



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

---

FACULTAD DE CIENCIAS

MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

REGISTRO RÍGIDO DE IMÁGENES GUIADO POR  
FILTRO DE PARTÍCULAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
ELECTRÓNICA

P R E S E N T A:

Ing. ISNARDO REDUCINDO RUIZ

ASESORES:

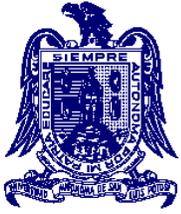
Dr. EDGAR ROMÁN ARCE SANTANA  
Dr. DANIEL ULISES CAMPOS DELGADO



San Luis Potosí, S.L.P.

Diciembre 2010



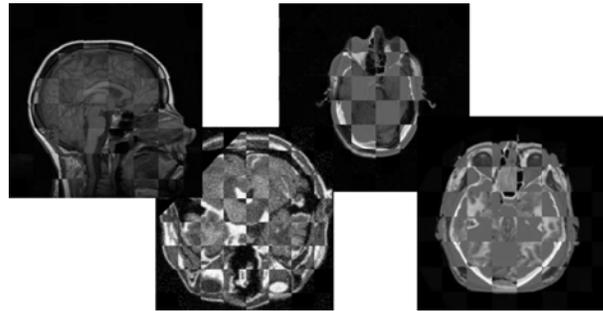


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

FACULTAD DE CIENCIAS

MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

REGISTRO RÍGIDO DE IMÁGENES GUIADO POR  
FILTRO DE PARTÍCULAS



TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN INGENIERÍA  
ELECTRÓNICA**

P R E S E N T A:

**Ing. ISNARDO REDUCINDO RUIZ\***

ASESORES:

**Dr. EDGAR ROMÁN ARCE SANTANA  
Dr. DANIEL ULISES CAMPOS DELGADO**



San Luis Potosí, S.L.P.

Diciembre 2010

\*Becario CONACyT



El autor, sin perjuicio de la legislación de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, otorga el permiso para el libre uso, reproducción y distribución de esta obra siempre que sea sin fines de lucro, se den los créditos correspondientes y no sea modificada, en especial esta nota.

M.C. ©Isnardo Reducindo Ruiz, San Luis Potosí, México. 2010.

---

Redacción y edición de tesis:

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, GNU-Kile

Sistema operativo Ubuntu:

*G N U / L I N U X .*

---

# Registro Rígido de Imágenes Guiado por Filtro de Partículas

Isnardo Reducindo Ruiz  
Maestría en Ingeniería Electrónica  
Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí

## Resumen

En el presente trabajo se exponen los principales resultados obtenidos durante la implementación, análisis y evaluación de una nueva metodología para solucionar el problema del Registro de Imágenes, la cual se basa en la teoría de filtros no lineales, en este caso el Filtro de Partículas, para llevar a cabo la estimación de los parámetros de una transformación geométrica (afín) que logre el correcto alineamiento entre dos imágenes. La evaluación fue llevada a cabo empleando principalmente imágenes médicas multimodales, siendo este el campo donde se pretende aplicar esta nueva técnica de registro. En el proceso de implementación y análisis del método se logró caracterizar los parámetros del algoritmo, y además como resultado de la evaluación se consiguió mostrar que la nueva metodología resulta ser eficiente con respecto a la velocidad de procesamiento, el registro de imágenes contaminadas con ruido y el registro con el uso de datos parciales. Finalmente, se llevó a cabo una comparación con un algoritmo basado en la maximización de la Información Mutua y otro basado en una optimización por esquinas, en la cual el método analizado fue superior a las otras dos técnicas en los aspectos comparados.

## Abstract

This work presents the main results obtained during the implementation, analysis and evaluation of a new methodology to solve the image registration problem, based on nonlinear filters theory, specifically on Particle Filters. The algorithm estimates the parameters of a geometric transformation (affine) that achieves the correct alignment between two images. The evaluation was carried out mainly by using multimodal medical images. On the implementation and analysis of the new methodology, a characterization of the algorithm parameters was achieved. Also, the evaluation results proved that the registration algorithm can be efficient with respect to processing speed, noise, and partial data. Finally, a comparison was conducted, where the new technique overcame an algorithm based on the maximization of mutual information and on the edge optimization method.



A Verónica,  
mi familia y amigos.





# Agradecimientos institucionales

Este trabajo se realizó en el Laboratorio de Instrumentación y Control, adscrito a los programas académicos de Ingeniería Electrónica y Maestría en Ingeniería Electrónica, de la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Mi agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el apoyo financiero otorgado para realizar estudios de Maestría (CVU/Becario): 266553/218513.



# Agradecimientos

Quiero agradecer en especial al Dr. Edgar Román Arce Santana por haberme brindado la oportunidad de formar parte de este proyecto, por depositar su confianza en mí, por todo su apoyo y su infinita paciencia, por ser para mí un ejemplo de vida, superación y esfuerzo.

De igual forma quiero agradecer en especial al Dr. Daniel Ulises Campos Delgado, por contribuir para lograr el desarrollo satisfactorio de este trabajo con sus aportaciones, y sobre todo por mantenerme siempre en la línea para no desviarme del objetivo. Por ser para mí otro ejemplo de vida, dedicación y trabajo.

Agradezco a todos quienes fueron revisores, sinodales y críticos de esta tesis, gracias por su valioso tiempo invertido para mejorar este trabajo, en especial al Dr. Alfonso Alba Cadena, quien con sus aportaciones y críticas fue parte importante para lograr la conclusión exitosa de esta tesis.

A todos los profesores investigadores del posgrado en Ingeniería Electrónica, quienes me brindaron a lo largo de esta etapa sus conocimientos y apoyo, los cuales fueron parte fundamental para lograr alcanzar este objetivo.

A mi compañera de estudios Claudia Ambríz González, por su amistad, por ser una consejera y motivadora en esos días cuando la carga de trabajo nos sofocaba, y por la hospitalidad brindada tanto de ella como de su familia.

A todos mis compañeros de la segunda generación del posgrado, por su apoyo y consejos, por su amistad.



# Índice general

<b>Resumen</b>	III
<b>Abstract</b>	III
<b>Dedicatoria</b>	V
<b>Agradecimientos institucionales</b>	VII
<b>Agradecimientos</b>	IX
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivo de la tesis . . . . .	1
1.2. Descripción del problema . . . . .	2
1.2.1. Definición . . . . .	2
1.2.2. Aplicaciones . . . . .	2
1.2.3. Dificultades . . . . .	3
1.3. Contenido de la Tesis . . . . .	4
<b>2. Metodología del registro de imágenes</b>	<b>5</b>
2.1. Detección de características . . . . .	6
2.1.1. Métodos basados en áreas . . . . .	6
2.1.2. Métodos basados en rasgos . . . . .	6
2.2. Emparejamiento . . . . .	8
2.2.1. Basados en áreas . . . . .	8
2.2.2. Basados en características . . . . .	10
2.2.3. Información mutua . . . . .	11
2.3. Modelos de transformación . . . . .	14
2.4. Interpolación . . . . .	17
2.5. Evaluación de la precisión del registro . . . . .	17
2.6. Solución al problema de registro de imágenes . . . . .	18
2.6.1. Métodos de optimización . . . . .	18
<b>3. Teoría del filtro de partículas aplicada al problema de registro de imágenes</b>	<b>21</b>
3.1. Estimación Bayesiana . . . . .	22
3.2. Filtro de Partículas . . . . .	24
3.3. Implementación del Filtro de Partículas para el Registro de Imágenes . . . . .	24
3.3.1. Algoritmo: Registro Rígido de Imágenes Guiado por Filtro de Partículas . . . . .	25
3.4. Detalles de implementación . . . . .	26

<b>4. Evaluación del algoritmo</b>	<b>39</b>
4.1. Inicialización con distribución Normal y Uniforme . . . . .	39
4.2. Implementación del algoritmo en arquitectura multinúcleo . . . . .	41
4.3. Robustez frente al ruido . . . . .	44
4.4. Registro con datos parciales . . . . .	49
4.5. Comparación . . . . .	53
4.5.1. Algoritmo de Viola et al. (1996) . . . . .	53
4.5.2. Algoritmo de optimización por esquinas . . . . .	53
<b>5. Conclusiones</b>	<b>61</b>
<b>A. Ecuaciones de la Entropía e Información Mutua</b>	<b>63</b>
A.1. Entropía . . . . .	63
A.2. Información Mutua . . . . .	64
<b>B. División del espacio de búsqueda</b>	<b>65</b>
B.1. División equiespaciada . . . . .	65
B.2. División logarítmicamente espaciada . . . . .	65
<b>C. Artículo publicado en las memorias del 7<sup>th</sup> International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2010)</b>	<b>69</b>
<b>Referencias</b>	<b>77</b>

# Índice de figuras

1.1. Ejemplos de imágenes médicas del cerebro adquiridas bajo diferentes técnicas de imageneología. . . . .	3
2.1. Ejemplos de regiones segmentadas para ser usadas como características de una imagen. . . . .	7
2.2. Ejemplos de líneas detectadas con diferentes métodos para ser empleados como rasgos de una imagen. . . . .	7
2.3. Ejemplos de puntos como rasgos en una imagen. . . . .	8
2.4. Ejemplo de correlación cruzada normalizada ( $CC$ ). . . . .	9
2.5. Ejemplo de correlación de fase ( $CF$ ). . . . .	10
2.6. Ejemplos de entropía de una variable aleatoria. . . . .	12
2.7. Entropía conjunta e Información Mutua de dos señales, $u(x) = 10\text{sen } x - 10\text{cos } 3x + 5\text{sen } 10x - 5\text{cos } 20x$ y $v(x) = -(u(x) - 2) * 1.3 + \eta$ , donde $\eta \sim \mathcal{N}(0, 4)$ . . . . .	13
2.8. Ejemplos de PDF's marginales y conjunta estimadas de dos imágenes (una es el negativo de la otra), usando el método de Histograma de frecuencia acumulada. . . . .	15
2.9. Ejemplos de transformaciones globales. . . . .	16
2.10. Ejemplos de transformaciones locales. . . . .	16
2.11. Ejemplos de transformaciones densas. . . . .	17
2.12. Ejemplos de interpolaciones. . . . .	17
2.13. Ejemplo de curvas de nivel de la IM entre dos imágenes variando la rotación $\phi$ y el desplazamiento $d$ . . . . .	19
3.1. Ejemplo de como la información <i>a priori</i> es aprovechada en la estimación Bayesiana, para obtener una mejor aproximación de la densidad <i>a posteriori</i> . . . . .	23
3.2. Diagrama de bloques del algoritmo de RI basado en el FP. . . . .	27
3.3. Ejemplo de la evolución del estimado en el tiempo del algoritmo de registro basado en el FP, para un registro con una transformación sintética (imágenes unimodales de $128 \times 128$ pixeles). . . . .	28
3.4. Ejemplo de registro de dos imágenes unimodales mostrando la correspondencia uno-a-uno, en la escala de grises, lograda usando el algoritmo de registro basado en el FP (imágenes de $128 \times 128$ pixeles). . . . .	29
3.5. Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales MRI T2 y T1 en corte axial, mostrando la correspondencia uno-a-uno, en la escala de grises, lograda usando el algoritmo de registro basado en el FP (imágenes de $82 \times 97$ pixeles). . . . .	30
3.6. Ejemplo de la gráfica de convergencia en el tiempo de dos elementos de la matriz de transformación. . . . .	30

3.7.	Ejemplo de la gráfica de convergencia en el tiempo de los parámetros $(\phi, \lambda_x, \lambda_y, d_x, d_y)$ , una vez puestos los cizallamientos en cero ( $\gamma_x = \gamma_y = 0$ ).	31
3.8.	Ejemplo de convergencia de la IM al valor de la entropía de la imagen $I_1$ , y del TRME a cero.	31
3.9.	Ejemplo del error cuadrático medio de dos imágenes unimodales registradas (imágenes de $128 \times 128$ píxeles).	32
3.10.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y MRI T1 en corte axial (imágenes de $252 \times 248$ píxeles).	33
3.11.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, PET y MRI T1 en corte axial (imágenes de $252 \times 248$ píxeles).	34
3.12.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y PET en corte axial (imágenes de $252 \times 248$ píxeles).	34
3.13.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y fotografía en corte axial (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	35
3.14.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 de distintos sujetos en corte axial (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	36
3.15.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 de distintos sujetos en corte sagital (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	36
3.16.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 de baja calidad y fotografía en corte sagital (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	37
3.17.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales tomadas en distintas fechas, Rayos-X de un tumor canceroso en un pulmón (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	38
3.18.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales, fotografías tomadas del cerebro durante una intervención quirúrgica (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	38
4.1.	Espacio de búsqueda inicial, usando una distribución Normal para generar la primera población de partículas.	40
4.2.	Espacio de búsqueda inicial, usando una distribución Uniforme para generar la primera población de partículas.	41
4.3.	Gráfico de caja y bigotes de la comparación del número de iteraciones del RI guiado por FP con una distribución Uniforme y Gaussiana para generar las primeras partículas.	41
4.4.	Gráfico de caja y bigotes de la comparación del TRME del RI guiado por FP con una distribución Uniforme y Gaussiana para generar las primeras partículas.	42
4.5.	Diagrama de bloques del algoritmo de RI basado en el FP para una implementación en multinúcleo.	43
4.6.	Ejemplo de la gráfica de los recursos consumidos por cada procesador con respecto del tiempo, en la implementación secuencial y en paralelo, para el registro de dos imágenes médicas multimodales de $512 \times 512$ píxeles.	44
4.7.	Gráfico de caja y bigotes del TRME contra la varianza del ruido añadido en una de las dos imágenes médicas multimodales empleadas en el registro.	45
4.8.	Gráfica de la media del TRME contra la varianza del ruido añadido en una de las dos imágenes médicas multimodales empleadas en el registro.	45
4.9.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales, MRI T1 en corte sagital con la imagen candidata contaminada por ruido con una varianza de 0.2 (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	46
4.10.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y fotografía en corte axial con la imagen candidata contaminada por ruido con una varianza de 0.18 (imágenes de $256 \times 256$ píxeles).	47

4.11.	Gráfico de caja y bigotes del TRME contra la varianza del ruido añadido en ambas imágenes médicas multimodales empleadas en el registro. . . .	47
4.12.	Gráfica de la media del TRME contra la varianza del ruido añadido en ambas imágenes médicas multimodales empleadas en el registro. . . . .	48
4.13.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales, MRI T1 en corte axial con ambas imágenes contaminadas por ruido con una varianza de 0.12 (imágenes de 253×247 píxeles). . . . .	48
4.14.	Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 en corte axial con ambas imágenes contaminadas por ruido con una varianza de 0.08 (imágenes de 181×217 píxeles). . . . .	49
4.15.	Gráfico de caja y bigotes del TRME contra el porcentaje de datos eliminados en una de las dos imágenes médicas multimodales, para el registro con datos parciales. . . . .	50
4.16.	Gráfica de la media del TRME contra el porcentaje de datos eliminados en una de las dos imágenes médicas multimodales, para el registro con datos parciales. . . . .	50
4.17.	Ejemplo de registro con datos parciales en imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 en corte axial, 51 % de datos eliminados en la imagen candidata (imágenes de 181×217 píxeles). . . . .	51
4.18.	Ejemplo de registro con datos parciales en imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 en corte axial, 56 % de datos eliminados en la imagen candidata (imágenes de 181×217 píxeles). . . . .	52
4.19.	Ejemplo de la comparación del registro de dos imágenes médicas unimodales de diferentes sujetos, MRI en corte sagital de 256×256 píxeles. Primer fila imágenes a registrar, segunda fila $I_2(T_\theta(x, y))$ y tercer fila vista de tablero de ajedrez del registro. . . . .	57
4.20.	Ejemplo de la comparación del registro de dos imágenes médicas unimodales contaminadas por ruido con una varianza de 0.08 (18 niveles de variación en la escala de grises), MRI en corte axial de 616×532 píxeles. Primer fila imágenes a registrar, segunda fila $I_2(T_\theta(x, y))$ y tercer fila vista de tablero de ajedrez del registro. . . . .	58
4.21.	Ejemplo de la comparación del registro con datos parciales de dos imágenes médicas multimodales con el 56 % de la información ocluida en $I_2$ , MRI en corte axial T1 y T2 de 181×217 píxeles. Primer fila imágenes a registrar, segunda fila $I_2(T_\theta(x, y))$ y tercer fila vista de tablero de ajedrez del registro. . . . .	59
B.1.	Distancia $d(\theta_c, \theta_i) =  \theta_c - \theta_i $ de cada partición $\theta_i$ con respecto al centro $\theta_c$ del espacio particionado equiespaciadamente; $n = 1$ , $N_s = 20$ particiones, con cota inferior de 0 y superior de 20. . . . .	66
B.2.	Distancia $d(\theta_c, \theta_i) =  \theta_c - \theta_i $ de cada partición $\theta_i$ del espacio particionado logarítmicamente con respecto al centro $\theta_c$ ; $n = 1$ , $N_s = 20$ particiones, con cota inferior de 0 y superior de 20. . . . .	67



# Índice de tablas

4.1. Tiempo de cómputo consumido de la implementación en paralelo y secuencial del algoritmo de RI guiado por el FP, Intel dual-core PC a 3.3 GHz con S.O. Windows Vista de 32 bits. . . . .	43
4.2. Comparación de los algoritmos de registro de FP, Viola et al. y Opt. por Esq. en el registro de imágenes médicas multimodales. . . . .	55



# Capítulo 1

## Introducción

Con el incontenible avance de la tecnología y de las ciencias de la computación, se vuelve más común día con día, que tareas que anteriormente eran efectuadas por el hombre sean ahora realizadas por maquinaria automatizada o por algoritmos computacionales. Una de las áreas dentro de las ciencias de la computación donde el desarrollo de herramientas autónomas ha despertado gran interés y ha mostrado grandes avances, es el Procesamiento Digital de Imágenes (PDI).

La finalidad del PDI es mejorar la calidad y/o facilitar la búsqueda de información en imágenes digitales, empleando para ello el conocimiento matemático combinado con técnicas de cómputo. Al utilizar información visual para buscar solucionar un problema, el PDI puede cubrir un amplio campo de aplicaciones, dividiéndose así en diversas ramas que intentan resolver una problemática en específico, como lo son el filtrado, la segmentación, el flujo óptico y el registro, entre otras [1],[2].

Dentro de dichas ramas, el Registro de Imágenes resulta ser una tarea muy importante e interesante, además de presentar grandes retos debido a la gran cantidad de áreas en que puede ser aplicado, tales como: el sensado remoto, compresión de vídeo, seguridad, visión computacional, medicina, etc. Es por eso que el desarrollo y evaluación de nuevos algoritmos de registro, que resulten ser eficientes en la solución de dicha problemática, se ha convertido en un tema que presenta un crecimiento sostenido en la investigación moderna [3],[4],[5],[6], por lo que representa un campo de gran interés para su exploración, sobre todo en las aplicaciones dirigidas al procesamiento de imágenes médicas [3].

### 1.1. Objetivo de la tesis

El objetivo del trabajo de tesis radica en la implementación, análisis y evaluación de una nueva alternativa propuesta por Arce–Santana et al. (2009) [7] para solucionar el problema del Registro de Imágenes (RI), la cual se basa en la teoría de filtros no lineales, en este caso el Filtro de Partículas (FP), para llevar a cabo la estimación de los parámetros de una transformación geométrica (afín) que logre el correcto alineamiento entre dos imágenes. La implementación y el análisis del método se realizan con la intención de caracterizar y optimizar computacionalmente el algoritmo, tratando de mejorar el rendimiento del mismo. Por otra parte, la evaluación tiene como finalidad obtener datos claros, comparativos y precisos con respecto al desempeño del método.

## 1.2. Descripción del problema

### 1.2.1. Definición

El Registro de Imágenes es una parte fundamental en aplicaciones de procesamiento de imágenes y visión computacional [4],[5], el cual puede ser definido como el proceso de superponer dos o más imágenes de la misma escena tomadas en diferentes instantes de tiempo, desde diferentes puntos de vista y/o por diferentes sensores, esto es, el alineamiento geométrico de dos imágenes: la imagen patrón y la candidata [6].

En principio mostraremos una definición formal del RI: dadas dos imágenes  $I_1$  e  $I_2$ , donde  $I_m(x, y)$ ,  $m \in \{1, 2\}$  denota el nivel de gris de  $I_m$  en el pixel  $(x, y)$ , donde las imágenes se refieren respectivamente a una imagen patrón y a una candidata. De esta manera el RI se define como la transformación  $T_{x,y}$  “óptima”, donde el criterio óptimo depende de la aplicación en específico [7], que mapea las coordenadas en  $I_1$  a las coordenadas en  $I_2$  [8], esto es:

$$\begin{aligned} T_{x,y} : \mathbb{Z}^2 &\mapsto \mathbb{R}^2, \\ (x', y') &= T_{x,y}(x, y), \end{aligned}$$

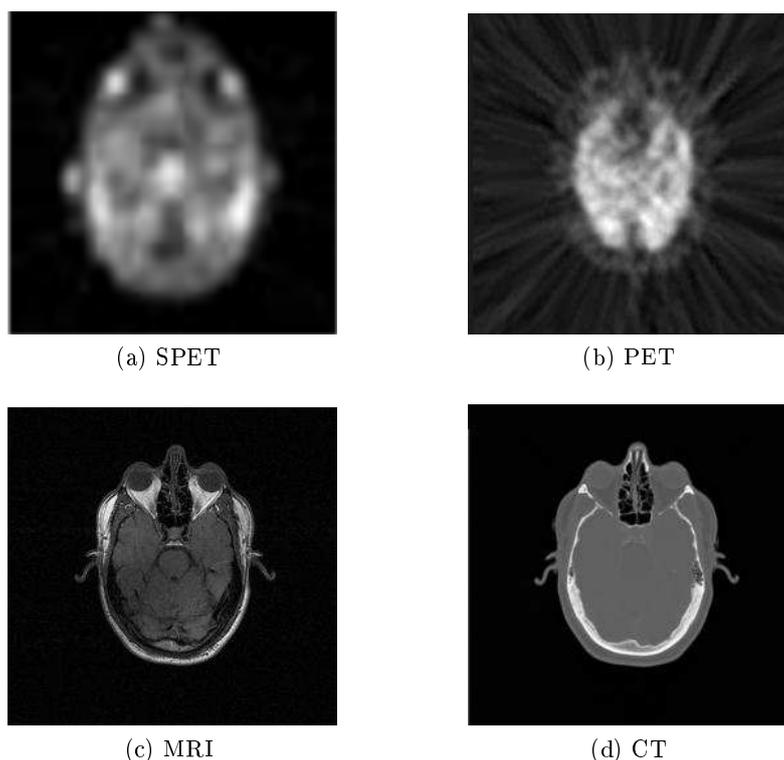
tal que  $F_{x',y'}(I_2(x', y')) = I_1(x, y)$ , donde  $F_{x',y'}$  es una función de ajuste de las intensidades entre las dos imágenes. Dada esta definición del RI, en la siguiente sección muestra la utilidad del mismo en cuanto a sus campos de aplicación.

### 1.2.2. Aplicaciones

El RI es un proceso que puede ser involucrado en diversas áreas de investigación, ya que resulta ser un paso crucial en una gran cantidad de tareas dedicadas al análisis de imágenes, dado que al combinar distintas fuentes de datos se mejora la calidad y cantidad de información disponible y de esta forma se hace posible mejorar el análisis. Típicamente, el registro es requerido en sensado remoto (clasificación multispectral, monitoreo del medio ambiente, mosaicos de imágenes, pronóstico del tiempo, creación de imágenes de súper-resolución, integración de información en sistemas de información geográfica (GIS)), compresión de vídeo, seguridad (comparación de imágenes con una base de datos), en visión computacional (control de calidad, visión estéreo, tracking, etc.), entre otras [4],[5],[9].

Por otra parte, en el campo de la medicina existe una gran cantidad de técnicas de imageneología, que permiten obtener diversos tipos de imágenes digitales entre las que se encuentran Rayos-X, Tomografía Computarizada (CT), Tomografía Computarizada de Simple Emisión de Fotón (SPECT), Tomografía de Emisión de Positrón (PET), así como imágenes de Resonancia Magnética (MRI) y de Resonancia Magnética Funcionales (fMRI) (ver Figura 1.1); por lo que en el caso de análisis de imágenes médicas, es posible encontrar una inmensa cantidad de aplicaciones desafiantes y sumamente útiles para la investigación y el desarrollo, en las cuales se puede ver inmerso el RI [4],[5],[10],[11],[12].

Así mismo, la adquisición e integración (registro) de imágenes médicas del mismo paciente, como las mencionadas anteriormente ya sean de la misma o de diferentes fuentes, ha contribuido al diagnóstico oportuno de enfermedades, en el diseño de mejores tratamientos para pacientes con diversos trastornos, así como en la correcta planeación



**Figura 1.1.** Ejemplos de imágenes médicas del cerebro adquiridas bajo diferentes técnicas de imageneología.

de intervenciones quirúrgicas; por mencionar sólo algunos de los múltiples beneficios que el análisis y procesado de dichas imágenes ha permitido en el campo de la medicina.

### 1.2.3. Dificultades

El RI es un proceso lleno de retos, los cuales pueden variar con respecto a la aplicación específica que se le pretenda dar, para el caso de las imágenes médicas encontramos como primera dificultad que las distorsiones en éstas pueden ser grandes o pequeñas, dependiendo del tipo de técnica de imageneología empleada y del paciente, por lo que es complicado encontrar un modelo simple para la deformación [13]. Además se debe tomar en cuenta que la calidad de la información depende en gran medida del equipo con que fue adquirida y la capacitación del personal que lo opera, obteniendo en ocasiones imágenes ruidosas, con poco contraste y/o alteradas.

Otra dificultad presente en el RI médicas es que éstas pueden provenir de diferentes fuentes (ver Figura 1.1), por lo que las características, formas e intensidades pueden variar en gran medida de una imagen con respecto a la otra; por consiguiente, el proceso de registro en aplicaciones médicas con información obtenida de distintas fuentes se vuelve una tarea complicada. Finalmente, uno de los problemas más comunes en esta área es el registro con datos parciales [14]. Esto ocurre cuando se ocluye o se pierde una porción de los datos en una de las imágenes, lo que dificulta el proceso al disponer de menos información para ser llevado a cabo.

Resulta difícil atacar los problemas mencionados con solo un método, siendo la solución más lógica el buscar un algoritmo que resuelva cada dificultad a la vez. La tendencia

en las técnicas de registro actuales es combinar distintos procedimientos para atacar varios de estos problemas; pero en general, la mayoría de los algoritmos de registro están basadas en la metodología que se presenta en el siguiente capítulo.

### 1.3. Contenido de la Tesis

Este trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2, se detalla la metodología general en la que se basan la mayoría de las técnicas de RI [6], abordando dentro de las secciones los principales pasos del proceso; detección de características (sección 2.1), emparejamiento (sección 2.2), modelo de transformación (sección 2.3) y remuestreo (sección 2.4). También en este capítulo en la sección 2.5 se muestran algunos enfoques para evaluar la precisión del registro, y una perspectiva desde la cual es posible atacar el problema se expone en la sección 2.6.

Enseguida, en el Capítulo 3 se describe el enfoque de la nueva alternativa para el RI, la cual se fundamenta en el uso de la Estimación Bayesiana (sección 3.1) por medio del FP (sección 3.2). Los aspectos a considerar para la implementación del FP aplicado al RI se presentan en la sección 3.3, y el algoritmo de registro bajo esta metodología se detalla en la subsección 3.3.1. Algunos resultados obtenidos de la implementación son mostrados en la sección 3.4.

Los resultados de la evaluación se exponen en el Capítulo 4, donde dentro de las pruebas realizadas se encuentran: inicialización con distribuciones Normal y Uniforme (sección 3.4), implementación en arquitectura multinúcleo (sección 4.2), comportamiento frente al ruido (sección 4.3), registro con datos parciales (sección 4.4) y una comparación con otras dos técnicas se describe en la sección 4.5. Finalmente, las principales conclusiones obtenidas del desarrollo de este trabajo se localizan en el Capítulo 5, junto con algunas ideas para trabajos futuros.

## Capítulo 2

# Metodología del registro de imágenes

El RI por lo general se divide en cuatro ramas, las cuales se clasifican dependiendo de la técnica con la que fueron adquiridas las imágenes, y éstas son [4],[6]:

**Diferentes puntos de vista (Registro multivista):** imágenes de la misma escena son adquiridas desde distintos puntos de vista, el objetivo es generar una imagen de alta resolución en 2D o lograr una reconstrucción en 3D de la escena.

**Diferentes instantes de tiempo (Registro multitemporal):** imágenes de la misma escena son adquiridas en diferentes instantes de tiempo, frecuentemente bajo un fondo regular y/o bajo diferentes condiciones, donde el objetivo radica en encontrar los cambios que ocurren entre imágenes adquiridas consecutivamente.

**Diferentes sensores (Registro multimodal):** imágenes de la misma escena son adquiridas por distintos sensores, y el objetivo es fusionar los datos de distintos flujos de información para lograr una representación de la escena más compleja y detallada.

**Registro de la escena con un modelo:** la escena es registrada con un modelo de ella, el objetivo es detectar la imagen adquirida de la escena y/o realizar una comparación.

Debido a la gran cantidad de imágenes que pueden ser registradas y la gran variedad de factores que pueden afectarlas (ruido, degradación, movimiento, distorsión, etc.), es imposible diseñar un método universal para el registro de todo tipo de imágenes, razón por la cual existe una amplia diversidad de algoritmos que intentan resolver el problema del RI dependiendo de las características de las imágenes, la forma en que fueron adquiridas y la aplicación que se les pretende dar, entre otras.

No obstante, la mayoría de los métodos de registro se basan en cuatro pasos básicos para realizar el proceso [4],[6]:

1. Detección de características.
2. Emparejamiento.

3. Estimación del modelo de transformación.
4. Interpolación de la imagen.

Cada uno de los pasos que se enlistaron anteriormente son detallados en las secciones 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4, respectivamente.

## 2.1. Detección de características

En este paso, lo más conveniente sería que las características fueran seleccionadas manualmente por un experto; pero una automatización no supervisada puede darse en el proceso [15]. La selección de las características puede establecerse en base a rasgos o áreas [4],[6],[10].

### 2.1.1. Métodos basados en áreas

Los métodos basados en áreas, seleccionan como características segmentos de la imagen o incluso la imagen completa como una sola característica; poniendo de esta forma mayor énfasis en el emparejamiento, que en el como son seleccionados los segmentos.

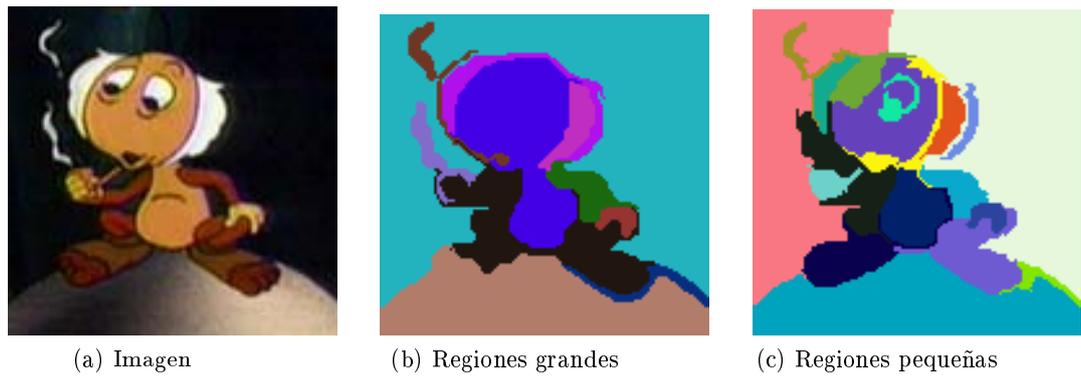
### 2.1.2. Métodos basados en rasgos

Este segundo enfoque, se basa en la selección de estructuras sobresalientes o rasgos únicos de la imagen para realizar el emparejamiento. Por lo regular se usan:

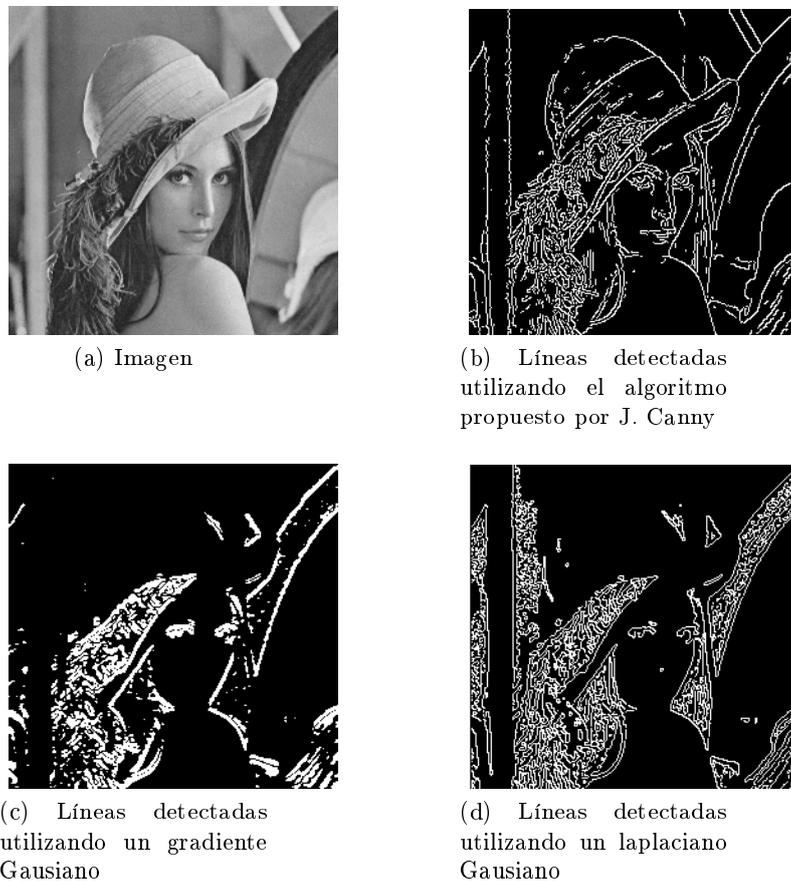
- *Regiones*: pueden ser empleadas regiones de la imagen que contengan alto contraste, que cuenten con contornos cerrados o que tengan un tamaño determinado [6]. Para obtener regiones como características, es necesario un preproceso de segmentación que resulta ser fundamental, ya que la calidad del registro dependerá en gran parte de la segmentación realizada. La Figura 2.1 muestra una imagen segmentada con diferentes calidades, usando el código fuente<sup>1</sup> del algoritmo de segmentación descrito en [16], una segmentación de regiones grandes (ver Figura 2.1.(b)) y una de pequeñas (ver Figura 2.1.(c)).
- *Líneas*: una línea puede ser utilizada como una característica común entre dos imágenes, ésta puede representar contornos de objetos, diferencias de profundidad, detalles de un objeto, bordes, estructuras elongadas y deformables, entre otras. El escoger líneas como características es un método relativamente sencillo, ya que existe una gran cantidad algoritmos estándares que resuelven el problema de manera muy eficiente. Uno de los más populares es el propuesto por J. Canny [17], por ser de los más precisos y del cual se puede observar un ejemplo en la Figura 2.2.(b). Por otra parte, entre los métodos más recurridos por su facilidad de implementación, se encuentra una enorme gama de métodos basados en el uso del Gradiente y/o el Laplaciano (Gaussianos), ver Figuras 2.2.(c) y 2.2.(d).

