Índice general

Capítulo 1

Introducción

Para explicar el comportamiento de una economía, resulta de interés el analizar aquellos procesos de negociación suscitados entre diversos grupos de poder y que tienen por objeto rediseñar un marco legal existente e impulsar así una determinada política económica. Ejemplos de este tipo de procesos existen en nuestro país, como es el que experimentó México a mediados de los años noventa con una serie de profundas reformas económicas, así como la etapa actual que ha implicado importantes transformaciones a la constitución política. La motivación de la presente investigación surge por tratar de modelar la injerencia que pueden llegar a tener determinados grupos de interés en decisiones de índole económica como: Regulación y protección de monopilios, marco legal para incentivar competencia, o aspectos normativos del comercio exterior.

Al respecto, la teoría de juegos cooperativos es un área de las ciencias sociales apta para estudiar estos fenómenos, pues entre otras cosas nos permite comprender tanto el sistema de incentivos como el reparto de beneficios que favorecen la cooperación entre agentes dentro de una economía. Este aspecto es central para explicar la formación de aquellas coaliciones requeridas para tomar decisiones bajo instituciones democráticas.

Sin embargo, diversos conceptos de solución para juegos cooperativos se encuentran limitados para predecir aquellas coaliciones que podrían formarse, pues su diseño obedece a cómo repartir la valía o beneficios generados una vez formada la gran coalición. Empero, bajo ciertas circunstancias los jugadores o agentes pueden no tener incentivo alguno para formar la gran coalición. Por ende, es necesario buscar alternativas que permitan por una parte predecir la formación de coaliciones, así como, los respectivos pagos obtenidos por los jugadores una vez que la gran coalición no ha sido formada. Aspecto que podemos obserrvar en distintos ejemplos de negociación económica o política, pues ciertos cambios pueden introducirse aun sin el consentimiento del total de agentes involucrados. Por ende, al considerar un contexto democrático en el cual se construyen mayorías relativas para la toma de decisiones, es necesario contar con conceptos de solución que consideren situaciones en las que sólo una proporción de los agentes llegan a acuerdos.

El objetivo central del trabajo es el de contribuir a entender la interacción entre actores económicos dominantes y otros sectores como el gobierno involucrados en la implementación de un determinado orden jurídico. Complementariamente busca enriquecer el tratamiento de procesos de negociación políticos que mantienen una injerencia relevante para la economía.

En ese sentido, el presente trabajo constituye una ampliación a la teoría presentada por Sánchez-Mier (2005) empleando el concepto de solución por aspiraciones de Bennett (1984) para explicar procesos de cambio institucional. En Sánchez-Mier (2005) se desarrolla una teória sobre la influencia de grupos de interés económicos en procesos de alteración del estatus quo (situación en un sentido económico ineficiente) por la adopción de un nuevo estado que por el contrario puede ser eficiente o al menos mejor para la mayor parte de los agentes. Para ello el autor emplea la solución desarrollada en el trabajo de Bennett (1984) para predecir la formación de ciertas coaliciones.

Más especifícamente, en Sánchez-Mier (2005) tenemos una aplicación al proceso de reforma comercial en México, así como una caracterización de los agentes involucrados en dicho proceso.Este trabajo de investigación por una parte retoma el modelo teórico presentado por Sánchez-Mier (2005) y además plantea algunas modificaciones al trabajo ulterior del autor en Sánchez-Mier(2006) incorporando alternativas al conjunto de perfiles o políticas elegibles a las originalmente planteadas para tratar la reforma comercial en México de 1993. Sin embargo, es importante mencionar que el modelo desarrollado tiene una importante gama de aplicaciones tanto bajo escenarios de negociación política, como en posibles procesos de negociación en consejos de administración de empresas.

Aunado al proceso de reforma comercial analizado en el presente documento, a través de las aportaciones realizadas se abre la posibilidad de explorar una política elegible adicional que mantiene al vector de pagos dentro del núcleo, pero logrando un reparto más justo de los beneficios entre los agentes. Esto sugiere la posibilida de que las condiciones bajo las que se firmó el TLCAN pudieron ser mejores para los ingresos fiscales del gobierno.

El documento se ha estructurado en 3 capítulos. Durante el capítulo 2 se presenta un breve repaso sobre conceptos básicos de la teoría de juegos cooperativos, los cuales son necesarios para desarrollar y comprender el modelo. En el siguiente capítulo, se analiza el concepto de solución por aspiraciones de Bennett(1984) considerado como la base teórica del trabajo. Finalmente en el último capítulo se retoma el juego para la reforma comercial de Sánchez-Mier (2006) y después se estructura la ampliación al modelo propuesta.

Capítulo 2

Juegos Cooperativos y algunos Conceptos de Solución

En este capítulo se abordan conceptos básicos de la teoría de juegos cooperativos. En el primer apartado se realiza una exposición de juegos cooperativos en forma de función característica, así como un breve repaso de los denominados juegos simples. Para mayor claridad de la exposición, se presentan algunos ejemplos dados por la literatura existente en el tema.

En un segundo apartado, se hace hincapié en algunos conceptos de solución, como: Valor de Shapley, Núcleo y Conjunto de Negociación. Éstos últimos por considerarse esenciales para analizar y desarrollar los capítulos subsecuentes del trabajo.

2.1. Juegos Cooperativos en Forma de Función Característica

En la teoría de juegos cooperativos partimos del supuesto de que entre los jugadores es posible establecer acuerdos vinculantes con el objetivo de obtener mayores ventajas o ganancias, que si éstos actuaran de forma independiente, es decir, existen incentivos para colaborar. A lo largo de todo el presente trabajo, supondremos que los jugadores están obligados a cumplir tales acuerdos, por lo que, no se analizará el posible problema de traición entre ellos. Por otra parte, nos concetraremos en aquellos juegos de pagos laterales, lo cual implica, que es posible repartir o dividir las ganancias obtenidas como producto de la cooperación. Lo cual se distingue de aquellos juegos de utilidad no transferible, los cuales requieren de esquemas complementarios para resolver el problema de repartir una ganancia. Como pudiera ser el caso de dividir un automóvil, ya que éste no tendría atractivo si entre los jugadores se repartieran sus partes.

