavidad sea lo más uniforme posible y que haya transferencia de calor por radiación principalmente. Para controlar la temperatura se empleará un controlador de temperatura PID (PTC 5K-CH), una bobina que rodeara a la cámara de vacío y un sensor, esto nos permitirá controlar la temperatura en el punto donde el coeficiente de expansión térmica del material de la cavidad (vidrio de ultra baja expansión, ULE por sus siglas en inglés) es mínimo, de acuerdo a las especificaciones esta temperatura es 25 °C. Exteriormente en la cámara de vacío se pondrá un blindaje térmico para evitar que las fluctuaciones del cuarto afecten la estabilidad de la misma, con esto se espera tener un control alrededor de 10mK.

### 6.3. Propiedades fundamentales de un haz gaussiano

Esta sección está enfocada a mostrar las propiedades fundamentales de la función de onda que describen el comportamiento de un haz gaussiano. El modo fundamental gaussiano que viaja en la dirección  $z$  se puede representar como [98]

$$u(r, t) = \frac{w_0}{w} \exp \left[ -i(kz - \Phi) - r^2 \left( \frac{1}{w^2} + \frac{ik}{2R} \right) \right], \quad (6.1)$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $r^2 = x^2 + y^2$  y mide la distancia al eje  $z$ ,  $\Phi$  es un corrimiento de fase debido a la geometría del haz, esto es

$$\Phi = \arctan(\lambda z / \pi w_0^2), \quad (6.2)$$

$R(z)$  representa el radio de curvatura del frente de onda que intersecta el eje en  $z$  y es de la forma

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right], \quad (6.3)$$

$w(z)$  es una medida de como decrece la amplitud del campo como función de la distancia al eje central, este parámetro se le llama usualmente radio o “spot size” y se representa como

$$w(z)^2 = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right], \quad (6.4)$$

$w_0$  es la cintura del haz donde el frente de onda se hace plano, el mínimo diámetro del haz es  $2w_0$ .

Otro parámetro importante que se empleara más adelante es la longitud de Rayleigh, esta se representa como

$$z_0 = \pi \frac{w_0^2}{\lambda}, \quad (6.5)$$

este parámetro indica la distancia necesaria para llegar al campo lejano, esto es, la región donde la difracción de Fraunhofer se aplica, iniciando con una cintura del haz  $w_0$ . En términos de este parámetro el radio de curvatura toma la forma

$$R(z) = z + \frac{z_0}{z}, \quad (6.6)$$

y por último, la distribución de intensidad del haz, la cual mantiene su forma gaussina en todo el plano transversal, esta se escribe como

$$I = (r, z) = I(0, z)e^{-2(r/w(z))^2}, \quad (6.7)$$

que no es más que la magnitud de la ecuación (6.1).

### 6.3.1. Análisis del método de Pound Drever Hall

Matemáticamente una manera sencilla de hacer un análisis del método de Pound Drever Hall es considerando un campo eléctrico simple [88]. Considérese la magnitud del campo eléctrico incidente como

$$E_{inc} = E_0 e^{(i\omega t)} \quad (6.8)$$

y el campo reflejado por la cavidad esta dado por

$$E_{ref} = E_0 [r e^{(i\omega t + \pi)} + tr t e^{(i\omega t - 2L/c)} + tr^3 t e^{(i\omega t - 4L/c)} + \dots] \quad (6.9)$$

donde se toma en consideración que el haz reflejado está compuesto por el haz reflejado del primer espejo y que nunca entra a la cavidad (promptly reflected beam), así como una parte de la onda estática dentro de la cavidad que se escapa a través de este mismo espejo (leakage beam). Las particularidades de estos dos haces son: tienen la misma frecuencia, cerca de resonancia su intensidad es casi la misma, pero su fase depende fuertemente de la frecuencia. Esta última característica es la más importante ya que permite generar la señal de error. La señal de error, es una función de la fase de la señal reflejada y nos permite saber exactamente hacia donde es necesario cambiar la frecuencia del láser para compensar las variaciones del mismo.

Para el caso particular de una cavidad simétrica considerando que no hay absorción, el coeficiente de reflexión, el cual se determina como el cociente entre la señal reflejada ecuación (6.9) y la señal incidente ecuación (6.8), tiene la forma [88]

$$F(\omega) = \frac{r (\exp(i\omega/\Delta\nu_{FSR}) - 1)}{1 - r^2 \exp(i\omega/\Delta\nu_{FSR})} \quad (6.10)$$

El coeficiente de reflexión ecuación (6.10) es un parámetro muy importante en el método de Pound Drever Hall, la derivada de este da una medida de la fase de la señal reflejada. Cuando la frecuencia del láser se encuentra lejos y por debajo de la frecuencia de resonancia la fase es  $-\pi$ , llegando a  $-\pi/2$  justo abajo de resonancia, en resonancia la señal reflejada desaparece, lo que implica que las dos contribuciones tienen la misma

amplitud pero se encuentran desfasadas por  $\pi$ , arriba de resonancia la fase es  $\pi/2$  y finalmente se incrementa hasta llegar a  $\pi$ .

### 6.3.2. Señal de error

Como ya se mencionó anteriormente, en el método de Pound Drever Hall es necesario conocer la fase de la señal reflejada para generar la señal de error, de manera experimental conocer esta fase directamente no es posible, la manera en como lo llevan a cabo es modulando la frecuencia del láser. En el capítulo 5 ya se habló con detalle tanto de modulación en amplitud como modulación en fase, en este capítulo se retomaran las fórmulas de modulación en fase. El campo incidente en la cavidad modulado a una frecuencia  $\Omega$  con un índice de modulación  $\beta$ , está dado como ec. 5.7

$$\begin{aligned}
 E_{inc} &= E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)} \\
 &= E_0 [J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega + \Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega - \Omega)t} \\
 &\quad + J_2(\beta) e^{i(\omega + 2\Omega)t} + J_2(\beta) e^{i(\omega - 2\Omega)t} + \dots]
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

La ecuación 6.11 muestra la descomposición espectral, la cual está compuesta por la portadora a una frecuencia  $\omega$  y bandas laterales separadas por la frecuencia de modulación  $\Omega$ . Usualmente se emplea un índice de modulación  $\beta < 1$  en este caso, solo se consideran relevantes las bandas laterales de primer orden, que son, junto con la portadora, las que tienen la mayor cantidad de potencia. En nuestro caso, el parámetro  $\beta$  que estamos empleando se encuentra en un rango de 6 a 8, lo cual implica que tenemos que hacer diferentes consideraciones a las que se hacen en la referencia [88] para obtener la señal de error, ya que el número de bandas laterales depende del índice de modulación.

Después de aplicar modulación, la señal reflejada por la cavidad está compuesta por varias frecuencias, las cuales, se pueden considerar independientes y por lo tanto la señal reflejada estará dada por cada una de estas frecuencias multiplicadas por el coeficiente de reflexión a su respectiva frecuencia, esto es

$$\begin{aligned}
 E_{ref} &= E_0 [F(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + F(\omega + \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega + \Omega)t} - F(\omega - \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega - \Omega)t} \\
 &\quad + F(\omega + 2\Omega) J_2(\beta) e^{i(\omega + 2\Omega)t} + F(\omega - 2\Omega) J_2(\beta) e^{i(\omega - 2\Omega)t} + \dots].
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

La intensidad es entonces

$$\begin{aligned}
E_{ref}E_{ref}^* &= |E_0|^2[J_0^2|F(\omega)|^2 + J_1^2[|F(\omega + \Omega)|^2 - |F(\omega - \Omega)|^2] \\
&+ J_2^2[|F(\omega + 2\Omega)|^2 + |F(\omega - 2\Omega)|^2] \\
&+ J_0J_1[F(\omega)F^*(\omega + \Omega)e^{-i\Omega t} + F(\omega + \Omega)F^*(\omega)e^{i\Omega t} - F(\omega)F^*(\omega - \Omega)e^{i\Omega t} \\
&- F(\omega - \Omega)F^*(\omega)e^{-i\Omega t}] + J_1J_2[F(\omega + \Omega)F^*(\omega + 2\Omega)e^{-i\Omega t} + F(\omega + 2\Omega)F^*(\omega + \Omega)e^{i\Omega t} \\
&- F(\omega - \Omega)F^*(\omega - 2\Omega)e^{i\Omega t} - F(\omega - 2\Omega)F^*(\omega - \Omega)e^{-i\Omega t}] + \dots].
\end{aligned} \tag{6.13}$$

en la expresión 6.13 solo se muestran algunos del número infinito de términos que realmente aparecen, en particular, los términos que son de nuestro interés son únicamente aquellos que forman el batido a una frecuencia  $\Omega$  y que son los que principalmente contribuyen para generar la señal de error. De manera general la expresión para estos términos es entonces

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \sum_{n=0}^{\infty} J_n J_{n+1} F(\omega + n\Omega) F^*[\omega + (n+1)\Omega] \\
&- F^*(\omega - n\Omega) F[(\omega - (n+1)\Omega)].
\end{aligned} \tag{6.14}$$

Esta expresión se reduce a la de la referencia [88] para  $\beta \leq 1$ , para  $\beta > 1$  se deben incluir las demás bandas laterales dadas por la expresión (6.14). La amplitud de la señal se satura para  $\beta > 3$  y comienza a cambiar el ancho en su lugar, como se puede apreciar en la figura 6.1.

La figura 6.1 a) muestra una comparación de la señal de error para  $\beta = 1$  empleando la ecuación de la referencia [88] (traza en negro) y la expresión (6.14) (traza en rojo), la idea principal es mostrar que ambas ecuaciones son equivalentes para  $\beta \leq 1$ , en b) se muestra una comparación de cómo cambia la pendiente para diferente índice de modulación,  $\beta = 1$  línea en rojo,  $\beta = 8$  línea en azul, ambas empleando la relación (6.14). El coeficiente de reflexión para estas gráficas es 0.9995. Es importante mencionar que dependiendo de este coeficiente la señal de error obtenida en la referencia [88] y la expresión (6.14) tienen diferente comportamiento y los parámetros dados en el párrafo anterior cambian.