---

<sup>1</sup>Código fuente en C++ para Linux disponible en línea: <http://people.cs.uchicago.edu/~pff/segment/>.

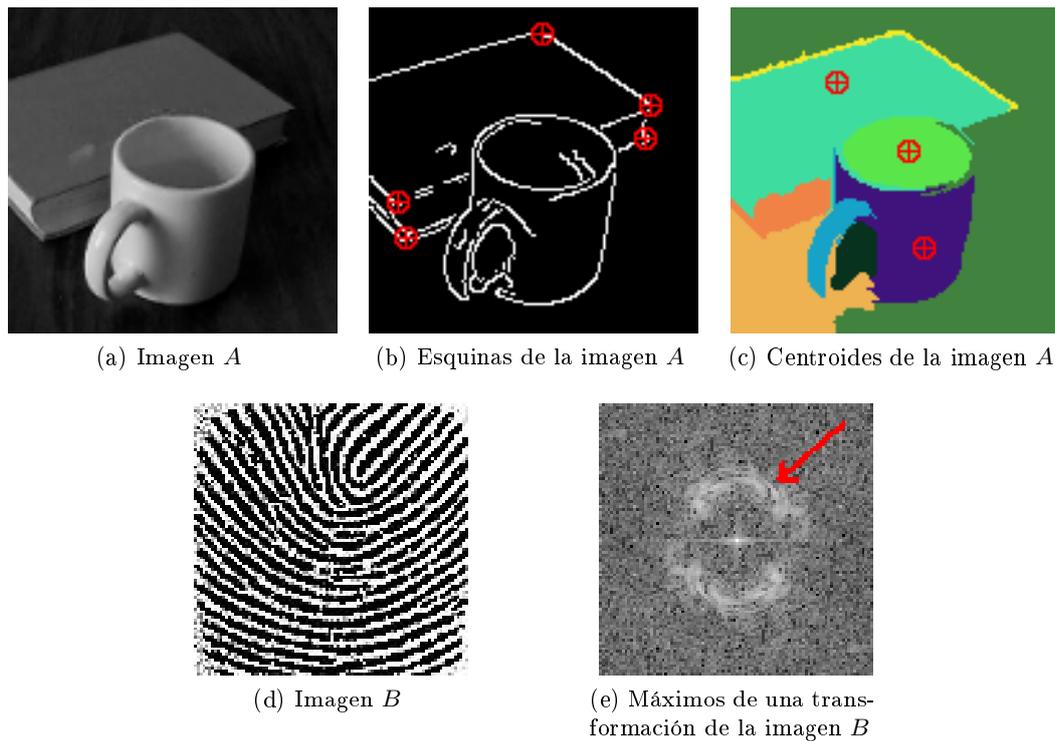


**Figura 2.1.** Ejemplos de regiones segmentadas para ser usadas como características de una imagen.



**Figura 2.2.** Ejemplos de líneas detectadas con diferentes métodos para ser empleados como rasgos de una imagen.

- *Puntos*: en este enfoque se define un “punto” como la intersección de líneas, el centroide de un contorno cerrado o el máximo local de una transformación (ver Figura 2.3). Resulta obvio que si se incrementa el número de puntos empleados en el registro, aumenta la calidad del proceso y el costo computacional; es por esto, que la selección de características por este método dependerá en gran medida de los requerimientos que se tengan y el peso que cada punto posea en las imágenes a registrar.



**Figura 2.3.** Ejemplos de puntos como rasgos en una imagen.

Por lo general, los métodos basados en rasgos son elegidos para el RI donde éstos poseen atributos distintivos y fáciles de detectar. Por otro lado, existen imágenes que no son ricas en detalles, como las imágenes médicas, en estos casos las técnicas basadas en áreas resultan ser la mejor opción. Nuevos enfoques apuntan hacia soluciones mixtas, donde la selección de características basada en áreas y en rasgos, son aplicados de forma simultánea, como en [10],[18],[19],[20], para lograr obtener mejores resultados.

## 2.2. Emparejamiento

Después de realizar la selección de las características de la imagen patrón para ser comparadas con las de la imagen candidata, el siguiente paso en el RI es realizar la comparación y obtener una medida de similitud entre ambas. De igual forma que en la detección de las características, en este paso se pueden clasificar los métodos de acuerdo a dos categorías, basados en áreas y basados en rasgos.

### 2.2.1. Basados en áreas

La idea principal detrás de estos tipos de emparejamiento o “matching”, consiste en la selección de ventanas de un tamaño predefinido, o incluso la imagen completa, como características para realizar la comparación entre la imagen patrón y la candidata.

Aunque éste tipo de métodos resulta ser muy robusto debido a la gran cantidad de información que es tomada en cuenta, posee dos inconvenientes. Primero, con el uso de ventanas rectangulares (las más comúnmente utilizadas) es posible realizar el RI cuando

las deformaciones pueden ser detectadas dentro del rango de la ventana empleada; por lo que si las imágenes son deformadas por transformaciones más complejas, puede ser que el tipo de ventana empleado no sea capaz de cubrir las mismas partes de la escena en la imagen patrón y en la candidata. Y segundo, otra desventaja que presentan es la claridad de la información, ya que existe una alta probabilidad de que la información contenida dentro del área seleccionada pertenezca a una región muy suavizada, ruidosa o degradada, donde no existan detalles suficientes para un correcto emparejamiento.

A pesar de lo anterior, las técnicas de emparejamiento basadas en áreas son de las más populares para dicha tarea. A continuación se describen algunos de los métodos más usados de emparejamiento de características basados en áreas.

**Correlación Cruzada (CC):** es una medida de similitud que se calcula a partir de un par de ventanas, una de la imagen patrón y otra de la candidata. La correlación cruzada normalizada entre dos imágenes  $f$  y  $g$  está dada por la ecuación (2.1),

$$CC(u) \triangleq \frac{\sum_r (f(r) - E[f(u)])(g(r - u) - E[g])}{\sqrt{\sum_r (f(r) - E[f(u)])^2} \sqrt{\sum_r (g(r - u) - E[g])^2}}, \quad (2.1)$$

donde  $r$  es la coordenada de una ventana centrada en la coordenada  $u$  ( $r, u \in \mathbb{R}^2$ ),  $E[g]$  y  $E[f]$  son el valor esperado de  $g$  y  $f$  en la ventana donde se está correlacionando.

La correlación cruzada normalizada solamente puede alinear de forma muy precisa imágenes trasladadas [4],[6], y resulta ser uno de los métodos más empleados en la literatura. En la Figura 2.4 se muestra un ejemplo de la correlación cruzada normalizada entre una imagen y una región de ésta.

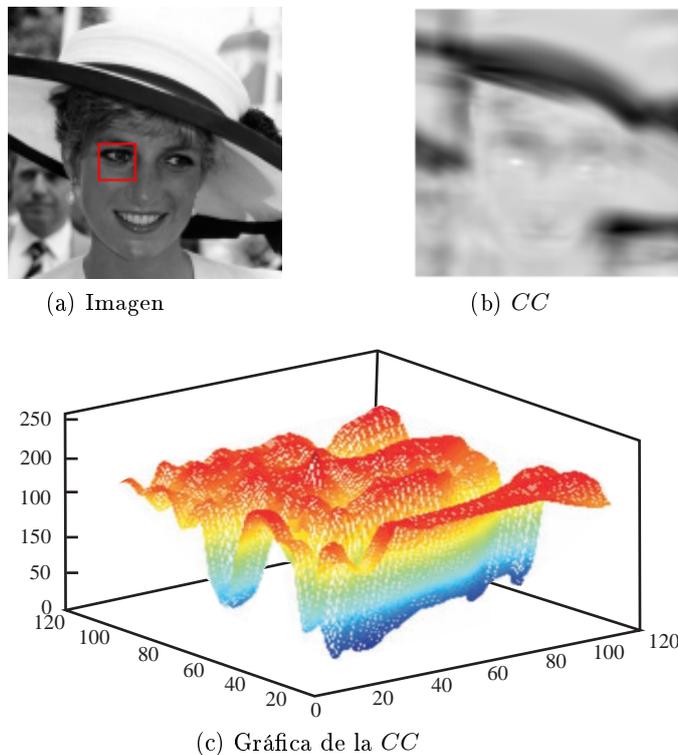
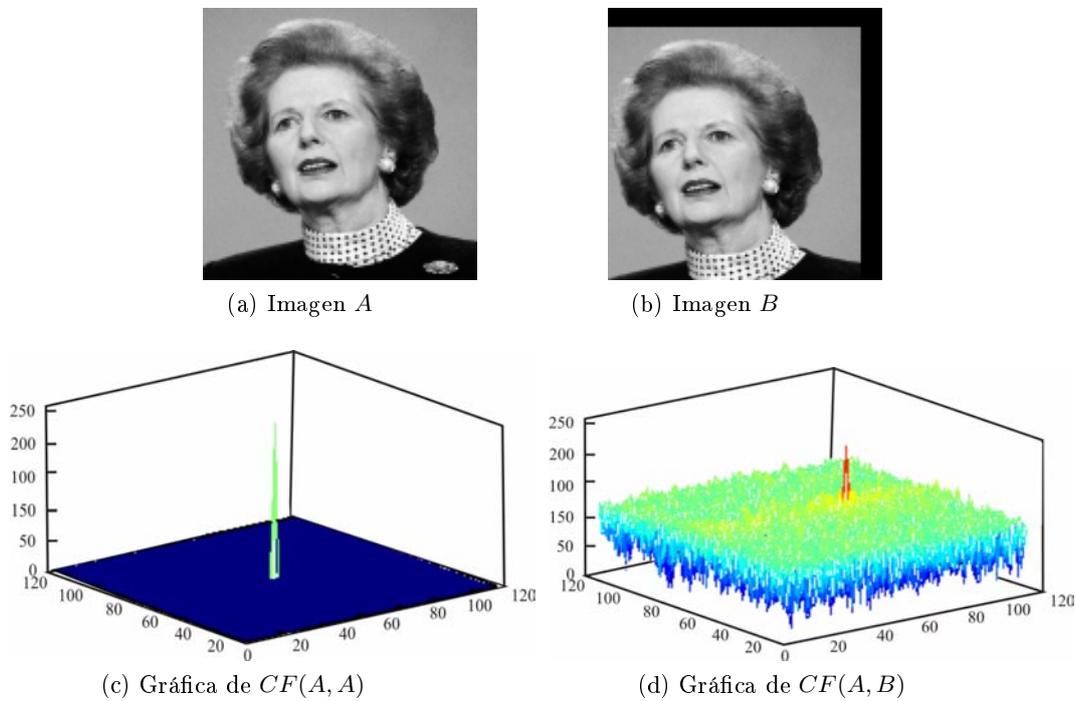


Figura 2.4. Ejemplo de correlación cruzada normalizada (CC).

**Correlación de Fase (CF):** es un método basado en el teorema del desplazamiento de la transformada de Fourier, que puede ser usado en el registro de imágenes trasladadas, y combinándolo con otras técnicas de procesamiento de imágenes es posible emplearlo también cuando existen rotaciones y escalamientos, como en [21]. La correlación de fase entre dos imágenes  $f$  y  $g$  se puede obtener con la ecuación (2.2),

$$CF(f, g) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{F(\omega, \xi)G(\omega, \xi)^*}{|F(\omega, \xi)G(\omega, \xi)^*|} \right\} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ e^{2\pi j(\omega x_0 + \xi y_0)} \right\}, \quad (2.2)$$

donde  $F(\omega, \xi)$  y  $G(\omega, \xi)$  representan la transformada de Fourier en 2D de  $f$  y  $g$  respectivamente,  $j$  representa  $\sqrt{-1}$ ,  $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$  indica la transformada inversa de Fourier en 2D,  $G^*$  es el complejo conjugado de  $G$  y  $(x_0, y_0)$  es un desplazamiento en una de las imágenes. En la Figura 2.5 se observa un ejemplo de la correlación de fase de una imagen con una versión de ella desplazada.



**Figura 2.5.** Ejemplo de correlación de fase (CF).

Cabe señalar que la correlación de fase presenta una gran robustez contra el ruido dependiente en frecuencias y no uniforme, así como a las variaciones de iluminación.

**Información Mutua (IM):** la IM es una medida de similitud estadística basada en la teoría de las comunicaciones propuesta por Shannon [22]; la teoría de éste método y su aplicación sobre imágenes se detalla más adelante en la subsección 2.2.3.

### 2.2.2. Basados en características

La otra clase de métodos de emparejamiento es el basado en características, en los cuales se asume que se cuenta con un conjunto de atributos comunes en la imagen

patrón y la candidata que han sido detectados. El objetivo radica en encontrar el par correspondiente entre estos conjuntos comunes, usando para esto una relación espacial o variables que describen las características. Estos tipos de emparejamiento pueden ser clasificados de acuerdo a las siguientes técnicas empleadas:

**Usando relación espacial:** se basan en la relación espacial que existe entre las características, donde se explota la información acerca de la distancia y la distribución espacial entre los puntos comunes [23].

**Usando descriptores invariantes:** se utiliza la relación espacial y la correspondencia de características, la cual puede ser estimada usando su descripción [24]. Los descriptores de las características deben ser invariantes entre las imágenes, únicos (dos o más características no pueden tener el mismo descriptor), estables (ligera-mente deformados) e independientes entre ellos. Los métodos más utilizados son los que se basan en los momentos invariantes que describen a las regiones a través de contornos cerrados, como los momentos de Hu [25].

**Métodos de relajación:** consisten en etiquetar el problema, esto es, asignar una marca a cada característica de la imagen candidata con la etiqueta de una característica de la imagen de patrón, encontrando de forma coherente para cada par de características la marca correspondiente [26],[27].

**Pirámides y wavelets:** aplican una estrategia de registro jerárquica, comenzando con las imágenes en una más baja resolución obtenida por medio de pirámides Gausianas, promedio o una transformación por coeficientes de wavelets [28], entre otras. Después, se realiza la estimación de la correspondencia o la función de mapeo de parámetros, que lleva el registro a una resolución más fina.

Este enfoque reduce considerablemente el área de búsqueda y por lo tanto el costo computacional, debido a que el primer registro se realiza a una baja resolución, es almacenado y después simplemente se le van realizando pequeñas correcciones conforme se incrementa la resolución. Por otro lado, la estrategia falla si se realiza un falso registro en los niveles de menor resolución de la pirámide.

### 2.2.3. Información mutua

La IM propuesta como medida de similitud para el RI fue publicada independientemente por Viola y Wells [29],[30], y Collignon y Maes [31],[32]. La IM es una medida que compara la dependencia estadística entre dos imágenes, la cual trabaja sobre los valores de los píxeles y realiza pequeñas hipótesis acerca de las propiedades de la superficie de los objetos o del procesado de imágenes [5]. Estadísticamente, la IM se entiende como la medida de la cantidad de información que una variable aleatoria  $X$  contiene acerca de otra variable aleatoria  $Y$  y está dada por,

$$IM(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y), \quad (2.3)$$

donde  $H(\cdot)$  se define como la Entropía de una variable aleatoria y  $H(\cdot, \cdot)$  representa la entropía conjunta de dos variables aleatorias (ver Apéndice A). La Entropía de una variable aleatoria está dada por la ecuación (2.4) y la conjunta en términos de la entropía

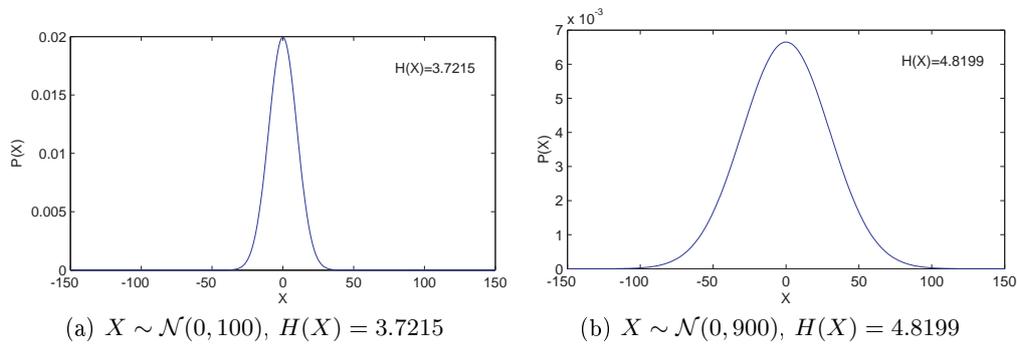
condicional por la ecuación (2.5),

$$H(X) = -E[\log P(X)] = - \sum_{x_i \in \Omega_X} \log(P(X = x_i))P(X = x_i), \quad (2.4)$$

$$H(X, Y) = H(X) - H(X|Y), \quad (2.5)$$

donde  $\Omega_X$  es el espacio muestral de la variable aleatoria  $X$ ,  $E[\cdot]$  es el valor esperado y  $P(\cdot)$  es la función de densidad de probabilidad (PDF por sus siglas en inglés) de una variable aleatoria.

Así mismo, la entropía de una variable aleatoria proporciona información de la “aleatoriedad” de dicha variable, por lo que a una varianza grande corresponde una alta entropía, (ver Figura 2.6).



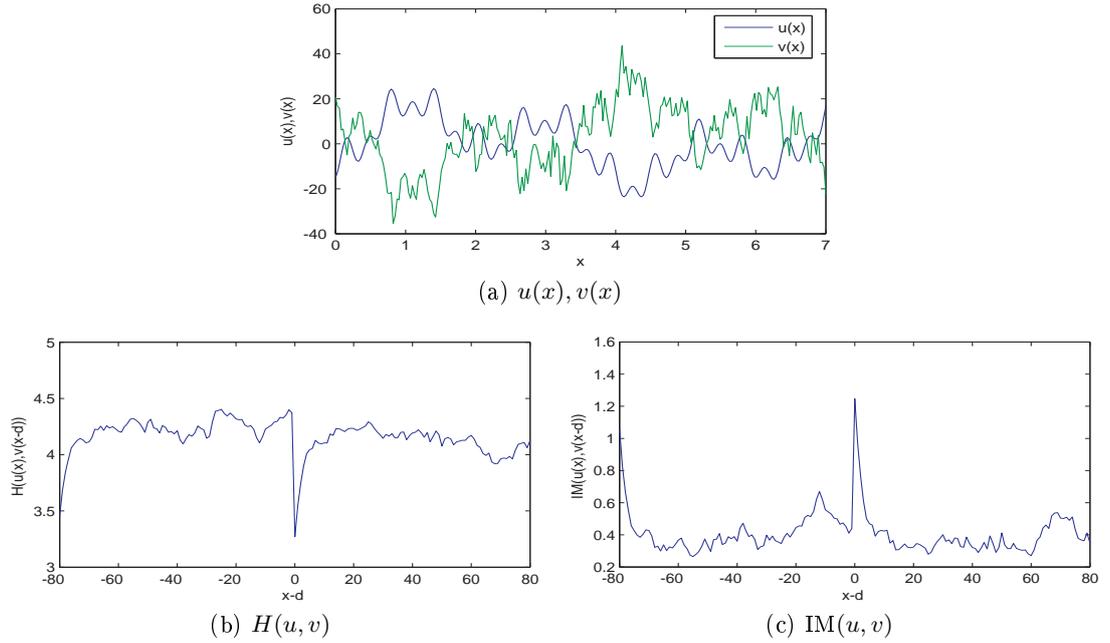
**Figura 2.6.** Ejemplos de entropía de una variable aleatoria.

Tanto para la entropía diferencial como para la discreta, la IM satisface las siguientes propiedades:

1. Simetría:  $IM(X, Y) = IM(Y, X)$ .
2.  $IM(X, Y) = 0 \leftrightarrow X$  y  $Y$  son independientes.
3. Límite:  $0 \leq IM(X, Y) \leq \min(IM(X, X), IM(Y, Y))$ .
4. Invarianza: Si  $T$  es un mapeo inyectivo, entonces  $IM(X, T(X)) = IM(X, X)$ . De forma más general, si  $S(X)$  es estadísticamente suficiente para  $X$  (contiene, en cierto sentido, toda la información acerca de la PDF a partir de la cual se ha generado la muestra), entonces  $IM(X, S(X)) = IM(X, X)$ .

Se puede decir que la IM se reduce a la incertidumbre de la variable aleatoria  $X$  dado que conocemos  $Y$  (ver ecuación (2.5)). Con esta interpretación, es posible conocer el límite inferior de la IM, que es 0 cuando  $X$  y  $Y$  son completamente independientes, propiedad 3. Nótese que si se toma  $Y$  como resultado de un mapeo inyectivo de  $X \mapsto Y$  (propiedad 4), también se tiene un límite superior para la IM que está dado por  $H(X)$ . La Figura 2.7 muestra la gráfica de la entropía conjunta y la IM entre dos señales  $u(x)$  y  $v(x)$  ( $v(x)$  es el negativo de  $u(x)$ , más un offset y escalada), ambas de 256 muestras, con valores de  $x \in [0, 2\pi]$  y a las cuales se les realizó un desfase de  $-80$  a  $80$  muestras para obtener las gráficas.

En el caso de las imágenes, la invarianza expresa que existe un mapeo inyectivo entre dos imágenes  $A$  y  $B$ , donde los valores en escala de gris de la imagen  $A$  pueden



**Figura 2.7.** Entropía conjunta e Información Mutua de dos señales,  $u(x) = 10\sin x - 10\cos 3x + 5\sin 10x - 5\cos 20x$  y  $v(x) = -(u(x) - 2) * 1.3 + \eta$ , donde  $\eta \sim \mathcal{N}(0, 4)$ .

ser expresados por un mapeo uno-a-uno a los valores en escala de gris de la imagen  $B$ . Debido a que la IM es un método basado en las propiedades estadísticas de las imágenes, resulta ser un método robusto con respecto a cambios en la iluminación y a las modalidades, resultando ser una medida de similitud adecuada para el registro multimodal.

No obstante, para realizar el cálculo de la IM entre dos variables aleatorias, es necesario contar con las PDF's marginales y conjunta, las cuales rara vez son conocidas analíticamente, por lo que se necesitan emplear métodos que puedan aproximar dichas PDF's previo al cómputo de la IM.

### Histograma de frecuencia acumulada

Un método muy utilizado para la estimación de una PDF es el de las Ventanas de Parzen [33]. Sin embargo, un método más sencillo para la estimación de una PDF es el basado en el Histograma de frecuencia acumulada, el cual resulta ser eficiente y fácil de implementar.

En el Histograma de frecuencia acumulada se divide el rango de la variable aleatoria  $X$  en  $k$  contenedores, y se cuenta la frecuencia con que cae una muestra en cada contenedor y finalmente se normalizan los valores. Matemáticamente la estimación de la PDF usando el Histograma de frecuencia acumulada está dada por la siguiente ecuación,

$$\hat{P}(X = x) = f(B_k), \forall x \in B_k, \quad (2.6)$$

donde  $B_k$  es el contenedor  $k$ -ésimo y  $f(B_k)$  es la frecuencia acumulada en el contenedor  $k$ -ésimo definida por

$$f(B_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma(x_i), \quad (2.7)$$

con la función  $\gamma(x)$  definida en la ecuación (2.8) y  $N$  es el número de muestras de la variable aleatoria.

$$\gamma(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in B_k. \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.8)$$

Para el caso de la PDF conjunta,

$$\hat{P}(X = x, Y = y) = f(B_{k,l}), \forall (x, y) \in B_{k,l}, \quad (2.9)$$

tal que

$$f(B_{k,l}) = \frac{1}{N \times M} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \gamma(x_i, y_j), \quad (2.10)$$

donde  $N$  y  $M$  son el número de muestras de las variables aleatorias y

$$\gamma(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } (x, y) \in B_{k,l}. \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.11)$$

En la Figura 2.8 se observan las PDF's marginales y conjunta estimadas de dos imágenes (una es el negativo de la otra), usando el método de Histograma de frecuencia acumulada con  $k = l = 16$  (256 contenedores).

## 2.3. Modelos de transformación

Recordando que el objetivo del RI consiste en encontrar los parámetros de un modelo de transformación  $T : (x, y) \mapsto (x', y')$ , con los cuales se obtenga el correcto alineamiento de la imagen candidata con la patrón, es crucial entonces conocer el modelo de transformación que se aplicará para lograr el alineamiento.

Así pues, los modelos de mapeos geométricos pueden dividirse de acuerdo a la cantidad de información de la imagen que es usada para soportarlos, en mapeos globales, locales y transformaciones densas.

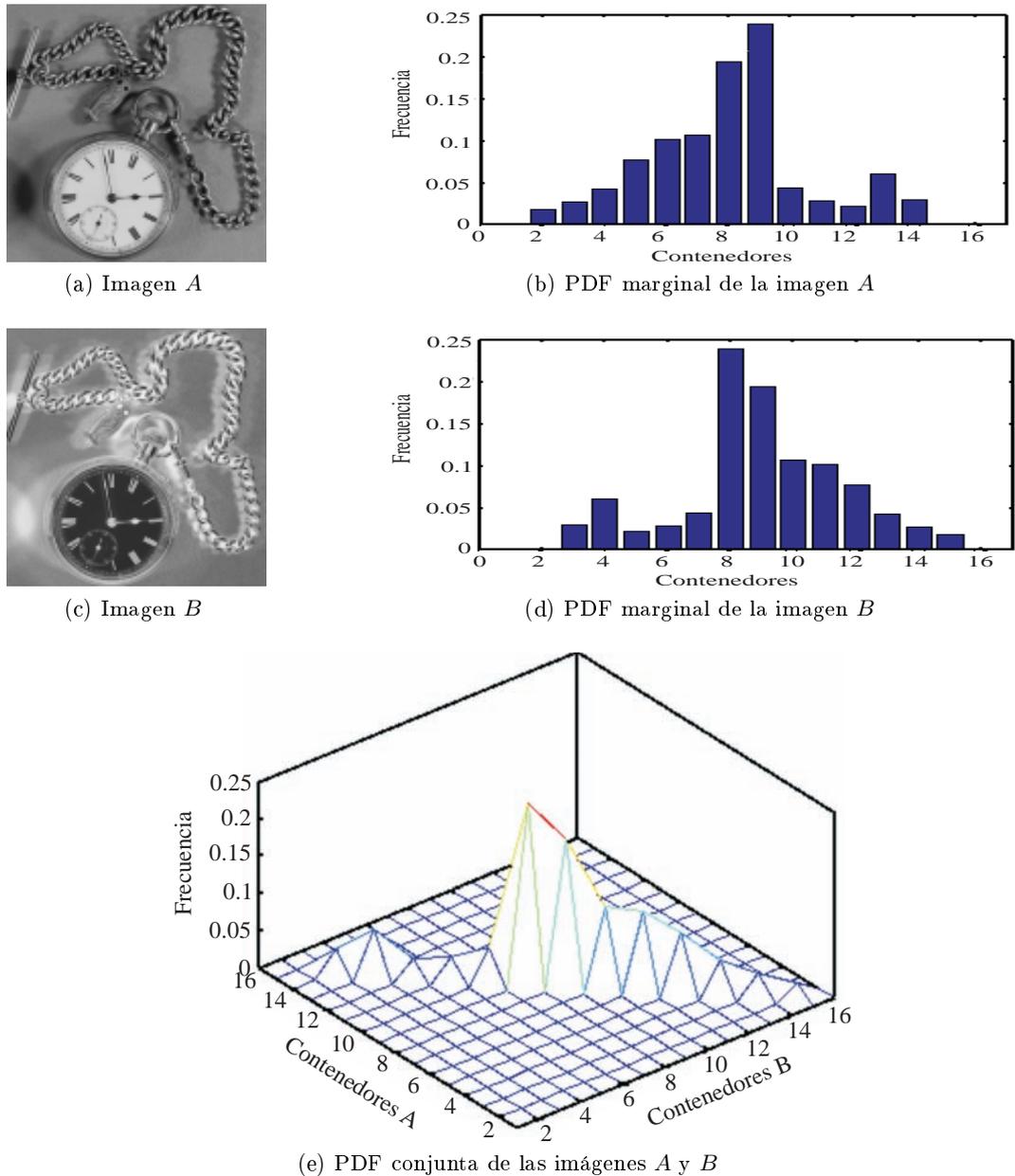
**Mapeos globales:** se basan en utilizar todos los puntos para estimar los parámetros del modelo que sean válidos para toda la imagen, ver Figura 2.9. Una de las transformaciones globales más usada en la literatura es la afín [2], dada por

$$T(x, y) = A \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

donde la matriz de transformación  $A$  es de tamaño  $3 \times 3$ , y se define como el producto de una matriz de rotación, una de escalamiento, una de cizallamiento y una de desplazamiento:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\text{sen } \phi & 0 \\ \text{sen } \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \gamma_x & 0 \\ \gamma_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda_x \cos \phi - \lambda_y \gamma_y \text{sen } \phi & \lambda_x \gamma_x \cos \phi - \lambda_y \text{sen } \phi & (d_x + \gamma_x d_y) \lambda_x \cos \phi - (d_y + \gamma_y d_x) \lambda_y \text{sen } \phi \\ \lambda_x \text{sen } \phi + \lambda_y \gamma_y \cos \phi & \lambda_x \gamma_x \text{sen } \phi + \lambda_y \cos \phi & (d_y + \gamma_y d_x) \lambda_y \cos \phi + (d_x + \gamma_x d_y) \lambda_x \text{sen } \phi \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



**Figura 2.8.** Ejemplos de PDF's marginales y conjunta estimadas de dos imágenes (una es el negativo de la otra), usando el método de Histograma de frecuencia acumulada.

donde  $\phi$  es un parámetro de rotación de una imagen con respecto a la otra,  $\lambda_x$ ,  $\gamma_x$  y  $d_x$  son los factores de escala, cizallamiento<sup>2</sup> y traslación para el eje  $x$ , respectivamente; y  $\lambda_y$ ,  $\gamma_y$  y  $d_y$  son los factores para el eje  $y$ . Este modelo mapea cualquier rombo en otro rombo, por lo que preserva las líneas rectas y el paralelismo de éstas.

**Mapeos locales:** un mapeo local trata a la imagen como una composición de regiones, y los parámetros de la transformación dependen de la ubicación de las regiones mismas. Esto conduce a un mosaico de la imagen, normalmente una triangulación,

<sup>2</sup>Cizalladura: deformación producida en un sólido por la acción de dos fuerzas opuestas, iguales y paralelas.

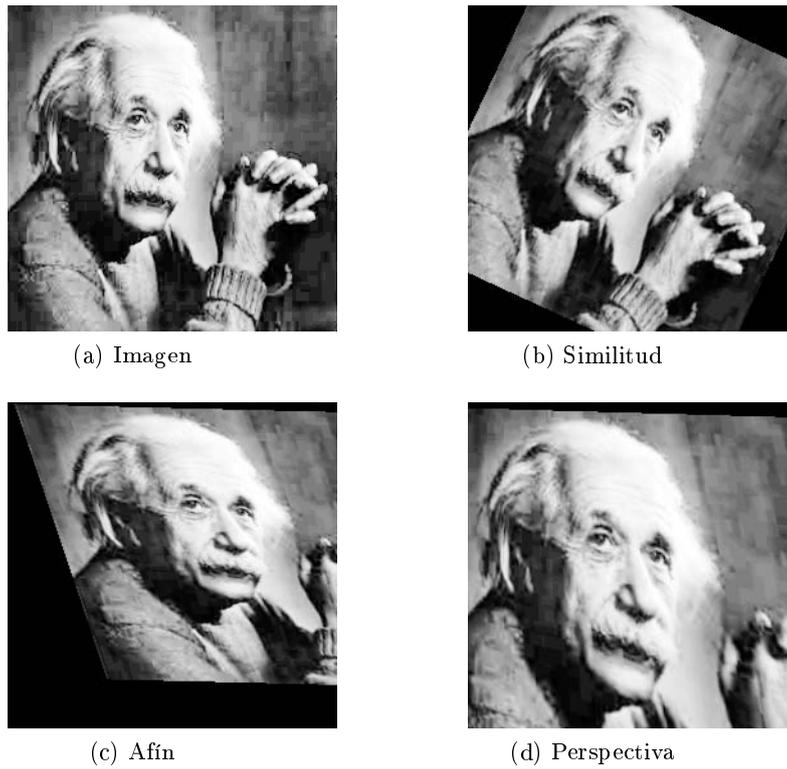


Figura 2.9. Ejemplos de transformaciones globales.



Figura 2.10. Ejemplos de transformaciones locales.

donde se definen los parámetros de la función de mapeo para cada región por separado (ver Figura 2.10).