Definición 1 *Sea $n \in \mathbb{N}$.Un juego cooperativo en forma de función característica es un par ordenado $(N; v)$, donde N es un conjunto finito de jugadores de n elementos y v es una función:*

$$v : 2^N \to \mathbb{R}$$

tal que $v(\varnothing) = 0$-

A los subconjuntos S de N se les llama **coaliciones** y son subconjuntos de jugadores que pueden jugar de manera conjunta. Un subconjunto $S \subset N$ es llamado una coalición y $v(S)$ la **valía** de una coalición S en el juego; ésta cantidad $v(S)$ puede ser una ganancia obtenida conjuntamente, es decir, que representa el valor monetario o el resultado alcanzado a través de la cooperación.Por tanto, también puede llegar a representar costos comúnes o simplemente 1 o 0 cuando hablamos de una mayoría en una votación. Mientras que, el conjunto N es denominado como la gran coalición. La **cardinalidad** de una coalición S es denotada por $|S|$. Misma que en lo sucesivo se denotará con la letra minúscula correspondiente, por ejemplo: $s = |S|, t = |T.|$.

Por otro lado, en lo subsecuente denominaremos a la clase de todos los juegos cooperativos de $n - jugadores$ como G^n :

$$G^n = G = \{v : 2^n \to \mathbb{R} \mid v(\emptyset) = 0\}$$

Estos jugadores en muchos casos podrán representar personas, comerciantes, deudores, votantes; pero también incluso podrían considerarse como instituciones, grupos o asociaciones. A continuación presentamos algunos ejemplos para esclarecer los conceptos apenas tratados.

Ejemplo 2 (Empresa en Venta) *El dueño de una empresa (jugador 1), decide venderla y para ello opta por un proceso tradicional de valuación de activos. Lo anterior da como resultado un valor total de la firma de 5 millones. En consecuencia su poseedor está dispuesto a aceptar esa cantidad a cambio. Existen por su parte, dos empresas interesadas en la adquisición, una de éstas ofrece 9 millones (jugador 2), mientras que la segunda puede ofrecer hasta 12 millones (jugador 3). A partir de tales cifras, podemos observar que existen acuerdos que pueden beneficiar a los diferentes jugadores, por ejemplo:En el caso de que el jugador 1 y jugador 2 llegarán a un acuerdo compra-venta por 8 millones, la utilidad acumulada producto tanto de una cifra mayor a lo que espera Jugador 1, como al ahorro del jugador 2, dan como utilidad total 4 millones. La función característica para el juego es la siguiente:*

S	$v(S)$
$\{1\}$	0
$\{2\}$	0
$\{3\}$	0
$\{1,2\}$	4
$\{1,3\}$	7
$\{2,3\}$	0
$\{1,2,3\}$	7

En concreto $v(S)$ mide la cantidad máxima que es posible negociar en una coalición S, misma que, es la diferencia entre el monto mayor a ofrecer respecto a la cantidad mínima requerida por el vendedor.

Ejemplo 3 (El Juego de un Aeropuerto) *Consideremos el siguiente problema, en el que se pretende realizar una aplicación del análisis teórico del posible reparto de costos entre los agentes. En este ejemplo se considera el problema de los ajustes en las tasas que cada tipo de aeronave (por su tamaño) debe pagar en un aeropuerto. En general existen dos tipos de gastos en un aeropuerto:*

1. *Costos variables de operación debido a los cargos por aterrizaje de distintos tipos de avión*
2. *Un costo fijo de capital (Por ejemplo: Construcción de la terminal, construcción de pistas)*

Los costos variables de operación son directamente atribuibles a aquellos aviones que utilizan el aeropuerto, entonces éstos costos son cargados y acumulados directamente por cada aterrizaje. Consecuentemente, el problema del reparto de los costos se convierte en el problema de cómo repartir el costo fijo de capital para los aviones. El costo de capital fijo del proveer de pistas en un aeropuerto esencialmente depende de que tan grande sea el avión, es decir, ante el caso de un nuevo avión más grande, éste último precisa de una pista más grande.

Nosostros dividimos los aviones entre m tipos ($m \geq 1$). Sea N_j el conjunto de aterrizajes por los aviones de tipo j ($j = 1, \ldots, m$) y $N := \cup_{j=1}^{m} N_j$ el conjunto de todos los aterrizajes en el aeropuerto. Sea C_j el costo de una pista adecuada para aviones de tipo j. Sin perder generalidad, este tipo pueden ser ordenados entonces como $0 = C_0 < C_1 < C_2 < \cdots < C_m$. Sea $S \subset N, S \neq \emptyset$. Entonces el costo $c(S)$ de una pista adecuada para recibir cualquier tipo de aterrizaje en S está dada por:

$$c(S) := \max \{C_j \mid 1 \leq j \leq m, S \cap N_j \neq \theta\}$$

Mientras $c(\emptyset) := 0$.

Ejemplo 4 (El Problema de la Bancarrota)) *Un problema de bancarrota consiste esencialmente en un par* (C, d) *en el cual* C *es un número real positivo que representa capital disponible para hacer frente a un conjunto* $N = \{1, \ldots, n\}$ *de acreedores. Cada acreedor demandará una cantidad positiva* $d_i, 1 \leq i \leq n$*.En este contexto tenemos un problema cuando el capital disponible* C *resulta insuficiente para hacer frente al conjunto de demandas, que puede expresarse como:*

$$C < \sum_{i \in N} d_i$$

Para esta situación se propone un juego cooperativo con utilidad transferible definido de la sifuiente forma:

$$v(S) = \text{máx}\left\{0, C - \sum_{i \in N \setminus S}\right\}, \textit{para todo } S \subseteq N$$

Donde $v(S)$ representa el pago que los miembros de la coalición pueden garantizarse en la situación más desfavorable, es decir, en el caso en que los acreedores de $N \setminus S$ reciben, si es posible, todas sus demandas.