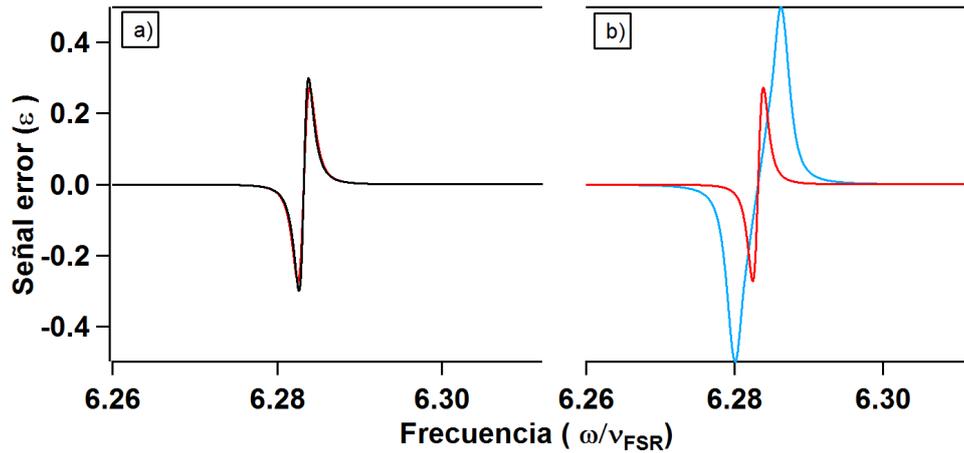


Fig. 6.1: a) Señal de error teórica para  $\beta = 1$ , empleando la ecuación de la referencia [88] (traza en negro) y la expresión (6.14) (traza en rojo), b) Señal de error para  $\beta = 1$  (línea en rojo) y  $\beta = 8$  (línea en azul) empleando la relación (6.14). La escala horizontal solo representa una frecuencia de referencia.

## 6.4. Desarrollo experimental

El elemento principal en el método de Pound Drever Hall es la cavidad de Fabry Perot, esta permite fijar la frecuencia del láser de una manera muy precisa, observando ya sea la señal transmitida o reflejada y considerando que la luz se transmite únicamente cuando la longitud de onda es un múltiplo entero de dos veces la longitud de la cavidad, o como principalmente se expresa, en términos del rango espectral libre, esto es,  $\Delta\nu_{FSR} = c/2L$ , donde  $L$  es la longitud de la cavidad y  $c$  la velocidad de la luz. La cavidad que se está empleando, es una cavidad cilíndrica de un vidrio de ultra-baja expansión (ULE por sus siglas en Inglés), que es un material compuesto principalmente de sílice y menos de 10% de dióxido de titanio. La característica principal de este material es, a una temperatura específica su coeficiente de expansión térmica es mínimo. La cavidad tiene una longitud de 10 cm, un diámetro de 5 cm y está formada por un espejo plano y uno concavo con un radio de curvatura de 50 cm. Tiene recubrimiento antirreflejante en un rango de longitud de onda de 725 a 975 nm. La imagen 6.2 es una imagen de la cavidad de Fabry Perot cuando aún se encuentra fuera de la cámara de vacío.

El rango espectral libre de la cavidad, considerando los parámetros que anteriormente ya se expusieron es de aproximadamente 1.5 GHz. La figura 6.3 muestra la señal transmitida de la cavidad cuando el láser se escanea un poco más de 1.5 GHz, la separación entre cada máximo corresponde al rango espectral libre de la cavidad.



Fig. 6.2: Cavity de Ultra baja expansión, longitud 10 cm, diámetro del material 5 cm, compuesta por un espejo plano y uno concavo, con un radio de curvatura de 50 cm. El recubrimiento antirreflejante corresponde a un rango de 725 a 975 nm.

Un parámetro importante que hay que determinar con ayuda del espectro de la cavity es el ancho medio espectral, el cual está definido en términos de la fineza de la cavity y el rango espectral libre, esto es

$$\nu_{FWHM} = \frac{\nu_{FSR}}{\mathfrak{S}} \quad (6.15)$$

donde  $\mathfrak{S}$  es la fineza de la cavity y  $\nu_{FSR}$  el rango espectral libre. De acuerdo a las especificaciones del fabricante este valor se puede encontrar en un rango de 7000 a 10000 (no medido, se evaluó basado en el recubrimiento y la medida de la señal de transmisión), considerando el valor más grande esto correspondería a un ancho medio espectral de 150 kHz, el medido experimentalmente es de aproximadamente 130 kHz, este valor es importante ya que determina la escala natural en que se puede estabilizar el láser. La figura 6.4 muestra tanto la señal de transmisión como la de reflexión, con ayuda de esta señal se obtuvo el rango espectral ya mencionado.

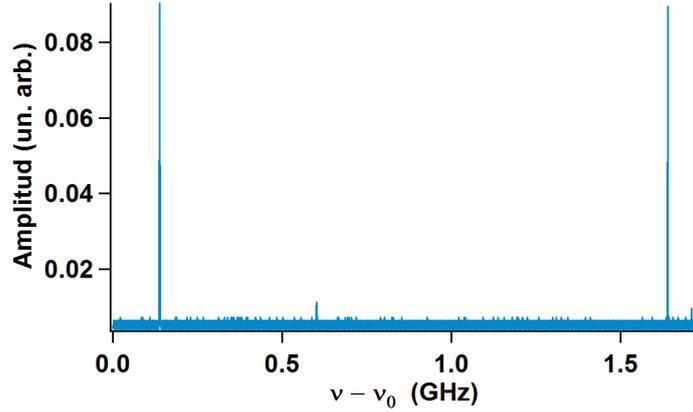


Fig. 6.3: Señal transmitida de la cavidad cuando se escanea el láser más de un rango espectral libre (1.5 GHz) con  $\nu_0$  una frecuencia de referencia.

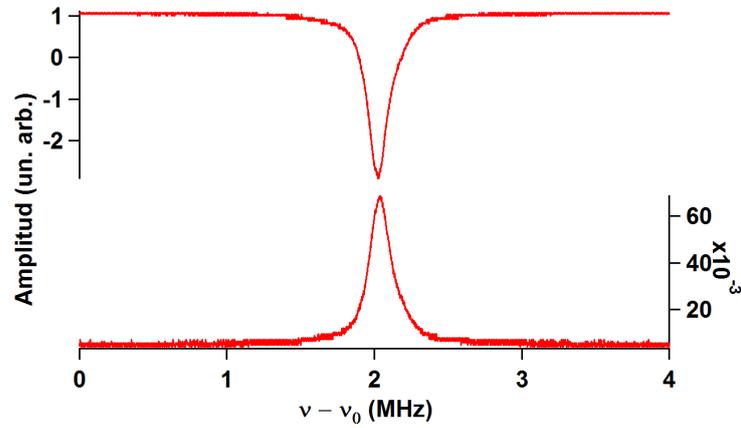


Fig. 6.4: Señal transmitida y reflejada de la cavidad con un ancho medio espectral de 130 KHz.

### 6.4.1. Igualación de modos

Un láser emite su modo fundamental con un tamaño de cintura específica  $w_l$ , mientras que para una cavidad compuesta por un espejo plano y uno cóncavo separados por una distancia  $L$  su cintura se encuentra en el espejo plano [98]. La igualación de modos consiste en hacer que el tamaño y posición de la cintura del haz láser que idealmente se esperaría sea únicamente el modo fundamental, coincida con la cintura de la cavidad, la finalidad, es excitar únicamente el modo fundamental. Como la cintura de la cavidad está definida por su radio de curvatura, y la distancia entre los espejos, lo que se hace en la igualación de modos es ajustar la cintura del haz láser para que coincida con el de la cavidad. En ocasiones con una lente es suficiente para lograr la igualación de modos, pero no siempre se logra sobre todo si la distancia entre el láser y la cavidad está fija,

por ello, emplear dos lentes es una mejor opción, en la literatura se recomienda emplear lentes con longitud focal entre 20 mm a 500 mm.

Para lograr obtener el modo fundamental (longitudinal) únicamente y evitar tener modos de orden superior es necesario además de la igualación de modos, alinear de manera apropiada el haz de entrada con el eje óptico de la cavidad, ya que tanto un offset en la alineación como una inclinación del haz tiene como resultado el acoplamiento de modos de orden superior. La figura 6.5, muestra de manera simplificada la idea de la igualación de modos

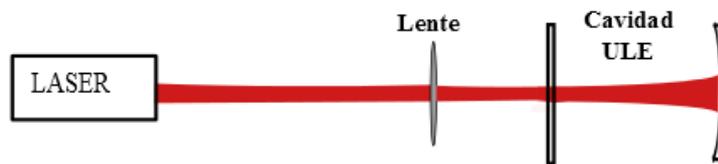


Fig. 6.5: Acoplamiento del modo de un láser a una cavidad con un espejo plano y uno esférico.

Considerando los parámetros de la cavidad que ya se mencionaron anteriormente, la cintura de la cavidad se obtiene mediante las ecuaciones (6.5) y (6.6), considerando que  $R(z) = 50$  cm y  $z = 10$  cm entonces  $z_c = 20$  cm y  $w_c = 223 \mu m$  para una longitud de onda de 780 nm.

Por otro lado, el tamaño de la cintura del haz láser se ajustó haciendo uso de un acoplador de luz (CFC-8X-B), que se encuentra a la salida de la fibra del modulador, la distancia focal de este acoplador es variable. Para encontrar la cintura apropiada, se hizo uso de una cámara web, a la cual se le colocó un filtro a 780 nm, con ésta se tomaron fotografías a distintas distancias, considerando el origen la posición del acoplador. La potencia debe ser menor a  $0.01 \mu W$  para evitar que la cámara se sature, con las fotografías obtenidas se hizo un análisis de imagen en Igor para obtener el tamaño del haz como función de la distancia. La función que se empleó para hacer el ajuste fue

$$I = I_0 e^{-\left(\frac{(x - x_0)}{w(z)_{ajuste}}\right)^2} \quad (6.16)$$

la cual difiere por un factor de 2 de la teoría, ecuación (6.7), por lo que el tamaño real de la cintura es entonces

$$w(z)_l = \sqrt{2}w(z)_{ajuste} \quad (6.17)$$

Los datos experimentales se muestran en la figura 6.6 así como el ajuste, el cual se hizo empleando la formula (6.4)

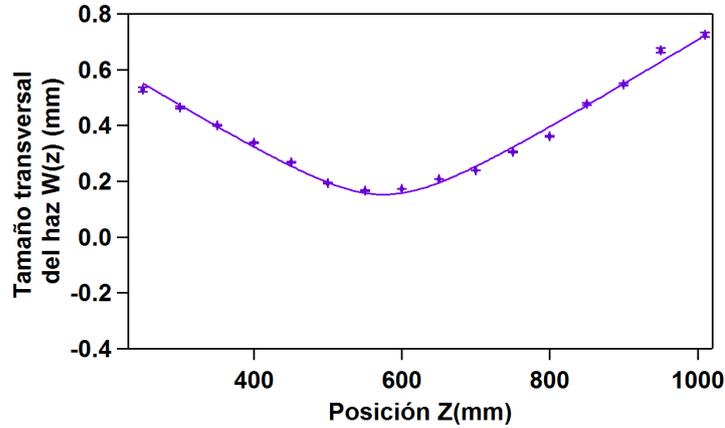


Fig. 6.6: transversal del haz como función de la posición.