**Transformación densa:** es cualquier transformación arbitraria donde cada pixel es mapeado independientemente, definida por un par de funciones  $f_1$  y  $f_2$ , continuas o discretas. El pixel  $(x, y)$  en la imagen original se mueve a la posición  $(f_1(x, y), f_2(x, y))$ . En la Figura 2.11 se muestran dos ejemplos de mapeos densos.

Cabe señalar que los mapeos geométricos van de los enteros a los reales  $T : \mathbb{Z}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ . Sin embargo, es bien sabido que en una imagen las coordenadas fraccionarias no existen; por lo que se debe de llevar a cabo a la par de la transformación un proceso de interpolación.

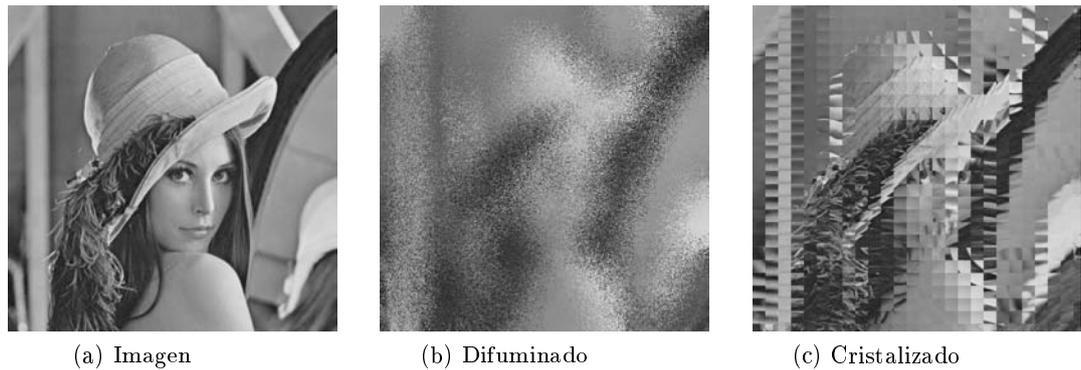


Figura 2.11. Ejemplos de transformaciones densas.

## 2.4. Interpolación

El proceso de interpolación es una parte crucial en cualquier esquema de registro, ya que define el comportamiento de la transformación cuando los datos no caen en un píxel [8]. En la interpolación se reconstruye una imagen discreta  $I(i, j)$ ,  $i, j \in \mathbb{Z}$  a partir de una continua  $I(x, y)$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ , donde las amplitudes de las posiciones  $(i, j)$  pueden ser estimadas a partir de sus vecinos continuos.

Entonces, este paso es realizado por medio de una convolución con un kernel de interpolación, usualmente simétrico y separable para reducir el costo computacional realizando convoluciones en 1D. Entre los kernels de interpolación recurridos en la literatura se encuentran: vecinos más cercanos (NN), bilineal y bicúbica (ver Figura 2.12) [2].

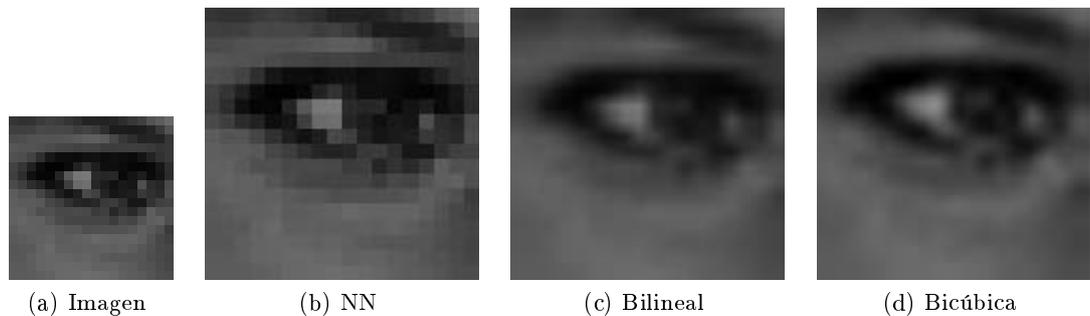


Figura 2.12. Ejemplos de interpolaciones.

El remuestreo es el paso final de la metodología general para el RI, pero una vez finalizado el registro por cualquier método, es importante saber la calidad de los resultados que se obtienen. Esto no resulta ser una tarea fácil, ya que determinar si un registro es correcto o no depende de la aplicación en específico que se le esté dando al proceso.

## 2.5. Evaluación de la precisión del registro

El evaluar la precisión del registro no es un problema trivial, ya que es difícil distinguir entre un registro impreciso y las diferencias físicas de las imágenes [6], sobre todo cuando se trata de un registro multimodal, por lo que distintos enfoques se han propuesto en

la literatura [4]:

- **Localización del error:** establecidos puntos en común, entre la imagen patrón y la candidata, si ocurre algún registro incorrecto se mide el desplazamiento que existe entre estos puntos. Es la distancia que existe entre el punto mal registrado con el punto correspondiente en la otra imagen.
- **Emparejamiento de error:** es el número de desaciertos que tiene el registro cuando se establece la correspondencia entre puntos en común de la imagen patrón con la candidata.
- **Error de alineamiento:** es la diferencia numérica entre los parámetros del modelo obtenido por el registro, y el modelo conocido aplicado a la imagen patrón, para distorsionarla geoméricamente y obtener la imagen candidata. Un simple error cuadrático puede ser empleado para cuantificar el desempeño.
- **Comparativo:** la imagen registrada con el método en investigación, es comparada con la misma imagen registrada por otro método conocido.

Al final, un registro correcto se sigue definiendo por la aplicación en específico del proceso, por lo que no existe un estándar para medir el error en las tareas de registro.

## 2.6. Solución al problema de registro de imágenes

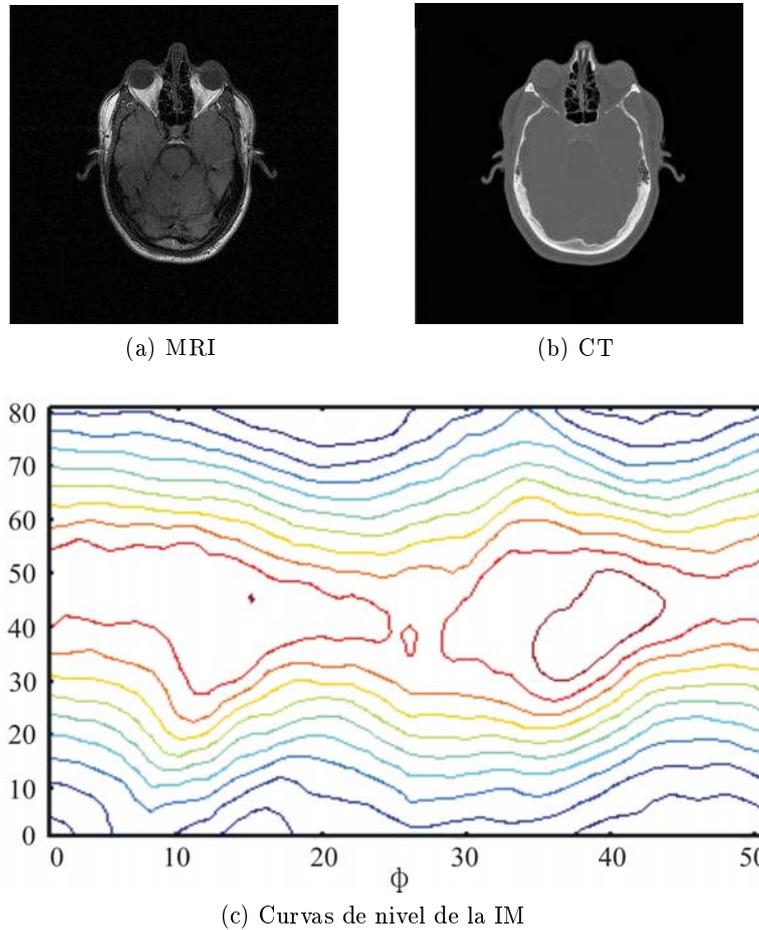
Como se ha mencionado con anterioridad, el objetivo principal del registro rígido de imágenes es el encontrar los parámetros de un modelo de transformación que logren el correcto alineamiento entre dos imágenes. La solución más apropiada para este problema se encuentra en el uso de métodos de optimización, con el objetivo de obtener los parámetros con cierto criterio de optimalidad.

### 2.6.1. Métodos de optimización

Estableciendo una medida de similitud, como la IM mencionada en la sección 2.2.3, es posible emplear métodos de optimización para minimizar o maximizar, según sea el caso, dicha medida; esto con base a un proceso iterativo de la búsqueda de los parámetros óptimos de alguna transformación (ej. el modelo afín de la ecuación (2.12)).

Asumiendo que la función de costo, dada por la medida de similitud, es continua y no lineal, se pueden utilizar algoritmos basados en el Gradiente conjugado (Fletcher-Reeves, Polak-Ribiere, etc.) o métodos de Quasi-Newton (BFGS, SR1, etc.), detallados en [34], para realizar la búsqueda de los parámetros de la transformación que logren el alineamiento entre dos imágenes. Sin embargo, en muchas ocasiones dichos métodos necesitan hacer aproximaciones lineales de la función de costo (Ej. expansión de Taylor de 1<sup>er</sup> orden) [35], lo que afecta en gran medida la calidad del resultado. Además, estas técnicas de optimización son muy susceptibles a quedar atrapadas en mínimos locales y complicadas de implementar, y aún más, cuando la función resulta ser altamente no lineal.

Por otra parte, la IM es una función no convexa presentando grandes dificultades para ser optimizada, debido a la gran cantidad de máximos locales que pueden ser encontrados, ver Figura 2.13.



**Figura 2.13.** Ejemplo de curvas de nivel de la IM entre dos imágenes variando la rotación  $\phi$  y el desplazamiento  $d$ .

Por lo anterior, resulta claro que el problema de optimizar la IM para el RI no es sencillo si es abordado con métodos de optimización tradicional, resultando válido el resolver el problema desde otros enfoques.



## Capítulo 3

# Teoría del filtro de partículas aplicada al problema de registro de imágenes

Dado el siguiente modelo de observación entre dos imágenes,

$$F(I_2(T_\theta(x, y))) = I_1(x, y) + \eta(x, y), \quad (3.1)$$

donde  $F(\cdot)$  denota un mapeo de intensidades en la escala de grises de las imágenes,  $T_\theta$  una transformación afín en (2.12) con vector de parámetros  $\theta$ , y  $\eta(x, y)$  representa muestras de ruido independiente e idénticamente distribuido (*i.i.d.*); es posible utilizar la IM como métrica para resolver el problema de RI.

Así pues, tomando la IM como medida de similitud entre dos imágenes  $I_1$  e  $I_2$  (patrón y candidata), el objetivo de un algoritmo de registro rígido consiste en estimar el vector de parámetros  $\theta$  que maximice la IM entre las dos imágenes,

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \text{IM}(I_1(x, y), I_2(T_\theta(x, y))). \quad (3.2)$$

Resulta fácil apreciar que la función objetivo (3.2) es altamente no lineal, y su solución requiere el uso de métodos complejos de optimización [34],[35]; y es en el como maximizar dicha función, en donde difieren la mayoría de las técnicas de registro multimodal [3],[4],[6].

Por otro lado, un enfoque desde el cual se puede tratar de solucionar el problema de optimización, que presenta la ecuación (3.2), es el caracterizar la búsqueda de los parámetros por medio de un modelo dinámico discreto de un camino aleatorio:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + v_{k-1}, \quad (3.3)$$

con una medición de salida dada por

$$z_k = \text{IM}(I_1(x, y), I_2(T_\theta(x, y))) + w_k, \quad (3.4)$$

donde  $k$  es el índice del tiempo,  $v_{k-1}$  y  $w_k$  representan muestras de ruido *i.i.d.*.

Como resultado, los parámetros del sistema dinámico puede ser obtenidos usando técnicas no lineales de estimación, y de esta forma resolver el problema de optimización

(3.2). Sin embargo, la mayor parte de estos métodos de estimación están basados en una linealización del problema, por ejemplo el Filtro Extendido de Kalman. Además, es bien sabido [36] que dichas técnicas ofrecen un bajo desempeño en la solución de problemas no lineales. Por otra parte, el problema puede ser enmarcado desde un punto de vista probabilístico, tratando de estimar la distribución *a priori* de los parámetros de la transformación, usando por ejemplo la Estimación Bayesiana [37],[38],[39],[40],[41].

### 3.1. Estimación Bayesiana

Partiendo de que se tiene un sistema no lineal descrito por la ecuación de estado

$$\theta_k = f_k(\theta_{k-1}, v_{k-1}), \quad (3.5)$$

y la medición de salida

$$z_k = h_k(\theta_k, w_k), \quad (3.6)$$

donde  $f_k(\cdot)$  y  $h_k(\cdot)$  son funciones, posiblemente no lineales,  $\theta_k$  es el estado,  $z_k$  es la medición al tiempo  $k$ , y  $v_k$  y  $w_k$  son muestras de ruido *i.i.d.*, el objetivo del estimador Bayesiano consiste en aproximar de forma recursiva la distribución de la probabilidad *a posteriori* de  $\theta_k$  basado en el vector de mediciones  $Z_{1:k} = \{z_i, i = 1, \dots, k\}$ , es decir  $P(\theta_k|Z_{1:k})$ . Para esto, en principio, es necesario encontrar la PDF *a priori* del estado dadas las mediciones al tiempo  $k - 1$ , esto es

$$\begin{aligned} P(\theta_k|Z_{1:k-1}) &= \int P[(\theta_k, \theta_{k-1})|Z_{1:k-1}] d\theta_{k-1} \\ &= \int P[\theta_k|(\theta_{k-1}, Z_{1:k-1})] P(\theta_{k-1}|Z_{1:k-1}) d\theta_{k-1}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Así mismo, tomando la descripción del sistema en la ecuación (3.5), se puede observar que el estado  $\theta_k$  es solamente determinado por el estado  $\theta_{k-1}$  y la muestra de ruido  $v_{k-1}$  del tiempo anterior.  $P[\theta_k|(\theta_{k-1}, Z_{1:k-1})] = P(\theta_k|\theta_{k-1})$ , de donde se obtiene la ecuación de Chapman–Kolmogorov,

$$P(\theta_k|Z_{1:k-1}) = \int P(\theta_k|\theta_{k-1}) P(\theta_{k-1}|Z_{1:k-1}) d\theta_{k-1}. \quad (3.8)$$

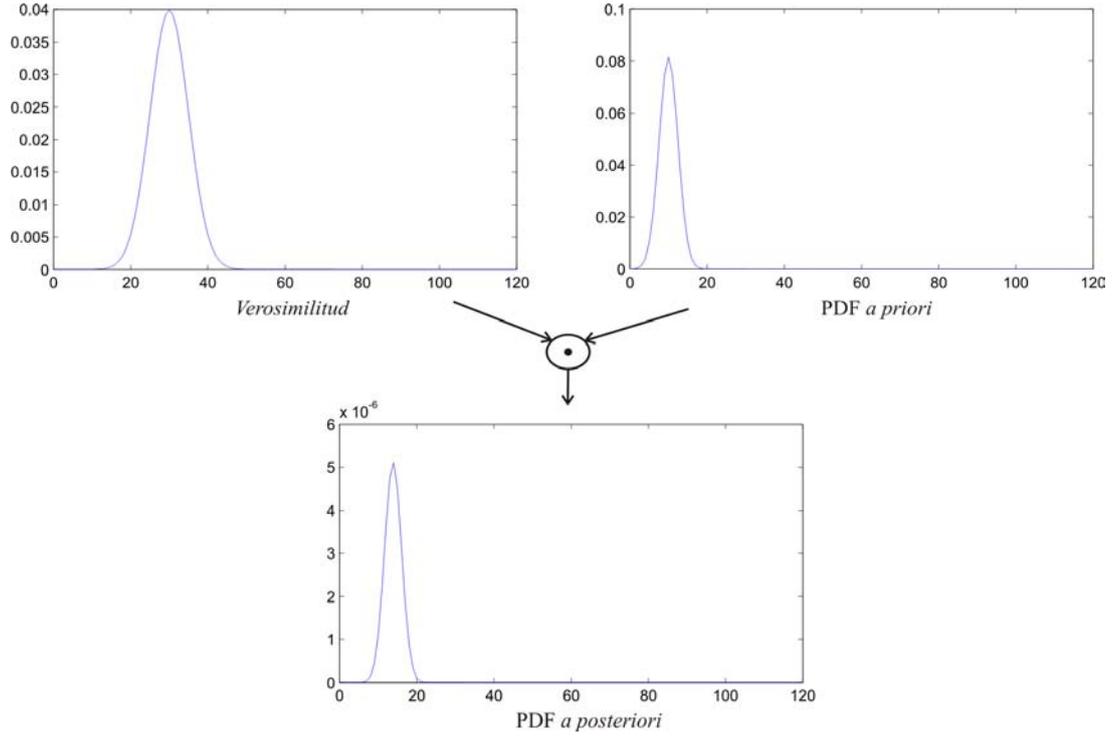
Nótese que en la ecuación (3.8), la PDF del lado derecho es la distribución del estado al tiempo  $k$  para un específico estado al tiempo  $k - 1$ , y observe que la segunda PDF puede ser obtenida de manera recursiva a partir de las condiciones iniciales del sistema,  $P(\theta_0|z_0) \equiv P(\theta_0)$ . Además, al tiempo  $k$  la medición  $z_k$  está disponible, de este modo es posible predecir la probabilidad condicional *a posteriori* (actualizar estado) basándose en el teorema de Bayes,

$$P(\theta_k|Z_{1:k}) = \frac{P(z_k|\theta_k)P(\theta_k|Z_{1:k-1})}{P(z_k|Z_{1:k-1})}, \quad (3.9)$$

donde  $P(z_k|Z_{1:k-1})$  es una constante de normalización, dada por

$$P(z_k|Z_{1:k-1}) = \int P(z_k|\theta_k) P(\theta_k|Z_{1:k-1}) d\theta_k. \quad (3.10)$$

Es posible observar que las ecuaciones (3.9) y (3.10) dependen de la *verosimilitud*  $P(z_k|\theta_k)$ , en función de la medición. Además, en la ecuación (3.9) se puede apreciar



**Figura 3.1.** Ejemplo de como la información *a priori* es aprovechada en la estimación Bayesiana, para obtener una mejor aproximación de la densidad *a posteriori*.

como la *verosimilitud* es aprovechada para modificar la densidad *a priori* y de esta forma es posible obtener una mejor aproximación de la densidad *a posteriori* del estado actual, como en el ejemplo mostrado en la Figura 3.1.

Así las ecuaciones (3.8) y (3.9) son la base para la estimación Bayesiana por medio de un algoritmo recursivo [36], que puede resumirse en los pasos que se muestran a continuación:

1. Asumir una estructura dinámica para la ecuación de estado y la medición (ecuaciones (3.5) y (3.6)).
2. Asumir que la PDF para el estado inicial  $P(\theta_0)$  es conocida, y se utiliza para inicializar el estimador:

$$P(\theta_0|z_0) = P(\theta_0). \quad (3.11)$$

3. Para  $k = 1, 2, \dots$ , calcular lo siguiente,

- a) Obtener la distribución *a priori* con la ecuación (3.8).
- b) Calcular la distribución *a posteriori* empleando las ecuaciones (3.9) y (3.10).

$$P(\theta_k|Z_{1:k}) = \frac{P(z_k|\theta_k)P(\theta_k|Z_{1:k-1})}{\int P(z_k|\theta_k)P(\theta_k|Z_{1:k-1})d\theta_k}. \quad (3.12)$$

Sin embargo, esta solución conceptual, en la mayoría de los casos, no puede ser determinada analíticamente, sobre todo cuando  $f(\cdot)$  y/o  $h(\cdot)$  resultan ser funciones no lineales. Por otro lado, un método que ha probado ser eficiente en la estimación de

parámetros de un sistema dinámico, basado en la teoría de la estimación Bayesiana es el Filtro de Partículas [36],[42], el cual se detalla en la siguiente sección.

### 3.2. Filtro de Partículas

El Filtro de Partículas (FP) es una técnica que se basa en un filtrado Bayesiano recursivo por simulaciones Monte Carlo [42]. La idea principal del FP radica en buscar una aproximación de la distribución *a posteriori*  $P(\theta_k|Z_{1:k})$ , por medio de un conjunto de puntos de prueba  $\theta_k^i$  (partículas) con pesos asociados  $\{\theta_k^i, W_k^i\}_{i=1}^{N_s}$ , tal que  $\sum_{i=1}^{N_s} W_k^i = 1 \quad \forall k$ .

En términos generales, el FP es un proceso iterativo que se encuentra compuesto principalmente por dos etapas [43]:

1. **Etapla de predicción:** en esta etapa se actualiza la ubicación de cada partícula modificándola de acuerdo a la ecuación de estado (3.4), realizando una propagación recursiva de las partículas junto con sus pesos para generar nuevas partículas al tiempo  $k$ . Un problema muy común en esta paso es el fenómeno conocido como problema de *Degeneración* en los pesos, donde después de algunas iteraciones, todas las partículas excepto una, tienen pesos despreciables (cerca de cero) [42]. Sin embargo, es posible solucionar este problema realizando un *remuestreo* de las partículas (Algoritmo 1), con el fin de seleccionar sólo las más aptas para ser propagadas, eliminando las partículas con pesos pequeños y concentrándose en las de pesos grandes; esto es, las mejores partículas del tiempo  $k - 1$  son usadas para obtener las nuevas partículas al tiempo  $k$ .
2. **Etapla de actualización:** los pesos son actualizados usando la función de *verosimilitud*  $P(z_k|\theta_k)$ , definida por el modelo de la medición (3.4), con la finalidad de obtener muestras representativas de la densidad *a posteriori*  $P(\theta_k|Z_{1:k})$  [36].

Finalmente, si  $k \rightarrow \infty$ , la distribución de la densidad *a posteriori* (pesos), se aproxima a la verdadera PDF, y es fácil obtener el estimado (MAP, MMSE, MAVE [44]), por ejemplo el MMSE:

$$\hat{\theta}_k = E[\theta_k|z_k] = \sum_{i=1}^{N_s} \theta_k^i W_k^i. \quad (3.13)$$

### 3.3. Implementación del Filtro de Partículas para el Registro de Imágenes

Asumiendo la medición dada por la ecuación (3.4) y usando una transformación geométrica afín  $T_\theta(\cdot)$  (ecuación (2.12)), podemos adaptar el método del FP para resolver el problema del RI, tomando como vector de variables de estado

$$\theta = [\phi, \lambda_x, \lambda_y, \gamma_x, \gamma_y, d_x, d_y]^T, \quad (3.14)$$

y definiendo un vector de muestras de ruido *i.i.d.*

$$v = [v^\phi, v^{\lambda_x}, v^{\lambda_y}, v^{\gamma_x}, v^{\gamma_y}, v^{d_x}, v^{d_y}]^T, \quad (3.15)$$

---

**Algoritmo 1** Remuestreo

---

$$\left[ \{\theta_k^i, W_k^i\}_{i=1}^{N_s} \right] = \mathbf{Remuestreo} \left( \{\theta_k^j, W_k^j\}_{j=1}^{N_s} \right)$$

**Definir**  $c_1 = W_k^1$

**Para**  $j = 2, \dots, N_s$

$$c_j = c_{j-1} + W_k^j$$

**Terminar**

**Para**  $i = 1, \dots, N_s$

**Generar un número aleatorio**  $r \sim \mathcal{U}[0, 1]$

**Encontrar el índice**  $j$  tal que  $c_j \geq r$ , entonces

$$\theta_k^i = \theta_k^j$$

$$W_k^i = \frac{1}{N_s}$$

**Terminar**

---

\*  $N_s$  es el número de partículas y  $\mathcal{U}[0, 1]$  representa una distribución uniforme en el intervalo cerrado  $[0, 1]$ .

---

generado a partir de una distribución Normal con media cero y matriz de covarianza dada por

$$\Sigma_v = \text{diag} \left( \sigma_\phi^2, \sigma_{\lambda_x}^2, \sigma_{\lambda_y}^2, \sigma_{\gamma_x}^2, \sigma_{\gamma_y}^2, \sigma_{d_x}^2, \sigma_{d_y}^2 \right). \quad (3.16)$$

Entonces, si  $I_2$  es el resultado de un mapeo de intensidades uno-a-uno de  $I_1$ ,  $I_2 = F(I_1)$ , por las propiedades 3 y 4 de la IM, sabemos que ésta estará limitada por  $0 \leq IM(I_1, F(I_1)) \leq H(I_1)$ ; de tal forma es posible tomar como función de verosimilitud

$$P(z|\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[H(I_1(x, y)) - IM(I_1(x, y), I_2(T_\theta(x, y)))]^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (3.17)$$

para una varianza conocida de ruido en la medición, dada por  $\sigma^2 > 0$ , y un vector de parámetros  $\theta$  de la transformación afín. Cabe señalar que el máximo de (3.17) ocurre cuando  $I_1(x, y) = F(I_2(T_\theta(x, y)))$ . Con la finalidad de acelerar el computo del registro, se evalúa la verosimilitud sólo sobre un conjunto de  $m$  pixeles equiespaciados  $(x, y) \in C$  en la imagen  $I_1$  e  $I_2$ , donde  $C = \{(x_i, y_i) : i = 1, \dots, m\}$ .

### 3.3.1. Algoritmo: Registro Rígido de Imágenes Guiado por Filtro de Partículas

Dados los valores iniciales de los parámetros  $\theta_0$  y la matriz inicial de covarianza  $\Sigma_{v_0}$  para generar la primera población de partículas, entonces se realiza el siguiente proceso iterativo:

1. Generar  $N_s$  partículas para el tiempo  $k = 1$ , perturbando el vector inicial de estado (3.3),

$$\theta_1^i = \theta_0 + v_0^i, \quad i = 1, \dots, N_s,$$

con  $v_0^i \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_{v_0})$ , y obtener el peso normalizado asociado para cada partícula usando la verosimilitud  $W_1^i = P(z_1^i|\theta_1^i)$ .

2. Realizar el *remuestreo* de las partículas de acuerdo al Algoritmo 1,  $\left[ \{\theta_k^i, W_k^i\}_{i=1}^{N_s} \right] = \mathbf{Remuestreo} \left( \{\theta_k^j, W_k^j\}_{j=1}^{N_s} \right)$ .

3. Incrementar  $k$  en 1; reducir las varianzas de las perturbaciones,  $\Sigma_{v_k} = \beta_k \Sigma_{v_{k-1}}$ , con  $0 < \beta_k < 1$ , con la finalidad de disminuir gradualmente la variabilidad en el proceso de optimización.
4. Obtener un nuevo conjunto de  $N_s$  partículas al tiempo  $k$  (Etapa de predicción), de acuerdo a:  $\theta_k^i = \theta_{k-1}^i + v_{k-1}^i$ , con  $v_{k-1}^i \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_{v_k})$ .
5. Para cada partícula  $\theta_k^i$ , calcular el peso normalizado correspondiente  $W_k^i = P(z_k^i | \theta_k^i)$  (Etapa de actualización).
6. Si  $\|\Sigma_{v_k}\| < \epsilon$ , donde  $\epsilon \approx 0$ , ir al paso 7. Si no, regresar al paso 2.
7. Finalmente, podemos evaluar la media de las partículas y obtener un estimado de los parámetros de la transformación afín:

$$\hat{\theta}_k = E[\theta_k | z_k] = \sum_{i=1}^{N_s} W_k^i \theta_k^i \quad (3.18)$$

En el algoritmo previo  $\mathcal{N}(0, \Sigma_{v_k})$  representa una distribución Normal y sus argumentos denotan la media y la matriz de covarianza, respectivamente; el diagrama de bloques del algoritmo se muestra en la Figura 3.2.

### 3.4. Detalles de implementación

Una vez implementado el algoritmo, para llevar a cabo los experimentos se generaron transformaciones sintéticas afines aleatorias, y las matrices de dichas transformaciones se aplicaron a una de las imágenes de un par, previamente alineadas. Después, se empleó el algoritmo de RI basado en el FP para registrarlas. De esta manera, se podría evaluar de forma precisa el desempeño del método de registro. Los valores de los parámetros del algoritmo que fueron seleccionados para su implementación, son los siguientes:

- Número de partículas  $N_s = 100$ .
- Umbral de convergencia  $\epsilon = 10^{-9}$ .
- Factor de reducción de las varianzas de las perturbaciones, en la iteración  $k = 1$ ,  $\beta_1 = 0.25$ ; y  $\beta_{2:\infty} = 0.9617$  para el resto de las iteraciones  $k = 2, 3, \dots$ ,
- Varianza del ruido en la medición  $\sigma^2 = 0.2$ .
- Vector inicial de estado  $\theta_0 = [0, 1, 1, 0, 0, 0]^T$  para  $(\phi, \lambda_x, \lambda_y, \gamma_x, \gamma_y, d_x, d_y)$ , respectivamente.
- Para un par de imágenes de tamaño  $M \times N$ ,
  - El conjunto  $C$  está compuesto por  $m = \lfloor \frac{M}{8} \rfloor \times \lfloor \frac{N}{8} \rfloor$  pixeles.
  - La matriz de covarianza inicial de las perturbaciones está dada por  $\Sigma_{v_0} = \text{diag}(25, 15.625 \times 10^{-3}, 15.625 \times 10^{-3}, 15.625 \times 10^{-3}, 15.625 \times 10^{-3}, \frac{M^2}{64}, \frac{N^2}{64})$  para  $(v^\phi, v^{\lambda_x}, v^{\lambda_y}, v^{\gamma_x}, v^{\gamma_y}, v^{d_x}, v^{d_y})$ , respectivamente.

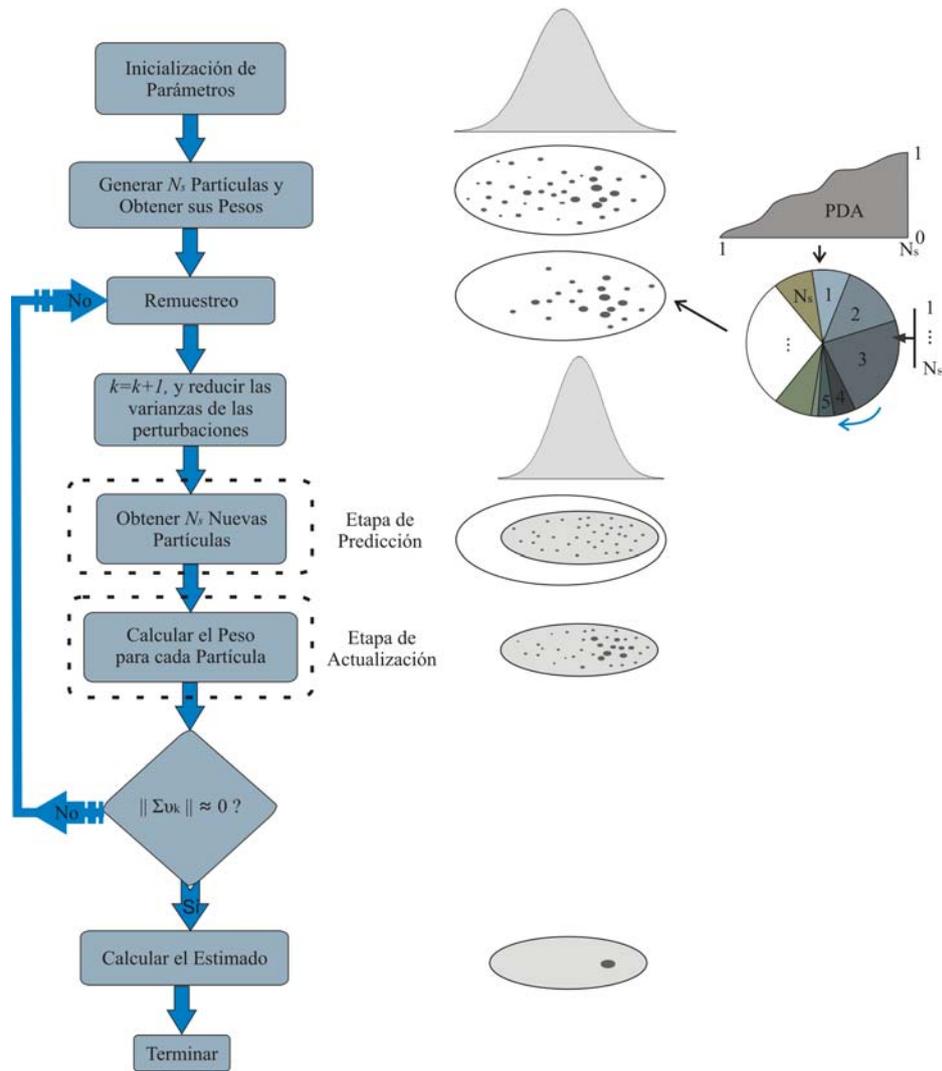
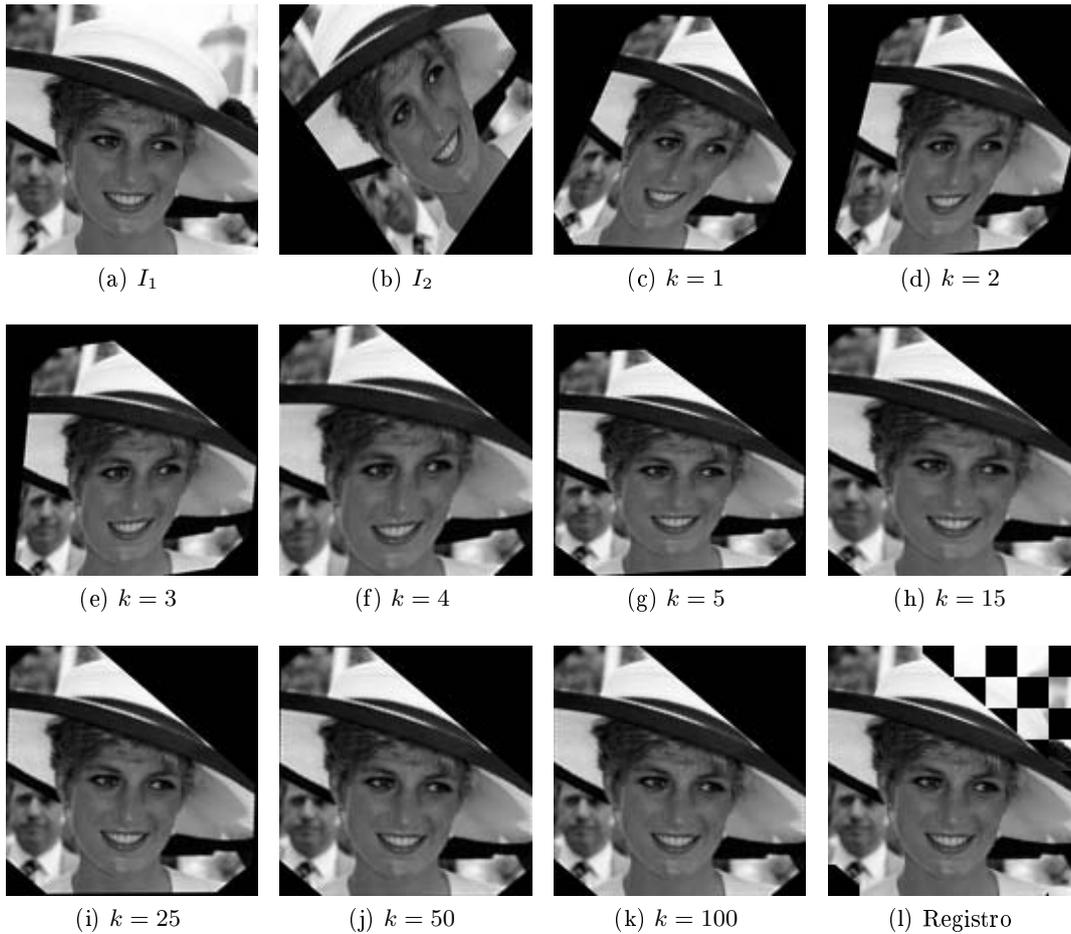


Figura 3.2. Diagrama de bloques del algoritmo de RI basado en el FP.