Un caso particular podría ser:

$$C = 300; d_1 = 50, d_2 = 125, d_3 = 175$$

La función característica para este caso en particular es:

$$\begin{array}{lll} v(\{1\}) = 0 & v(\{12\}) = 125 & \\ v(\{2\}) = 75 & v(\{13\}) = 175 & \\ v(\{3\}) = 125 & v(\{23\}) = 250 & v(\{123\}) = 300 \end{array}$$

2.1.1. El Caso de los Juegos Simples

La teoría de juegos también puede ser empleada para describir el poder de un votante bajo diferentes sistemas de votación. Lo anteior, por la invención de los denominados juegos simples de Von Neumann y Morgenstern. Los juegos simples se caracterizan por el hecho de que las distintas coaliciones en el juego, pueden ser divididas en dos tipos: ganadora y perdedora. En un juego de $n-$votantes el juego v se define como juego simple si:

1. $v(S) \in \{0, 1\}$ para toda $S \subset N$
2. $v(N) = 1$
3. $v(S) \leq v(T)$ para toda $S \subset T \subset N$

La condición (3) es conocida como condición de monotonía para un juego de $n-$personas.

Definición 5 *Un juego de mayoría ponderada es una terna* (N, w, c) *con* $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ *representando el conjunto de jugadores,* $w = (w_1, w_2, \ldots, w_n)$ *con* $w_1 \geq 0, 1 \leq i \leq n$*, es una distribución de pesos y* $c > \frac{1}{2} \sum_{k \in N} w_k$*, es la cuota exigida para ganar una votación. Se representará un juego de mayoría ponderada como sigue:*

$$[c; w_1, w_2, \ldots, w_n]$$

Definición 6 *Un juego (N, v) es superaditivo si*

$$(S, T \subseteq N \text{ y } S \cap T = \emptyset) \Longrightarrow v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$$

Definición 7 *Un juego (N, v) es de suma constante si*

$$v(S) + v(N \backslash S) = v(N) \text{ para toda } S \subseteq N$$

$: N \setminus Sv + Sv = N^2 Sa^3 doprtv \subseteq$

Definición 8 *Un juego (N, v) es un juego simple si y sólo si $v(S) = 0$ o 1 para toda $S \subseteq N$ y $v(N) = 1$.*

Ejemplo 9 (Junta de Accionistas) *Seis accionistas conforman el consejo de administración de una firma. Para aprobar ua determinada propuesta, es necesario una mayoría simple de votos del 51 %. Cada uno de los accionistas tiene un voto equivalente al porcentaje de acciones que posee dentro de la firma. Los cuales se reparten de la siguiente forma:*

Accionista	%
1	25,00
2	26,00
3	12,25
4	12,25
5	12,25
6	12,25

La función característica para este juego está dada por:

$$v(S) = \begin{cases} 1 & si \displaystyle\sum_{j \in S} w_j \geq c \\ 0 & si \displaystyle\sum_{j \in S} w_j < c \end{cases}$$

En consecuencia los accionistas mayoritarios son jugadores vetadores, dado que su presencia en alguna coalición es indispensable para aprobar una resolución. Suponiendo que un socio tuviera el 51 % del total de acciones, entonces no sólo sería un jugador vetador, sino que además, se trataría de un jugador dictador, pues por sí mismo conseguiría que una medida se apruebe.

Ejemplo 10 (Consejo de Seguridad de la ONU) *El Consejo de Seguridad de las Naciones Unidas es un órgano que posee la virtud de tomar decisiones y obligar a sus miembros a acatarlas. Está conformado por 15 miembros, 5 de los cuales son miembros permanentes (China, Reino Unido, Estados Unidos y Rusia), así como de 10 miembros no permanentes. Para que una resolución sea aprobada, debe haber un voto a favor de al menos nueve de los quince miembros del Consejo. Si un miembro permanente no está de acuerdo con alguna resolución, ésta no pasa. Tenemos que el juego para esta empresa se define como sigue:*

$$[39; 7, 7, 7, 7, 7, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$$

Por ende, los miembros permanentes tienen capacidad de veto ya que son indispensables para que una resolución del consejo sea aprobada. Sin embargo, por si solos no pueden aprobar tampoco una medida, más adelante mediante el valor de Shapley podremos conocer qué tan poderosos son los países permanentes respecto a los miembros no permanentes.

2.1.2. Conceptos de Solución

En este apartado, analizaremos algunos conceptos de solución que por sus características resultan importantes para la comprensión y desarrollo de los subsecuentes capítulos. Como habíamos mencionado anteriormente, aquí se desglosan conceptos como: núcleo, conjunto de negociación y el fundamental teorema del valor de Shapley. Complementariamente se ofrecen una serie de ejemplos con la intención de fijar de mejor manera las distintas definiciones formales.

Una distribución del monto $v(N)$ entre los jugadores será representada por un vector $x \in \mathbb{R}^n$ satisfaciendo el principio de eficiencia: $\sum_{j \in N} x_i = v(N)$. Donde x_i representa el pago que recibe el jugador i de acuerdo a la distribución previamente acordada de pagos x.Utilizaremos la siguiente notación: $\forall x \in \mathbb{R}^n$ y $\forall S \subseteq N$ tenemos entonces que:

$$x(S) := \sum_{i \in S} x_i$$

Los vectores $x \in \mathbb{R}^n$ que satisfacen el principio de eficiencia $x(N) = v(N)$ son llamados **vectores eficientes de pagos** o **pre-imputaciones** para un juego v de $n-$jugadores. El conjunto no vacío de todas las pre-imputaciones está denotado por

$$I^*(v) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x(N) = v(N)\}$$

Podemos decir que desde la introducción de la noción de juegos cooperativos se han propuesto diversos conceptos de solución han sido propuestos. Los conceptos de solución preescriben de alguna manera un subconjunto específico del conjunto de pre-imputaciones. Formalmente, un concepto de solución sobre una colección no vacía de juegos G es una función $\psi(v)$ sobre G la cual está asociada con cualquier $v \in G$ un subconjunto $\psi(v)$ del conjunto de pre-imputaciones $I^*(v)$.