El tamaño de la cintura del láser es entonces  $w_l = 215\mu m$  que es 5 por ciento menor que el valor de la cintura de la cavidad, el acoplador se debe de colocar a una distancia de  $57.5cm$  del espejo plano de la cavidad para que ambas cinturas coincidan, con esto, se logra el acoplamiento de modos. En la figura 6.3 se puede verificar que en efecto los picos diferentes al fundamental están suprimidos por un factor de al menos 20.

### 6.4.2. Arreglo experimental para implementar el método de Pound Drever Hall

El arreglo experimental que se empleó para implementar el método de Pound-Drever-Hall, con algunas modificaciones se muestra en la figura 6.7, algunos detalles se omitieron en la figura.

La luz del láser de Ti-shap y la del láser de diodo se combina en un cubo divisor de haz no polarizante 50/50, la polarización de ambos láseres debe ser la misma antes de entrar al modulador de fibra. La señal transmitida del láser de titanio y la señal reflejada del láser de diodo se acoplan al modulador de intensidad (EOSPACE AZ-0K5-10-PFU-SFU-780) el cual, previamente debe ser alineado con la polarización correcta para disminuir cambios de intensidad debido a fluctuaciones de temperatura y además se debe tener especial cuidado ya que la potencia de entrada no debe ser mayor a 10

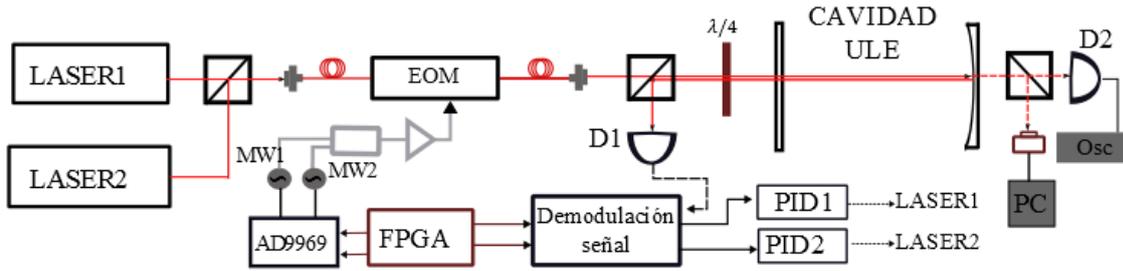


Fig. 6.7: Arreglo experimental para el método de Pound-Drever-Hall extendido.

mW [41]. Tanto a la entrada del modulador como a la salida del mismo, se colocaron acopladores de fibra (CFC-8X-B). El acoplador a la entrada nos permite maximizar la intensidad, mientras que a la salida nos ayuda a hacer la igualación de modos, del cual ya se habló previamente. Después del acoplador de fibra, se colocó un cubo divisor de haz polarizante para limpiar la polarización, ya que la fibra de salida del modulador es monomodo y un pequeño cambio de polarización provoca que la intensidad del modulador varíe, incluso cuando está amarrado (posteriormente este se sustituirá por un controlador de polarización en fibra FPC030-Thorlabs). Otro divisor de haz 70/30 permite enviar parte de la luz (señal reflejada) a un fotodetector (PDA36A-Thorlabs), la señal del fotodetector se envía a un PID para mantener estable la intensidad del modulador. La señal transmitida pasa a otro divisor de haz y de este la señal reflejada se va a una de las entradas de un fotodetector dual para quitar el offset y poder medir la señal reflejada empleando una ganancia considerable. La señal transmitida de este último divisor de haz pasa por un cubo divisor de haz polarizante y un retardador de cuarto de onda, estos permiten medir la señal reflejada de la cavidad, y esta va a dar a la otra entrada del fotodetector dual. Para medir la señal transmitida de la cavidad se colocó un divisor de haz 50/50 donde la mitad de la señal va a dar a una cámara web, y la otra pasa a un fotodetector y posteriormente al osciloscopio. Tanto la cámara como el fotodetector permiten encontrar el modo fundamental y maximizarlo para tener principalmente este modo.

### 6.4.3. Generación de microondas

La señal de microondas que se envía al modulador para el caso cuando se amarran dos láseres es de la forma

$$E_{mw} = A_1 \sin[\Omega_1 t + \beta_1 \sin(\gamma_1 t)] + A_2 \sin[\Omega_2 t + \beta_2 \sin(\gamma_2 t)] \quad (6.18)$$

con  $\Omega_i$  ( $i = 1, 2$ ) la frecuencia de microondas para cada láser,  $\beta_i$  el índice de modulación y  $\gamma_i$  la frecuencia de modulación.

Las frecuencias de microondas  $\Omega_i$  de la ecuación (6.18) deben ser distintas y se debe tomar en cuenta que no estén muy cercanas, que no sean múltiplos unas de otras y además que sean diferentes a la frecuencia del rango espectral libre o múltiplos del mismo (1.5 GHz). El modulador tiene un ancho de banda del orden de 6 GHz, lo cual permite utilizar cualquier frecuencia en este rango, por comodidad las frecuencias a las que se amarran los láseres se encuentran en un rango de 1.6 GHz a 2.9 GHz. Para generar la señal requerida, se hizo uso de la tarjeta PLL EVAL ADF4350EB2Z, esta tarjeta trabaja haciendo uso de un reloj externo, y funciona como un multiplicador de frecuencia, cuyo valor de multiplicación depende del reloj y la frecuencia que se quiere a la salida, por ejemplo, para el caso de 2 GHz de salida con un reloj de 20 MHz, el factor de multiplicación es 100. El reloj es provisto por el sintetizador AD9959/PCBZ, este sintetizador tiene 4 salidas independientes y puede dar hasta 200 MHz de frecuencia a la salida, cada una de estas salidas es empleada como referencia dependiendo del número de láseres que se quieran estabilizar.

La señal que genera la tarjeta PLL debe de estar modulada para poder generar la señal de error, ya que no hay detectores que puedan medir frecuencias ópticas y de esta manera es como experimentalmente se genera la señal de error, demodulando la señal del detector. La modulación se imprime en la tarjeta de baja frecuencia que sirve como reloj. Tanto para generar la señal de modulación de las microondas como la señal de referencia (oscilador local) para el proceso de demodulación se hace uso de un FPGA (field programmable gate array por sus siglas en inglés) el cual, permite generar dos señales amarradas en fase a la misma frecuencia. La señal de referencia se genera con ayuda de un convertidor digital- analógico y es una función sinusoidal, mientras que para modular el reloj se emplea un pulso cuadrado, este pulso únicamente funciona como trigger para que el sintetizador AD9959 genere una rampa lineal un número indefinido de veces. La figura 6.8 muestra una imagen de la rampa que se emplea para modular la señal de microondas.

Idealmente se desearía tener una señal limpia espectralmente (sin armónicos), esto se logra cuando la señal de modulación es una señal sinusoidal, en nuestro caso, lo

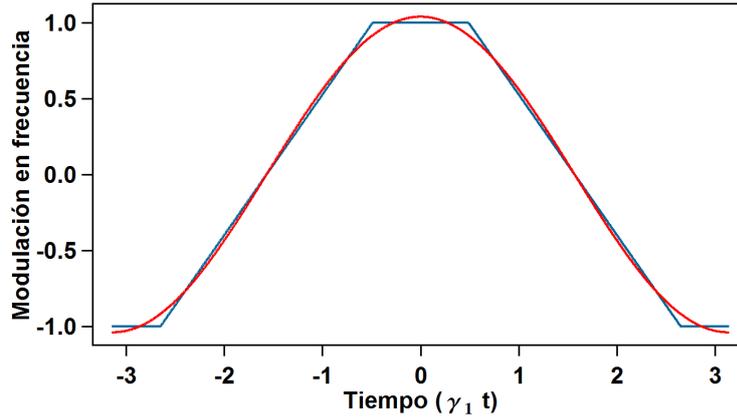


Fig. 6.8: Comparación entre la señal ideal (señal sinusoidal línea roja) y la rampa empleada experimentalmente (línea azul).

anterior no es posible y en su lugar se aproxima con una rampa lineal como la de la figura 6.8. El parámetro que mejor ajusta a la señal sinusoidal es cuando la rampa se inicia a un tiempo  $\gamma t = 0.49$ , para más detalles ver [99].

Después de que se generan las señales de microondas moduladas a una frecuencia específica, se envían a un combinador de radio-frecuencia (RF lambda RFLT3W2G08G), puesto que la máxima potencia que nos puede dar la tarjeta de microondas es 5 dBm, de los cuales se pierden aproximadamente 3 dBm en cada señal cuando son combinadas, es necesario amplificarlas (Minicircuits ZRL-3500+), la salida del amplificador es atenuada, terminando con una potencia de aproximadamente 9 dBm la señal a 1.8 GHz y 8.4 dBm la señal a 2 GHz. Estas potencias son las que se han utilizado para amarrar los dos láseres simultáneamente. Cabe mencionar que a la salida se tienen las frecuencias principales pero también se tienen armónicos, la suma y diferencia de las dos frecuencias principales. Estas frecuencias están sin embargo 20 dBm abajo de la frecuencia principal, por lo que se pueden considerar despreciables.