Estos valores fueron seleccionados con base a prueba y error durante las evaluaciones realizadas para caracterizar los parámetros del algoritmo, logrando con los valores que anteriormente se enlistaron un mejor desempeño de la implementación. Una interpolación bilineal fue empleada para estimar las coordenadas de los píxeles que caen en coordenadas no enteras después de aplicar la transformación Afín. El algoritmo se programó en lenguaje C++ sobre una plataforma AMD doble núcleo a 2.1 GHz, con 4 Gb en memoria RAM y sistema operativo Linux (Ubuntu 9.10).

Como se ha mencionado con anterioridad, el método de RI basado en el FP es un algoritmo iterativo. La Figura 3.3 muestra un ejemplo de las estimaciones del método en cada iteración, durante un registro realizado entre dos imágenes unimodales, así como una vista en tablero de ajedrez en la subfigura 3.3.(1) de las dos imágenes alineadas, para apreciar mejor los detalles del registro.

Una ventaja importante de maximizar la IM, es que establece al menos una equivalencia entre las intensidades de la imagen  $I_2$  transformada, a los valores de  $I_1$  (ver Figura 3.4). Por lo que el objetivo principal de utilizar la IM como medida de similitud en el registro, es poder llevar a cabo comparaciones entre imágenes multimodales. La



**Figura 3.3.** Ejemplo de la evolución del estimado en el tiempo del algoritmo de registro basado en el FP, para un registro con una transformación sintética (imágenes unimodales de  $128 \times 128$  píxeles).

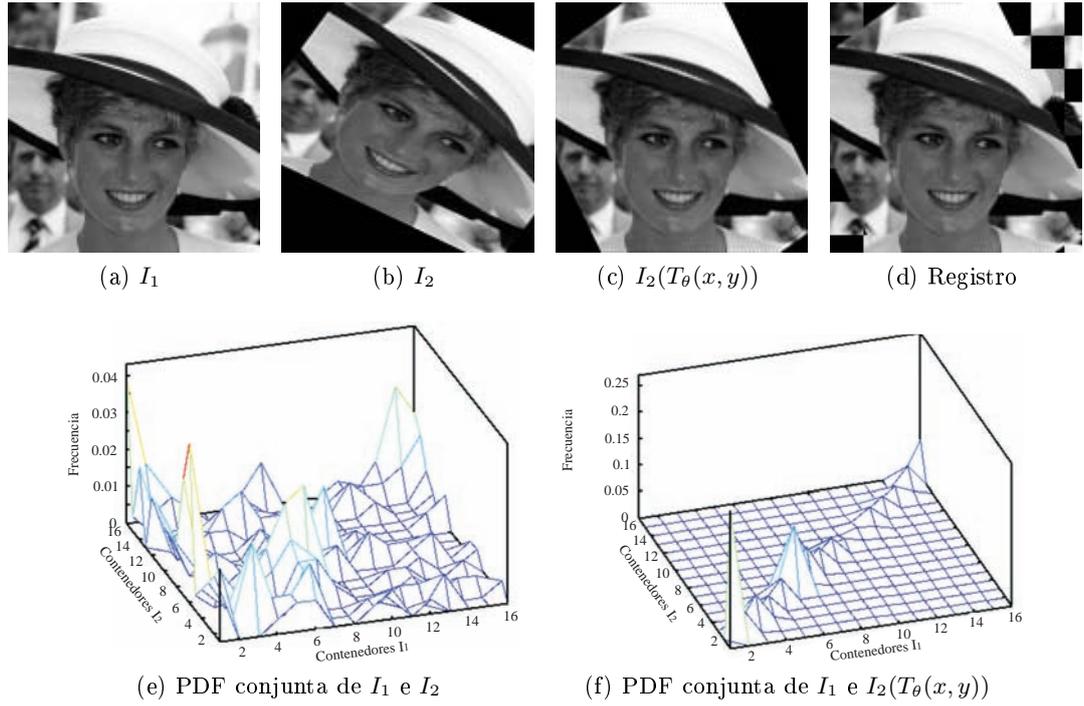
Figura 3.5 muestra el registro de dos imágenes multimodales, MRI T1 (una MRI está potenciada T1 cuando la grasa aparece hiperintensa y los líquidos aparecen hipointensos. Su imagen es directamente proporcional a la liberación de energía de los núcleos de Hidrógeno [45]) y T2 (una MRI está potenciada T2, cuando el agua libre aparece hiperintensa. Su imagen es directamente proporcional a la frecuencia con que los núcleos de Hidrógeno liberan su energía [45]), en corte axial tomadas de [29]; así como la correspondencia uno-a-uno en la escala de grises entre ambas, lograda al maximizar la IM usando la implementación del registro basado en el FP.

Por otra parte, analizando las ecuaciones (2.13) y (3.14), es posible observar que la transformación afín depende de hasta siete parámetros (sección 2.3), pero estos se combinan para definir sólo seis elementos en la matriz de transformación  $A$  (ecuación 2.12). En consecuencia, el mapeo  $\theta \mapsto A$  es no inyectivo, por ejemplo: dados los valores del vector de parámetros de una transformación Afín

$$\theta = [-0.35, -10, 15, 1.12, 0.91, 0.1, 0.1]^T, \quad (3.19)$$

se obtiene la matriz de transformación

$$A = \begin{bmatrix} 1.0213 & -0.2059 & 43.7520 \\ -0.3762 & 0.8934 & -54.1460 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$



**Figura 3.4.** Ejemplo de registro de dos imágenes unimodales mostrando la correspondencia uno-a-uno, en la escala de grises, lograda usando el algoritmo de registro basado en el FP (imágenes de  $128 \times 128$  píxeles).

Aplicando la matriz de transformación anterior a una imagen y realizando el registro de la imagen transformada con la original, usando la implementación de RI guiado por FP, se obtuvo el siguiente vector de parámetros estimado:

$$\hat{\theta} = [0.0937, 17.7620, -57.2240, 1.0612, 0.9094, -0.1153, 0.4080]^T, \quad (3.21)$$

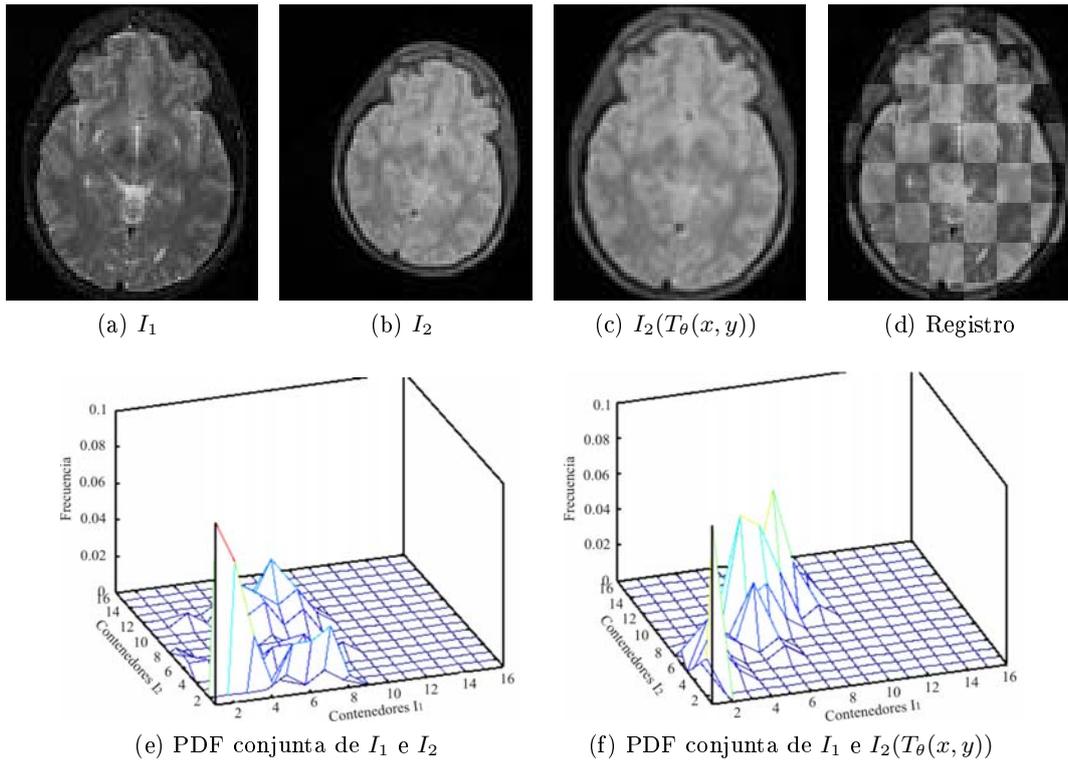
con el cual se obtiene la matriz de transformación

$$A = \begin{bmatrix} 1.0218 & -0.2069 & 43.7601 \\ -0.4687 & 0.8940 & -54.2450 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

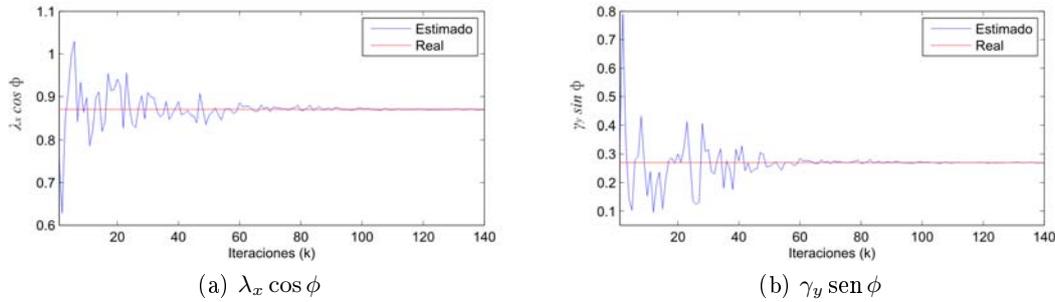
Se puede apreciar que el vector de parámetros reales aplicado, es muy distinto al estimado, (3.19) y (3.21). Sin embargo, las matrices de transformación, (3.20) y (3.22) son muy parecidas entre si, por lo que se obtiene un registro correcto (ver Figura 3.6).

Por esta razón, con el fin de realizar una evaluación del error de convergencia los parámetros de cizallamiento fueron puestos en cero, obteniendo la matriz identidad en la matriz de cizallamiento (ver ecuación 2.13); de tal forma que la matriz de transformación  $A$  está caracterizada solamente por los cinco parámetros restantes, y entonces cada vector de parámetros  $\theta$  define una matriz de transformación única. En la Figura 3.7 se muestra como una vez puestos los cizallamientos en cero, el resto de los parámetros tienden al valor de la transformación original.

Una vez que se cuenta con una solución única para cada matriz de transformación, es necesaria una medida para el error. Como medida de precisión se tomó el “True Relative Mean Error” (TRME) empleado en [7], ya que dicha función de error tiene una ventaja al tomar en cuenta las escalas de las cantidades a evaluar (ver Figura 3.8). El TRME



**Figura 3.5.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales MRI T2 y T1 en corte axial, mostrando la correspondencia uno-a-uno, en la escala de grises, lograda usando el algoritmo de registro basado en el FP (imágenes de  $82 \times 97$  píxeles).



**Figura 3.6.** Ejemplo de la gráfica de convergencia en el tiempo de dos elementos de la matriz de transformación.

para 5 parámetros se calcula como:

$$TRME = \frac{\sum_{i=1}^5 \left| \frac{\theta_i^* - \hat{\theta}_i}{\theta_i^*} \right|}{5}, \quad (3.23)$$

donde  $\theta_i^*$  corresponde al  $k$ -ésimo valor verdadero del parámetro y  $\hat{\theta}_i$  al valor estimado por el algoritmo.

**Ejemplo:** Dado el vector de parámetros de una transformación afín

$$\theta = [-0.5236, -10, -5, 0.9, 0.9, 0, 0]^T,$$

y aplicando la matriz de transformación resultante a una imagen y llevando a cabo el registro de éstas, se obtuvo el siguiente vector de parámetros estimado:

$$\hat{\theta} = [-0.5225, -9.9644, -4.9016, 0.8998, 0.8994, 0, 0]^T,$$

lo que resulta en un TRME = 0.0075, es decir, un error menor al 0.8 % en la estimación.

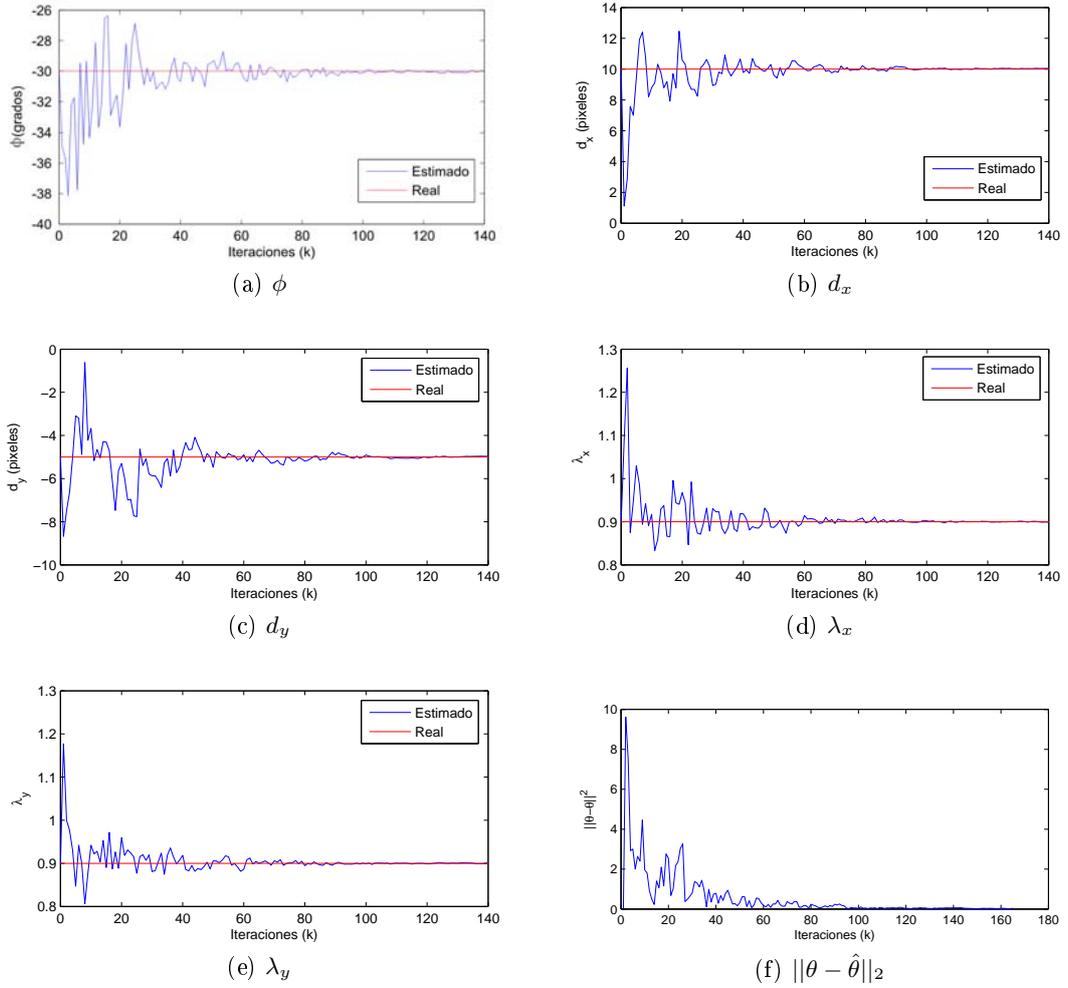


Figura 3.7. Ejemplo de la gráfica de convergencia en el tiempo de los parámetros  $(\phi, \lambda_x, \lambda_y, d_x, d_y)$ , una vez puestos los cizallamientos en cero ( $\gamma_x = \gamma_y = 0$ ).

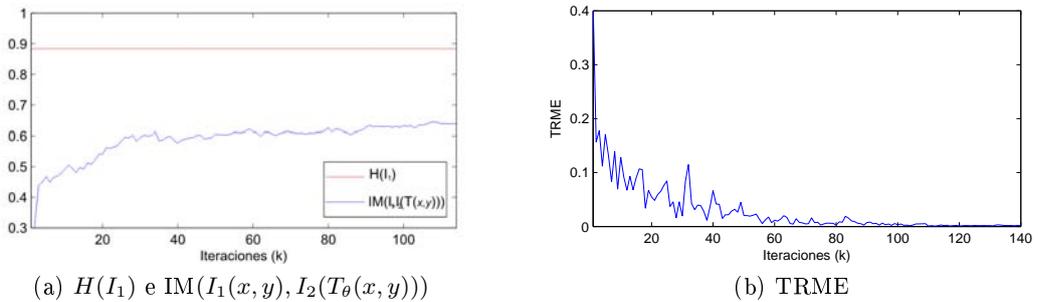
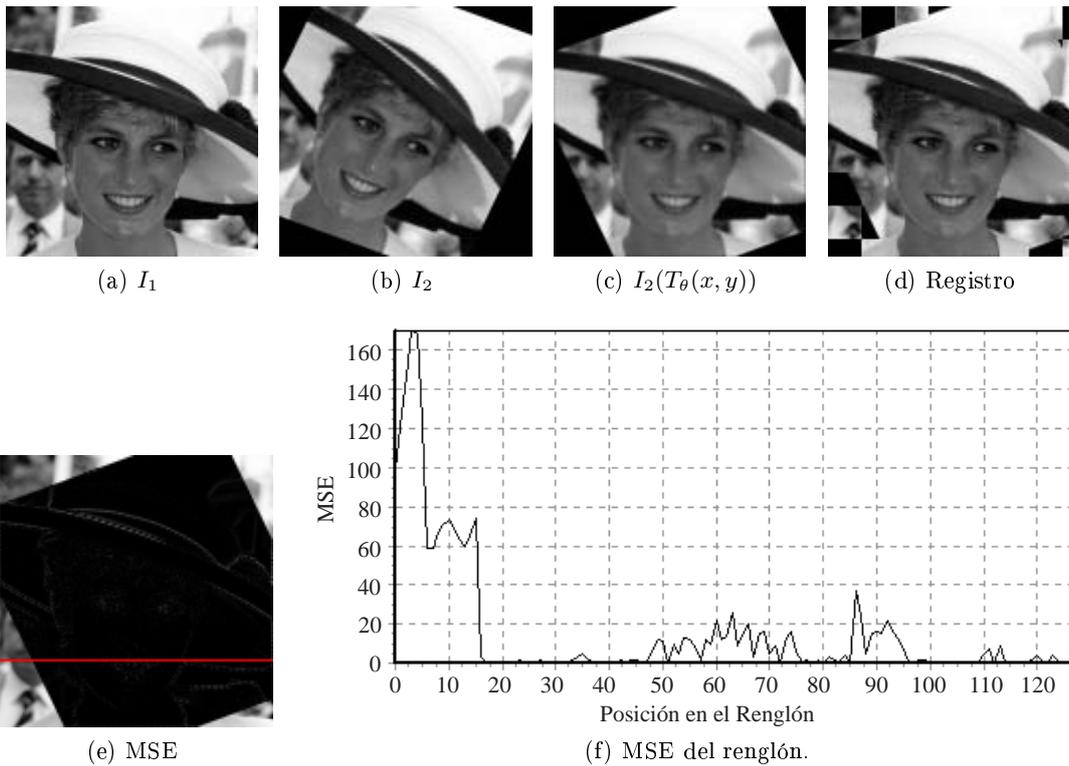


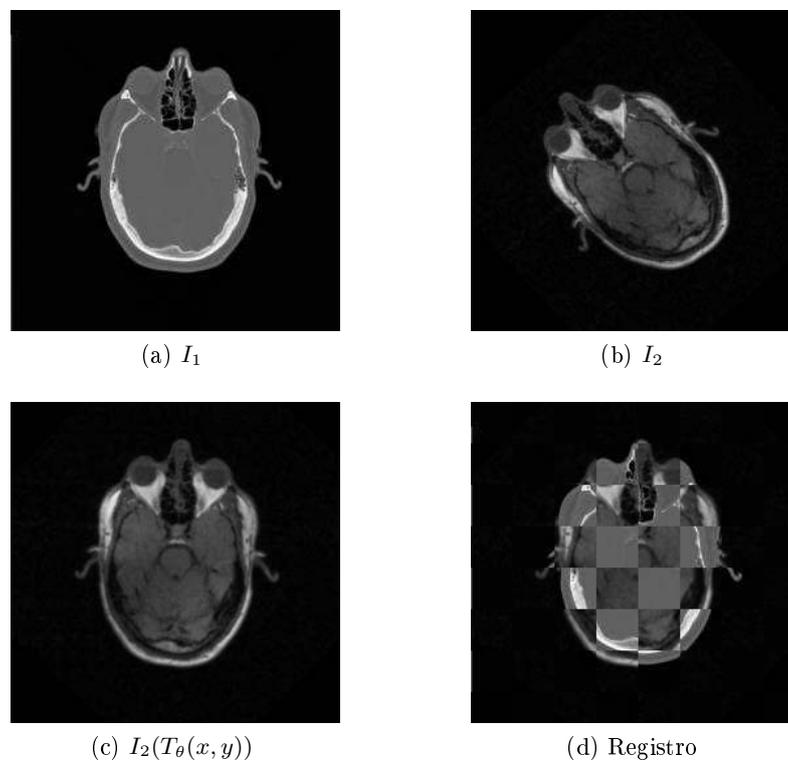
Figura 3.8. Ejemplo de convergencia de la IM al valor de la entropía de la imagen  $I_1$ , y del TRME a cero.

Por otra parte, para apreciar de forma visual el error del proceso de registro con respecto a las intensidades de las imágenes alineadas, en la Figura 3.9 se muestra el error cuadrático medio (MSE) entre las intensidades en escala de grises de dos imágenes unimodales registradas, así como el error de un renglón de dicho registro.

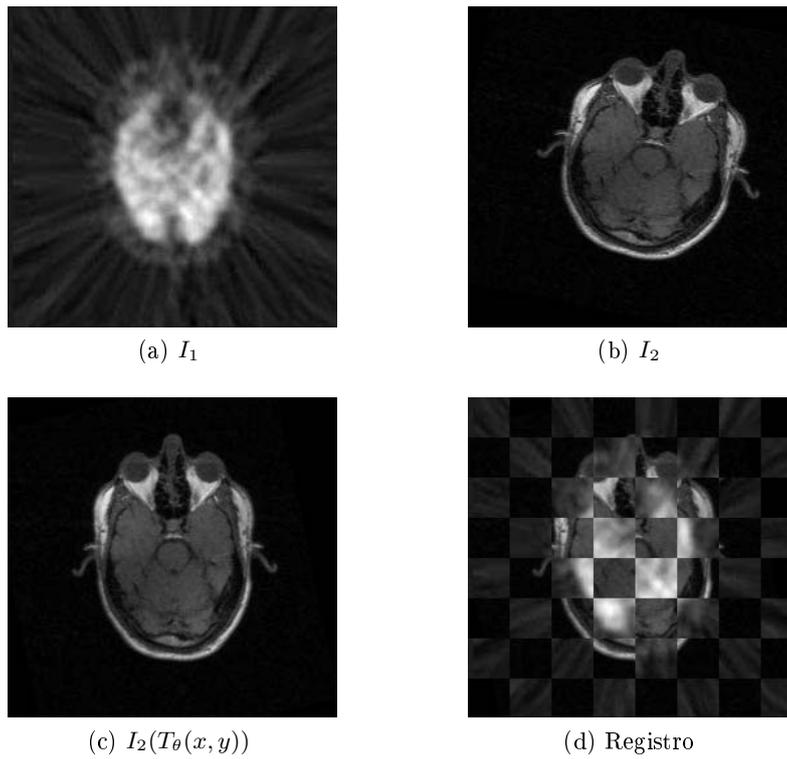


**Figura 3.9.** Ejemplo del error cuadrático medio de dos imágenes unimodales registradas (imágenes de  $128 \times 128$  píxeles).

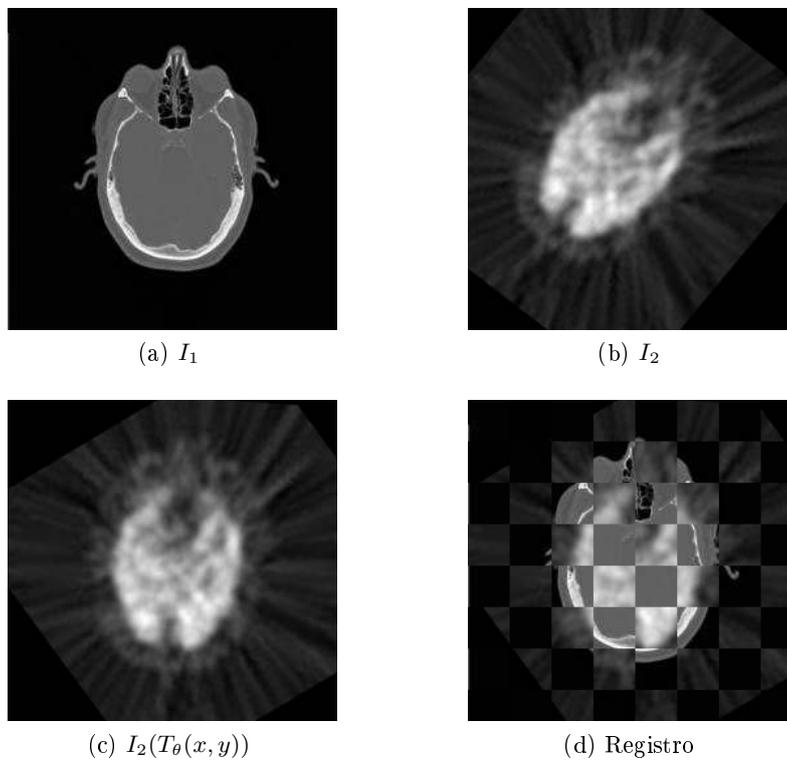
Con el fin de presentar más resultados obtenidos por el algoritmo y su desempeño en el registro de imágenes médicas, en las Figuras 3.10, 3.11 y 3.12 se muestra el registro de varias imágenes médicas multimodales, tomadas de [5], que se encontraban alineadas, de las cuales a una de ellas se le aplicó una transformación artificial para deformarla. En dichas figuras se puede observar como a pesar de que las deformaciones son extremas (poco comunes en un escenario real de registro de imágenes médicas) el algoritmo logra registrarlas correctamente en todos los casos.



**Figura 3.10.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y MRI T1 en corte axial (imágenes de  $252 \times 248$  píxeles).



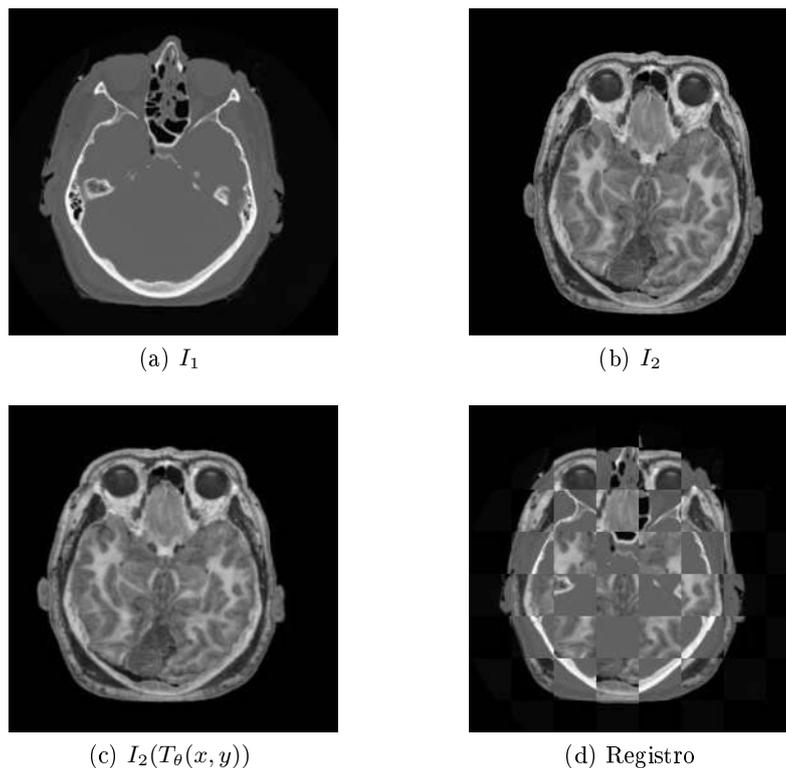
**Figura 3.11.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, PET y MRI T1 en corte axial (imágenes de  $252 \times 248$  píxeles).



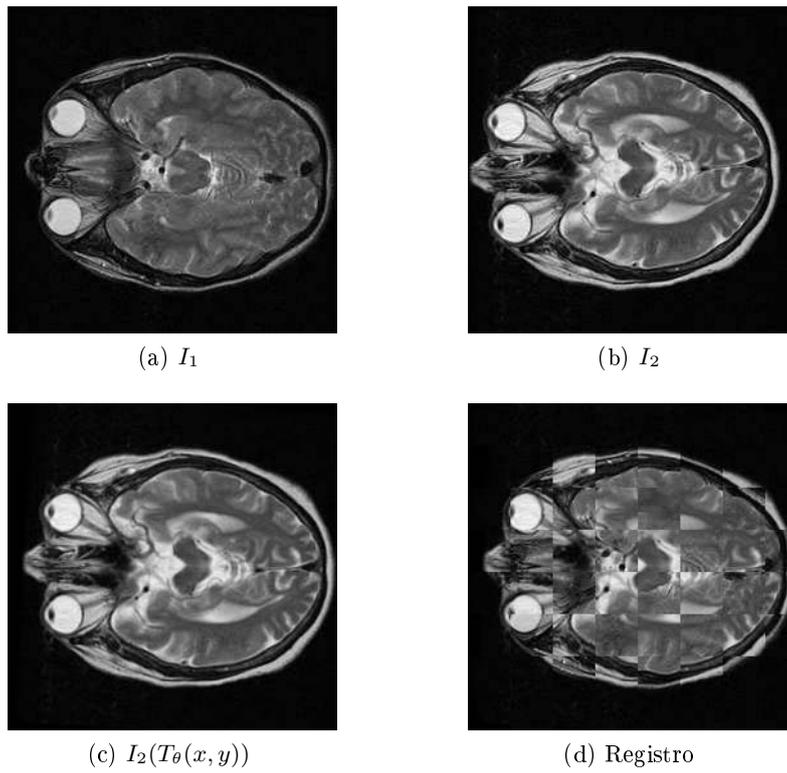
**Figura 3.12.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y PET en corte axial (imágenes de  $252 \times 248$  píxeles).

En las Figuras 3.13 a la 3.18 se muestran algunos resultados obtenidos por el algoritmo de registro basado en el FP, al alinear distintas imágenes médicas de casos reales (sin ser modificadas artificialmente), tomadas de [13].