La mayoría de los conceptos de solución propuestos cumplen con el principio de **racionalidad indiviual,** el cual implica que cualquier jugador i recibe un pago equivalente al que éste jugador puede obtener por si sólo, es decir: $x_i \geq v(\{i\}) \forall i \in N$. Aquellas pre-imputaciones que también satisfacen el concepto de racionalidad individual son llamadas: **imputaciones**. El conjunto de imputaciones es denotado por $I(v)$:

$$I(v) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x(N) = v(N) \text{ y } x_i \geq v(\{i\}),\ \forall i \in N\}$$

El Núcleo

Podemos observar fácilmente que en diversos juegos planteados, resultaría imposible satisfacer a todas las coaliciones al mismo tiempo, por lo que en todo caso, hacerlo implicaría distribuir ua cantidad mayor al valor otorgado por $v(N)$. En consecuencia, se han introducido diversos conceptos de solución, en los que es posible satisfacer a todas las coaliciones a la vez; entre los primeros esfuerzos por encontrar una solución razonable a este problema se encuentra el llamado núcleo.

Sin embargo, y tomando en consideración algunas de las vinculaciones entre el concepto de solución núcleo y los conjuntos estables, definiremos en primer orden este concepto. Los denominados conjuntos estables son descritos en términos de la relación existente entre imputaciones llamadas dominantes.

Definición 11 *Sea $v \in G^n, x \in I(v)$, así como, $y \in I(v)$.Decimos que, x domina y (Notación: x dom y) si existe una coalición S no vacía tal que;*

$$x_i > y_i \text{ para toda } i \in S \qquad y \qquad x(S) \leq v(S)$$

Definición 12 *Sea $v \in G^n$. Decimos que $V \subset I(v)$ es un conjunto estable para el juego v, si éste satisface las siguientes dos condiciones:*

i) *Si $x \in V$ y $y \in V$, entonces x no domina y*

ii) *Si $x \in I(v) \backslash V$, entonces existe $y \in V$ tal que y domina x*

Una vez definido el concepto de conjunto estable, pasamos a la definición formal de núcleo
El núcleo $C(v)$ de un juego $v \in G^n$ está dado por

$$C(v) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \;\middle|\; \begin{array}{c} x(N) = v(N) \text{ y} \\ x(S) \geq v(S) \forall S \subset N \end{array} \right\}$$

Claramente $C(v) \subset I(v)$ para cualquier juego $v \in G^n$.

La relación entre el núcleo y el conjunto estable deriva en el siguiente teorema, pues el núcleo de cualquier juego se encuentra en el conjunto de todas las imputaciones no dominadas para ese juego.

Teorema 13 *Sea $v \in G$.*

i) *Si $x \in C(v)$, entonces no existe $y \in I(v)$ tal que y dom x*

ii) *Si el juego v es superaditivo, entonces $C(v) = \{x \in I(v) \mid \nexists\ y \in I(v)$ donde y dom $x\}$*

Como corolario tenemos que:

Corollary 14 *Sea v un conjunto estable para un juego $v \in G$:*

i) *Entonces $C(v) \subset V$*

ii) *Si el núcleo $C(v)$ es un conjunto estable, entonces $V = C(v)$*

Ejemplo 15 *Considere un juego de 3 jugadores con valías definidas por:*

$$v(S) = \text{mín}\left\{ \left(|S \cap P| \right), \alpha(S \cap Q \mid \forall S \subset N \right\}$$

Donde $P = \{1\}, Q = \{2, 3\}$ y $0{,}5 \leq \alpha \leq 1$

Por la definición anterior de valía y la definición de núcleo tenemos que:
$v(N) = 1, v(12) = v(13) = \alpha$ y $v(S) = 0$ en cualquier otro caso
Por tanto:

$$C(v) = \left\{ x \in \mathbb{R}^3_+ \mid x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_2 \leq 1 - \alpha, \right\}$$

Lo cual es igual a

$$= conv\left\{ (1, 0, 0), (\alpha, 1 - \alpha, 0), (\alpha, 0, 1 - \alpha), (2\alpha - 1, 1 - \alpha, 1 - \alpha \right\}$$

En este caso el núcleo es un cuadrilátero dentro del conjunto de imputaciones

Para reafirmar los aspectos tratados en el ejemplo anterior, ahora tomaremos uno más específico que en este caso se trata de:

Ejemplo 16 (Mercado de Guantes) *Sea N el conjunto de jugadores formado por dos tipos de ellos, en este caso $N = P \cup Q$, donde $P \cap Q = \emptyset$.La función característica por otro lado está definido como:*

$$v(S) = \text{mín}\{|S \cap P|, |S \cap Q|\}$$

El juego v es llamado así (Mercado de Guantes), porque cada jugador de tipo P posee guantes de la mano derecha, mientras que los juagdores de tipo Q poseen guantes de la mano izquierda. En este caso, si j jugadores de P y k miembros de Q forman una coalición, entonces tendrían mín $\{j, k\}$ *de pares completos. Puesto que, guantes de un solo tipo no tienen valía.*

Ahora supondremos que, la cardinalidad de ambos conjuntos es igual a 2. Lo que implica un juego de 4 jugadores, donde: $1, 2 \in P$,y $3, 4 \in Q$

Con lo que se obtienen las siguientes valías:

$$\begin{array}{llll}
v\{1\} = 0 & v\{1,2\} = 0 & v\{2,4\} = 1 & v\{1,3,4\} = 1 \\
v\{2\} = 0 & v\{1,3\} = 1 & v\{3,4\} = 0 & v\{2,3,4\} = 1 \\
v\{3\} = 0 & v\{2,3\} = 1 & v\{1,2,3\} = 1 & v\{1,2,3,4\} = 2 \\
v\{4\} = 0 & v\{1,4\} = 1 & v\{1,2,4\} = 1 &
\end{array}$$

Tenemos que:

$$C(v) = \left\{x \in \mathbb{R}_+^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, x_1 \leq 1, x_2 \leq 1, x_3 \leq 1, x_4 \leq 1\right\}$$

En el siguiente ejemplo vemos algunos alcances del concepto de solución de núcleo.