Un parámetro importante que se tiene que caracterizar para amarrar los láseres, es el índice de modulación, el cual se define como la amplitud de modulación entre la frecuencia de modulación. En nuestro caso la amplitud de modulación está definida por la diferencia en frecuencia de la rampa (figura 6.8) y por el factor de multiplicación de la tarjeta PLL, mientras que la frecuencia de modulación la define la señal que envía el FPGA. Lo dicho anteriormente es lo que se esperaba obtener, sin embargo, al momento de hacer la caracterización se encontró que la amplitud de modulación no cumple exactamente este criterio, por ello se procedió a encontrar la dependencia. La

figura 6.9 muestra el comportamiento real.

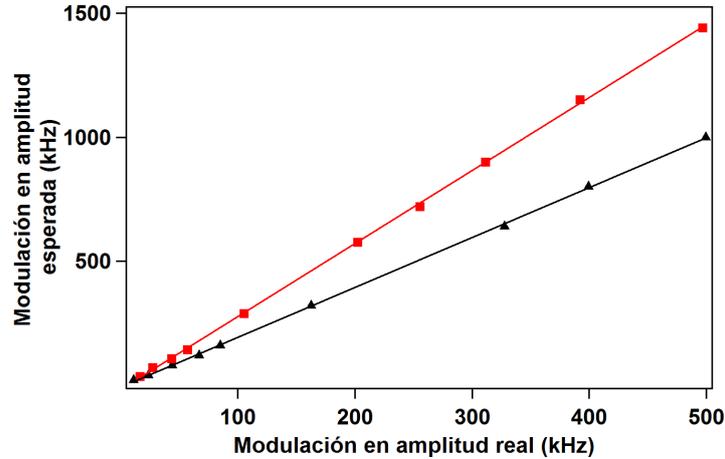


Fig. 6.9: Comparación de la amplitud de modulación real con la esperada, datos en rojo señal a 1.8 GHz modulada a 70 kHz, datos en negro; señal a 2 GHz modulada a 50 kHz, línea (roja y negra) corresponde a un ajuste lineal.

Los datos que se muestran en la figura 6.9 se obtuvieron haciendo un ajuste del espectro de microondas que proporciona la tarjeta PLL, para distintas modulaciones en amplitud (modulación en amplitud esperada) y considerando que  $A_m/F_m = \beta$ , con  $A_m$ ; la modulación en amplitud real,  $F_m$ ; frecuencia de modulación y  $\beta$ ; el índice de modulación obtenido con el ajuste del espectro. Como se puede observar en esta figura, la amplitud de modulación depende de la frecuencia de microondas y la frecuencia de modulación. Los datos en rojo corresponden a una frecuencia de microondas de 1.8 GHz con una modulación de 70 kHz, mientras que los datos en negro son para una señal de microondas de 2 GHz, con una modulación de 50 kHz.

#### 6.4.4. Obtención de la señal de error

El espectro de la señal óptica que mide el detector, cuando se envían las dos bandas laterales para amarrar los láseres se muestra en la figura 6.10, en esta imagen se muestran los dos pares de bandas laterales, que son los pares simétricos que siguen en amplitud a los picos más grandes correspondientes a la portadora, los otros pares pertenecen a las no linealidades del modulador más un pico adicional que es otro modo de la cavidad.

La figura 6.10 pertenece solo a un láser, con las dos bandas laterales necesarias para amarrar dos láseres, un espectro similar se observaría con el otro láser y si se quiere

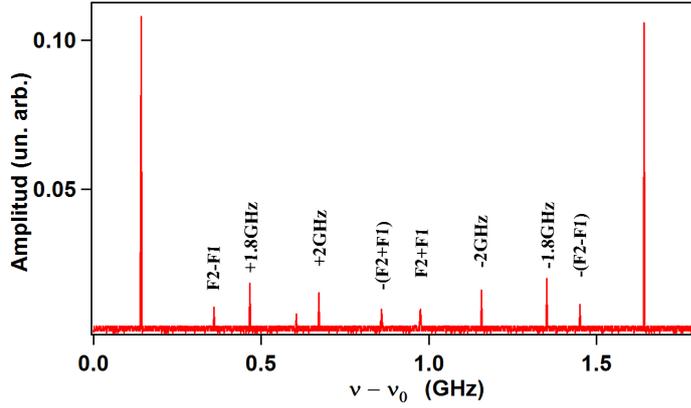


Fig. 6.10: Espectro del láser en la cavidad de Fabry Perot con modulación a 1.8 GHz y 2 GHz. Los picos más altos corresponden a la portadora,  $F2=2$  GHz,  $F1=1.8$  GHz, más un pico adicional que pertenece a otro modo de la cavidad.

añadir un tercer láser aparecerían entonces bandas laterales adicionales a la tercera frecuencia de modulación. Por cada láser, la potencia inicial a la entrada del modulador es aproximadamente  $3mW$ , a la salida del modulador la eficiencia es alrededor del 10% de la potencia de entrada. De esta potencia el 30% ( $100\mu W$ ) se emplean para mantener la intensidad del modulador fija, cuando se amarra el modulador, aquí se pierde la mitad de potencia, ya que este se amarra en el punto donde la pendiente es menos sensible a variaciones (ruido). Al final se tienen aproximadamente  $120\mu W$  de los cuales 50% se envían a la cavidad y el otro 50% se envía al fotodetector dual. Esta es la mínima potencia que se emplea para que se puedan amarrar los dos láseres.

Partiendo de la señal reflejada que mide el fotodetector dual, se puede generar la señal de error, para ello, la señal del fotodetector se envía a un circuito de demodulación [40], donde el elemento principal es el chip AD633. Este chip se puede emplear para modular, demodular, como detector de fase, etc. La manera en como lo estamos empleando es como demodulador, para este caso, la señal de salida depende de la señal de referencia y la señal que proviene del detector, cuando ambas señales son de la misma frecuencia y se encuentran en cuadratura de fase la señal a la salida es constante e idealmente debe estar centrada alrededor de cero, si la fase cambia entonces aparece un offset. Si las señales tienen frecuencias distintas, la salida que se genera es la diferencia en frecuencia entre las dos señales de entrada. De esta manera es como se demodula la señal de error, comparando la fase de la frecuencia de modulación que se envía a las bandas laterales con la fase de la frecuencia de referencia. La fase de referencia se

puede ajustar mediante el FPGA.

En la figura 6.11 se muestra la amplitud de la señal de error como función del índice de modulación para tres distintas frecuencias de modulación en la señal de microondas, 30, 50 y 70 kHz.

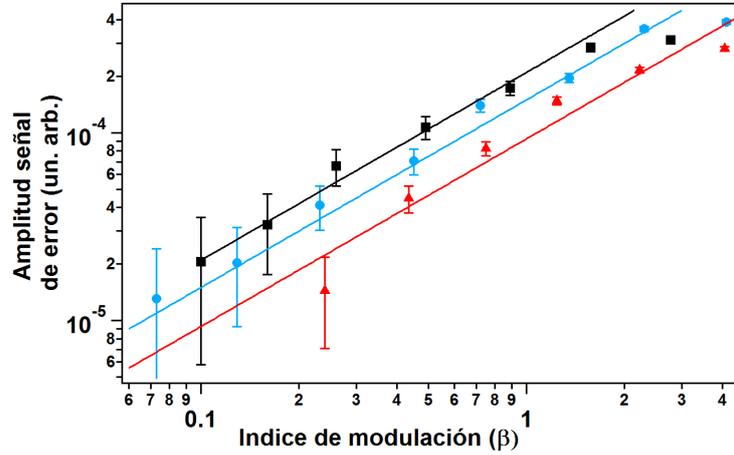


Fig. 6.11: Amplitud de la señal de error como función del índice de modulación, para tres distintas frecuencias de modulación. Marcadores corresponden a los datos experimentales y las líneas a un ajuste lineal.

El ajuste en los tres casos se hizo empleando la ecuación  $A = A_1 F_m \beta$  con  $A_1$  un parámetro de ajuste,  $F_m$  la frecuencia de modulación y  $\beta$  el índice de modulación, esta fórmula corresponde a la última ecuación, sección A, de la referencia[88]. Como se puede apreciar en esta figura, para valores de  $\beta < 2$  los datos experimentales y el ajuste concuerdan relativamente bien, para valores de  $\beta > 2$  se empiezan a ver discrepancias, lo cual es de esperarse de acuerdo al análisis que se presentó en la subsección 6.3.2.

Como se ha venido mencionando, la idea principal es amarrar varios láser a una misma cavidad empleando el mismo arreglo experimental, por ello en la tarjeta de demodulación se implementaron, tres réplicas del mismo circuito para poder amarrar tres láseres, cada uno a distinta frecuencia de modulación. Una de las principales características que debe de cumplir el circuito, es que las salidas sean independientes para que el ruido de los láseres no interfiera entre sí. El ancho de banda del circuito es de  $130\text{Hz}$ , este fue pensado para compensar ruido de línea principalmente. La figura 6.12 muestra una imagen de dos de las salidas del circuito de demodulación, cuando se escanea la frecuencia de la banda lateral alrededor de la frecuencia de resonancia, estas trazas fueron tomadas con el mismo láser, pero corresponden a las dos bandas laterales

que se utilizan para amarrar los dos láseres. Algo similar se obtendría empleando dos láseres, solo se tiene que considerar en este caso el ruido a 3 kHz que tiene nuestro láser de diodo.

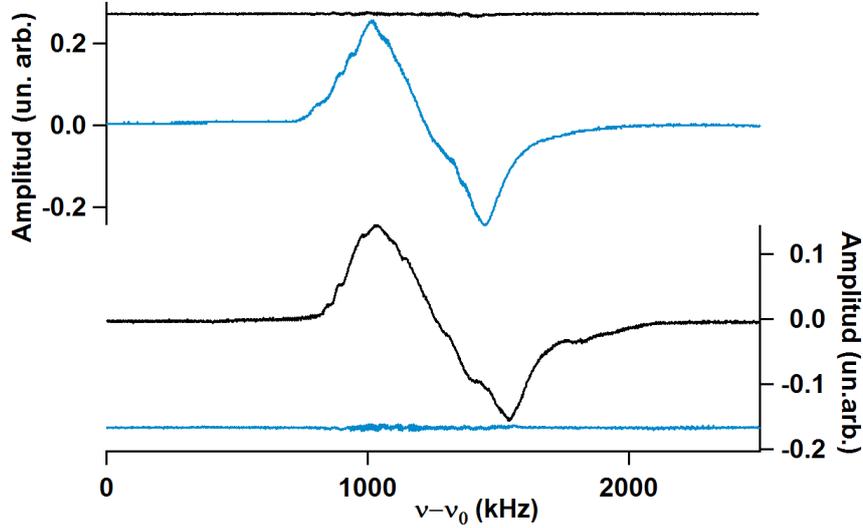


Fig. 6.12: Señal de error para dos salidas del circuito de demodulación, línea negra canal 1, línea azul canal 2, cuando se escanea la frecuencia del láser alrededor de la frecuencia de resonancia para una u otra banda lateral que corresponden al par superior o inferior respectivamente.