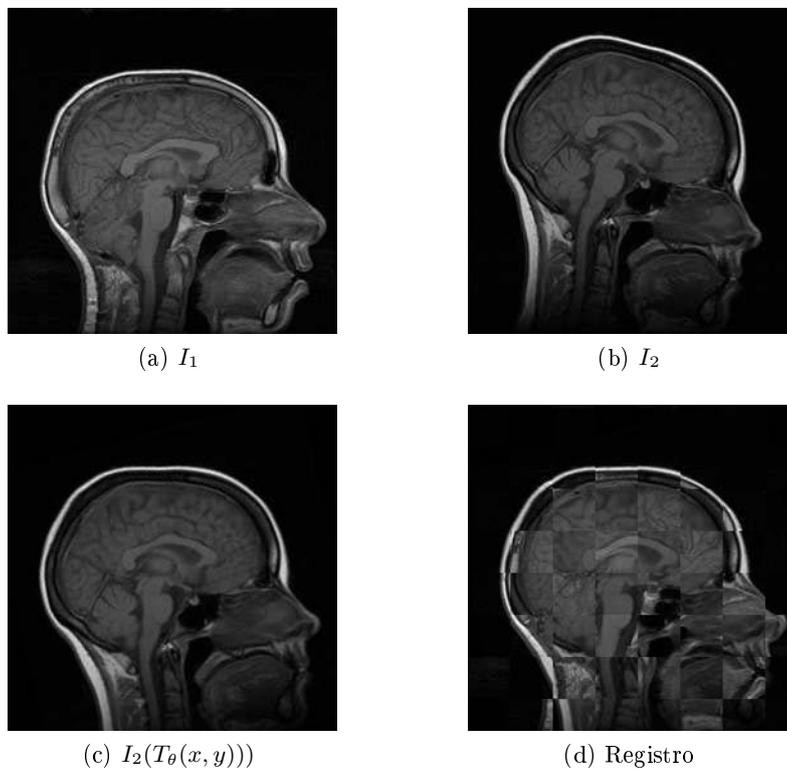
Un detalle importante que se puede destacar en las Figuras 3.14 y 3.15, es el que sin importar que las imágenes registradas correspondan a distintos sujetos, el algoritmo logra alinearlas de buena forma. Además, los resultados obtenidos en estos ejemplos pueden utilizarse para buscar datos interesantes; como el hecho de que en la Figura 3.15 el sujeto 1 tiene la cabeza un 2.2% más ancha y un 1.4% menos larga que el sujeto 2, para lo cual se empleó una regla de tres con los valores de escala obtenidos  $\lambda_x = 1.0221$ ,  $\lambda_y = 0.9858$ , para alinear la imagen del sujeto 2. Datos como estos obtenidos con cálculos más precisos y en conjunto con información adicional, como la equivalencia pixel a cm de los instrumentos con que fueron adquiridas las imágenes, podrían resultar útiles en distintas aplicaciones médicas y/o forenses.



**Figura 3.13.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y fotografía en corte axial (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).



**Figura 3.14.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 de distintos sujetos en corte axial (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).



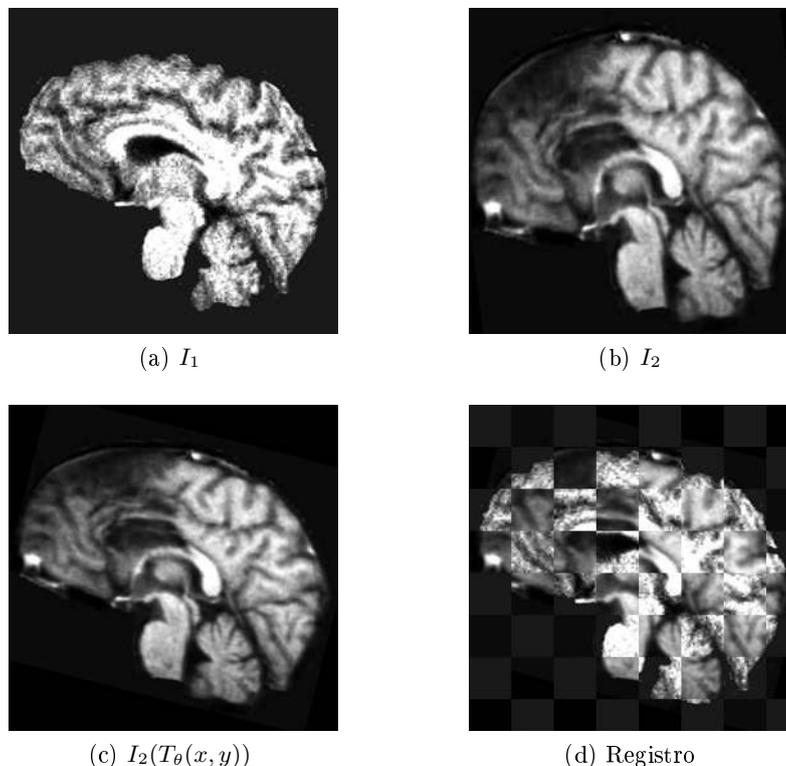
**Figura 3.15.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 de distintos sujetos en corte sagital (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).

Otro detalle destacable de los resultados obtenidos se pueden ver en la Figura 3.16, donde es posible apreciar que a pesar de que la imagen  $I_1$  es de muy baja calidad, el método de registro basado en el FP logra realizar un buen alineamiento.

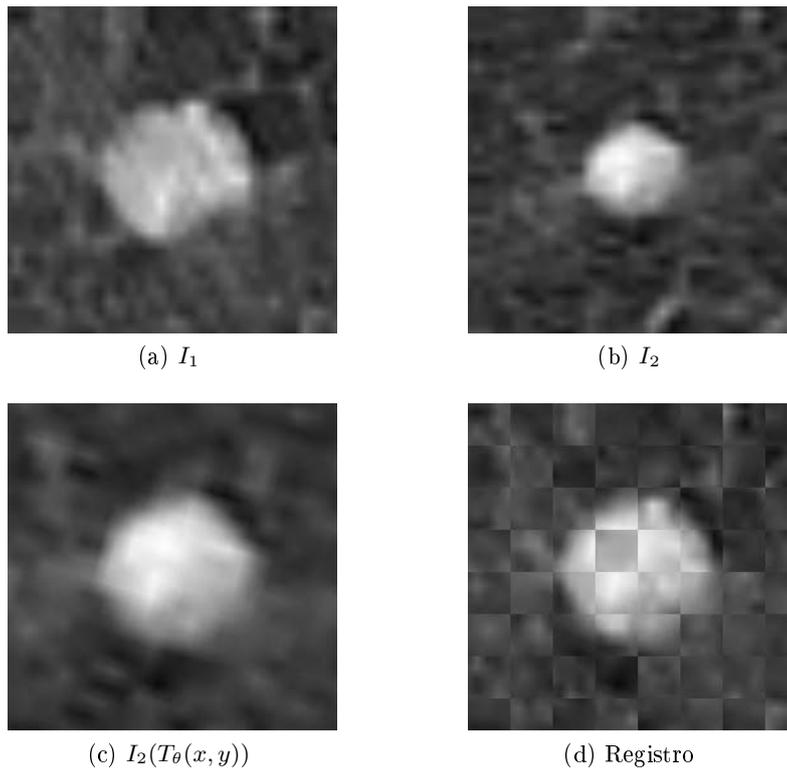
Una aplicación interesante en la que se puede emplear el registro, es el seguimiento del desarrollo de tumores. En la Figura 3.17 se muestra el registro de dos imágenes de un tumor canceroso en un pulmón tomadas en diferentes fechas, y de las cuales al ser registradas por el algoritmo, se pueden obtener datos interesantes; como el crecimiento de un 61% en ancho y 74% en largo del tumor, lo que representa un incremento aproximado del 68% en su radio, que equivale a un aumento del 374% en su volumen (si se considera el tumor como una esfera). Para obtener estos datos de crecimiento se emplearon cálculos de geometría usando los valores de escala estimados por el método de registro  $\lambda_x = 1.6061$ ,  $\lambda_y = 1.7380$ , para alinear  $I_2$ .

Información como ésta puede resultar útil en la planeación de intervenciones quirúrgicas u otras tareas médicas, si los datos son mejorados realizando cálculos más precisos y empleando en conjunto algoritmos de segmentación e información de equivalencias pixel a cm de las técnicas e instrumentos de imageneología empleados para la obtención de las imágenes; así como, implementando la reconstrucción de volúmenes a partir de alinear una serie cortes transversales o longitudinales, y realizando el registro entre volúmenes.

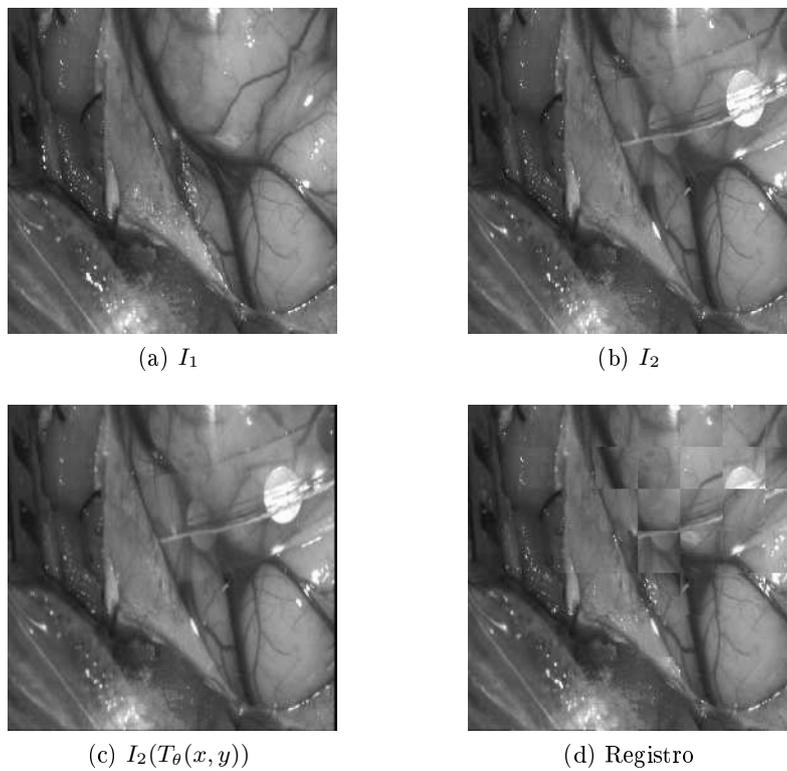
Finalmente, podríamos destacar que en las Figuras 3.15 y 3.18 el algoritmo logra alinear las imágenes de forma aceptable, a pesar de que éstas claramente requieren de un proceso de registro elástico, y no rígido como el del método presentado. Esto permite anticipar que si el RI basado en el FP se generaliza para registro elástico, muy probablemente se obtendrán excelentes resultados.



**Figura 3.16.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 de baja calidad y fotografía en corte sagital (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).



**Figura 3.17.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales tomadas en distintas fechas, Rayos-X de un tumor canceroso en un pulmón (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).



**Figura 3.18.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales, fotografías tomadas del cerebro durante una intervención quirúrgica (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).

## Capítulo 4

# Evaluación del algoritmo

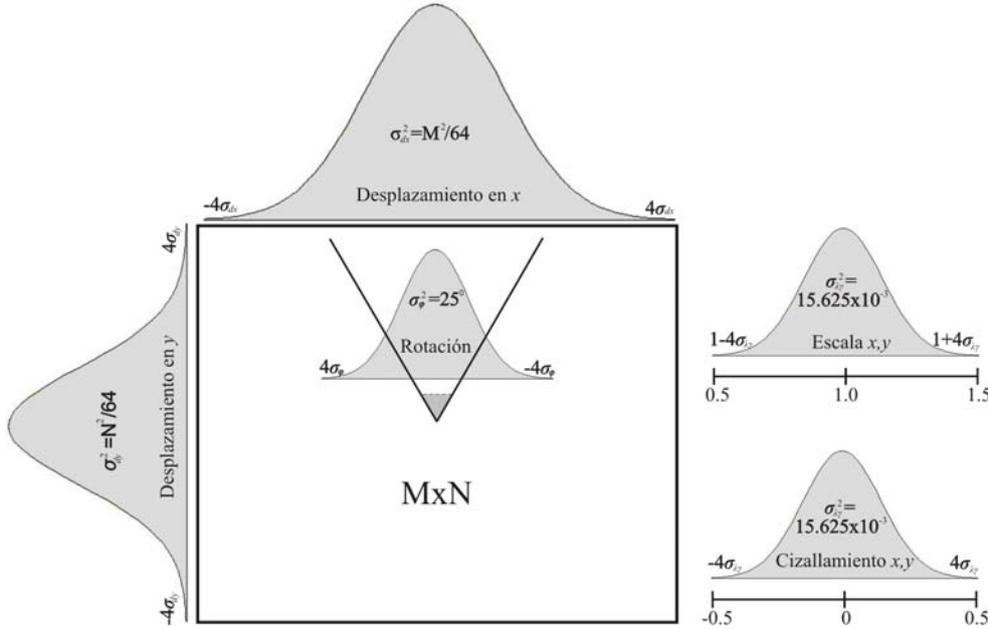
Con el propósito de probar los límites del algoritmo y tratando de mejorar su desempeño, se realizaron algunas pruebas para evaluarlo bajo diferentes circunstancias; los resultados obtenidos se presentan en este capítulo. En primer lugar, se llevó a cabo una comparación usando dos distribuciones distintas para generar las partículas iniciales (sección 4.1), y se hizo la adaptación e implementación del algoritmo en una arquitectura multinúcleo (sección 4.2). También se realizó una evaluación de la robustez del algoritmo con respecto al ruido, añadido a una o ambas imágenes (sección 4.3), además se muestra un análisis del comportamiento del método con respecto al uso de datos parciales durante el registro (sección 4.4). Finalmente, en la sección 4.5 se expone una comparación realizada del método de RI basado en el FP con otros dos, el popular algoritmo propuesto por Viola et al. [29],[30] diseñado para el registro de imágenes médicas multimodales, y un nuevo esquema de optimización llamado optimización por esquinas [46], adaptado e implementado en este trabajo para el registro de imágenes médicas multimodales.

### 4.1. Inicialización con distribución Normal y Uniforme

La generación de nuevas partículas al tiempo  $k + 1$  en el algoritmo del FP se lleva a cabo perturbando las partículas del tiempo  $k$ , esto se realiza añadiendo muestras de una distribución Gaussiana, con una varianza dada, a las partículas previamente remuestreadas. Así mismo, para el caso de RI basado en el FP se planteó que era posible realizar una división equiespaciada del espacio de búsqueda; ya que el rango en que los parámetros pueden existir, en los casos reales de registro de imágenes médicas, puede ser perfectamente caracterizado. Por lo anterior, se realizaron pruebas para evaluar el desempeño del algoritmo bajo dos distintas distribuciones para perturbar el vector inicial de estado,  $\theta_1^i = \theta_0 + v_0^i$ , y de esta forma, generar la primera población de partículas. Para esto se emplearon una distribución Normal y una distribución Uniforme.

En principio, bajo un proceso de prueba y error para lograr optimizar el desempeño del algoritmo, se caracterizó el rango de valores sobre el cual se distribuyen con mayor probabilidad los parámetros en el espacio de búsqueda. De acuerdo al algoritmo de FP, este espacio puede ser dado bajo una distribución Normal definida por la matriz de covarianza  $\Sigma_v = \text{diag}(25, 15.625 \times 10^{-3}, 15.625 \times 10^{-3}, 15.625 \times 10^{-3}, 15.625 \times 10^{-3}, \frac{M^2}{64}, \frac{N^2}{64})$ , para los siete parámetros de una transformación afín  $(\theta, \lambda_x, \lambda_y, \gamma_x, \gamma_y, d_x, d_y)$ . Además, es bien sabido que en una distribución Normal se puede considerar una probabilidad

cercana a cero para valores fuera de  $\pm 4\sigma$ . De esta manera, el espacio de búsqueda para el RI (ver Figura 4.1) se consideró limitado por los siguientes rangos:  $\phi \in [-20, 20]$ ,  $\lambda_x \in [0.5, 1.5]$ ,  $\lambda_y \in [0.5, 1.5]$ ,  $\gamma_x \in [-0.5, 0.5]$ ,  $\gamma_y \in [-0.5, 0.5]$ ,  $d_x \in [-\frac{M}{2}, \frac{M}{2}]$ , y  $d_y \in [-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}]$ .

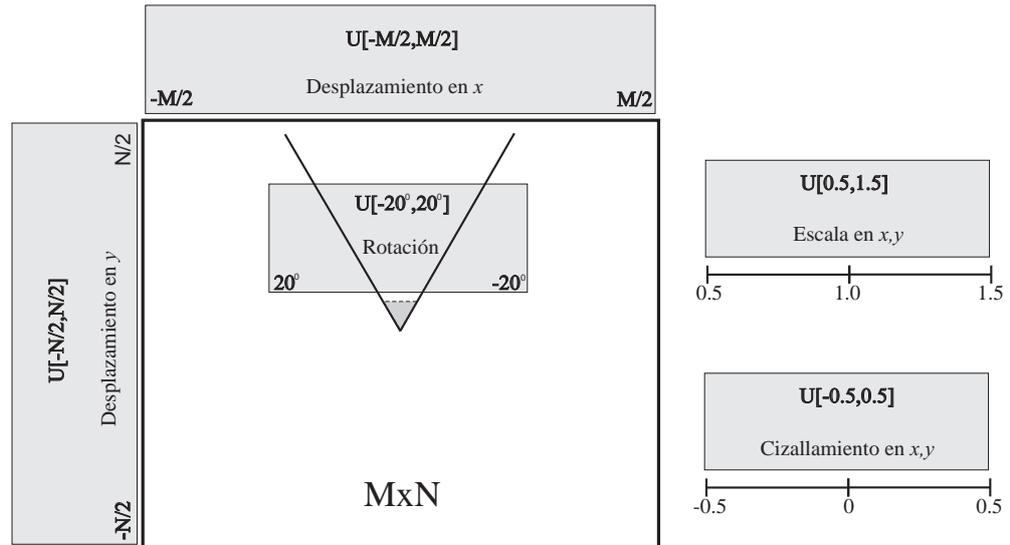


**Figura 4.1.** Espacio de búsqueda inicial, usando una distribución Normal para generar la primera población de partículas.

Dados los rangos anteriores, es factible también generar los valores iniciales aleatorios bajo una distribución Uniforme, con la finalidad de dividir el espacio de búsqueda en elementos con igual probabilidad de ocurrencia (ver Figura 4.2). Por consiguiente, se realizó la modificación de la implementación del RI basada en el FP para generar las primeras partículas por medio de una distribución Uniforme,  $v_0 \sim \mathcal{U}$ , dada por los rangos para cada parámetro:  $v_0^\theta \sim \mathcal{U}[-20, 20]$ ,  $v_0^{\lambda_x} \sim \mathcal{U}[0.5, 1.5]$ ,  $v_0^{\lambda_y} \sim \mathcal{U}[0.5, 1.5]$ ,  $v_0^{\gamma_x} \sim \mathcal{U}[-0.5, 0.5]$ ,  $v_0^{\gamma_y} \sim \mathcal{U}[-0.5, 0.5]$ ,  $v_0^{d_x} \sim \mathcal{U}[-\frac{M}{2}, \frac{M}{2}]$ , y  $v_0^{d_y} \sim \mathcal{U}[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}]$ . Para el resto de las iteraciones se siguen generando las partículas a partir de una distribución Normal,  $v_k \sim \mathcal{N}$ ,  $k \neq 0$ .

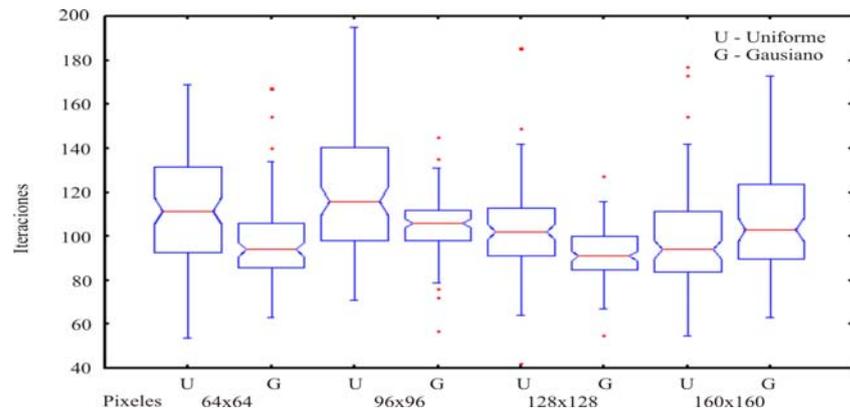
Aplicando la modificación anteriormente descrita a la implementación del RI basado en FP, se procedió a realizar una comparación con respecto al número de iteraciones en que convergía el algoritmo, y también se comparó el TRME entre ambas implementaciones, inicializando con muestras de una distribución Uniforme y una distribución Normal.

Para este experimento se usaron imágenes médicas multimodales tomadas de [5],[13], con cuatro distintos tamaños ( $64 \times 64$ ,  $96 \times 96$ ,  $128 \times 128$  y  $160 \times 160$  pixeles) y 20 transformaciones aleatorias para cada tamaño. Al realizar el registro de dichas imágenes se obtuvo el gráfico de caja para el número de iteraciones que se muestra en la Figura 4.3 y el gráfico de caja del TRME mostrado en la Figura 4.4. De los dos gráficos, es posible observar que no existe una diferencia sustancial entre ambas inicializaciones. Sólo es posible apreciar una ligera mejora en cuanto al valor del TRME (ver Figura 4.4) de la implementación original con respecto a la inicialización con muestras de una distribución Uniforme. Esto nos permite concluir que ambas inicializaciones son igual-



**Figura 4.2.** Espacio de búsqueda inicial, usando una distribución Uniforme para generar la primera población de partículas.

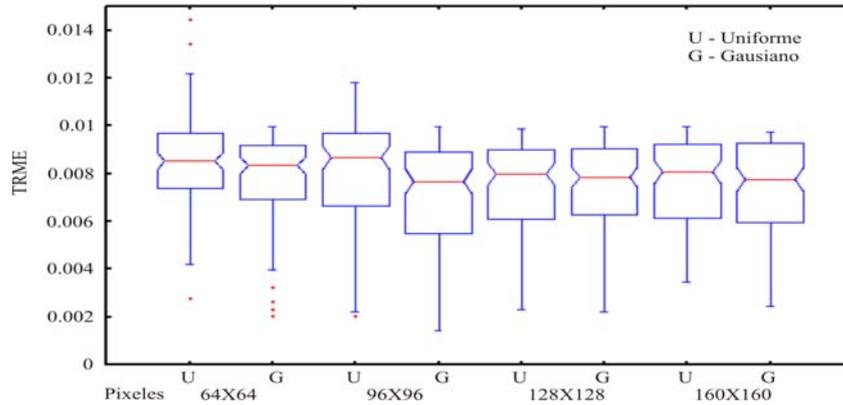
mente factibles. Por lo que se optó por mantener la distribución Normal para generar las primeras partículas en el algoritmo.



**Figura 4.3.** Gráfico de caja y bigotes de la comparación del número de iteraciones del RI guiado por FP con una distribución Uniforme y Gausiana para generar las primeras partículas.

## 4.2. Implementación del algoritmo en arquitectura multi-núcleo

En general, el RI resulta ser una tarea muy demandante computacionalmente, esto debido a que el proceso de transformar geoméricamente una imagen consume gran cantidad de recursos. Además, se debe sumar el costo del cálculo de la medida de similitud entre ambas imágenes y el costo del proceso de la búsqueda de los parámetros. Por otro lado, en el proceso de búsqueda de parámetros por medio del uso de filtros de partículas, la cantidad de recursos que se consume depende en gran medida del número de partículas que sean empleadas y de la precisión de la solución que se encuentra con



**Figura 4.4.** Gráfico de caja y bigotes de la comparación del TRME del RI guiado por FP con una distribución Uniforme y Gausiana para generar las primeras partículas.

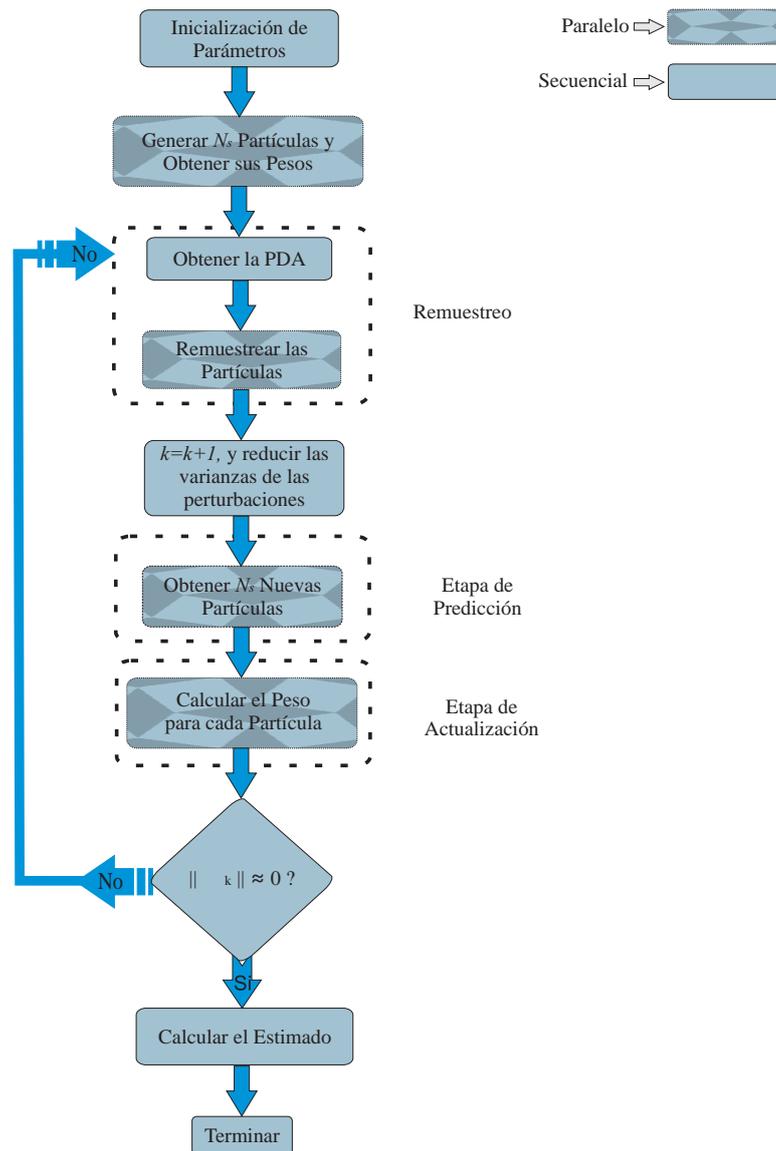
dicho método, lo cual está relacionado con el tiempo de cómputo (número de cálculos) invertido en el proceso de búsqueda.

Por otra parte, una ventaja del algoritmo de RI basado en el FP es que resulta ser un método altamente paralelizable. De dicho algoritmo, los pasos que pueden ser programados en paralelo son del 1 al 5 (ver subsección 3.3.1), exceptuando la parte del *remuestreo* donde se calcula la densidad acumulada de las partículas (ver Algoritmo 1). Dicha implementación se puede llevar a cabo dividiendo el número de partículas en tantos conjuntos como número de procesadores con que cuente el equipo y asignando los cálculos respectivos de cada grupo a cada procesador. Gráficamente es posible observar en la Figura 4.5 los pasos del algoritmo de RI basado en el FP que pueden ser implementados usando programación en paralelo.

Con la finalidad de acelerar el proceso de registro, el algoritmo de RI guiado por FP fue implementado en una arquitectura para computadoras con multinúcleo. Lo anterior se realizó con programación en paralelo en C++ y la implementación se ejecutó en una plataforma Intel de doble núcleo a 3.33 GHz, bajo un sistema operativo Windows Vista de 32 bits. Para la implementación en paralelo se recomienda el uso de un número de partículas múltiplo del número de núcleos con los que cuente el equipo.

De igual forma que en la sección anterior, se realizó una comparación de la implementación original con la implementación en multinúcleo, para lo cual se usaron 128 partículas para registrar imágenes médicas multimodales tomadas de [13], de tres distintos tamaños ( $256 \times 256$ ,  $512 \times 512$  y  $1024 \times 1024$  píxeles) y 20 transformaciones aleatorias para cada tamaño.

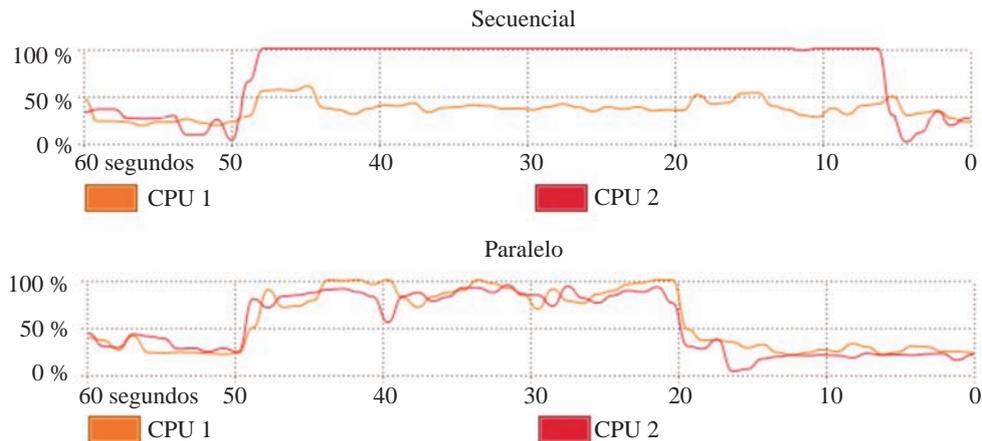
Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.1. En dicha tabla se aprecia que la implementación en arquitectura multinúcleo es capaz de realizar el registro de dos imágenes de  $512 \times 512$  píxeles en 21.64 segundos, lo que representa un ahorro del 52.68 % en el tiempo de cómputo. Además, es posible registrar hasta en 67.10 segundos imágenes de  $1024 \times 1024$  píxeles (46.16 % de ahorro). Estos resultados muestran una enorme mejoría con respecto a la implementación secuencial, como se puede observar en la gráfica de ejemplo de recursos consumidos por cada procesador con respecto al tiempo, mostrada en la Figura 4.6.



**Figura 4.5.** Diagrama de bloques del algoritmo de RI basado en el FP para una implementación en multinúcleo.

**Tabla 4.1.** Tiempo de cómputo consumido de la implementación en paralelo y secuencial del algoritmo de RI guiado por el FP, Intel dual-core PC a 3.3 GHz con S.O. Windows Vista de 32 bits.

Tamaño de imagen (píxeles)	Tiempo de procesado		
	Secuencial (s)	Paralelo (s)	Ahorro (%)
128 × 128	4.00	2.28	43.00
256 × 256	12.15	5.75	52.68
512 × 512	31.46	21.64	31.21
1024 × 1024	124.63	67.10	46.16



**Figura 4.6.** Ejemplo de la gráfica de los recursos consumidos por cada procesador con respecto del tiempo, en la implementación secuencial y en paralelo, para el registro de dos imágenes médicas multimodales de  $512 \times 512$  píxeles.

Por lo anterior, es importante denotar que el tiempo de ahorro muestra un incremento entre el 40 % y 50 %, lo que se verá limitado solamente por el número de núcleos con que cuenta el equipo. Esto resulta ser importante, ya que las tendencias en las aplicaciones de imágenes médicas es el uso de imágenes de alta resolución, las cuales generan un elevado costo computacional.

Finalmente, como se mencionó en el párrafo inicial de esta sección, la precisión del resultado obtenido para el FP depende en gran medida del número de cálculos invertidos en el proceso. Así, usando la implementación en paralelo, se observa que el número de cálculos puede ser aumentado sin incrementar en gran medida la velocidad de obtención del registro; esto debido a que el costo computacional de un largo tiempo de cómputo será dividido entre el número de núcleos, reduciendo así el tiempo total de procesamiento sin afectar el número de cálculos realizados.

### 4.3. Robustez frente al ruido

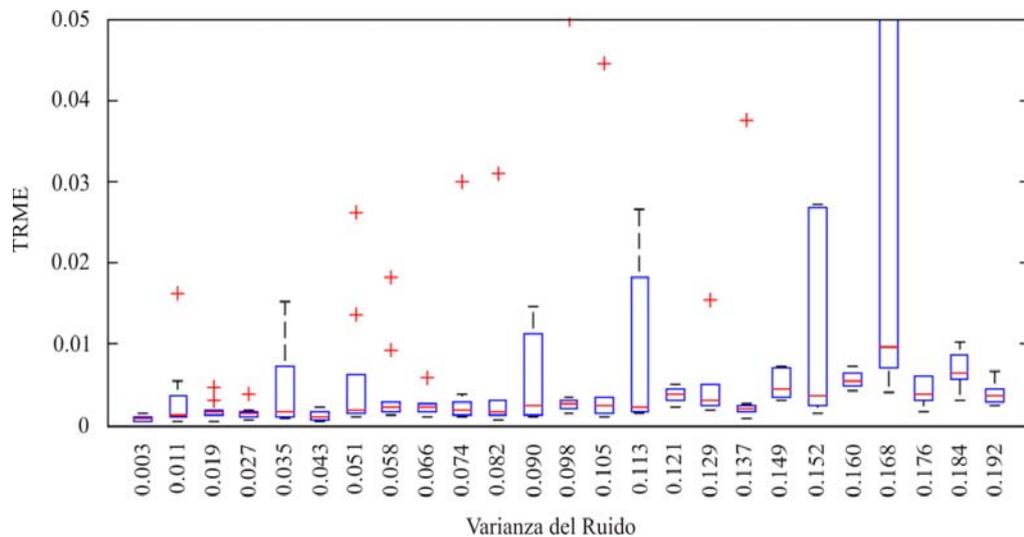
Un escenario común en las aplicaciones reales de registro, es el encontrarse con imágenes contaminadas con ruido debido a diversos factores (deterioro en imágenes no digitales, instrumentos de imageneología obsoletos o deficientes, variaciones de los parámetros físicos al adquirir las imágenes, etc.). El ruido en las imágenes tiene como consecuencia contar con menos información real para realizar el proceso de registro, lo que dificulta la tarea y provoca malos resultados.

Por lo anterior, desarrollar algoritmos de registro que tengan un buen funcionamiento bajo condiciones extremas de ruido en las imágenes, no es una tarea fácil de lograr. Es por esto, que el método de RI basado en el FP fue probado en [7], añadiendo ruido aditivo Gaussiano a una de las imágenes. Con la intención de corroborar los resultados expuestos en [7], se llevó a cabo una prueba del algoritmo bajo condiciones de ruido en una imagen y añadiendo ruido en ambas imágenes.