Ejemplo 17 (Un ejemplo simétrico particular, n=3) *Definimos los valores para $v(S)$ de la siguiente forma:*

$$v(S) = \begin{cases} 0 & si\ s = 1 \\ \frac{2}{3} & si\ s = 2 \\ 1 & si\ s = 3 \end{cases}$$

Supóngase $x \in C(v)$. Entonces :

$$C(v) = \left\{x \in \mathbb{R}_+^3 \mid x_i \geq 0, x_1 + x_2 \geq \frac{2}{3}, x_1 + x_3 \geq \frac{2}{3}, x_2 + x_3 \geq \frac{2}{3}, x_1 + x_2 + x_3 = 1\right\}$$

De donde podemos obtener todavía una mejor caracterización del núcleo:

$$C(v) = \left\{x \in \mathbb{R}_+^3 \mid 0 \leq x_1 \leq \frac{1}{3}, 0 \leq x_2 \leq \frac{1}{3}, 0 \leq x_3 \leq \frac{1}{3}, x_1 + x_2 + x_3 = 1\right\}$$

De donde obtenemos el siguiente resultado:

$$x = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$$

Ejemplo 18 (Competencia de Tiro) *Supongamos una competencia de tiro en la cual, el premio para el ganador es de 27 dólares.*

S	**v(S)**
$\{A\}$	8,00
$\{B\}$	5,40
$\{C\}$	2,40
$\{A, B\}$	24,60
$\{A, C\}$	21,60
$\{B, C\}$	19,00
$\{A, B, C\}$	27,00

Vemos que el juego en cuestión cumple con ciertas popiedades. En primer lugar la funci[on v es superaditiva, es decir, cualquier conjunto de jugadores resulta al menos tan bueno en coalición como en cualquier subcoalición. Complementariamente podemos observar que se trata de un juego esencial,de suma constante y además cumple con simetría.

Ahora empezaremos por definir el conjunto de imputaciones que está dado por:

$$\begin{aligned} I(v) &= \{x_A + x_B + x_C = 27, x_A \geq 8, x_B \geq 5{,}40, x_C \geq 2{,}40\} \\ &= \{(19{,}20, 5{,}40, 2{,}40), (8, 16{,}6, 2{,}4), (8, 5{,}4, 13{,}6)\} \end{aligned}$$

Por tanto, por núcleo de este juego es vacío, pues por las características mencionadas no pueden ser satisfechas todas las coaliciones, es decir que, tendríamos que distribuir un premio mayor a 27.El núcleo del juego está definido por:

$$C(v) = \left\{ \begin{array}{c} x_A \geq 8, x_B \geq 5{,}40, x_C \geq 2{,}40, x_A + x_B \geq 24{,}60, x_A + x_B = 21{,}60, \\ x_B + x_C \geq 19{,}00, x_A + x_B + x_C = 27{,}00 \end{array} \right\}$$

De donde obtenemos:

$$C(v) = \{\emptyset\}$$

Kernel

Muy cercano al concepto de Conjunto de Negociación, mismo que describiremos en este mismo apartado, se encuentra el concepto de solución Kernel. Este concepto fue introducido por Davis y Maschler (1965), quienes mostraron que el Kernel es un subconjunto del Conjunto de Negociación.

Definición 19 *Sea $v \in G$ y $x \in I^*$. El máximo excedente de un jugador i sobre otro jugador j con respecto a la pre-imputación x en el juego v está dada por:*

$$s_{ij}^v(x) := \max\{e^v(S,x) \mid S \in \Gamma_{ij}\}$$

Entonces un excedente no negativo (o no positivo respectivamente) de i sobre j en una pre-imputación x representa el máximo (mínimo) monto que el jugador i puede ganar (perder) sin la cooperación del jugador j retirándose del vector de pagos x y formando una coalición que no contiene al jugador j.sobre el entendido de que los demás jugadores que forman dicha coalición están satisfechos con el monto acordado en el vector x. Por ende, el máximo excedente $s_{ij}^v(x)$ puede ser visto como una medida del poder del jugador i para amenazar al jugador j con respecto a la pre-imputación x. Si además la pre-imputación x es racional individual , entonces el jugador j es inmune a cualquier amenaza $x_j = v(\{j\})$ porque el jugador j puede obtener su pago $v(\{j\})$ por si mismo. Decimos que el jugador i supera al jugador j con respecto a la imputación $x \in I(v)$ si:

$$x_j > v(\{j\}) \text{ y } s_{ij}^v(x) > s_{ji}^v(x)$$

El Kernel está definido como el conjunto de todas las imputaciones para las que ningún jugador supera a otro jugador.

Definición 20 *Sea $v \in G$. El Kernel $K(v)$ de un juego v es el conjunto de todas las imputaciones $x \in I(v)$ que satisfacen para cualquier $i, j \in N$, $i \neq j$*

$$\begin{array}{l} \left[s_{ij}^v(x) - s_{ji}^v(x)\right]\left[x_j - v(\{j\})\right] \leq 0 \text{ y} \\ \left[s_{ji}^v(x) - s_{ij}^v(x)\right]\left[x_i - v(\{i\})\right] \leq 0 \end{array}$$

Valor de Shapley

El valor de Shapley es una solución de punto único, es decir, a cada juego cooperativo se asigna un único vector de pagos. La $i-$ésima entrada del vector de pagos puede ser considerada como una medida del valor o poder de $i-$ésimo jugador en el juego. Alternativamente el vector de valores puede ser tomado como un egreso arbitrado del juego. Dicha solución fue introducida y carcaterizada por Shapley (1953) con la ayuda de algunas propiedades o axiomas. Este mecanismo tiene la ventaja de no pedir condiciones a la solución de un juego en particular. Por ende, el problema de repartir el monto que obtenga cada coalición se convierte en el asunto de si los jugadores aceptan o no supuestos elementales.

La fórmula del valor de Shapley $\phi(v) \in \mathbb{R}^n$ de un juego $v \in G$ es la siguiente para toda $i \in N$

$$\phi_i(v) = \sum_{S \subset N \setminus \{i\}} \gamma_n(S) \left[v \left(S \cup \{i\} \setminus v(S) \right) \right]$$

Donde

$$\gamma_n(T) = (n!)^{-1} t!(n - t - 1)!$$

para toda $S \subset N, T \neq N$.

Tenemos que, podemos expresar $\gamma_n(T) = (n!)^{-1} t!(n - t - 1)!$, como

$$\gamma_n(T) = n^{-1} \binom{n-1}{t}^{-1} \quad y \quad \sum_{S \subset N \setminus \{i\}} \gamma_n(S) = 1 \quad \forall i \in N$$

Lo anterior implica que, $\{\gamma_n(S) \mid S \subset N \setminus \{i\}\}$ puede ser considerada como una distribución de probabilidad sobre la colección de subconjuntos de N que no contienen a i. Puede notarse que esta probabilidad

Se pide que el operador φ satisfaga tres axiomas: simetría, aditividad y un tercero que engloba eficiencia y nulidad. Además se demuestra que es el único operador que los satisface.