Como se puede apreciar en la figura 6.12 la señal en una de las salidas no afecta a la otra y viceversa. La traza azul corresponde a una frecuencia  $\Omega_1 = 1.8$  GHz, con una frecuencia de modulación  $\gamma_1 = 70$  kHz y un índice de modulación  $\beta_1 = 6.1$ , mientras que para la traza en color negro los parámetros son;  $\Omega_2 = 2$  GHz,  $\gamma_2 = 50$  kHz y  $\beta_2 = 7.99$ .

Otra ventaja de amarrar a una banda lateral y no a la portadora es la capacidad de escanear la frecuencia del láser mientras el mismo se mantiene amarrado a la cavidad. Para demostrar esto amarramos un solo láser a la cavidad y variamos la frecuencia de modulación para escanear alrededor de una resonancia atómica en rubidio. La figura 6.13 muestra el escaneo alrededor del crossover  $F' = 2 \rightarrow F' = 3$  de la línea  $D_2$  de  $^{87}\text{Rb}$ .

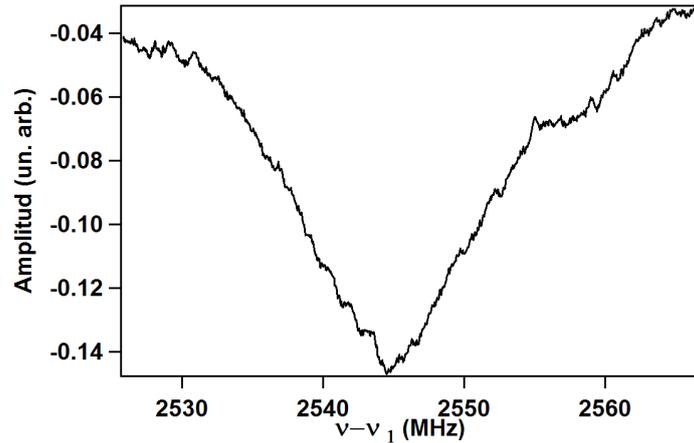


Fig. 6.13: Escaneo alrededor del crossovers  $F' = 2 \rightarrow F' = 3$  de la espectroscopia de  $^{87}\text{Rb}$ .

## 6.5. Conclusión

Se logró implementar un arreglo experimental que permite amarrar múltiples láseres compartiendo todos ellos los mismos elementos ópticos y electrónicos. Se hizo un análisis de la señal de error para el caso cuando el índice de modulación es mayor que 1, con lo cual cambia la pendiente de la señal de error y como consecuencia el rango de captura del láser. Se logró la igualación de modos del láser con la cavidad con una discrepancia de 5%. Hasta ahora se ha demostrado que es posible amarrar dos láseres empleando el mismo arreglo experimental, sin embargo, la estabilidad aún no ha sido caracterizada completamente. Cabe mencionar que el experimento se llevó a cabo sin poner la cavidad en vacío ni compensar la temperatura. Estos son los siguientes pasos para determinar la estabilidad que se puede alcanzar, de la cual se esperaría sea del orden de kHz.

# Apéndices



# Apéndice A

## Artículos

### **A.1. Low phase noise beams for Raman transitions with a phase modulator and a highly birefringent crystal**

N. Arias, V. Abediyeh, S. Hamzelou, and E. Gomez, *Opt. Express*, Vol. 25, No. 5  
(20017).

### **A.2. Towards Precision Measurements at UASLP**

S. Hamzeloui, N. Arias, V. Abediyeh, D. Martínez, M. Gutiérrez, E. Uruñuela, E. del Rio, E. Cerda-Méndez and E. Gomez, *J. Phys. Conf. Ser.* 698, 012011 (2016)

### **A.3. Characterization of a phase modulator for atomic interferometry**

Ma. Nieves Arias, Vahide Abediye, and Eduardo Gomez, *Latin America Optics and Photonics Conference 2014, Cancun México.*

## **A.4. Dual atomic interferometer with a tunable point of minimum magnetic sensitivity**

S. Hamzeloui, D. Martínez, V. Abediyeh, N. Arias, E. Gomez and V.M. Valenzuela,  
Phys. Rev. A 94, 033634 (2016).

## **A.5. Frequency locking of multiple lasers to an optical cavity**

N. ARIAS, V. ABEDIYEH, L.J. GONZÁLEZ, AND E. GOMEZ En revisión.

# Apéndice B

## Circuito amplificador

El circuito amplificador que se emplea para aumentar la potencia que nos proporciona el controlador de temperatura se muestra en la figura B.1

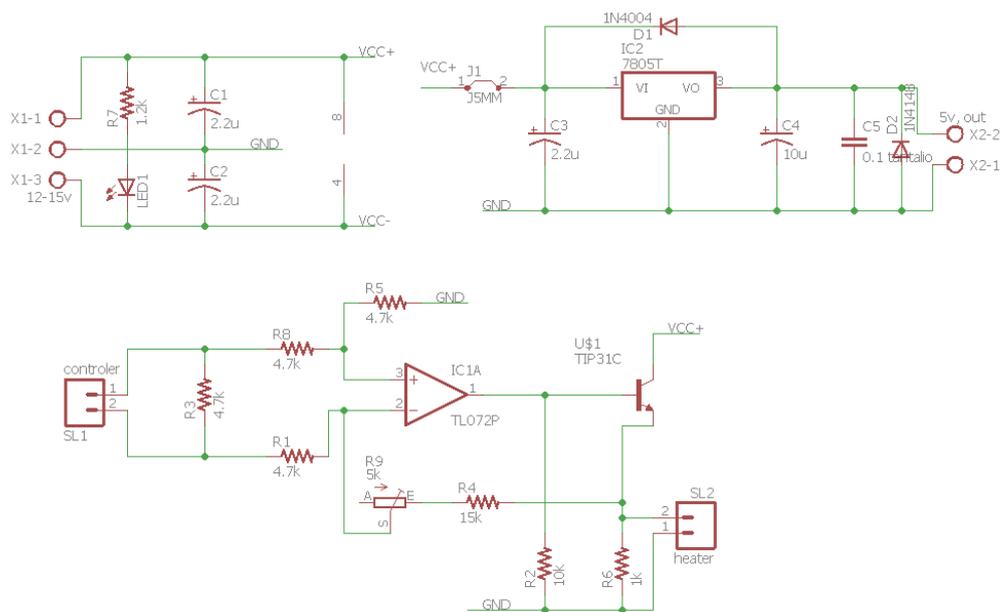


Fig. B.1: Esquemático del circuito amplificador.

Este amplificador se diseñó con la finalidad de aumentar la potencia del controlador PI TCM100T. El diseño es tal, que mantiene el control lineal que emplea el TCM100T y se adaptó para que funcione como calentador ya que este fue diseñado para uso con peltier.

### Características

1. Amplifica el voltaje del controlador TCM100T en un rango de 1 a 3 V.

## 2. Amplifica la corriente hasta 2A.

Funcionamiento El circuito se alimenta con un voltaje en un rango de 12 a 15 V. El circuito consta de un amplificador operacional en su configuración diferencial de voltaje, además con la configuración unida de amplificación (1-3 veces entrada). Otro elemento fundamental es un transistor que permite incrementar la corriente de manera lineal, hasta de 2A. Este circuito tiene una sección donde se regula un voltaje a 5 V, que permite alimentar el mismo controlador.

# Apéndice C

## Metodo de Ramsey

### C.0.1. Solución de las ecuaciones de Rabi

Las ecuaciones que determinan la evolución para las oscilaciones de Rabi son

$$\frac{d^2 C_g(t)}{dt^2} - i\delta \frac{dC_g(t)}{dt} + \frac{|\Omega|^2}{4} C_g(t) = 0 \quad (\text{C.1})$$

y

$$\frac{d^2 C_e(t)}{dt^2} + i\delta \frac{dC_e(t)}{dt} + \frac{|\Omega|^2}{4} C_e(t) = 0 \quad (\text{C.2})$$

Tomando la primera ecuación la cual tiene una solución de la forma

$$C_g = A_1 \exp(\lambda_1 t) + A_2 \exp(\lambda_2 t) \quad (\text{C.3})$$

entonces

$$\lambda^2 \frac{d^2 C_e(t)}{dt^2} - i\delta \lambda \frac{dC_e(t)}{dt} + \frac{|\Omega|^2}{4} C_e(t) = 0 \quad (\text{C.4})$$

por lo que

$$\lambda^2 - i\delta \lambda + \frac{|\Omega|^2}{4} = 0 \quad (\text{C.5})$$

resolviendo mediante la formula cuadrática se obtiene

$$\lambda_{1,2} = \frac{i\delta}{2} \pm \frac{i\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}}{2} \quad (\text{C.6})$$

por lo que

$$C_g(t) = \exp\left(\frac{i\delta}{2}t\right) \left\{ A_1 \exp\left(\frac{i\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}}{2}t\right) + A_2 \exp\left(-\frac{i\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}}{2}t\right) \right\} \quad (\text{C.7})$$