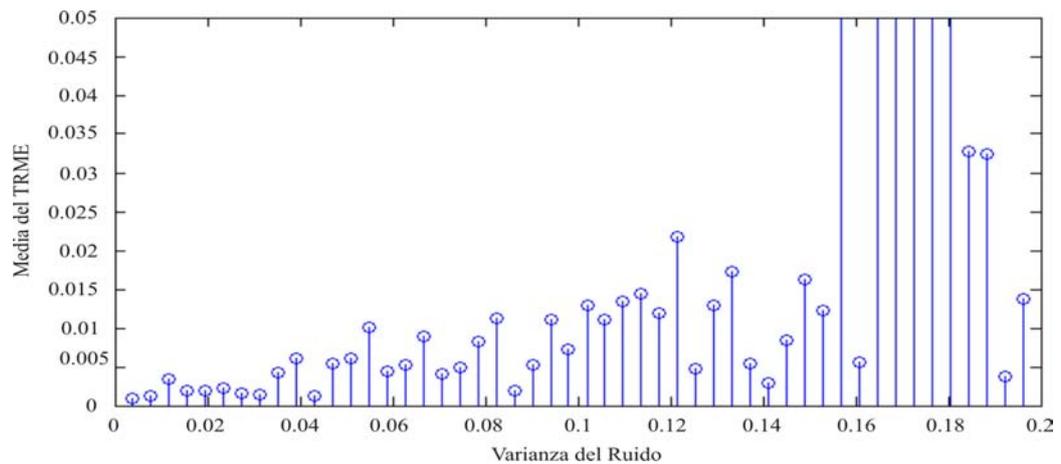
Como primer experimento se tomó un par de imágenes médicas de [5] y [13], se le añadió ruido (con una varianza dada) a una de ellas, se le aplicaron 20 transformaciones aleatorias y se procedió a realizar el registro de éstas. Este procedimiento se repitió

haciendo barrido para distintos valores de varianza de ruido 0 hasta 0.8. Cabe señalar que los valores de las varianzas del ruido se muestran normalizados con respecto a la escala de grises de 256 niveles.

Como resultado de este primer experimento se obtuvo el gráfico de caja del TRME mostrado en la Figura 4.7 y la gráfica de la media del TRME de la Figura 4.8, donde se aprecia que para valores mayores a 0.16 de varianza de ruido el TRME sobrepasa el 0.05 (valor que se consideró como umbral para un registro correcto), por lo que sólo se muestra la gráfica con valores de varianza hasta 0.2. En ambas gráficas es posible observar que la media del TRME es menor al 1.0 % con una varianza de ruido de 0.09 y menor al 3.0 % con una varianza de 0.15. Estos valores de varianzas equivalen a una distorsión en los valores en la escala de grises de hasta 19 y 25 niveles, respectivamente.



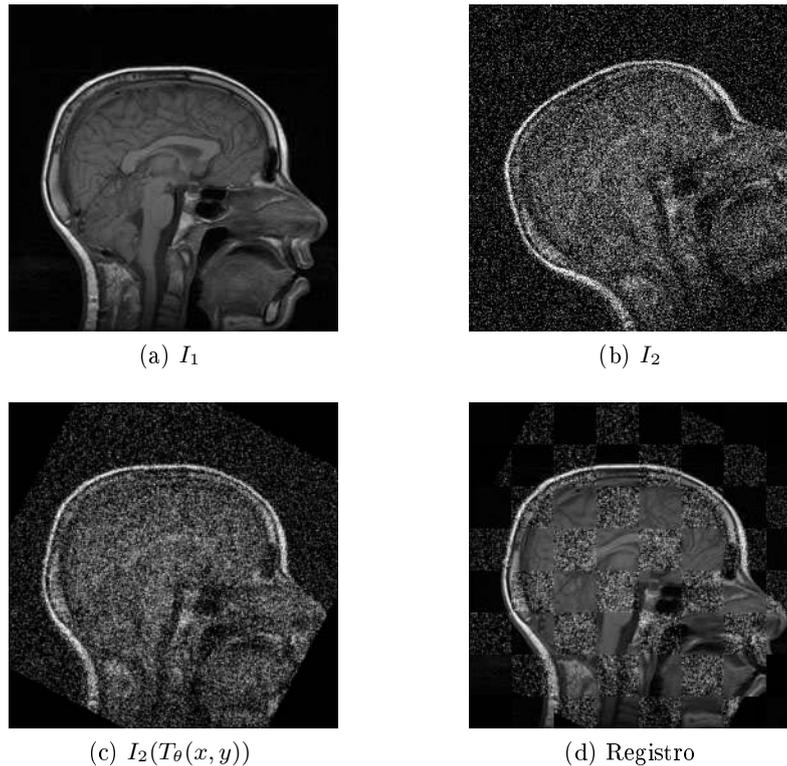
**Figura 4.7.** Gráfico de caja y bigotes del TRME contra la varianza del ruido añadido en una de las dos imágenes médicas multimodales empleadas en el registro.



**Figura 4.8.** Gráfica de la media del TRME contra la varianza del ruido añadido en una de las dos imágenes médicas multimodales empleadas en el registro.

Se puede apreciar en el gráfico de caja de la Figura 4.7, que incluso incrementando el nivel de ruido con valores superiores a 0.16 de varianza, equivalente a una variación de hasta 26 niveles en la escala de grises, el algoritmo sigue logrando alinear las imágenes. Un ejemplo de registro usando imágenes médicas unimodales, donde una de ellas esta

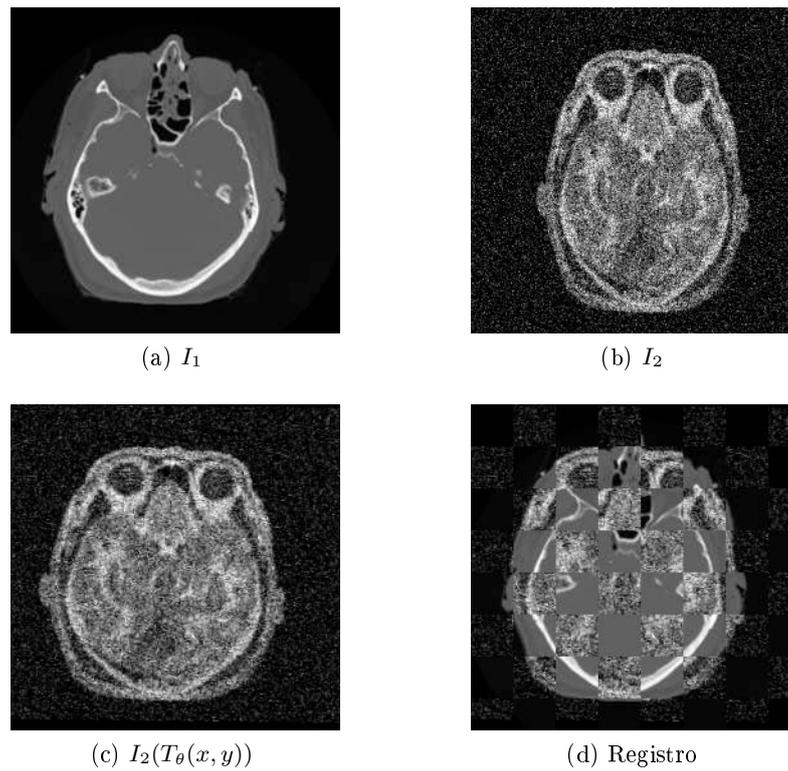
contaminada con ruido, se muestra en la Figura 4.9. En este ejemplo se empleó una varianza de 0.2, lo que representa una variación de hasta 29 niveles en escala de grises. Es posible apreciar en dicha figura, que a pesar de que una de las imágenes se encuentra altamente contaminada con ruido, el registro es logrado en buenos términos por el algoritmo. Otro ejemplo, pero ahora con dos imágenes médicas multimodales, se muestra en la Figura 4.10. Para este ejemplo se utilizó una varianza de 0.18, que equivale a una variación de hasta 27 niveles en escala de grises. Al igual que en el ejemplo anterior se observa como a pesar de la alta contaminación de ruido que existe en una de las imágenes, el alineamiento es logrado de buena forma.



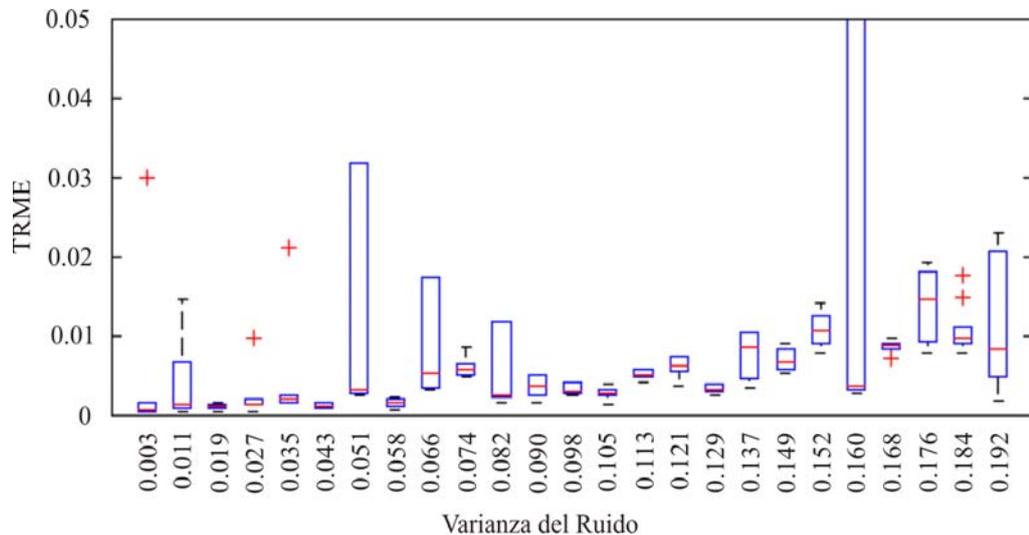
**Figura 4.9.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales, MRI T1 en corte sagital con la imagen candidata contaminada por ruido con una varianza de 0.2 (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).

En el segundo experimento se añadió ruido en ambas imágenes a registrar realizando un barrido de 0 hasta 0.8 de varianza de ruido, y como resultado se obtuvo el gráfico de caja del TRME contra la varianza del ruido mostrado en la Figura 4.11 y la gráfica de la media del TRME contra la varianza del ruido mostrada en la Figura 4.12. En estas figuras se puede observar que el algoritmo presenta una media del TRME menor al 5.0 % para una varianza de ruido de hasta 0.16 (por lo que sólo se muestra la gráfica con valores de varianza hasta 0.2), lo que representa una variación de hasta 26 niveles en la escala de grises para cada imagen.

Un ejemplo de registro usando dos imágenes médicas unimodales se muestra en la Figura 4.13. En este ejemplo, se contaminó a las imágenes con ruido aditivo Gaussiano con una varianza de 0.12, que equivale a una variación en los valores en escala de grises de los píxeles de hasta 22, en cada imagen. De igual forma, en la Figura 4.14, se muestra un ejemplo del registro de dos imágenes médicas multimodales contaminadas con ruido, esta vez con una varianza de 0.08, que representa un variación de hasta 18 niveles en los

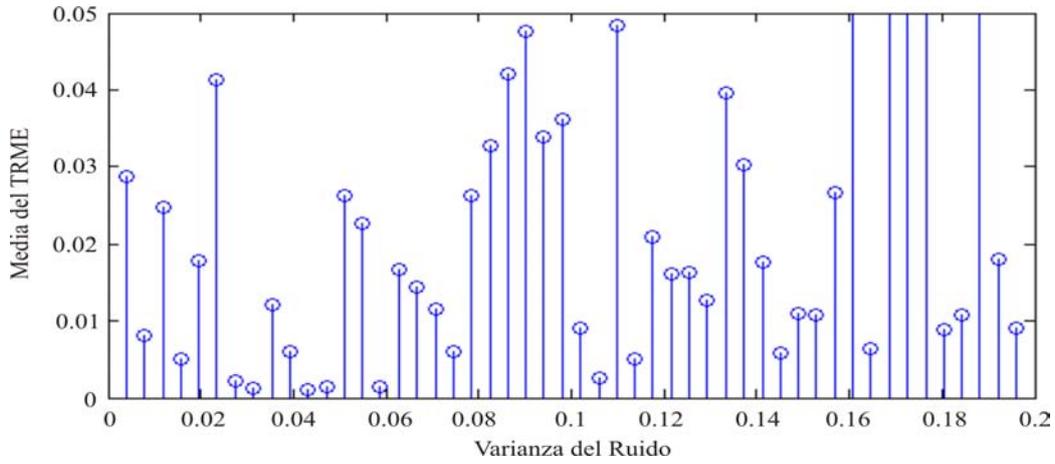


**Figura 4.10.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, CT y fotografía en corte axial con la imagen candidata contaminada por ruido con una varianza de 0.18 (imágenes de  $256 \times 256$  píxeles).

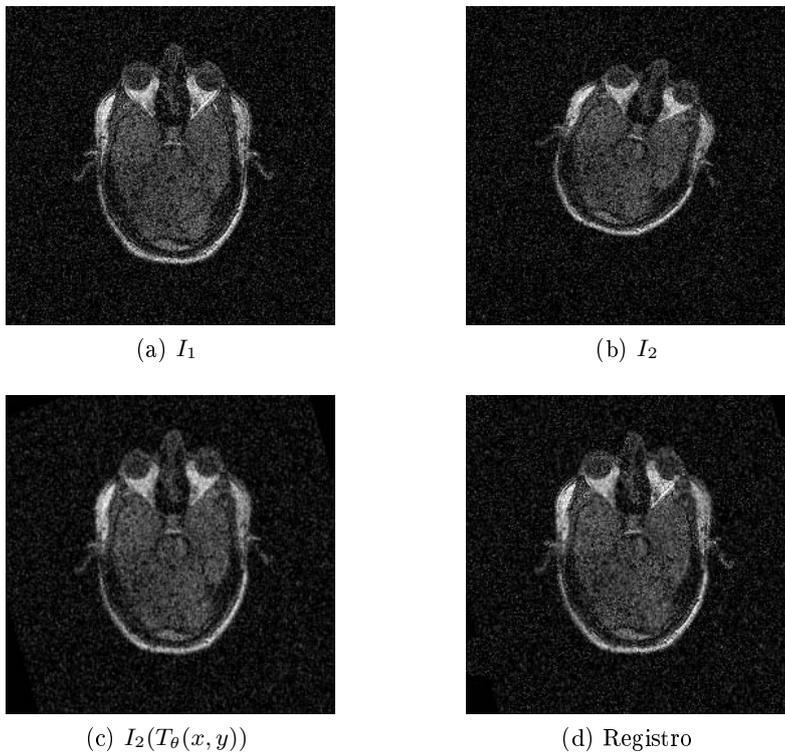


**Figura 4.11.** Gráfico de caja y bigotes del TRME contra la varianza del ruido añadido en ambas imágenes médicas multimodales empleadas en el registro.

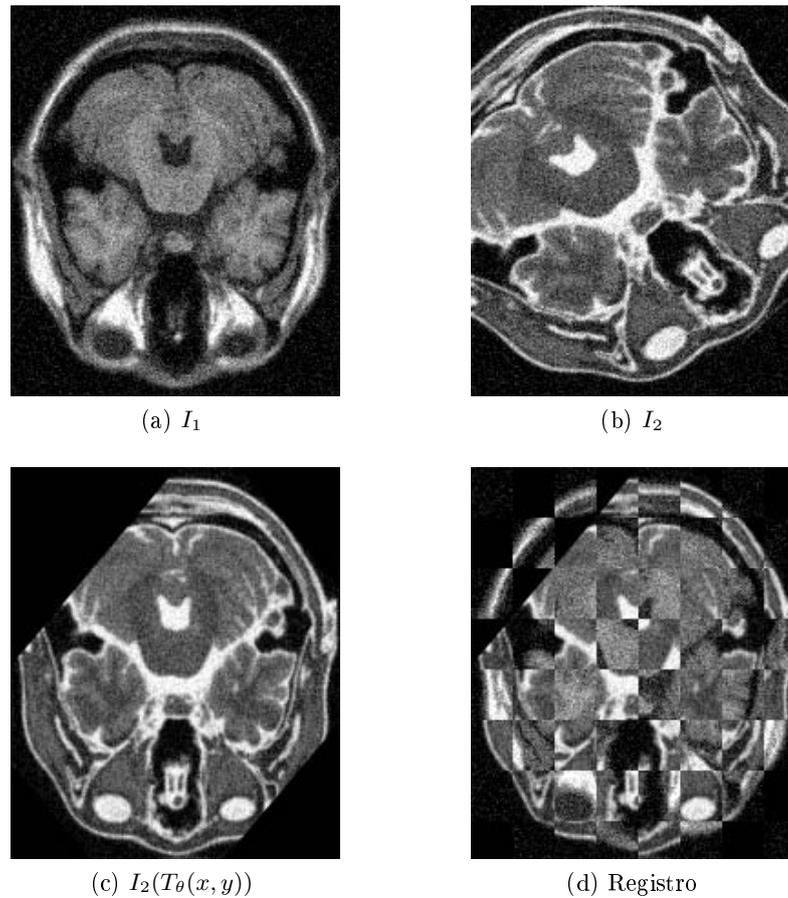
valores de los píxeles en cada imagen. Con los resultados obtenidos al evaluar el método de RI basado en el FP con respecto al ruido, se corrobora que el algoritmo resulta ser robusto frente a este tipo de problema. Esto representa una gran ventaja, ya que de esta forma se asegura que el método obtendrá buenos resultados si es aplicado para el registro de imágenes de baja calidad y/o contaminadas con ruido.



**Figura 4.12.** Gráfica de la media del TRME contra la varianza del ruido añadido en ambas imágenes médicas multimodales empleadas en el registro.



**Figura 4.13.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas unimodales, MRI T1 en corte axial con ambas imágenes contaminadas por ruido con una varianza de 0.12 (imágenes de  $253 \times 247$  píxeles).



**Figura 4.14.** Ejemplo de registro de dos imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 en corte axial con ambas imágenes contaminadas por ruido con una varianza de 0.08 (imágenes de  $181 \times 217$  píxeles).

#### 4.4. Registro con datos parciales

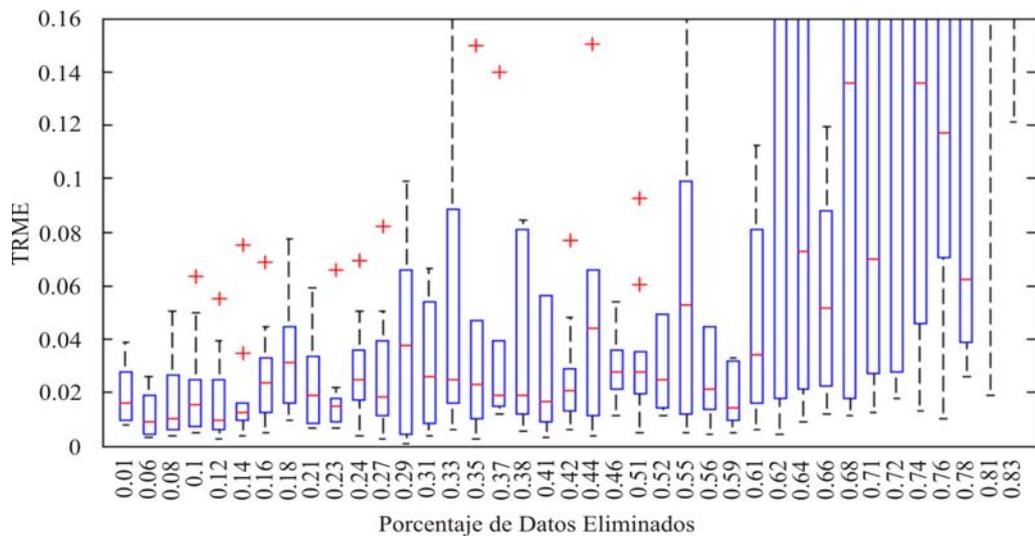
Cuando un algoritmo de registro es puesto en práctica, es posible encontrarse con el problema de que la imagen patrón, o la candidata, cuenta sólo con una porción del total de los datos en la otra imagen, es decir, una porción de datos se perdieron o se ocluyeron en alguna de las dos. Lo anterior resulta ser un aspecto importante, ya que el desempeño de los algoritmos con respecto a datos parciales depende en gran medida del tipo de imágenes que se desee registrar. Es por esto, que el registro con datos parciales para tareas médicas resulta ser más complicado, debido a que las imágenes médicas cuentan con pocos detalles y bajo contraste, lo que resulta en imágenes pobres en información.

Debido a lo anterior, el RI médicas con datos parciales se puede considerar como un aspecto importante para evaluar el desempeño de un algoritmo. Es por esto, que en este trabajo se realizaron pruebas al método de RI basado en el FP usando datos parciales en imágenes médicas multimodales.

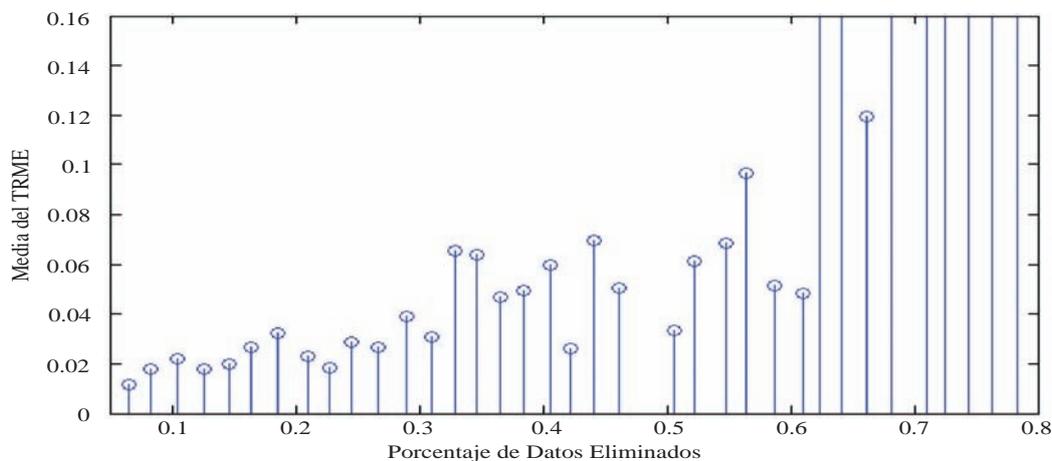
Para realizar la evaluación del algoritmo con respecto a datos parciales, se llevó a cabo como experimento el eliminar la información de algunos píxeles de la imagen candidata y realizar el registro de ambas imágenes, utilizando el RI guiado por FP. El experimento se repitió para 20 imágenes médicas multimodales tomadas de [13],[47], con distintos

porcentajes de datos eliminados. Los resultados obtenidos se observan en el gráfico de caja y la gráfica de la media del TRME mostrados en las Figuras 4.15 y 4.16. De dichas gráficas, se observa que al remover hasta el 62% de los datos de una de las imágenes, el algoritmo es capaz de lograr el registro con un TRME menor al 5%.

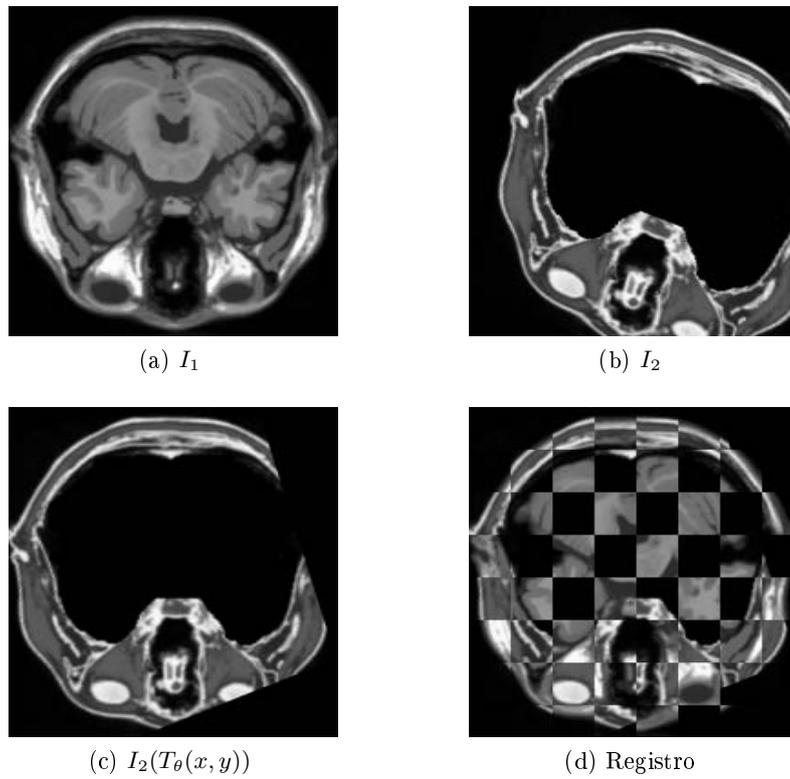
Un ejemplo de un registro con datos parciales con el 51% de la información eliminada se observa en la Figura 4.17 y un ejemplo de un registro realizado con el 56% de los datos eliminados se muestra en la Figura 4.18, donde por medio de una inspección visual de la subimagen 4.18.(d), es posible apreciar el correcto alineamiento del cerebro con la imagen completa. Escenarios de registro con datos parciales, como los dos ejemplos mostrados, resultan ser muy útiles en las aplicaciones médicas, por ejemplo en el monitoreo del crecimiento de un tumor, el diagnóstico de esclerosis múltiple o en el registro de atlas médicos, entre otras [11],[12].



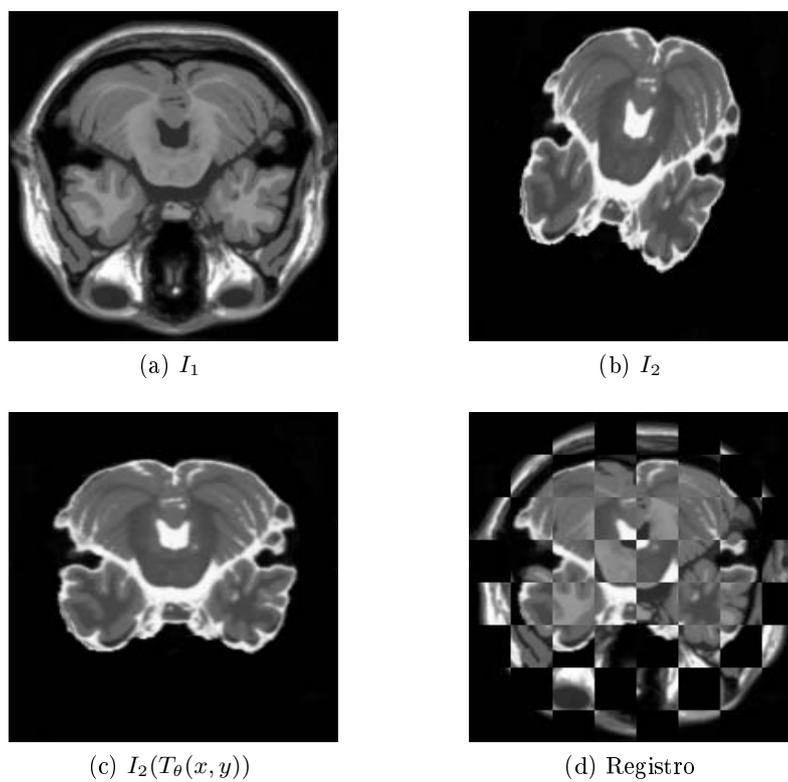
**Figura 4.15.** Gráfico de caja y bigotes del TRME contra el porcentaje de datos eliminados en una de las dos imágenes médicas multimodales, para el registro con datos parciales.



**Figura 4.16.** Gráfica de la media del TRME contra el porcentaje de datos eliminados en una de las dos imágenes médicas multimodales, para el registro con datos parciales.



**Figura 4.17.** Ejemplo de registro con datos parciales en imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 en corte axial, 51 % de datos eliminados en la imagen candidata (imágenes de  $181 \times 217$  píxeles).



**Figura 4.18.** Ejemplo de registro con datos parciales en imágenes médicas multimodales, MRI T1 y T2 en corte axial, 56 % de datos eliminados en la imagen candidata (imágenes de  $181 \times 217$  píxeles).

## 4.5. Comparación

Con el propósito de comparar el algoritmo de registro basado en el FP, éste fue evaluado con respecto a otros dos métodos, el popular algoritmo de Viola et al. (1996) [29],[30] y con un nuevo esquema de optimización llamado optimización por esquinas [46].

### 4.5.1. Algoritmo de Viola et al. (1996)

El algoritmo de Viola et al. (1996) fue propuesto desde un principio para el uso en aplicaciones de RI médicas y el primer método basado en áreas que empleó la IM como medida de similitud entre dos imágenes para su registro, además la mayoría de los métodos de registro por áreas toman como base este algoritmo. Por estas razones se escogió esta técnica de RI para realizar las comparaciones.

Dicho método se basa en la optimización de la IM como función de costo, aproximando las PDF's por medio de ventanas de Parzen [33] que se basan en el uso de kernels Gaussianos diferenciables, haciendo de esta forma factible el uso de un ascenso de gradiente para maximizar la IM entre dos imágenes.

La implementación del algoritmo de Viola et al. empleada está programada en C++ y los parámetros son: número de píxeles para la ventana de estimación 100, kernel Gaussiano para la ventana de Parzen con una matriz de covarianza dada por  $\text{diag}(0.2, 0.2)$ , tamaño del kernel para el estimador de gradiente robusto igual a la desviación estándar de 5 (también Gaussiano), factor de reducción 0.999, tamaño de paso para el ascenso de gradiente (0.05, 0.01, 0.01, 50, 50) para  $(\phi, \lambda_x, \lambda_y, d_x, d_y)$  respectivamente, y 3000 iteraciones. Estos parámetros fueron obtenidos a prueba y error, con base al desempeño del algoritmo.

### 4.5.2. Algoritmo de optimización por esquinas

Con la finalidad de encontrar otra alternativa al problema de registro de imágenes médicas y con la intención de comparar el RI basado en el FP con otra técnica de optimización no lineal que ataca el problema desde otra perspectiva, se optó por implementar y usar el método de optimización por esquinas [46] para el RI en este trabajo como parte de las comparaciones.

El método de optimización por esquinas se basa en convertir el problema de identificación de parámetros en un problema de optimización finita sobre un conjunto delimitado, explotando así las propiedades de la función de costo resultante para tener un proceso de búsqueda simple [46]. Específicamente, para el método de optimización por esquinas se utilizó la siguiente función de costo

$$\Upsilon \triangleq \frac{d(H(I_1(x, y)), \text{IM}(I_1(x, y), I_2(T_\theta(x, y))))}{d(H(I_1(x, y)), \text{IM}(I_1, I_2(T_\theta(x, y)))) + 1}, \quad (4.1)$$

donde  $d(u, v) \triangleq |u - v|$  denota la distancia entre  $u$  y  $v$ . Como resultado, la función de costo  $\Upsilon$  está siempre delimitada por el intervalo cerrado  $[0, 1]$ .

Utilizando la función de costo (4.1) y realizando algunas modificaciones al algoritmo original propuesto en [46], entre ellas la reducción del espacio de búsqueda conforme

cada iteración; se adaptó en este trabajo la técnica de optimización por esquinas para el registro de imágenes médicas multimodales.

Así, dada una transformación geométrica entre dos imágenes dependiente de un vector de  $n$  parámetros  $\theta = [\theta^1, \dots, \theta^n]$  y el espacio de búsqueda  $\Omega = \{\theta \in \mathbb{R}^n : \underline{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta}\}$ , con la cota inferior  $\underline{\theta} = [\underline{\theta}^1, \dots, \underline{\theta}^n]^T$  y superior  $\bar{\theta} = [\bar{\theta}^1, \dots, \bar{\theta}^n]^T$ , el algoritmo recursivo de RI por optimización de esquinas se implementa como se muestra a continuación:

1. Establecer el umbral de convergencia  $\epsilon \approx 0$  y obtener el tamaño inicial del espacio de búsqueda  $\theta_{M_0}$ , donde  $\theta_{M_0} = [\theta_{M_0}^1, \dots, \theta_{M_0}^n]^T$  con  $\theta_{M_0}^j = \frac{|\bar{\theta}^j - \underline{\theta}^j|}{2}$ , para  $j = 1, \dots, n$ .
2. *Inicialización*: obtener un punto de partida dado por  $\hat{\theta} = \lambda \underline{\theta} + (1 - \lambda) \bar{\theta}$ , donde  $\lambda \in (0, 1)$ . Además, establecer  $k = 1$  (iteraciones) y  $j = 1$  (número de parámetro).
3. *División del espacio de búsqueda*: generar  $N_s$  particiones en el espacio de búsqueda  $\Theta_k = \{\theta_1, \dots, \theta_{N_s} : \theta_1 = \underline{\theta} \text{ y } \theta_{N_s} = \bar{\theta}\}$ , de acuerdo a:
  - a) Si  $k = 1$ , generar  $N_s$  particiones equiespacias dentro del espacio de búsqueda (ver Apéndice B.1).
  - b) Si  $k > 1$ , generar  $N_s$  particiones logarítmicamente espaciadas con respecto al centro del espacio de búsqueda (ver Apéndice B.2).
4. *Optimización en la dirección de cada parámetro*: tomar los parámetros  $\theta^m \in \hat{\theta} \forall m \neq j$ , y evaluarlos en la función de costo (ecuación (4.1)), junto con las particiones del parámetro  $j$ ,  $\theta_i^j \in \Theta_k$  para  $i = 1, \dots, N_s$ . Reemplazar el valor de  $\theta^j \in \hat{\theta}$  con el parámetro  $j$  óptimo de las particiones,  $\theta^j = \arg \min_{\theta_i^j} \Upsilon$  y  $\Upsilon^* = \min_{\theta_i^j} \Upsilon$ .
5. *Barrido de los parámetros*: si  $j \leq n$  optimizar el siguiente parámetro,  $j = j + 1$  e ir al paso 4. De lo contrario,  $j = 1$  e ir al paso 6.
6. *Reducción del tamaño del espacio de búsqueda*: reducir el tamaño del espacio de búsqueda,  $\theta_{M_k} = \beta \theta_{M_{k-1}}$  con  $0 < \beta < 1$ .
7. *Centrar el espacio de búsqueda*: si  $\|\theta_{M_k}\| < \epsilon$ , ir al paso 8. Si no, centrar el espacio de búsqueda en el vector de parámetros encontrado  $\hat{\theta}$ ,  $\underline{\theta} = \hat{\theta} - \theta_{M_k}$  y  $\bar{\theta} = \hat{\theta} + \theta_{M_k}$ , incrementar  $k = k + 1$  e ir al paso 3.
8. *Fin de la optimización*: la función de costo óptima es  $\Upsilon^*$  y el vector de parámetros identificado es  $\hat{\theta}$ .