El axioma de aditividad implica que el pago a una coalición en diferentes juegos es exactamente la suma del pago obtenido en cada uno de ellos, por tanto no puede obtener ventaja adicional por jugar dos juegos en serie.

Definición 21 *Se dirá que φ es aditivo si y sólo si $\varphi(v + w) = \varphi(v) + \varphi(w)$ para todo $v, w \in G$.*

Por su parte, el axioma de simetría impplica que si la función es simetríca para un par de jugadores, entonces los valores que les serán asignados, deberán ser iguales.

Definición 22 *Se dirá que φ satisface simetría si y sólo si $\varphi(\theta * v) = \theta\varphi(v)$ para todo $(\theta, v) \in \Theta \times G$.*

El axioma de eficiencia nos dice que el valor total de los pagos recibidos por los jugadores es igual al valor de la gran coalición.

Definición 23 *Se dirá que φ es eficiente si y sólo si $\sum_{i \in N} \varphi_i(N, v) = v(N)$ para todo $v \in G$.*

El axioma de nulidad refiere que, si un jugador no contribuye o disminuye el valor de ninguna coalición a la cual éste se une, entonces el pago final que recibirá es igual a cero.

Definición 24 *Se dirá que i es un jugador nulo en v si y sólo si $v(S \cup \{i\}) = v(S)$ para toda $S \subseteq N$.*

Definición 25 *Se dirá que φ satisface nulidad si y sólo si $\varphi_i(N, v) = 0$ cuando i es un jugador nulo en v.*

Teorema 26 (Shapley, 1953) *El valor de Shapley $\varphi : G^n \to \mathbb{R}^n$ es el único valor sobre G que satisface las cuatro propiedades o axiomas de: simetría, nulidad y aditividad y eficiencia.*

Tomando en cuenta la propiedad de aditividad, tomaremos en consideración que, por una parte el espacio de jugadores $N = \{1, \ldots, n\}$,así como el subconjunto de juegos superaditivos sobre el mismo espacio, forman un espacio vectorial sobre el campo de los números reales si definimos la suma y el producto de la siguiente forma:

a) $(v + w)(S) = v(S) + w(S)$ para todo $v, w \in G$

b) $(cv)(S) = cv(S)$ para todo $v \in G$ y para todo $c \in \mathbb{R}$

donde G denota que cualquiera de estos conjuntos.

Ejemplo 27 *El valor de Shapley para el juego de la bancarrota considerado anteriormente, en el punto* $C = 300, d = (\ 50, 125, 175)$, *es:*

$$\varphi(N, v) = \left(\frac{100}{3}, \frac{650}{6}, \frac{950}{6}\right) \approx (33{,}3333, 108{,}3333, 158{,}3333)$$

Esta solución tiene diferencias respecto a la propuesta de un reparto proporcional de las demandas $(\frac{300}{7}, \frac{750}{7}, 150) \approx 42{,}8514, 107{,}1428, 150)$ y como podemos observar beneficia al segundo y tercer jugador perjudicando al primero.

Ejemplo 28 *Sea la función característica de un juego la siguiente:*

$$v(S) = \begin{cases} |S| & \text{si } 1 \in S \\ 0 & \text{si } 1 \notin S \end{cases} \quad \forall S \subseteq N$$

Tenemos entonces que el valor de Shapley será:

$$\varphi(v) = \begin{cases} \sum_{i \in S \subseteq N} \left[\frac{(s-1)!(n-s)!}{n!}[s]\right] & \text{si } i = 1 \\ \sum_{i,1 \in S} \left[\frac{(s-1)!(n-S)!}{n!}[s]\right] & \text{si } i \neq 1 \end{cases} = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{si } i = 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } i \neq 1 \end{cases}$$

Ejemplo 29 ***Ejemplo 30*** *Supóngase que existen cuatro partidos políticos, donde* $N = \{A, B, C, D\}$, *los cuales en el congreso tienen* $45, 25, 15$ *y* 15 *representantes respectivamente. En el congreso para llegar a una resolución debe contarse con una mayoría simple equivalente al* $51\,\%$ *de la votación total. En este caso, la mayoría implica ejercer un gasto de* 100 *millones de pesos. Por ende, podemos observar como todas aquellas coaliciones en las que participa el jugador* A*, son coaliciones ganadoras; y dada la fórmula del valor de Shapley podemos calcular su pago de la siguiente forma:*

$$\begin{aligned} \phi_A &= (3)\frac{(4-1)!(2-1)!}{4!}(100-0) + (3)\frac{(4-3)!(3-1)!}{4!}(100-0) + (1)\frac{(4-4)!(4-1)!}{4!}(100-100) \\ &= 25 + 25 + 0 = 50 \text{ millones} \end{aligned}$$

Mientras que el pago para el jugador B tenemos que:

$$\begin{aligned} \phi_B &= \frac{(4-2)!(2-1)!}{4!}(100-0) + \frac{(4-3)!(3-1)!}{4!}(100-0) \\ &= 8{,}33 + 8{,}33 = 16{,}66 \text{ millones} \end{aligned}$$

Por principio de simetría tenemos que, tanto el jugador C como el jugador D, se repartirán por partes iguales el pago restante, por lo que reciben el mismo pago que el jugador C, entonces:

El valor de Shapley para este juego es

$$(50, 16{,}66, 16{,}66, 16{,}66)$$

Ejemplo 31 (Consejo de Seguridad de las Naciones Unidas) *Retomaremos el ejemplo del Consejo de Seguridad de las Naciones Unidas para calcular su valor de Shapley, que nos permitirá medir el poder relativo de sus miembros permanentes respecto a los no permanentes. Como se había señalado, en este juego se tendrá una coalición ganadora siempre que ésta contenga a los 5 miembros permanentes y al menos 4 de los no permanentes;por ende habría coaliciones ganadoras de tamaño 9,10,11,12,13,14 y 15. Por el índice de poder de Shapley-Shubik para un miembro permanente está dado por:*

$$Sh_{perm}(v) = \binom{10}{4}\frac{8!6!}{15!} + \binom{10}{5}\frac{9!5!}{15!} + \binom{10}{6}\frac{10!4!}{15!} + \binom{10}{7}\frac{11!3!}{15!} + \binom{10}{8}\frac{12!2!}{15!} + \binom{10}{9}\frac{13!1!}{15!} + \binom{10}{10}\frac{14!0!}{15!}$$

Así entonces:

$$Sh_{perm}(v) = \frac{421}{2145} = 0{,}1962703963 \approx 19{,}627\,\%$$

Mientras que para un miembro no permanente, el índice de poder es:

$$Sh_{noperm}(v) = \binom{9}{3}\frac{8!6!}{15!} = \frac{4}{2145} = 0{,}001864801865 \approx 0{,}18645\,\%$$

Con lo que podemos concluir que un miembro permanente es aproximadamente 100 veces más poderoso que un miembro no permanente.