Si  $\Omega' = \sqrt{\delta^2 + \Omega^2}$  entonces la solución es

$$C_g(t) = \exp\left(\frac{i\delta}{2}t\right) \left\{ A_1 \exp\left(\frac{i\Omega'}{2}t\right) + A_2 \exp\left(-\frac{i\Omega'}{2}t\right) \right\} \quad (\text{C.8})$$

$$C_e(t) = \frac{2i \exp(-i\delta t)}{\Omega^*} \frac{dC_g(t)}{dt} \quad (\text{C.9})$$

$$\frac{dC_g(t)}{dt} = \frac{i\delta}{2}C_g(t) + \frac{i\Omega'}{2} \exp\left(\frac{i\delta}{2}t\right) \left\{ A_1 \exp\left(\frac{i\Omega'}{2}t\right) - A_2 \exp\left(-\frac{i\Omega'}{2}t\right) \right\} \quad (\text{C.10})$$

entonces  $C_e$  tiene la forma

$$C_e(t) = -\frac{\exp\left(\frac{-i\delta t}{2}\right)}{\Omega^*} \left\{ A_1 \exp\left(\frac{i\Omega'}{2}t\right) (\delta + \Omega') + A_2 \exp\left(-\frac{i\Omega'}{2}t\right) (\delta - \Omega') \right\} \quad (\text{C.11})$$

Aplicando las condiciones iniciales  $C_e(0) = 0$  y  $C_g(0) = 1$  obtenemos los coeficientes de las ecuaciones

$$A_1 = \frac{\Omega' - \delta}{2\Omega'} \quad (\text{C.12})$$

y

$$A_2 = \frac{\Omega' + \delta}{2\Omega'} \quad (\text{C.13})$$

Entonces las ecuaciones para  $C_e(t)$  y  $C_g(t)$  adquieren la forma

$$C_g(t) = \exp\left(\frac{i\delta t}{2}\right) \left\{ -\frac{i\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega't}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Omega't}{2}\right) \right\} \quad (\text{C.14})$$

$$C_e(t) = -i\frac{\Omega}{\Omega'} \exp\left(-\frac{i\delta t}{2}\right) \sin\left(\frac{\Omega't}{2}\right)$$

### C.0.2. Solución para los pulsos de Ramsey

Tenemos que para el primer pulso  $\pi/2$  de duración  $\tau$  la evolución de la función de onda es de la forma

$$C_g(\tau) = \exp\left(\frac{i\delta\tau}{2}\right) \left\{ -\frac{i\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \right\} \quad (\text{C.15})$$

$$C_e(\tau) = -i\frac{\Omega}{\Omega'} \exp\left(-\frac{i\delta\tau}{2}\right) \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \quad (\text{C.16})$$

posteriormente se deja evolucionar un tiempo  $T_R$  y se aplica un segundo pulso  $\pi/2$  de duración  $\tau$ . En este caso tenemos que determinar nuevamente los coeficientes de la solución general obtenida para  $C_e(t)$  y  $C_g(t)$  considerando como condiciones iniciales, las dos ultimas ecuaciones y evaluado a un tiempo  $\tau + T_R$ , con esto se obtiene que

$$A_1 = \frac{\Omega' - \delta}{2\Omega'} \left[ \cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) - \frac{i\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \right] \exp\left(\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(-i\frac{(\delta + \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \\ + \frac{i|\Omega|^2}{2\Omega'^2} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \exp\left(-\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(i\frac{(\delta - \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \quad (\text{C.17})$$

y

$$A_2 = \frac{\Omega' + \delta}{2\Omega'} \left[ \cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) - \frac{i\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \right] \exp\left(\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(-i\frac{(\delta - \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \\ - \frac{i|\Omega|^2}{2\Omega'^2} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \exp\left(-\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(i\frac{(\delta + \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \quad (\text{C.18})$$

entonces  $C_e(t)$  adquiere la forma

$$C_e(t) = -\frac{\exp(i\delta t)}{2} \times \\ \left\{ \left[ \frac{\Omega' - \delta}{2\Omega'} \left[ \cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) - \frac{i\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \right] \exp\left(\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(-i\frac{(\delta + \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{i|\Omega|^2}{2\Omega'^2} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \exp\left(-\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(i\frac{(\delta - \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \right] (\delta + \Omega') \exp\left(\frac{i\Omega't}{2}\right) \right. \\ \left. + \left[ \frac{\Omega' + \delta}{2\Omega'} \left[ \cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) - \frac{i\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \right] \exp\left(\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(-i\frac{(\delta - \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{i|\Omega|^2}{2\Omega'^2} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \exp\left(-\frac{i\delta\tau}{2}\right) \exp\left(i\frac{(\delta + \Omega')(\tau + T_R)}{2}\right) \right] (\delta - \Omega') \exp\left(-\frac{i\Omega't}{2}\right) \right\} \quad (\text{C.19})$$

evaluamos en  $2\tau + T_R$  y simplificando se llega a la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
C_e(2\tau + T_R) = & 2i \exp\left(i\frac{\delta(2\tau + T_R)}{2}\right) \frac{\Omega}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \left\{ \cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \right. \\
& \left. - \frac{\delta}{\Omega'} \sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \right\} \quad (\text{C.20})
\end{aligned}$$

# Apéndice D

## Resumen de formulas para obtener densidad espectral de potencia

El ruido de fase en sus términos mas generales se define como la razón de potencia entre la banda lateral modulada en fase y la potencia total de la portadora en un ancho de banda de un Hertz [79]. La salida de voltaje de un oscilador o sintetizador en general tiene la formula

$$V(t) = V_0[1 + A(t)] \cos[\omega_0 t + \theta(t)] \quad (\text{D.1})$$

con  $A(t)$  y  $\theta(t)$  fluctuaciones en amplitud y fase respectivamente. De la relación (D.1) se puede ver que variaciones en fase son indistinguibles de variaciones en frecuencia. Haciendo un análisis similar al que se mostró en el capítulo para la modulación, entonces pequeños cambios en la frecuencia del oscilador se pueden representar como una modulación en frecuencia, esto es

$$\theta(t) = \frac{\Delta f}{f_m} \sin \omega_m t = \theta_p \sin \omega_m t \quad (\text{D.2})$$

con  $f_m = \omega_m/2\pi$  la frecuencia de modulación y  $\theta_p = \Delta f/f_m$ . Sustituyendo la relación (D.2) en (D.1), expandiendo y considerando que las fluctuaciones son muy pequeñas entonces  $\theta_p \ll 1$ ,  $\sin x \cong x$  y  $\cos x \cong 1$  por lo que la ecuación (D.1) adquiere la forma

$$\begin{aligned} V(t) &= V_0[\cos \omega_0 t - \theta_p \sin \omega_m t \sin \omega_0 t] \\ &= V_0 \left\{ \cos \omega_0 t - \frac{\theta_p}{2} [\cos(\omega_0 + \omega_m)t - \cos(\omega_0 - \omega_m)t] \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

La expresión (D.3) muestra fluctuaciones pequeñas en fase o frecuencia como una modulación de bandas laterales a una frecuencia  $\omega_0 \pm \omega_m$  con  $\omega_0$  la frecuencia de la portadora. Considerando la definición de ruido de fase dada al principio de este anexo, entonces el ruido de fase es de la forma

$$\ell(f) = \frac{P_n}{P_c} = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{V_0 \theta_p}{2} \right)^2}{\frac{1}{2} V_0^2} = \frac{\theta_p}{4} \quad (D.4)$$

Siguiendo el análisis anterior, cuando se emplea el analizador de espectros para medir la densidad espectral de potencia los espectros obtenidos tienen unidades de dBm. Para hacer una conversión de potencia a densidad espectral de potencia (PSD por sus siglas en Ingles), se emplea la siguiente relación

$$\ell = P(dBm) - P_c - 10 \log(RBW) \quad (D.5)$$

donde  $P(dBm)$  representa la potencia de cada componente en todo el rango de frecuencia en el que se toma el espectro,  $P_c$  es la potencia de la portadora y  $RBW$  es la resolución del ancho de banda que se elige para tomar el espectro en el analizador y se emplea para normalizar a 1Hz de ancho de banda.

### D.0.1. Resumen ecuaciones de Ruido de fase con el analizador de espectros FFT

Como se menciona en el capítulo 5 el analizador de espectros FFT nos permite guardar los datos en unidades de Voltaje en decibeles (dBV) para hacer la conversión a densidad espectral de potencia se emplean las siguientes formulas

$$\delta V = 10^{(P(dBV)/20)}, \quad (D.6)$$

donde  $\delta V$  son las fluctuaciones de voltaje y  $P(dBV)$  las fluctuaciones de voltaje en decibeles. Con esta formula se obtiene fluctuaciones de voltaje rms

$$\delta V_{rms}^2 = \frac{2.1 * \delta V}{2}, \quad (D.7)$$

donde el 2.1 proviene de la calibración del FFT. La densidad espectral de potencia en  $rad^2/Hz$  es entonces

$$S_{\delta\phi}(rad^2/Hz) = \frac{\delta V_{rms}^2}{4linewidthV_p^2}, \quad (D.8)$$

con *linewidth* el valor que nos da el FFT para un span dado y  $V_p$  el voltaje pico para una potencia fija a las entradas del mixer cuando se emplean dos frecuencias diferentes. En decibeles la densidad espectral de potencia es

$$S_{\delta\phi}(dBad^2/Hz) = 10 \log S_{\delta\phi}(rad^2/Hz) \quad (D.9)$$



# Bibliografía

- [1] O. Carnal, A. Faulstich, and J. Mlynek, “*Diffraction of Metastable Helium Atoms by a Transmission Grating*”, Appl. Phys. B 53, 88-91 (1991).
- [2] O. Carnal, J. Mlynek, “*Youngs double-slit experiment with atoms: a simple atom interferometer*”, Phys. Rev. Lett. 66, 2689–2692 (1991).
- [3] M.A. Kasevich, S. Chu, “*Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*”, Phys. Rev. Lett. 67(2), 181–184 (1991).
- [4] J. Robert, CH. Miniatura, S. Leboiteux, J. Reinhardt, V. Bocvarski and J. Baudon, “*Atomic Interferometry with Metastable Hydrogen Atoms*”, Europhys. Lett., 16 (1)(1991).
- [5] G. Lamporesi, A. Bertoldi, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, “*Determination of the Newtonian Gravitational Constant Using Atom Interferometry*”, Phys. Rev. Lett. 100, 050801 (2008).
- [6] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, “*New Determination of the Fine Structure Constant and Test of the Quantum Electrodynamics*”, Phys. Rev. Lett. 106, 080801 (2011).
- [7] T. Gustavson, A. Landragin and M. Kasevich, “*Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope*”, Class. Quantum Grav.17(2000).
- [8] D. Schlippert, J. Hartwig, H. Albers, L. L. Richardson, C. Schubert, A. Roura, W. P. Schleich, W. Ertmer, and E. M. Rasel, “*Quantum Test of the Universality of Free Fall*”, Phys. Rev. Lett. 112, 203002 (2014) ,
- [9] F. Theron, O. Carraz, G. Renon, N. Zahzam, Y. Bidel, M. Cadoret, A. Bresson, “*Narrow linewidth single laser source system for onboard atom interferometry*”, Appl. Phys. B 118 (2015) .