Nótese que en el paso 4, en cada iteración la función de costo decrece o al menos no sufre cambio, hasta eventualmente converger en un valor óptimo de la función de costo y de los parámetros. Así mismo, en el paso 4, la optimización para cada parámetro se realiza de forma independiente mientras el resto permanece constante y de ahí el nombre de optimización por esquinas [46].

Finalmente, se realizó la implementación del registro de imágenes por medio de la optimización por esquinas, en C++ bajo un S.O. Linux, utilizando los siguientes valores de parámetros del algoritmo:

- Número de particiones  $N_s = 51$ ,

- Umbral de convergencia  $\epsilon = 10^{-2}$ ,
- Factor de reducción del tamaño del espacio de búsqueda  $\beta = 0.92$ ,
- Parámetro del punto de partida  $\lambda \sim \mathcal{N}(0.5, 6.25 \times 10^{-4})$ ,
- Transformación geométrica afín (ecuación (2.12)) con  $n = 7$  parámetros  $\theta = [\phi, \lambda_x, \lambda_y, \gamma_x, \gamma_y, d_x, d_y]^T$ ,
- Para un par de imágenes de tamaño  $M \times N$  las cotas iniciales:
  - Cota inferior  $\underline{\theta} = [-20, 0.5, 0.5, -0.5, 0.5, -\frac{M}{2}, -\frac{N}{2}]^T$ ,
  - Cota superior  $\bar{\theta} = [20, 1.5, 1.5, -0.5, 0.5, \frac{M}{2}, \frac{N}{2}]^T$ .

Los parámetros anteriores fueron seleccionados con base a prueba y error, de acuerdo al desempeño del algoritmo. Además, al igual que en el RI basado en el FP, la IM y la Entropía para la ecuación (4.1), se calcularon sobre un conjunto de  $m$  píxeles equiespaciados  $(x, y) \in C$  en la imagen  $I_1$  e  $I_2$ , donde  $C = \{(x_i, y_i) : i = 1, \dots, m\}$  con  $m = \lfloor \frac{M}{8} \rfloor \times \lfloor \frac{N}{8} \rfloor$ .

Para llevar a cabo las comparaciones, se definió el criterio de convergencia como el número de registros correctos sobre el total de experimentos realizados, el cual fue calculado para los tres algoritmos (FP, Viola et al. y Opt. por Esq.); tomando como un registro correcto aquel que tuviera un TRME menor de 5 %. Para este experimento, se usaron 100 transformaciones afines aleatorias sobre una pareja de imágenes médicas multimodales (MRI T1 y T2) tomadas de [13],[47]. Los resultados de las comparaciones realizadas se muestran en la Tabla 4.2, la cual se obtuvo al comparar el porcentaje de convergencia, la media del TRME y la velocidad del algoritmo, donde se puede observar que la robustez del FP para solucionar el problema de registro afín

**Tabla 4.2.** Comparación de los algoritmos de registro de FP, Viola et al. y Opt. por Esq. en el registro de imágenes médicas multimodales.

	FP	Viola et al.	Opt. por Esq.
% de Convergencia	90	74	51
Media de TRME	2.25	3.71	3.75
Tiempo (s)			
512×512 píxeles	31.46*	204.80	157.20

\*Implementación secuencial.

Por otra parte, cabe señalar que en los experimentos realizados el algoritmo de Viola et al. (1996) siempre convergía a la misma solución para un mismo registro, mientras que el registro basado en el FP y el basado en optimización por esquinas para un mismo registro pueden converger a diferentes soluciones si son ejecutados en varias ocasiones. Lo que abre una posibilidad de mayor robustez para estas dos técnicas, ya que si se logra un alineamiento incorrecto por alguno de los dos métodos, pueden volver a ejecutarse las veces que sea necesario incrementando en cada ejecución la probabilidad de lograr el registro correcto. Analizando los tres algoritmos, es posible deducir que la convergencia a distintos registros para un mismo par de imágenes, se debe a que en el método de FP y el de optimización por esquinas existe una inicialización aleatoria, dada por la distribución de las partículas, y por el parámetro  $\lambda$  respectivos para cada algoritmo; lo que no existe en el de Viola et al. (1996). Además, a diferencia de este método, los otros dos métodos no emplean una aproximación de la función de costo y no realizan

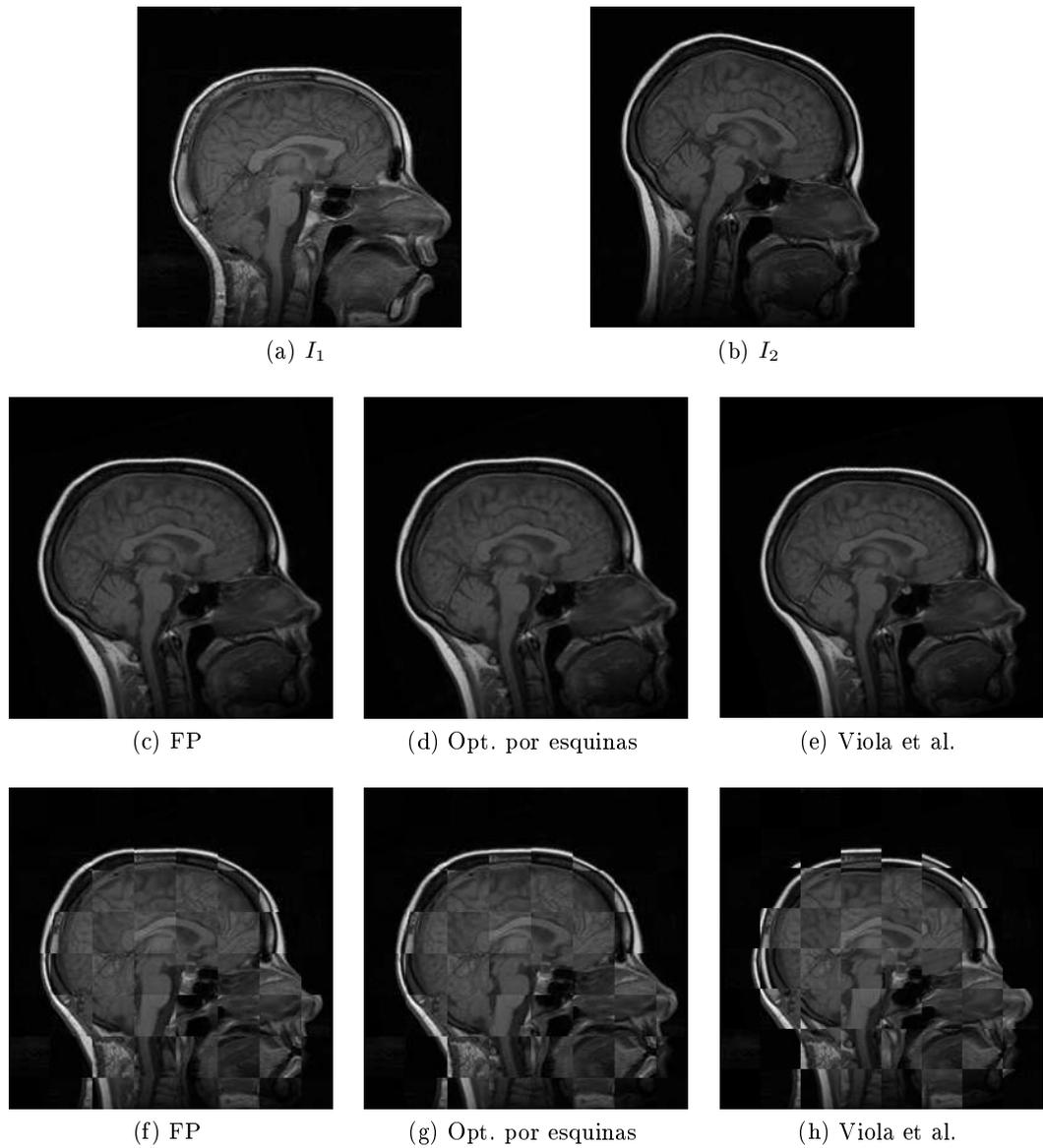
una búsqueda en la dirección de un gradiente, por lo que el algoritmo de Viola et al. (1996) es más susceptible a quedar atrapado en mínimos locales al buscar en una sola dirección.

Por ejemplo, en la Figura 4.19 se muestra la comparación del registro realizado por los tres métodos sobre dos imágenes médicas unimodales de diferentes sujetos, donde para lograr alinearlas correctamente el algoritmo de FP tuvo que ser ejecutado en 4 ocasiones, el de optimización por esquinas en 7 y el método de Viola et al. (1996) nunca logró alinearlas. En consecuencia, se puede observar que el registro de imágenes médicas basado en el FP resulta ser muy competitivo con respecto a las deformaciones afines.

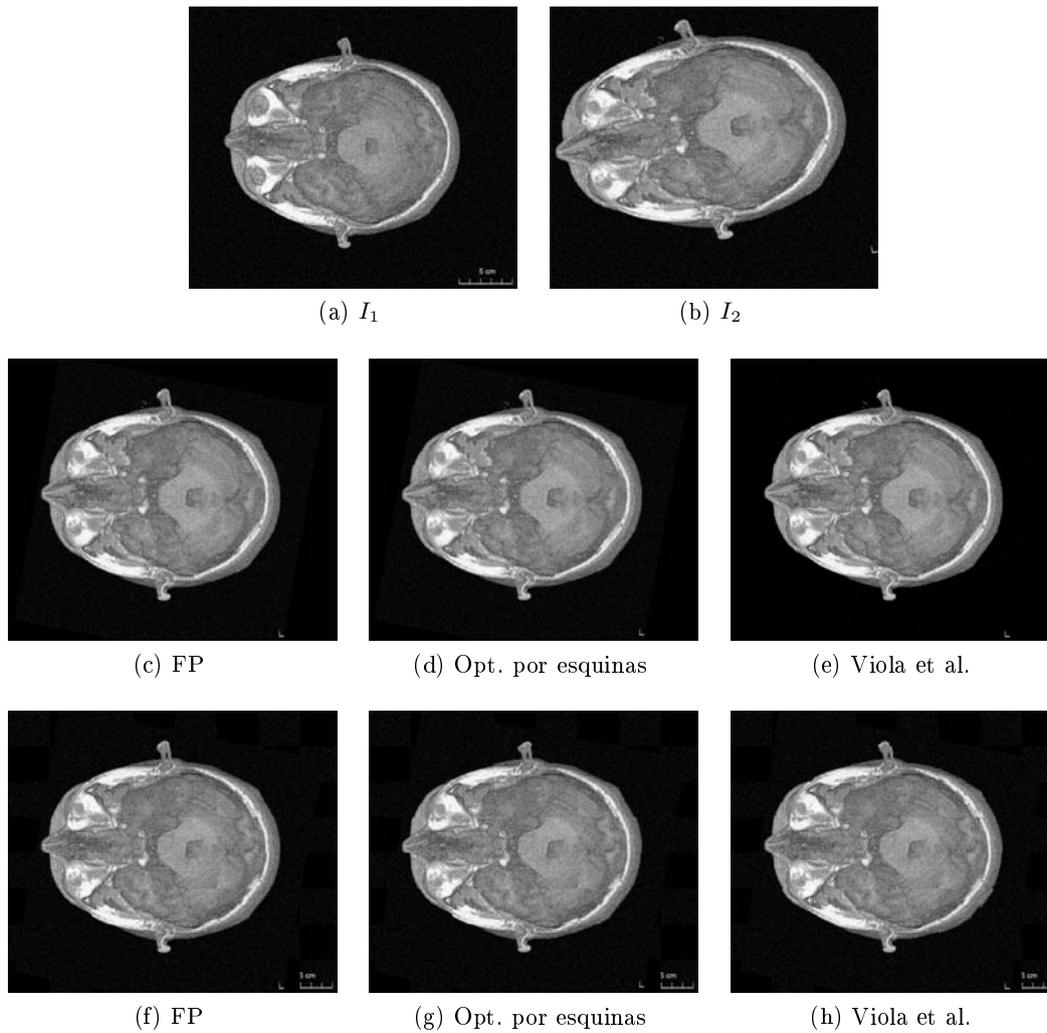
Como parte de las comparaciones, en la Figura 4.20 se muestra un ejemplo del registro logrado por los tres algoritmos sobre dos imágenes médicas unimodales, ambas contaminadas por ruido blanco con una varianza de 0.08. Es posible observar por medio de una inspección visual en la vista de tablero de ajedrez (tercer fila de la Figura 4.20), que los tres métodos convergieron al mismo registro. Por otro lado, en la Figura 4.21 se muestra un ejemplo del registro con datos parciales de dos imágenes médicas multimodales, llevado a cabo por los tres algoritmos y en la cual el método basado en el FP logra un mejor registro en comparación con los otros dos, reafirmando lo mencionado en la sección 4.4, que el registro basado en el FP muestra un buen desempeño con respecto al uso de datos parciales.

Finalmente, retomando los datos mostrados en la sección 4.2, se obtuvo el tiempo de registro con respecto al tamaño de imagen para el algoritmo de Viola et al. (1996) y el de optimización por esquinas usando imágenes médicas multimodales (ver Tabla 4.2), se obtuvo que el tiempo de registro usando el algoritmo de Viola et al. para imágenes de  $256 \times 256$  píxeles fue de 85.19 s, mientras que para el método de optimización por esquinas el tiempo para imágenes de  $256 \times 256$  píxeles fue de 38.02 s, los cuales comparados con los tiempos logrados por el registro basado en el FP (para  $256 \times 256$  píxeles 12.01 s) resultan ser poco eficientes, más aún si se comparan con la implementación en paralelo (para  $256 \times 256$  píxeles 11.17).

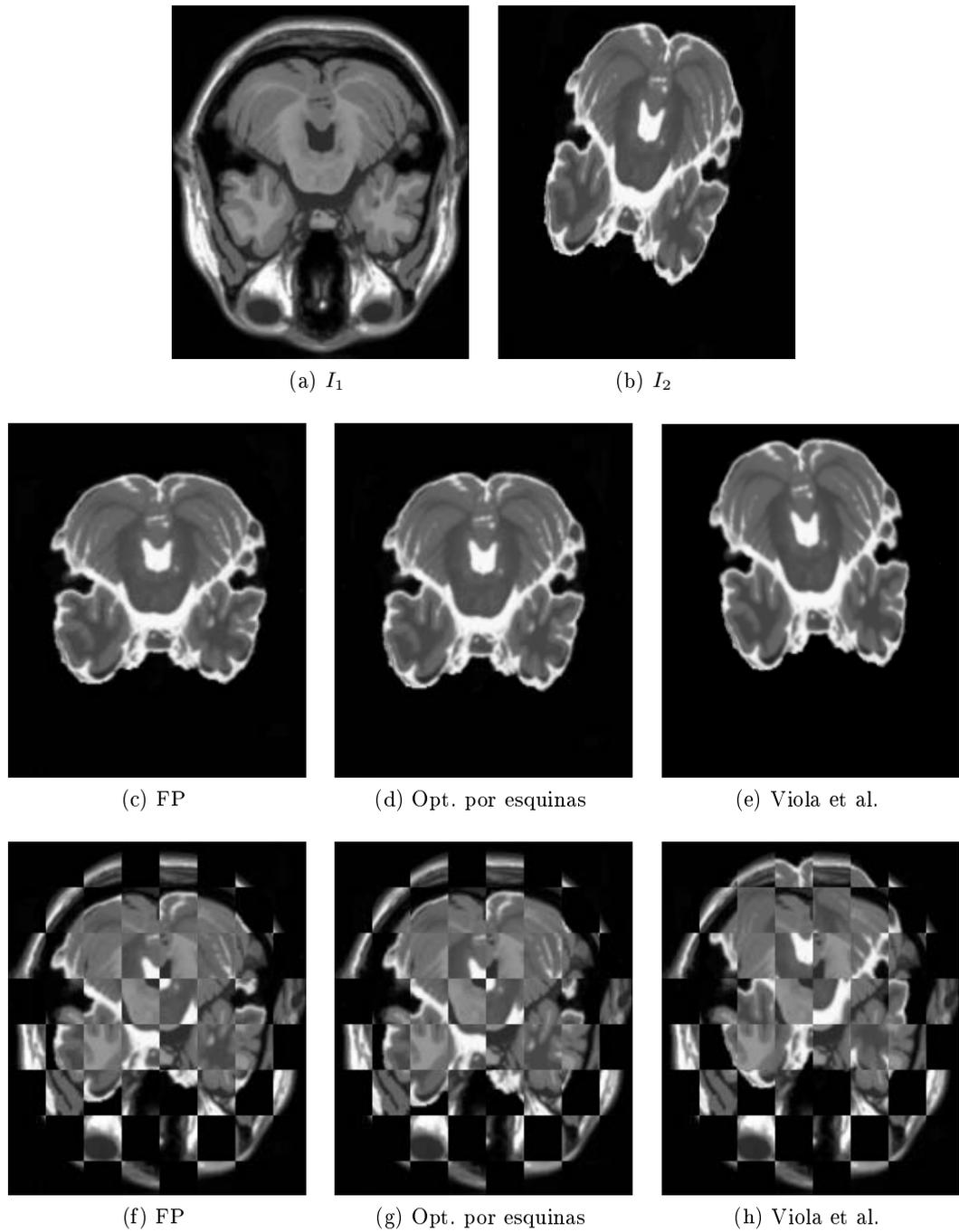
Por lo anterior, el algoritmo de RI basado en el FP demuestra tener un mejor desempeño con respecto al algoritmo de Viola et al. (1996) y al método basado en optimización por esquinas, en los aspectos que fueron evaluados en esta sección.



**Figura 4.19.** Ejemplo de la comparación del registro de dos imágenes médicas unimodales de diferentes sujetos, MRI en corte sagital de  $256 \times 256$  píxeles. Primer fila imágenes a registrar, segunda fila  $I_2(T_\theta(x, y))$  y tercer fila vista de tablero de ajedrez del registro.



**Figura 4.20.** Ejemplo de la comparación del registro de dos imágenes médicas unimodales contaminadas por ruido con una varianza de 0.08 (18 niveles de variación en la escala de grises), MRI en corte axial de  $616 \times 532$  píxeles. Primer fila imágenes a registrar, segunda fila  $I_2(T_\theta(x, y))$  y tercer fila vista de tablero de ajedrez del registro.



**Figura 4.21.** Ejemplo de la comparación del registro con datos parciales de dos imágenes médicas multimodales con el 56 % de la información ocluida en  $I_2$ , MRI en corte axial T1 y T2 de  $181 \times 217$  píxeles. Primera fila imágenes a registrar, segunda fila  $I_2(T_\theta(x, y))$  y tercera fila vista de tablero de ajedrez del registro.



## Capítulo 5

# Conclusiones

En los capítulos anteriores se expusieron los principales resultados obtenidos durante el desarrollo del trabajo de Tesis de Maestría, cuyo objetivo consistió en la implementación, análisis y evaluación de una nueva alternativa presentada por Arce–Santana et al. (2009) en [7] para solucionar el problema del Registro de Imágenes.

Durante la implementación y el análisis del método de registro basado en el FP, se logró caracterizar los parámetros del algoritmo con base a prueba y error con el objetivo de obtener el mejor desempeño del mismo, consiguiendo así definir un espacio de búsqueda acotado de los parámetros de una transformación afin para el registro de imágenes médicas unimodales y multimodales.

También se realizó una evaluación del método con respecto a la inicialización de las partículas, tomando muestras de una distribución Uniforme y Normal, esto con la intención de buscar mejorar el desempeño del algoritmo en el registro. En los resultados obtenidos se observó que no existe alguna diferencia sustancial con respecto a las dos inicializaciones, por lo que se optó por mantener muestras de una distribución Normal para generar las partículas iniciales, como en la propuesta inicial del método.

Además, gracias a que el método de RI guiado por FP resulta ser altamente paralelizable, se llevó a cabo la implementación del algoritmo en paralelo para una arquitectura multinúcleos aprovechando el poder de cómputo actual, con lo que se logró incrementar la velocidad del proceso entre 40 % y 50 % en doble núcleo, y de esta forma incrementar la velocidad de los cálculos que se deben realizar para obtener un resultado preciso, convirtiéndolo así en un método competitivo en cuanto a la velocidad de cómputo del registro.

Por otra parte, se realizaron una serie de experimentos para evaluar el algoritmo con respecto al uso de imágenes médicas contaminadas con ruido. Los resultados de los experimentos realizados mostraron la robustez del método frente al ruido, logrando registrar en las pruebas realizadas imágenes con hasta un 0.16 de varianza de ruido añadido con respecto a la intensidad de los píxeles en cada imagen, es decir, una distorsión de hasta 40 niveles en la escala de grises. Esto representa una gran ventaja, ya que se asegura que el método obtendrá buenos resultados si es empleado en el registro de imágenes de baja calidad y/o contaminadas con ruido.

De igual forma, el análisis realizado de la técnica empleando datos parciales muestra que el método evaluado es robusto con respecto al registro de imágenes médicas multimodales donde existe la pérdida u occlusión de información en alguna de las dos imágenes

a registrar, obteniendo en los experimentos realizados registros correctos con hasta el 62% de información ocluida en una de las dos imágenes. Esto resulta ser muy útil en las aplicaciones médicas, por ejemplo en el monitoreo del crecimiento de un tumor, el diagnóstico de esclerosis múltiple o en el registro de atlas médicos, entre otras.

Se realizó un análisis comparativo en el cual se llevó a cabo la modificación y adaptación del método de optimización por esquinas, para realizar la implementación del registro de imágenes médicas multimodales. Con el mismo propósito, se usó una implementación del algoritmo de registro propuesta por Viola et al. (1996). El método de RI basado en el FP fue comparado contra estas dos técnicas, donde los resultados de los experimentos realizados mostraron que el algoritmo basado en el FP cuenta con un mejor desempeño en velocidad, exactitud y rango de convergencia, como se muestra en la Tabla 4.2.

Finalmente, de los resultados que en este trabajo se presentan, se puede concluir que el método analizado es una técnica competitiva, que demuestra tener buen desempeño en circunstancias como el registro de datos parciales, el registro de imágenes ruidosas y/o de baja calidad, y en cuanto a velocidad de cómputo del registro. Por lo anterior, el registro rígido de imágenes guiado por filtro de partículas puede ser visto como una alternativa confiable y robusta para su aplicación en tareas que empleen el registro de imágenes médicas unimodales y multimodales.

Como trabajo a futuro, se plantea el realizar la extensión para el registro elástico y de volúmenes basado en el FP, y llevar a cabo pruebas de desempeño, como las presentadas en este trabajo, para estas extensiones. También se propone elaborar más comparaciones del método con otras técnicas de registro (rígido y elástico) propuestas en la literatura. Además, se sugiere el desarrollo de una herramienta de software o un toolbox de registro basada en el FP, pueden ser implementados.

## Apéndice A

# Ecuaciones de la Entropía e Información Mutua

Dadas las funciones de distribución  $P(\cdot)$  marginal y conjunta, de dos variables aleatorias discretas  $X$  y  $Y$ , se puede obtener la Entropía  $H(\cdot)$  y la Información Mutua (IM) de éstas como se muestra a continuación:

### A.1. Entropía

- Entropía marginal

$$\begin{aligned} H(X) &= -E_X [\log P(X)] \\ &= - \sum_{x_i \in \Omega_X} \log (P(X = x_i))P(X = x_i), \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

donde  $\Omega_X$  es el espacio muestral de la variable aleatoria discreta  $X$ .

- Entropía conjunta

$$\begin{aligned} H(X, Y) &= -E_{X,Y} [\log P(X, Y)] \\ &= - \sum_{(x_i, y_i) \in \Omega_{X,Y}} \log (P(X = x_i, Y = y_i))P(X = x_i, Y = y_i), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde  $\Omega_{X,Y}$  es el espacio muestral conjunto de las variables aleatorias discretas  $X$  y  $Y$ .

- Entropía condicional

$$\begin{aligned} H(X|Y) &= -E_{X,Y} [\log P(X|Y)] \\ &= - \sum_{(x_i, y_i) \in \Omega_{X,Y}} \log (P(X = x_i|Y = y_i))P(X = x_i, Y = y_i). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

## A.2. Información Mutua

$$\begin{aligned} \text{IM}(X, Y) &= E \left[ \log \left( \frac{P_{XY}(x, y)}{P_X(x)P_Y(y)} \right) \right] \\ &= \sum_{x, y \in \Omega_{X, Y}} P_{XY}(x, y) \log \frac{P_{XY}(x, y)}{P_X(x)P_Y(y)} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \quad (\text{A.5})$$

$$= H(X) - H(X|Y) \quad (\text{A.6})$$

## Apéndice B

# División del espacio de búsqueda

### B.1. División equiespaciada

Dada la dimensión del espacio de búsqueda  $n$ , el vector de cotas superiores  $\underline{\theta} = [\underline{\theta}^1, \dots, \underline{\theta}^n]^T$  y de cotas inferiores  $\bar{\theta} = [\bar{\theta}^1, \dots, \bar{\theta}^n]^T$  del espacio, y un número  $N_s$  de particiones a realizar, se puede llevar a cabo una división  $\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_{N_s}]$ , equiespaciada dentro del espacio delimitado como se muestra a continuación:

1. Calcular el vector de tamaño de paso  $\rho = [\rho^1, \dots, \rho^n]^T$ , donde

$$\rho^j = \frac{|\bar{\theta}^j - \underline{\theta}^j|}{N_s} \quad \text{para } j = 1, \dots, n.$$

2. Establecer la primer partición  $\theta_1 = \underline{\theta}$ .
3. Generar las particiones restantes,

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \rho, \quad \text{para } i = 2, \dots, N_s,$$

donde  $\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_{N_s}]$ .

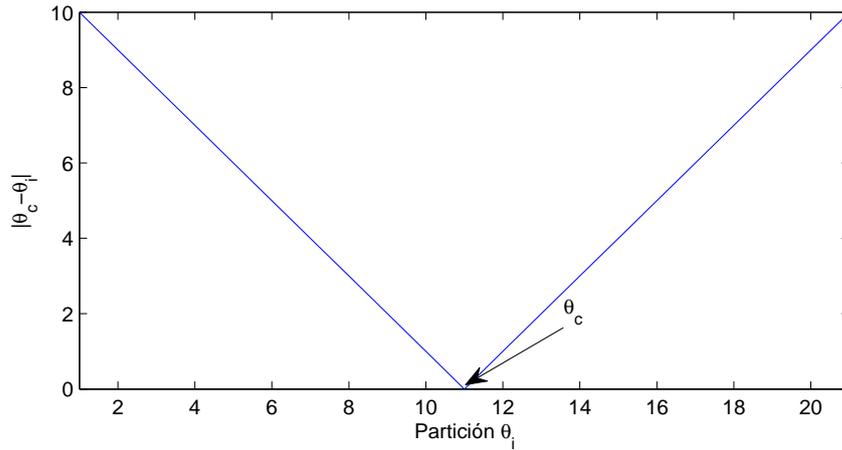
El procedimiento anterior genera un vector  $\Theta$  de  $N_s$  particiones equiespaciadas, donde la distancia entre cada partición del espacio describe una pendiente con respecto al centro, es decir, la distancia de cada partición se incrementa proporcionalmente conforme se aleja del centro, como en el ejemplo mostrado en la Figura B.1.

### B.2. División logarítmicamente espaciada

Enseguida, se puede llevar a cabo una división  $\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_{N_s}]$ , logarítmicamente espaciadas con respecto al centro del espacio delimitado como se muestra a continuación:

1. Definir el centro  $\theta_c = [\theta_c^1, \dots, \theta_c^n]^T$  y el número de divisiones a cada lado del centro  $m$ , donde

$$\theta_c^j = \frac{|\bar{\theta}^j - \underline{\theta}^j|}{2}, \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad \text{y}$$
$$m = \frac{N_s - 1}{2}.$$



**Figura B.1.** Distancia  $d(\theta_c, \theta_i) = |\theta_c - \theta_i|$  de cada partición  $\theta_i$  con respecto al centro  $\theta_c$  del espacio particionado equiespaciadamente;  $n = 1$ ,  $N_s = 20$  particiones, con cota inferior de 0 y superior de 20.

para  $N_s$  impar.

2. Generar un vector  $\rho = [\rho^1, \dots, \rho^m]^T$  de  $m$  particiones equiespaciadas entre  $\underline{\rho} = -2$  y  $\bar{\rho} = 0$  (ver sección B.1),

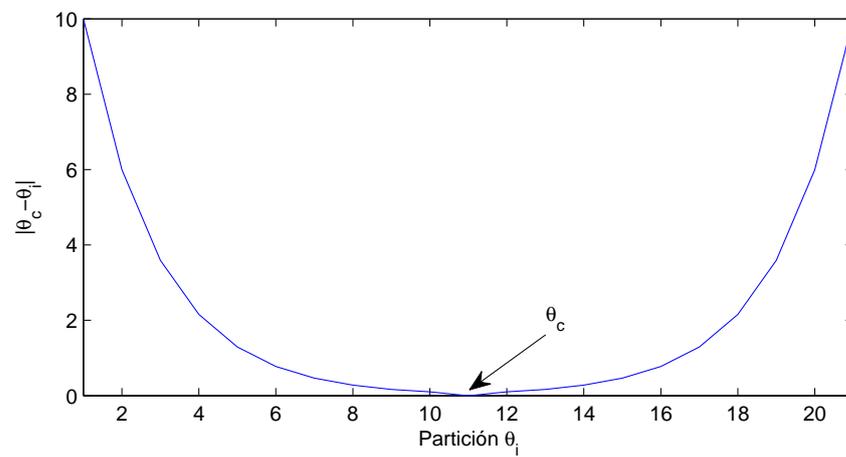
$$\rho = \{[\rho_1, \dots, \rho_m] : \rho_1 = -2 \text{ y } \rho_m = 0\}.$$

3. Definir  $\theta_{m+1} = \underline{\theta} + \theta_c$ .
4. Para  $i = 1, \dots, m$ ,

- $\theta_{m+1-i} = \underline{\theta} + \theta_c(1 - 10^{\rho_i})$  y
- $\theta_{m+1+i} = \underline{\theta} + \theta_c(1 + 10^{\rho_i})$ ,

donde  $\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_{N_s}]$ .

El procedimiento anterior genera un vector  $\Theta$  con  $N_s$  particiones logarítmicamente espaciadas con respecto al centro, donde la distancia entre cada partición con respecto al centro del espacio se incrementa logarítmicamente, como en el ejemplo mostrado en la Figura B.2.



**Figura B.2.** Distancia  $d(\theta_c, \theta_i) = |\theta_c - \theta_i|$  de cada partición  $\theta_i$  del espacio particionado logarítmicamente con respecto al centro  $\theta_c$ ;  $n = 1$ ,  $N_s = 20$  particiones, con cota inferior de 0 y superior de 20.



## Apéndice C

Artículo publicado en las memorias del 7<sup>th</sup> International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2010)

## Evaluation of Multimodal Medical Image Registration Based on Particle Filter

Isnardo Reducindo\*, Edgar R. Arce–Santana\*\*, Daniel U. Campos–Delgado\*\*,  
and Alfonso Alba\*\*

Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ciencias Diagonal Sur S/N, Zona Universitaria,  
C.P. 78290, San Luis Potosí, S.L.P., México Phone: +52 (444) 826–2316, ext. 2907, E–mail:  
isnardo.rr@gmail.com

**Abstract—** This paper presents a performance evaluation of a new multimodal image registration algorithm which is based on Bayesian estimation theory, specifically on Particle Filters. The results point to an efficient, easy to implement and robust to noise algorithm. The registration method showed good performance when using partial data, and it was compared with an algorithm based on maximization of mutual information and a Hyperplanes optimization method. Finally, we showed that the algorithm may be parallelizable, so that it is possible to reduce the computation time for image registration.

**Index Terms—** Bayesian estimation, image registration, multimodal images, particle filters.

### I. INTRODUCTION

Multimodal Image Registration is a crucial step in medical diagnosis tasks, where by combining different sources of data, the physician evaluation could be improved [1],[2]. In fact, the acquisition of multiple images of the same patient with different imagenology techniques enables correct diagnosis, longitudinal studies, and pre–surgical planning for the patient [3],[4],[5]. Almost all multimodal image registration algorithms are based on the use of Mutual Information (MI), proposed independently by Viola and Wells [6],[7], and Collignon and Maes [8],[9]. However, the optimization of the Mutual Information function is a non–convex problem.

On the other hand, the registration problem may be approached from a probabilistic viewpoint. These methods have demonstrated to be efficient to estimate affine transformation parame-

ters [10],[11],[12],[13]. One method based on this approach, in specific Bayesian estimation, is image registration guided by particle filter, proposed in [14]. In this new alternative, the search for the parameters of the affine transformation is performed following a random walk profile. Hence the Particle Filter [15],[16] is in charge of guiding this search by a maximization of a likelihood function. Moreover, with this method, it is estimated a conditional density function (a posteriori). Hence, the transformation parameters can be deduced following different approaches by using the estimated density function [17].

However, there are still open issues with respect to convergence, robustness, partial data performance and computational complexity that are going to be addressed in this work. Thus, we will show that the registration process guided by a particle filter improves previous efforts in the field of medical image applications.