El Conjunto de Negociación M

Diversos conjuntos de negociación introducidos por Auman y Maschler(1964) se aproximan de mejor forma al proceso de negociación existente entre los jugadores, así como, las diferentes ofertas y contraofertas que pudieran suscitarse entre las coalciones. En esta sección únicamente haremos hincapié en aquel conjunto de negociación que es obtenido tomando en cuenta objeciones y contraobjeciones realizadas por los jugadores. Los diferentes aspectos tratados en este breve apartado son importantes entre otras cosas, por explicar las causas que propician un análisis desde el enfoque de aspiraciones, aspecto que se tratará a detalle en el siguiente capítulo.

Aquí recordaremos que, el conjunto Γ_{ij} está compuesto de aquellas coaliciones que contienen al jugador i pero no al jugador j, sobre el entendido de que $i \neq j$.

Definición 32 *Sea $v \in G$ y $x \in I(v)$*

*Una **objeción** del jugador i contra el jugador j con respecto a una imputación x en el juego v es un par $(\widehat{y}; S)$ donde $S \in \Gamma_{ij}$ y $\widehat{y} = (y_k)_{k\in S}$ es una $s-$tupla de números reales que satisfacen:*

1. $\sum_{k\in S} y_k = v(S)$

2. $y_k > x_k$ *para* $k \in S$

*Una **contraobjeción** dada una objeción $(\widehat{y}; S)$ es un par $(\widehat{z}; T)$ donde $T \in \Gamma_{ji}$ y $\widehat{z} = (z_k)_{k\in T}$ es una $t-$tupla de números reales que satisfacen:*

1. $\sum_{k\in T} z_k = v(T)$

2. $z_k \geq x_k$ *para* $k \in T$

3. $z_k \geq y_k$ *para* $k \in T \cap S$

Por lo tanto, una objeción del jugador i en contra del jugador j en una imputación consiste de una coalición S que contiene al jugador i y que no contiene al jugador j, así como de un vector de pagos factible para los miembros de la coalición S, pagos que son preferidos por todos y cada uno de los juadores de S a los originalmente dados en la imputación x.

Definición 33 *Dado $v \in G$. Una imputación $x \in I(v)$ pertenece al conjunto de negociación $M(v)$ de el juego v si para cualquier objeción de un jugador contra otro con respecto a la imputación x en el juego v, existe una contraobjeción.*

A continuación daremos la definición formal de exceso, la cual nos ayudará a comprender mejor el concepto de conjunto de negociación.

Definición 34 *Dado un juego de utilidad transferible v,una coalición S y una asignación de pago $x = (x_1, \ldots, x_n)$ el exceso de S en x está definido como:*

$$e(S, x) = v(S) - \sum x_i$$

Con ambas definiciones anteriores, podemos decir que, el núcleo de un juego consiste de todas aquellas imputaciones con excesos no positivos, es decir, que no existe ninguna objeción respecto a cualquier elemento del núcleo. Consecuentemente, el núcleo está siempre incluido en el conjunto de negociación M. Por lo tanto:

$$C(v) \subset M(v) \text{ para todo } v \in G$$

Como otro hecho importante podemos mencionar que el conjunto de negociación de cualquier juego es no vacío.

Ejemplo 35 (Objeción) *Tomemos un juego de 3 jugadores, en los que:*

$$\begin{array}{lll} v\{1\} = 0 & v\{1,2\} = 300 & \\ v\{2\} = 0 & v\{1,3\} = 300 & \\ v\{3\} = 0 & v\{2,3\} = 300 & v\{1,2,3\} = 300 \end{array}$$

Sea $i = 1$ y $j = 2$, y $x = (50, 100, 150)$. Tenemos que una objeción del jugador i respecto al jugador j

dada una asignación de pago x, es un par $(y; S)$,donde:

$$y = (125, 0, 175$$

$$S = \{1, 3\}$$

Note que: $i \in S$, $j \notin S$,$e(s, y) = 0; y_i > x_1$ y $y_3 > x_3$

Ejemplo 36 (Contraobjeción) *Para la objeción descrita anteriormente, una contra-objeción del jugador 2, sería un par (z, T) donde:*

$$\begin{array}{l} z = (0, 125, 175) \\ T = \{23\} \\ S \cap T = \{3\} \\ e(T, z) = 0 \\ z_2 > x_2; z_3 > x_3; z_3 \geq y_3 \end{array}$$

Capítulo 3

Modelaje de la Influencia de Grupos de Interés (Conjunto de Aspiraciones y Estructura Coalicional Subyacente)

En el presente capítulo se realiza un análisis alternativo a los conceptos de solución tradicionalmente empleados para la resolución de un juego, como es el caso deValor de Shapley, Núcleo o Conjunto de Negociación. Este enfoque se utiliza para modelar los procesos de negociación subyacentes entre los diferentes agentes participantes en un juego y los cuales ulteriormente dan orígen a determinadas coaliciones. Para ello se inicia con el planteamiento de un concepto de solución que puede predecir la formación de ciertas coaliciones, y que además no sólo se concentra en el mecanismo de reparto de una valía una vez que dicha coalición ha sido formada.