- [10] Y. Bidel, O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, and A. Bresson, “*Compact cold atom gravimeter for field applications*”, Appl. Phys. Lett. 102, 144107 (2013).
- [11] M. Hauth, C. Freier, V. Schkolnik, A. Senger, M. Schmidt and A. Peters, “*First gravity measurements using the mobile atom interferometer GAIN*”, Appl. Phys. B 113 (2013).
- [12] P. Cheinet, F. P. dos Santos, T. Petelski, J. Legouët, J. Kim, K.T. Therkildsen, A. Clarion and A. Landragin, “*Compact laser system for atom interferometry*”, Appl. Phys. B 84, 643–646 (2006).
- [13] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, “*Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensed Atoms with Optically Induced Bragg Diffraction*”, Phys. Rev. Lett. 82 (5) (1999).
- [14] E. Peik, M. Ben Dahan, I. Bouchoule, Y. Castin, and C. Salomon, “*Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams*”, Phys. Rev. A, 55 (4) (1997).
- [15] P. Altin, M. Johnsson, V. Negnevitsky, G. Dennis, R. Anderson, J. Debs, S. Szigeti, K. Hardman, S. Bennetts, G. McDonald, L. Turner, J. Close and N. Robins, “*Precision atomic gravimeter based on Bragg diffraction*”, New Journal of Phys. 15 023009(2013).
- [16] Susannah M. Dickerson, Jason M. Hogan, Alex Sugarbaker, David M. S. Johnson, and Mark A. Kasevich, “*Multi-axis Inertial Sensing with Long-Time Point Source Atom Interferometry*”, Phys. Rev. Lett. 111, 083001 (2013).
- [17] Pierre Cladè, Estefania de Mirandes, Malo Cadoret, Saïda Guellati-Khèlifa, Catherine Schwob, Francois Nez, Lucile Julien, and Francois Biraben, “*Determination of the Fine Structure Constant Based on Bloch Oscillations of Ultracold Atoms in a Vertical Optical Lattice*”, Phys. Rev. Lett. 96, 033001 (2006).
- [18] S.H. Yim, S.B. Lee, T.Y. Kwon and S.E. Park, “*Optical phase locking of two extended-cavity diode lasers with ultra-low phase noise for atom interferometry*”, Appl. Phys. B 115, 4 (2014).

- [19] P. Cheinet, B. Canuel, F.P. Dos Santos, A. Gauguet, F. Yver-Leduc and A. Landragin, “*Measurement of the Sensitivity Function in a Time-Domain Atomic Interferometer*”, IEEE Trans. Instrum. Meas. **57**, 1141 (2008).
- [20] J.L. Gouët, P. Cheinet, J. Kim, D. Holleville, A. Clarion, A. Landragin and F.P. Dos Santos, “*Influence of lasers propagation delay on the sensitivity of atom interferometers*”, Eur. Phys. J. D **44**, 419-425 (2007).
- [21] J.L. Gouët, T.E. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin and F.P. Dos Santos, “*Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter*”, Appl. Phys. B **92**(2), 133-144 (2008).
- [22] A. Louchet-Chauvet, T. Farah, Q. Bodart, A. Clairon, A. Landragin, S. Merlet and F. Pereira Dos Santos, “*The influence of transverse motion within an atomic gravimeter*”, New Journal of Phys. **13**, 065025 (2011).
- [23] H. Uys, J. D. Perreault, and A. D. Cronin, “*Matter-Wave Decoherence due to a Gas Environment in an Atom Interferometer*”, Phys. Rev. Lett. **95**, 150403 (2005).
- [24] Raphaël Jannin, Pierre Cladè, and Saïda Guellati-Khélifa, “*Phase shift due to atom-atom interactions in a light-pulse atom interferometer*”, Phys. Rev. A **92**, 013616 (2015).
- [25] G. Santarelli, A. Clairon, S.N. Lea and G.M. Tino, “*Heterodyne optical phase-locking of extended-cavity semiconductor lasers at 9 GHz*”, Opt. Commun. **104**, 339-344 (1994).
- [26] L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, G. Lamporesi, T. Petelski, M. Prevedelli, J. Stuhler and G.M. Tino, “*Analog + digital phase and frequency detector for phase locking of diode lasers*”, Rev. Sci. Instrum. **76**, 053111 (2005).
- [27] J.L. Gouët, J. Kim, C. Bourassin-Bouchet, M. Lours, A. Landragin and F.P. Dos Santos, “*Wide bandwidth phase-locked diode laser with an intra-cavity electro-optic modulator*”, Opt. Commun. **282**(5), 977-980 (2009).
- [28] M.S. Shahriar, A.V. Turukhin, T. Liptay, Y. Tan and P.R. Hemmer, “*Demonstration of injection locking a diode laser using a filtered electro-optic modulator sideband*”, Opt. Commun. **184**, 457-462 (2000).

- [29] K. Szymaniec, S. Ghezali, L. Cagnet and A. Clairon, “*Injection locking of diode lasers to frequency modulated source*”, Opt. Comm. 144, 50-54 (1997).
- [30] J. Wang, L. Zhou, R. Li, M. Liu and M. Zhan, ” *Cold atom interferometers and their applications in precision measurements*”, Phys. China **4**, 179 (2009).
- [31] D. Döring, G. McDonald, J.E. Debs, C. Figl, P.A. Altin, H.A. Bachor, N.P. Robins and J.D. Close, “*Quantum-projection-noise-limited interferometry with coherent atoms in a Ramsey-type setup*”, Phys. Rev. A **81**, 043633 (2010).
- [32] Q. Wang, Z. Wang, Z. Fu, W. Liu and Q. Lin, “*A compact laser system for the cold atom gravimeter*”, Opt. Commun. **358**, 82-87 (2016).
- [33] P.J. Lee, B.B. Blinov, K. Brickman, L. Deslauriers, M.J. Madsen, R. Miller, D.L. Moehring, D. Stick and C. Monroe, “*Atomic qubit manipulations with an electro-optic modulator*”, Opt. Lett.**28**(17), 1582-1584 (2003).
- [34] K. Lee and J. Kim, “*A Phase-modulated Laser System of Ultra-low Phase Noise for Compact Atom Interferometers*”, J. Kor. Phys. Soc. **67**, 318 (2015).
- [35] R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidet and A. Bresson, “*Local gravity measurement with the combination of atom interferometry and Bloch oscillations*”, Phys. Rev. A **85**, 013639 (2012).
- [36] H. B. Xue, Y. Y. Feng, X. J. Wang, S. Chen and Z. Y. Zhou, “*Note: Generation of Raman laser beams based on a sideband injection-locking technique using a fiber electro-optical modulator*”, Rev. Scien. Instrum. 84, 046104(2013).
- [37] D. Döring, J. E. Debs, N. P. Robins, C. Figl, P. A. Altin and J. D. Close, “*Ramsey interferometry with an atom laser*”, Opt. Express 17, 23 (2009).
- [38] Víctor Manuel Valenzuela Jiménez “*Tesis: Sistema de enfriamiento laser aplicado a mezclas isotópicas de átomos fríos*”, Instituto de física, UASLP Diciembre de 2012.
- [39] Saeed Hamze Loui, “*Tesis: Interferometry using magnetic sensitive states*”, Instituto de Física UASLP, Abril 2016.
- [40] V. Abediyeh, “*Tesis: Low phase noise Raman transitions using a phase modulator*”, Instituto de Física UASLP, Abril 2017.

- [41] V. M. Valenzuela, S. Hamzeloui, M. Gutiérrez and E. Gomez, “*Multiple isotope magneto-optical trap from a single diode laser*”, J. Opt. Soc. Am. B 30, 5(2013).
- [42] S. Hamzeloui, D. Martínez, V. Abediyeh, N. Arias, E. Gomez and V.M. Valenzuela, “*Dual atomic interferometer with a tunable point of minimum magnetic sensitivity*”, Phys. Rev. A 94, 033634 (2016).
- [43] Jacques Vanier, Claude Audoin, “*The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*”, Vol. 1, Adam Hilger, IOP Publishing 1998.
- [44] Daniel A. Steck, “*Rubidium 87 D Line Data*”, Los Alamos National Laboratory (2003).
- [45] Min. Zhou, Z. Hu, X. Duan, B. Sun, J. Zhao, and J. Luo “*Precisely mapping the magnetic field gradient in vacuum with an atom interferometer*”, Phys. Rev. A. 82, 061602(R), (2010).
- [46] Wenli Wang, Richang Dong, Rong Wei, Jinda Lin, Fan Zou, Tingting Chen, Yuzhu Wang, “*Measuring magnetic field vector by stimulated Raman transitions*”, Appl Phys Lett. 108, 122401 (2016).
- [47] Zhong-Kun Hu, Xiao-Chun Duan, Min-Kang Zhou, Bu-Liang Sun, Jin-Bo Zhao, Mao-Mao Huang, and Jun Luo, “*Simultaneous differential measurement of a magnetic-field gradient by atom interferometry using double fountains*”, Phys. Rev. A 84, 013620 (2011).
- [48] Min-Kang Zhou, Zhong-Kun Hu, Xiao-Chun Duan, Bu-Liang Sun, Jin-Bo Zhao, and Jun Luo, “*Precisely mapping the magnetic field gradient in vacuum with an atom interferometer*”, Phys. Rev. A 82, 061602(R) (2010).
- [49] Rym Bouchendira, Pierre Cladè, Saïda Guellati-Khèlifa, Francois Nez, and Francois Biraben, “*New Determination of the Fine Structure Constant and Test of the Quantum Electrodynamics*”, Phys. Rev. Lett. 106, 080801 (2011).
- [50] A. Bertoldi, G. Lamporesi, L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, T. Petelski, A. Peters, M. Prevedelli, J. Stuhler, and G.M. Tino, “*Atom interferometry gravity gradiometer for the determination of the Newtonian gravitational constant  $G$* ”, Eur. Phys. J. D 40, 271–279 (2006).