We begin in Section II with the basic theory for implementing the registration algorithm based on particle filter. Section III shows the performance study as follows: in subsection III-A is presented the evaluation with respect to noise; the analysis using partial data is presented in subsection III-B, and the convergence rate comparison of the algorithm with other methods is illustrated in subsection III-C. Finally, the algorithm implementation in a parallel architecture is shown in subsection III-D, and some conclusions are drawn in Section IV.

### II. THEORY

Two random discrete variables  $A$  and  $B$  with joint probability distribution  $P_{AB}(a, b)$  and marginals  $P_A(a)$ ,  $P_B(b)$ , have a MI given by

$$MI(A, B) = \sum_{a,b \in C} P_{AB}(a, b) \log \frac{P_{AB}(a, b)}{P_A(a)P_B(b)}. \quad (1)$$

If MI is used as likelihood measurement in the image registration process, we can solve the posed

\* The author was supported by CONACYT studentship (CVU/Becario): 266553/218513 for master degree studies, and Fac. de Ciencias, UASLP, México.

\*\* The authors were partially supported by Grant PROMEP/UASLP/10/ CA06 and Fac. de Ciencias, UASLP, México.

problem as finding a geometric transformation that maximize the MI

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} \text{MI} (I_T(x, y), I_S (T_{\theta}(x, y))), \quad (2)$$

where  $T_{\theta}(\cdot)$  is the geometric transformation,  $\theta$  represents its parameters vector, and  $I_T$  and  $I_S$  are the target and source images.

It is easy to see that the optimization search (2) is highly nonlinear, and its solution requires complex optimization methods. Hence, under the approach in [14], the parameters search can be modeled by a random walk discrete dynamic pattern:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + v_{k-1}, \quad (3)$$

and output measurement

$$z_k = \text{MI} (I_T(x, y), I_S (T_{\theta_k}(x, y))) + w_k, \quad (4)$$

where  $v_{k-1}$  and  $w_k$  represent independent and identically distributed (*i.i.d.*) noise samples.

As a result, the optimization problem (2) can be solved by using non-linear estimation theory. Most of these methods are based on a linearization of the problem, for example the Extended Kalman Filter. Nevertheless, it is well-known [16] that these techniques might perform poorly for nonlinear problems. On the other hand, a method that has proved to be efficient to estimate parameters for the nonlinear dynamical systems is the Particle Filter. However, in general, the accuracy of this method is largely dependent on the computation time.

### A. Particle Filter

Particle Filter is a method based on Bayesian estimation that uses a Montecarlo algorithm to estimate a probability density function (pdf) [14],[15],[16].

The key idea of the Particle Filter (PF) is to obtain a posterior pdf at time  $k$ , through a set of test points  $\theta_k^j$  (particles) with associated weights  $\{\theta_k^j, W_k^j\}_{j=1}^{N_s}$ , such that  $\sum_{j=1}^{N_s} W_k^j = 1$ .

The PF algorithm is an iterative process, and is composed of two stages:

1. *Prediction stage*: each particle is modified using the state equation (3), through a recursive propagation of the particles at time  $k$ . A common drawback in this process is a phenomenon known as the *Degeneracy Problem*, where after a few iterations, all but one particle will have a negligible weight [15]. It is possible to solve this problem by *resampling*, in order to select only the best particles to be propagated, that is, the best particles at time  $k - 1$  are used to obtain new particles at time  $k$ .

2. *Update stage*: the weights are recalculated according to the measurements  $z_k$ , using the likelihood function  $P(z_k|\theta_k)$  [15], defined by the measurement model, in order to obtain representatives samples of  $P(\theta_k|z_k)$  [14],[18].

### B. Image Registration Based on Particle Filter

Given the output relation between both images,  $I_T$  and  $I_S$ , on equation (4), the image registration problem can be solved by using the PF algorithm [14], and the affine transformation  $T_{\theta}(\cdot)$ :

$$T_{\theta}(x, y) = \begin{bmatrix} \lambda_x \cos \phi & -\gamma_x \sin \phi & d_x \\ \gamma_y \sin \phi & \lambda_y \cos \phi & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

where  $\phi$  is the rotation angle of one image with respect to the other one,  $\lambda_x$ ,  $\gamma_x$  and  $d_x$  are the scale, shearing and translation factors on the  $x$ -axis, respectively; and  $\lambda_y$ ,  $\gamma_y$  and  $d_y$  are the factors for the  $y$ -axis. We assume then as state vector  $\theta = [\phi, \lambda_x, \lambda_y, \gamma_x, \gamma_y, d_x, d_y]^T$ , and defined the Gaussian noise vector  $v = [v_{\phi}, v_{\lambda_x}, v_{\lambda_y}, v_{\gamma_x}, v_{\gamma_y}, v_{d_x}, v_{d_y}]^T$ , with zero mean and covariance matrix given by  $\Sigma_v = \text{diag}(\sigma_{\phi}^2, \sigma_{\lambda_x}^2, \sigma_{\lambda_y}^2, \sigma_{\gamma_x}^2, \sigma_{\gamma_y}^2, \sigma_{d_x}^2, \sigma_{d_y}^2)$ . Hence, the search model in (3) can be adopted.

If  $I_S$  is the result of an injective intensity mapping for  $I_T$ , then by using the proprieties of MI [2],[14], and the entropy  $H(\cdot)$  of the source image, we can define as likelihood metric

$$P(z|\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[H(I_T(C)) - \text{MI}(I_T(C), I_S(T_{\theta}(C)))]^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (6)$$

for a given measurement noise variance  $\sigma^2 > 0$ , parameters vector  $\theta$ , and set of  $m$  equispaced pixels  $C = \{(x_i, y_i); i = 1, \dots, m\}$ , in both images. The set  $C$ , where the likelihood is evaluated, is introduced to reduce the complexity in the implementation, and  $m$  is a free parameter that depends on the type and size of the image. Note that (6) reaches its maximum when  $I_S(C) = F(I_T(T_{\theta}(C)))$ , where  $F(\cdot)$  denotes an injective intensity mapping.

#### B.1. Algorithm

Given a set of  $N_s$  particles and their weights at time  $k-1$ ,  $\{\theta_{k-1}^j, W_{k-1}^j\}_{j=1}^{N_s}$ , where each particle is a vector of states variables for an affine transformation (5), the following iteration is calculated

1. For each particle, compute the cumulative

probability as

$$c_{k-1}^i = c_{k-1}^{i-1} + W_{k-1}^i, \text{ for } i = 2, \dots, N_s \quad (7)$$

and  $c_{k-1}^1 = W_{k-1}^1$

2. For each particle,  $j = 1, \dots, N_s$ , do the *resampling* as shown below
  - (a) Generate a uniform random value  $r \in \mathcal{U}[0, 1]$ .
  - (b) Find the smallest index  $i$  such that  $c_{k-1}^i \geq r$ .
  - (c) Assign the state  $\theta_{k-1}^j = \theta_{k-1}^i$ .
3. Obtain the new set of samples at time  $k$  (Prediction stage), using the equation:  $\theta_k^j = \theta_{k-1}^j + v_{k-1}$ , where  $v_{k-1} \in \mathcal{N}[0, \Sigma_{v_k}]$ .
4. For each new particle  $\theta_k^j$ , compute the corresponding weight  $W_k^j$  (*likelihood*), according to equation (6) (Update stage).
5. Normalize the weights; and update the perturbations's variance  $v_k$ ,  $\Sigma_{v_k} = \beta_k \Sigma_{v_{k-1}}$  with  $0 < \beta_k < 1$ , in order to gradually reduce the variability in the optimization search.
6. Once the particles' weights have been computed, we could evaluate the mean of the particles to achieve the estimation:

$$\hat{\theta}_k = E[\theta_k | z_k] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N_s} W_k^j \phi_k^j \\ \sum_{j=1}^{N_s} W_k^j \lambda_{x_k}^j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{N_s} W_k^j d_{y_k}^j \end{bmatrix}. \quad (8)$$

This process is performed iteratively until  $\|\Sigma_{v_k}\| < \epsilon$  where  $\epsilon \approx 0$ . In the previous algorithm,  $\mathcal{U}[0, 1]$  denote an uniform distribution on a bounded interval  $[0, 1]$ , and  $\mathcal{N}[0, \Sigma_{v_k}]$  denote a normal distribution and its arguments denote the mean and covariance matrix, respectively.

### III. EVALUATION OF METHOD

According to equation (5), we can see that the affine transformation matrix  $T_\theta(\cdot)$  has seven parameters, but they only define six entries in  $T_\theta(\cdot)$ . Consequently, the mapping  $\theta \rightarrow T_\theta(\cdot)$  is not injective. For this reason, in order to perform a fair convergence analysis, the shearing terms were set unitary. Thus, the transformation matrix  $T_\theta(\cdot)$  is only characterized by five parameters, and then each set of parameters  $\theta$  define a unique transformation matrix.

For the experiments presented in this section, we generated synthetic random affine transformations with the five remaining parameters  $(\phi, \lambda_x, \lambda_y, d_x, d_y)$ , and these matrices were applied to a multimodal medical image, previously aligned with a target one,  $I_T$ . Later on, we used the registration based on PF for aligning both images. The following parameters were selected for the implementations

- Number of particles  $N_s = 100$ ,
- Convergence threshold  $\epsilon = 10^{-6}$ ,
- Perturbations's variance annealing  $\beta_1 = 0.25$  and  $\beta_{2:\infty} = 0.9617$ ,
- Measurement noise variance  $\sigma^2 = 0.2$ ,
- Initial state vector  $\theta_0 = [0, 1, 1, 0, 0]^T$  for  $(\phi, \lambda_x, \lambda_y, d_x, d_y)$  respectively.
- For an image of size  $M \times N$ ,
  - The set  $C$  is composed by  $m = \lfloor \frac{M}{8} \rfloor * \lfloor \frac{N}{8} \rfloor$  pixels,
  - Initial noise covariance matrix  $\Sigma_{v_0} = \text{diag}(25, 15.625 \times 10^{-3}, 15.625 \times 10^{-3}, \frac{M^2}{64}, \frac{N^2}{64})$  (units are omitted), for  $(v_\phi, v_{\lambda_x}, v_{\lambda_y}, v_{d_x}, v_{d_y})$  respectively.

All the tuning parameters were selected by trial-and-error to improve the convergence and accuracy in the implementation. The algorithm was programmed in C++ on an AMD dual-core platform at 2.1 GHz (Linux O.S.).

For performance purposes, we employed the same measurement error used in [14], for quantifying the error, the True Relative Mean Error (TRME), which is computed as follows:

$$TRME = \frac{\sum_{i=1}^5 \left| \frac{\theta_i^* - \hat{\theta}_i}{\theta_i^*} \right|}{5}, \quad (9)$$

where  $\theta_i^*$  corresponds to the  $i$ -th true parameter value, and  $\hat{\theta}_i$  to the estimated one by the PF algorithm.

One of the principal advantages of using the MI as likelihood measurement, is that it can carry out the registration of multimodal images. An example of multimodal medical image registration by using the PF algorithm is shown in Fig. 1, where it is registered a CT-image and a T1-weighted MR-image. Therefore, it is possible to observe the proper alignment of both images in a checker-board view on Fig. 1 (d).

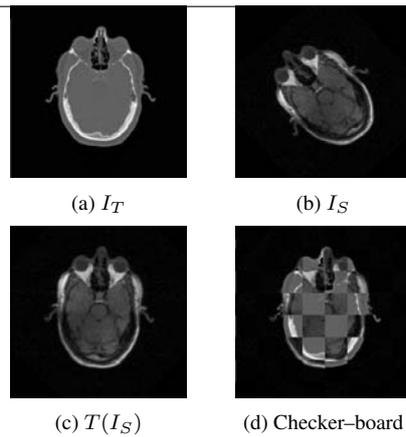


Fig. 1. Example of registration two multimodal medical image (CT-image and T1-weighted MR-image).

**A. Algorithm Robustness to Noise**

Next, we evaluate the robustness of the proposed method by adding noise in one of the two images, and repeat the experiment using 20 synthetic random transformations for different noise variances (normalized respect to gray scale). In this case, we obtained a mean TRME less than 1.0%, and 3.0% when we used variances of 0.09 and 0.15, respectively. In a second stage of the robustness test, we made the same experiment but now by adding simultaneously noise in both images (see Fig. 2), and we obtained the Box-Plot TRME shown in Fig. 3. The results in this figure illustrate a mean TRME less than 5.0% with a noise variance of 0.16. It is important to note that the slope for the Box-Plot is very small in Fig. 3, as noise is increased. With these results, we are able to confirm the noise robustness of proposed method.

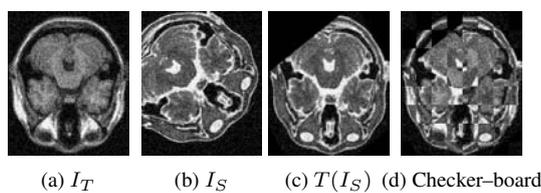


Fig. 2. Example of registration of a couple of multimodal medical image (T1-weighted and T2-weighted MR-images), both with a noise variance at 0.12.

**B. Registration with Partial Data**

When the registration algorithms are implemented in practice, especially in medical imaging applications, it is possible that either the source or target images have only partial data (some portion of the data is missing or occluded in one image). In fact, it is important to point out that the performance of the registration process with partial data

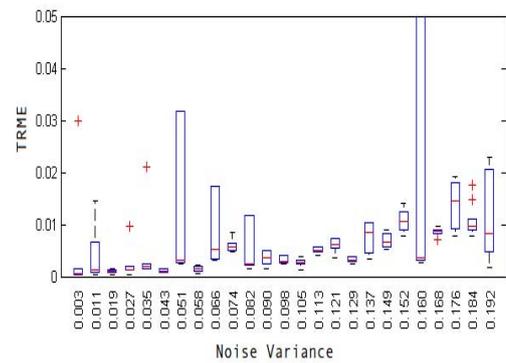


Fig. 3. Box-Plot of TRME vs Noise variance, both images with noise.

will depend on the image type. For medical tasks, the registration with partial data is more complicated, because medical images have few details and low contrast, so they are poor on information. Hence, we tested the algorithm for registration with partial data and obtained the results shown in Fig. 4.

For this experiment, we deleted the information from some pixels of image  $I_S$  and executed the PF algorithm. We repeated the experiment for 20 different images and different percentages of deleted data. The results for the mean TRME are depicted in Fig. 5. Consequently, by removing up to 62% of data from one image, the algorithm can do the registration with a TRME less than 5%. The experiment was carried out with MR-images, T1-weighted and T2-weighted, and also CT-images. The results with a 56% percentage of missing information are illustrated in Fig. 4, where by a simple visual inspection of the checker-board in the subplot (d), it is possible to see the correct alignment of the brain with the complete image. Similar registration scenarios are very common and useful in medical applications, for example in the monitoring of tumor growth.

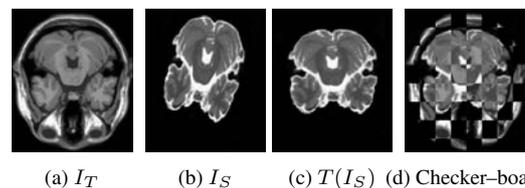


Fig. 4. Example of registration with partial data of a couple of multimodal images, 56% deleted data of  $I_S$  image (T1-weighted and T2-weighted MR-images).

**C. Comparison**

For comparison purposes, the registration algorithm based on PF, was evaluated against two

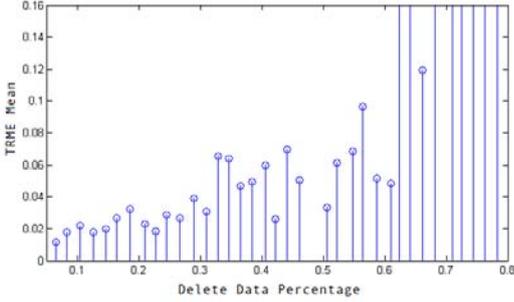


Fig. 5. Mean of TRME vs Percentage of deleted data of an image, for registration with partial data using MR-images (T1-weighted and T2-weighted).

other algorithms, the popular Viola et al. algorithm [6],[7], and with a novel optimization scheme called Hyperplanes optimization method [19].

The algorithm by Viola et al. was proposed for medical image applications, and it is based on an optimization of the mutual information as cost function, approximating the pdf's by using Parzen windows [20] that are based on differentiable Gaussian kernels, and making it possible to apply any gradient ascent algorithm to maximize the MI between two images. Meanwhile, Hyperplanes optimization method is based on converting the problem of parameters characterization to a finite dimensional optimization problem over a bounded set, thus exploiting the properties of the resulting cost function to have a simple search procedure. Specifically, we considered the following cost function

$$\Upsilon \triangleq \frac{d_2(H(I_T(C)), MI(I_T(C), I_S(T_\theta(C))))}{d_2(H(I_T(C)), MI(I_T, I_S(T_\theta(C)))) + 1}, \quad (10)$$

where  $d_2(u, v) \triangleq \sqrt{|u - v|^2}$  denotes the *two-metric* of  $(u, v)$ . As a result, the cost function  $\Upsilon$  is always bounded to the interval  $[0, 1]$ . In order to find an alternative for the medical image registration problem, we used the cost function in (10), and adapted the Hyperplanes optimization to carry out multimodal medical image registration using an affine transformation by a minimization process.

For the Viola et al. algorithm, the following parameters were used for the implementation: pixels number for the stimulation window 100, Gaussian kernel for the Parzen window with covariance matrix given by  $\text{diag}(0.2, 0.2)$ , Gaussian smoothing kernel with  $\sigma = 5$  for robust gradient estimation, annealing factor of 0.999, step size for the gradient descent (0.05, 0.01, 0.01, 50, 50) for  $(\phi, \lambda_x, \lambda_y, d_x, d_y)$  respectively, and 3000 iterations. On the other hand, for Hyperplanes optimization we divided the search surface (bounded by  $[-4\sqrt{\Sigma_v}, 4\sqrt{\Sigma_v}]$ ) in 50 intervals for each it-

eration, and used a convergence threshold for the cost function of  $10^{-6}$ , and a computation maximum time for the optimization process of 15 seconds. Both algorithms were programmed on C++, and they were computed on the same platform that based on PF.

The convergence rate, measured as the number of correct registrations over total experiments number, was computed for these three algorithms; we defined a registration as correct when the TRME was below 5%. For this experiment, we used 100 random affine transformations on a couple of multimodal medical images (T1-weighted and T2-weighted MR-images). The registration of these images shows that the convergence rate of PF algorithm was 90% with a mean TRME of 2.25%, for Viola et al. was 74% with a mean TRME of 3.61%, and Hyperplanes optimization was 51% with a mean TRME of 3.75%. Consequently, we can see that the medical image registration based on PF is very competitive with respect to affine deformations.

#### D. Multi-core Implementation

In general, image registration is a computational expensive task, but one advantage of the registration based on PF is that it is highly parallelizable. In order to accelerated the process, the registration was implemented in a multi-core computer architecture, by dividing the particle set in as many groups as the number of available cores, and assigning each group to each core.

The steps of the PF algorithm that can be executed in parallel are from 2 to 5 (see Section II-B.1). In step 2, it is possible to compute the *resampling* in parallel, and it is easy to see that steps 3 and 4, prediction and update stages, can also be parallelized without problems. Step 5 can be parallelized if the normalization factor is calculated in step 4. To evaluate the resulting computation time, we used 128 particles for the parallel implementation, and recommend using a particles number that are multiples of the cores number in the CPU.

The final implementation was executed in a dual-core PC, and we can see that it is possible to do the registration of two images of  $256 \times 256$  pixels in only 30 seconds (8.33% improvement), and in 2.15 minutes for  $1024 \times 1024$  pixels (30.23% saving). Notice that, for images less than  $256 \times 256$  pixels the computation time is not shown in Table 1, because the computational cost is not enough to notice an improvement. Consequently, the saving percentage time is proportional to images size, and this will be only limited by the cores number in the CPU. This result is very important, since trends in medi-

cal imaging applications is to use high-resolution images, and this creates a greater computational cost.

TABLE 1. TIMES CONSUMED IN SEQUENTIAL AND PARALLEL IMPLEMENTATION WITH THE IMAGE REGISTRATION BASED ON PARTICLE FILTER, AMD DUAL-CORE PC AT 2.1 GHZ, C++.

Image size (pixels)	Time of processing		
	Sequential (s)	Parallel (s)	Saving (%)
256×256	12.01±1.13	11.17±1.75	8.33
512×512	43.31±2.21	30.24±2.16	30.23
1024×1024	198.03±4.07	128.09±4.58	35.35

#### IV. CONCLUSIONS

In this paper, we presented the evaluation of a multimodal image registration algorithm based on Particle Filter. The experiments showed that the algorithm is very efficient and accurate to estimate an affine transformation, and outperformed other published methods. The algorithm showed to be very robust with respect to noise in both registered images. Furthermore, the algorithm gave good results for multimodal medical image registration with partial data. This last property, it is important for applications such as monitoring the development of tumors or other medical tasks. The algorithm is also easy to implement and highly parallelizable. We showed that can be reduce efficiently the computing time, which is appropriate for new trends in working with high-resolution medical images. As a result, due to accurate and robust alignment that this method can provide, it could be used for medical images multimodal integration, longitudinal analysis, and pre-surgical planning. For future works, we are interested in a generalization of the registration method to brain volumes and nonrigid applica-

#### REFERENCES

- [1] B. Zitová and J. Flusser, "Image registration methods: a survey," *Image and vision computing*, vol. 21, pp. 977–1000, 2003.
- [2] G. Egnal and K. Daniilidis, "Image registration using mutual information," University of Pennsylvania, Tech. Rep. 117, 2000.
- [3] L. G. Brown, "A survey of image registration techniques," *ACM Comput. Surv.*, vol. 24, pp. 325–376, Dec. 1992.
- [4] T. Chanwimaluang, G. Fan, and S. R. Fransen, "Hybrid retinal image registration," *IEEE Trans. Inf. Technol. Biomed.*, vol. 10, no. 1, pp. 129–142, Jan. 2006.
- [5] S. Periaswamy and H. Farid, "Medical image registration with partial data," *Medical Image Analysis*, vol. 10, no. 3, pp. 452–464, Jun. 2006.
- [6] P. A. Viola and W. M. Wells III, "Alignment by maximization of mutual information," *Fifth Int. Conf. on Comput. Vision*, pp. 16–23, Jun. 1995.
- [7] P. A. Viola, W. M. Wells III, P. A. Viola, H. Atsumi, S. Nakajima, and R. Kikinis, "Multi-modal volume registration by maximization of mutual information," *Medical Image Analysis*, vol. 1, no. 1, pp. 35–51, 1996.
- [8] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal, and P. Suetens, "Multimodality image registration by maximization of mutual information," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 16, no. 2, pp. 187–198, Apr. 1997.
- [9] A. Collignon, F. Maes, D. Vandermeulen, D. Delaere, P. Suetens, and G. Marchal, "Automated multimodality medical image registration using information theory," *Proc. 14th Int. Conf. Inform. Process. in Medical Imaging: Computational Imaging and Vision*, no. 3, pp. 263–274, Jun. 1995.
- [10] G. Song, B. B. Avants, and J. C. Gee, "Multi-start method with prior learning for image registration," *Proc. of the 11th IEEE Int. Conf. on Comput. Vision*, Oct. 2007.
- [11] H. Li, B. Wang, Z. Gu, and A. Wang, "A new elastic registration algorithm of medical image based on markov-gibbs random field model and b-spline wavelet," *First Int. Conf. on Intelligent Networks and Intelligent Syst.*, pp. 479–482, Nov. 2008.
- [12] E. R. Arce-Santana and A. Alba, "Image registration using markov random coefficient and geometric transformation fields," *Pattern Recognition*, vol. 42, no. 8, pp. 1660–1671, Aug. 2009.
- [13] Y. Liu, "Automatic range image registration in the markov chain," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 32, no. 1, pp. 12–29, Jan. 2010.
- [14] E. R. Arce-Santana, D. U. Campos-Delgado, and A. Alba, "Image registration

- guided by particle filter,” in *Advances in Visual Computing, Part I*, ser. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5875. Springer-Verlag, Nov. 2009, pp. 554–563.
- [15] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp, “A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 2, pp. 174–188, Feb. 2002.
- [16] D. Simon, *Optimal State Stimation*, 1st ed., Wiley-Interscience, Ed. New Jersey and Canada: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [17] H. L. V. Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory: Part I*. John Wiley & Sons, 2001.
- [18] J. H. Kotecha and P. M. Djuri, “Gaussian particle filtering,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 10, pp. 2592–2601, Oct. 2003.
- [19] D. U. Campos-Delgado, D. R. Espinoza-Trejo, and E. R. Arce-Santana, “Parameters identification in induction motors following hyperplanes optimization,” *6th Int. Conf. on Elect. Eng., Computing Sci. and Automat. Control (CCE 2009)*, pp. 251–261, Nov. 2009.
- [20] E. Parzen, “On estimation of a probability density function and mode,” *Annals of Mathematical Statics*, vol. 33, no. 3, pp. 1065–1076, Sep. 1962.

# Referencias

- [1] B. Jähne, *Digital Image Processing*, 6th ed. Springer–Verlag, 2005.
- [2] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, y S. L. Eddins, *Digital Image Processing Using MATLAB*, 2nd ed. Gatesmark Publishing, 2009.
- [3] J. P. Pluim y J. M. Fitzpatrick, “Image registration,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, no. 11, pp. 1341–1343, Nov. 2003.
- [4] L. G. Brown, “A survey of image registration techniques,” *ACM Comput. Surv.*, vol. 24, pp. 325–376, Dic. 1992.
- [5] G. Egnal y K. Daniilidis, “Image registration using mutual information,” University of Pennsylvania, Rep. Tec. 117, 2000. [Online]. Disponible: [http://repository.upenn.edu/cis\\_reports/117](http://repository.upenn.edu/cis_reports/117)
- [6] B. Zitová y J. Flusser, “Image registration methods: a survey,” *Image and vision computing*, vol. 21, pp. 977–1000, 2003.
- [7] E. R. Arce-Santana, D. U. Campos-Delgado, y A. Alba, “Image registration guided by particle filter,” in *Advances in Visual Computing, Part I*, ser. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5875. Springer–Verlag, Nov. 2009, pp. 554–563.
- [8] H. Mitchell, *Multi-Sensor Data Fusion*, 1st ed. Springer, 2007, cap. Spatial Alignment, pp. 69–82.
- [9] B. Fischer y J. Modersitzki, “Ill-posed medicine—an introduction to image registration,” *Inverse Problems*, vol. 24, May 2008. [Online]. Disponible: [http://www.iop.org/EJ/article/0266-5611/24/3/034008/ip8\\_3\\_034008.pdf](http://www.iop.org/EJ/article/0266-5611/24/3/034008/ip8_3_034008.pdf)
- [10] T. Chanwimaluang, G. Fan, y S. R. Fransen, “Hybrid retinal image registration,” *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, vol. 10, no. 1, pp. 129–142, Ene. 2006.
- [11] J. B. A. Maintz y M. A. Viergever, “An overview of medical image registration methods,” In Symposium of the Belgian hospital physicists association (SBPH-BVZF), Rep. Tec., 1996. [Online]. Disponible: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.39.4417&rep=rep1&type=pdf>
- [12] Q. sheng Chen, “Image registration and its applications in medical imaging,” Ph.D. dissertation, Vrije Universiteit Brussel, 1993.
- [13] S. Periaswamy, “General-purpose medical image registration,” Ph.D. dissertation, Dartmouth College, Abr. 2003.
- [14] S. Periaswamy y H. Farid, “Medical image registration with partial data,” *Medical Image Analysis*, vol. 10, no. 3, pp. 452–464, Jun. 2006.

- [15] H. Zhang, J. E. Fritts, y S. A. Goldman, "Image segmentation evaluation: A survey of unsupervised methods," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 110, no. 2, pp. 260–280, Mayo 2008.
- [16] P. F. Felzenszwalb y D. P. Huttenlocher, "Efficient graph-based image segmentation," *International Journal of Computer Vision*, vol. 59, no. 2, Sep. 2004. [Online]. Disponible: <http://people.cs.uchicago.edu/~pff/papers/seg-ijcv.pdf>
- [17] J. Canny, "A computational approach to edge detection," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 8, no. 6, pp. 679–698, Nov. 1986.
- [18] X. Huang, B. Wang, X. Wang, R. Liu, S. Ke, y Z. Wu, "A hybrid image registration for different phases of contrast enhanced liver ct data," *WRI World Congress on Computer Science and Information Engineering*, vol. 6, pp. 239–243, Jul. 2009.
- [19] X. Huang, Y. Sun, D. Metaxas, F. Sauer, y C. Xu, "Hybrid image registration based on configural matching of scale-invariant salient region features," *Proceedings of the 2004 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshop*, vol. 11, p. 167, Jul. 2004.
- [20] Z. Zhang y R. S. Blum, "A hybrid image registration technique for a digital camera image fusion application," *Information Fusion*, vol. 2, no. 2, pp. 135–149, Jun. 2001.
- [21] B. S. Reddy y B. N. Chatterji, "An fft-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, no. 8, pp. 1266–1271, Ago. 1996.
- [22] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379–423, 623–656, Jul. 1948. [Online]. Disponible: <http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/shannon1948.pdf>
- [23] S. H. Chang, F. H. Cheng, W. H. Hsu, y G. Z. Wu, "Fast algorithm for point pattern matching: Invariant to translations rotations and scale changes," *Pattern Recognition*, vol. 30, no. 2, pp. 311–320, Feb. 1997.
- [24] J. Flusser, "Object matching by means of matching likelihood coefficients," *Pattern Recognition Letters*, vol. 16, no. 9, pp. 893–900, Sep. 1995.
- [25] M. K. Hu, "Visual pattern recognition by moment invariants," *IRE Transactions on Information Theory*, vol. 8, no. 2, pp. 179–187, 1962.
- [26] S. Ranade and A. Rosenfeld, "Point pattern matching by relaxation," *Pattern Recognition*, vol. 12, no. 4, pp. 269–275, 1980.
- [27] H. Wang, X. Hou, J. Cong, y J. Sun, "Four-element relaxation matching algorithm of images based on known initial matching pairs," *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, vol. 36, no. 7, pp. 785–788, Jul. 2010.
- [28] W. Yu-Te, T. Kanade, L. Ching-Chung, y J. Cohn, "Image registration using wavelet-based motion model," *International Journal of Computer Vision*, vol. 38, no. 2, pp. 129–152, Jul. 2000.
- [29] P. A. Viola y W. M. Wells III, "Alignment by maximization of mutual information," *Fifth International Conference on Computer Vision*, pp. 16–23, Jun. 1995.

- 
- [30] P. A. Viola, W. M. Wells III, H. Atsumi, S. Nakajima, y R. Kikinis, "Multi-modal volume registration by maximization of mutual information," *Medical Image Analysis*, vol. 1, no. 1, pp. 35–51, 1996.
- [31] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal, y P. Suetens, "Multimodality image registration by maximization of mutual information," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 16, no. 2, pp. 187–198, Abr. 1997.
- [32] A. Collignon, F. Maes, D. Vandermeulen, D. Delaere, P. Suetens, y G. Marchal, "Automated multimodality medical image registration using information theory," *Proc. 14th Int. Conf. Information Processing in Medical Imaging; Computational Imaging and Vision*, no. 3, pp. 263–274, Jun. 1995.
- [33] E. Parzen, "On estimation of a probability density function and mode," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 33, no. 3, pp. 1065–1076, Sep. 1962. [Online]. Disponible: <http://projecteuclid.org/euclid.aoms/1177704472>
- [34] J. Nocedal y S. J. Wright, *Numerical Optimization*, 2nd ed. Springer, 2006.
- [35] H. Lester y S. R. Arridge, "A survey of hierarchical non-linear medical image registration," *Pattern Recognition*, vol. 32, no. 1, pp. 129–149, Ene. 1999.
- [36] D. Simon, *Optimal State Estimation*, 1st ed. Wiley-Interscience, 2006.
- [37] J. L. Marroquín, E. Arce, y S. Botello, "Hidden markov measure field models for image segmentation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 25, no. 11, pp. 1380–1387, Nov. 2003.
- [38] G. Song, B. B. Avants, y J. C. Gee, "Multi-start method with prior learning for image registration," *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Computer Vision*, Oct. 2007.
- [39] H. Li, B. Wang, Z. Gu, y A. Wang, "A new elastic registration algorithm of medical image based on markov-gibbs random field model and b-spline wavelet," *First International Conference on Intelligent Networks and Intelligent Systems*, pp. 479–482, Nov. 2008.
- [40] E. R. Arce-Santana y A. Alba, "Image registration using markov random coefficient and geometric transformation fields," *Pattern Recognition*, vol. 42, no. 8, pp. 1660–1671, Ago. 2009.
- [41] Y. Liu, "Automatic range image registration in the markov chain," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 32, no. 1, pp. 12–29, Ene. 2010.
- [42] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, y T. Clapp, "A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 2, pp. 174–188, Feb. 2002.
- [43] J. H. Kotecha y P. M. Djuri, "Gaussian particle filtering," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 10, pp. 2592–2601, Oct. 2003.
- [44] H. L. V. Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory: Part 1*. John Wiley & Sons, 2001.

- [45] C. Valencia-Calderón, A. Calderón-Valdiviezo, A. Muntané-Sánchez, S. Bechich, R. Oliveró-Rigau, y C. Segura-Cros, “Descripción y fundamentos de la resonancia magnética en el diagnóstico de la enfermedad cerebrovascular,” Centro Internacional de Medicina Avanzada, Barcelona, España, Rep. Tec., 2004. [Online]. Disponible: [http://www.medicosecuador.com/espanol/articulos\\_medicos/213.htm](http://www.medicosecuador.com/espanol/articulos_medicos/213.htm)
- [46] D. U. Campos-Delgado, D. R. Espinoza-Trejo, y E. R. Arce-Santana, “Parameters identification in induction motors following hyperplanes optimization,” *6th Int. Conf. on Elect. Eng., Computing Sci. and Automat. Control (CCE 2009)*, pp. 251–261, Nov. 2009.
- [47] Michigan state university, brain biodiversity bank. [Online]. Disponible: <https://msu.edu/~brains/index.html>