- [51] D. S. Durfee, Y. K. Shaham and M. A. Kasevich, “*Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope*”, Phys. Rev. Lett. 97, 240801 (2006).
- [52] A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, “*Simultaneous dual-species matter-wave accelerometer*”, Phys. Rev. A 88, 043615 (2013).
- [53] M. Kasevich and S. Chu, “*Measurement of the Gravitational Acceleration of an Atom with a Light-Pulse Atom Interferometer*”, Appl. Phys. B 54, 321-332 (1992).
- [54] S. Dickerson , J. Hogan , D. Johnson , T. Kovachy , A. Sugarbaker, S. Chiow, and M. Kasevich, “*A high-performance magnetic shield with large length-to-diameter ratio*”, Rev. Scien. Instrum., 83, 065108 (2012).
- [55] Arias Tellez Ma. Nieves, “*Sistema de Control de Campo Magnético*”, Tesis de Maestría, Agosto de 2013.
- [56] S. Hamzeloui, N. Arias, V. Abediyeh, D. Martínez, M. Gutiérrez, E. Uruñuela, E. del Rio, E. Cerda-Méndez and E. Gomez, “*Towards Precision Measurements at UASLP,*” J. Phys. Conf. Ser. **698**, 012011 (2016).
- [57] N. Arias, V. Abediyeh, S. Hamzeloiu, and E. Gomez, “*Low phase noise beams for Raman transitions with a phase modulator and a highly birefringent crystal*”, Opt. Express, Vol. 25, No. 5 (20017).
- [58] Charles L. Phillips, “*Robust Design of a Digital PID Predictor Controller*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, IE-31, No.4,(1984).
- [59] Xuefeng Li, Yujiao Shao, Yuan Yu, Yin Zhang and Shaowen Wei, “*Highly Sensitive Fiber-Optic Fabry–Perot Interferometer Based on Internal Reflection Mirrors for Refractive Index Measurement*”, Sensors ,16,794 (2016).
- [60] Bok Hyeon Kim, Seung Ho Lee, Aoxiang Lin, Chang-Lyoul Lee, Jongmin Lee, and Won-Taek Han, “*Note: Large temperature sensitivity of Sagnac loop interferometer based on the birefringent holey fiber filled with metal indium*”, Optics Express 17 (3), 1789-1794 (2009).
- [61] Tae Kyu Noha,b, Uh-Chan Ryuc, Yong Wook Leea. “*Compact and wide range polarimetric strain sensor based on polarization-maintaining photonic crystal fiber*”, Sensors and Actuators A 213 (2014).

- [62] Juan Kang, Xinyong Dong, Yinghao Zhu, Shangzhong Jin, Songlin Zhuang, “A fiber strain and vibration sensor based on high birefringence polarization maintaining fibers”, *Optics Communications* 322, 105–108 (2014).
- [63] Jianrong Xue, Shuguang Li, Yuzhe Xiao, Wei Qin, Xujun Xin, and Xingping Zhu. “Polarization filter characters of the gold-coated and the liquid filled photonic crystal fiber based on surface plasmon resonance”, *Opt. Express*, Vol. 21, No. 11 (2013).
- [64] Qiang Liu, Shu-Guang Lin, Min Shi, “Fiber Sagnac interferometer based on a liquid-filled photonic crystal fiber for temperature sensing”, *Opt. Commun.* 381(2016).
- [65] G. Ghosh, “Dispersion-equation coefficients for the refractive index and birefringence of calcite and quartz crystals,” *Opt. Commun.* **163**(1-3), 95-102 (1999).
- [66] Eugene Hecht, “*Optics*”, Fourth edition, Pearson (2002) p. 377-378
- [67] E.D. Palik, “*Handbook of optical constants of solids*”, (Academic Press, 1998).
- [68] Pierre Cladè, Saida Guellati-Khelifa, Francois Nez, and Francois Biraben, “Large Momentum Beam Splitter Using Bloch Oscillations”, *Phys. Rev. Lett.* 102, 240402 (2009).
- [69] Pierre Clade, Thèse de Doctorat: “*Oscillations de Bloch d’atomes ultrafroids et mesure de la constante de structure fine*” (2005).
- [70] J. M. Geremia, John K. Stockton, and H. Mabuchi, “Tensor polarizability and dispersive quantum measurement of multilevel atoms”, *Phys. Rev. A*, 73, 042112 (2006).
- [71] Robert D. Cowan, “*The theory of atomic structure and spectra*”, Los Alamos series in basic and applied sciences, University of California Press 1981.
- [72] José Eduardo Uruñuela Castellero, “*Tesis: Diseño e implementación de una trampa magneto-óptica para átomos neutros*”, Universidad de Guadalajara, Mayo de 2013.
- [73] M de Angelis, A Bertoldi, L Cacciapuoti, A Giorgini, G Lamporesi, M Prevedelli, G Saccorotti, F Sorrentino and G M Tino, “Precision gravimetry with atomic sensors”, *Meas. Sci. Technol.* 20 (2009) 022001.
- [74] Fritz Riehle, “*Frequency Standards Basics and Applications*”, WILEY-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, Weinheim, 2004.

- [75] Hans Roder, “*Amplitude, Phase, and Frequency Modulation*”, Proceedings of the Institute of Radio Engineers 19(12), (1931)
- [76] A. L. Lance, W. D. Seal. and F. Labaar, “*Infrared and Millimeter Waves*”, Vol. 11, pp. 239-289, (1984).
- [77] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G. John Dick, and. Clairon, “*Frequency Stability Degradation of an Oscillator Slaved to a Periodically Interrogated Atomic Resonator*, IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency control, 45, 4(1998).
- [78] N.P. Robins, P.A. Altin, J.E. Debs, J.D. Close, “*Atom lasers: Production, properties and prospects for precision inertial measurement*”, Phys. Rep. 529 (2013) 265–296.
- [79] David M. Pozar, “*Microwave Engineering*”, third edition, editorial Wiley,2005.
- [80] Kathryn Moler, David S. Weiss, Mark Kasevich, and Steven Chu, “*Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions*”, Phys. Rev. A, 45, 1 (1991).
- [81] Harold J. Metcalf and Peter van der Straten, “*Laser cooling and Trapping*”, editorial Springer, 2002.
- [82] N. Kolachevsky, J. Alnis, C.G. Parthey, A. Matveev, R. Landig, T.W. Hänsch, “*phase noise diode laser oscillator for 1S–2S spectroscopy in atomic hydrogen*”, Opt. Lett. 36, 4299–4301 (2011).
- [83] Matthew D. Swallows, Michael J. Martin, Michael Bishof, Craig Benko, Yige Lin, Sebastian Blatt, Ana Maria Rey, and Jun Ye, “*Operating a  $^{87}\text{Sr}$  Optical Lattice Clock With High Precision and at High Density*”, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 59( 3), ( 2012).
- [84] Y. Y. Jiang, A. D. Ludlow, N. D. Lemke, R. W. Fox, J. A. Sherman, L.-S. Ma and C. W. Oates, “*Making optical atomic clocks more stable with  $10^{-16}$  level laser stabilization*”, Nat. Photon. 100, 050801 (2011).
- [85] P. Dubé, A.A. Madej, J.E. Bernard, L. Marmet A.D. Shiner, “*narrow linewidth and frequency-stable probe laser source for the  $^{88}\text{Sr}^+$  single ion optical frequency standard*”, Appl. Phys. B (2009) 95.

- [86] M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi, and H. Katori, “*An optical lattice clock*”, Nature 435, 321 (2005).
- [87] R. Drever, J. L. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley and H. Ward, “*Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*”, Appl. Phys. B 31, 97 (1983).
- [88] Eric D. Black, “*An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization*”, Am. J. Phys. 69, No. 1,(2001).
- [89] T. Kessler, C. Hagemann, C. Grebing, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M.J. Martin, L. Chen, J. Ye, “*A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity*”, Nat. Photonics 6, 687–692 (2012).
- [90] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist, “*Visible Lasers with Subhertz Linewidths*”, Phys. Rev.Lett. 82 (19) (1999).
- [91] Y. Bitou, “*Displacement metrology directly linked to a time standard using an optical-frequency-comb generator*”, Opt. Lett. 34, 1540 (2009)
- [92] R. Thapa, J. Phillips, E. Rocco, and R. Reasenber, “*Subpicometer length measurement using semiconductor laser tracking frequency gauge*”, Opt. Lett. 36, 3759 (2011).
- [93] M. Zhu, H. Wei, S. Zhao, X. Wu, and Y. Li, “*Subnanometer absolute displacement measurement using a frequency comb referenced dual resonance tracking Fabry–Perot interferometer*”, Appl. Opt. 54, 4594 (2015).
- [94] G. Milani, B. Rauf, P. Barbieri, F. Bregolin, M. Pizzocaro, P. Thoumany, F. Levi, and D. Calonico “*Multiple wavelength stabilization on a single optical cavity using the offset sideband locking technique*”, Opt. Lett. 42 (10) ( 2017).
- [95] H. Zhen, H. Ye, X. Liu, D. Zhu, H. Li, Y. Lu and Q. Wang, “*Widely Tunable Reflection-type Fabry-Perot Interferometer based on Relaxor Ferroelectric Poly(vinylidene fluoride-chlorotrifluoroethylene-trifluoroethylene)*”, Opt. Express, 16, 20 (2008).
- [96] J. I. Thorpe, K. Numata, and J. Livas, “*Laser frequency stabilization and control through offset sideband locking to optical cavities*”, Opt. Express. Vol.16, No. 20 (2008).

- [97] L. Chen, J. L. Hall, and J. Ye, T. Yang, E. Zang, and T. Li, “*Vibration-induced elastic deformation of Fabry-Perot cavities*”, Phys. Rev. A 74, 053801 (2006).
- [98] H. Kogelnik and T. Li, “*Laser Beams and Resonators*”, Proceedings of the IEEE, 54 (10), (1966).
- [99] Javier Gonzales “*Tesis: Sistema Electrónico para el amarre de varios Láseres a una Cavity Óptica con el Método de Pound Drever Hall*”, Facultad de Ciencias, UASLP, 2017.