En un primer apartado, se lleva a cabo una breve descripción tanto del denominado conjunto de anticipaciones, como del conjunto de aspiaciones; éste último una variante que por un lado resulta ser más flexible del concepto de núcleo, así como útil para la predicción de aquellas coaliciones que habrán de formarse. Posteriormente, en un segundo apartado se realizará un planteamiento teórico y habrá de modelarse la influencia política de los denominados grupos de interés; base que constituye los objetivos del trabajo.

3.1. Conjunto de Aspiraciones

Diversos conceptos de solución han sido definidos sobre el espacio de aspiraciones, antes de que, un enfoque general fuese sugerido. El concepto de solución de aspiraciones balanceadas (Balanced Aspiration) fue propuesto inicialmente en un trabajo de Cross (1967), en este trabajo se intenta incorporar la interacción existente entre la teoría política y el comportamiento de los mercados, sugiriendo que las alianzas entre agentes obedecen a una conducta maximizadora de ganancias para los miembros, excluyendolos así de la posibilidad de participar en otra. Éste a su vez, sería reinventado por una disertación de Wooder (1972) y en un trabajo posterior por él mismo (Wooder, 1978). Las aspiraciones asociadas (partnered aspiration) fueron a su vez propuestas por Albers(1974) en un trabajo en el que aborda dos conceptos de solución para juegos cooperativos como variantes del núcleo y del Kernel basados en imputaciones y perfiles de demanda. A su vez, el concepto sería reinventado por Bennett (1980).

Antecedentes Teóricos

En economía existen diversas situaciones en las cuales nos gustaría poder predecir aquellas coaliciones que habrán de formarse, así como los respectivos pagos que los agentes recibirán como producto de la cooperación. Tales situaciones, son frecuentemente modeladas mediante conceptos de solución para juegos con pagos laterales. Sin embargo, algunos de esos conceptos como Valor de shapley, el Conjunto de Negociación y el Kernel no están diseñados para predecir la formación de coaliciones. Más bien responden a la búsqueda de resolver el problema de repartir la ganancia obtenida una vez que una determinada coalición ha sido formada.

En el caso de un juego, cuando un jugador sabe cuál es el mecanismo de repartición, éste tomará un precio que ulteriormente demandará para participar en una determinada coalición. Por ende, la coalición en la que decide participar, resulta ser aquella en la que puede obtener tal pago.

En consecuencia, la idea detrás de este enfoque que habrá de plantearse, recae sobre cómo es jugado un juego. Puesto que cuando una función carcterística es conocida por los jugadores, éstos discuten en diversas coaliciones cómo habrían de repartirse los pagos. Entonces durante el curso de esas discusiones cada jugador tomará un precio el cual se convierte en su demanda de pago. Tal demanda condiciona naturalmente su participación en una determinada coalición. Las coaliciones que podrían formarse, son precisamente aquellas coaliciones que pueden soportar o solventar las diferentes demandas de pagos realizadas por cada jugador.

A continuación presentaremos un ejemplo que servirá como base para comprender las limitaciones a las que se enfrenta un concepto de solución tradicional.

Ejemplo 37 (Sillas Musicales) *Considere una economía de un buen número de jugadores (al menos tres), donde las únicas coaliciones que generan beneficios son aquellas formadas por dos agentes. La función carcaterística para el juego es:*

$$v(S) = \begin{cases} 20 & si\ s = 2 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

Supongamos en este caso, que después de que los agentes discuten sobre la formación de diferentes coaliciones y sobre cómo el pago habría de ser repartido, cada jugador decide demandar un pago de 10 *por su participación en una coalición. El resultado en este caso es un vector de pagos* $x = (10, 10, \ldots, 10)$. *Dada esta demanda de pagos, se puede predecir que habrán de formarse coaliciones de* 2 *jugadores y el pago ha distribuir será de:*$(10, 10)$.

Dado el resultado anterior, póngamos nuestra atención en los conceptos de solución para juegos con pagos laterales, en los que, son tomados algunos de los siguientes supuestos:

1. *Una coalición S puede solventar los pagos del vector $x \in \mathbb{R}^n$ si $x(S) \leq v(S)$*

2. *Decimos que x es racional individual si para cada agente i, $x_i \geq v \geq (\{i\})$*

Ahora consideremos los siguientes conceptos de solución:el Conjunto de Negociación y el Kernel. En este caso, ambos conceptos de solución están definidos para cada estructura coalicional T. Tal estructura coalicional cumple con los dos supuestos anteriormente señalados. En el ejemplo para $n - jugadores$ tanto el Çonjunto de Negociación", como el "Kernel.[a]signan el vector de pagos $(10, 10, \ldots, 10)$ para cualquier estructura coalicional compuesta por dos jugadores. Pero también asigna un vector de pagos para cualquier otra estructura coalicional, por ejemplo para el caso de 3 jugadores un vector de asignaciones seleccionado es $(0, 0, \ldots, 0)$. Como podemos apreciar, en todo caso aquellas coaliciones conformadas por 3 jugadores y que otorgan un pago de $(0, 0, \ldots, 0)$ no se desearían formar para el caso de jugadores racionales. Por ende, en este caso tendríamos que diseñar un mecanismo para seleccionar adecuadas estructuras de coalición.

Ejemplo 38 (Sillas Musicales (superaditiva)) *Utilizando una nueva versión del juego anterior, ahora pongamos nuestra atención en la solución por imputaciones como es el caso de Valor de Shapley y Núcleo. Cada una de estas soluciones se encuentra definida para juegos superaditivos. Por otro lado, tenemos que cada vector* $x \in \mathbb{R}^n$ *es considerado viable si éste es una imputación, es decir, si el vector* x *es individualmente racional y si cada coalición* $T \in N$*, es solventado por* x*. Podemos considerar a una imputación como una selección razonable de una distribución de pagos una vez que la coalición se ha formado. Ahora consideremos el juego de la siguiente forma:*

$$\overline{v}(S) = \begin{cases} 0, & |S| = 1 \\ 20, & |S| = 2 \\ 20, & |S| = 3 \\ 40, & |S| = 4 \\ 40, & |S| = 5 \end{cases}$$

Para este juego la solución del Valor de Shapley predice que si la gran coalición fuese formada, entonces la distribución de pagos correspondiente sería $(8, 8, 8, 8, 8)$*. En este caso también puede apreciarse que para el caso de jugadores racionales, estos esperarían para formar coalciones de menor cardinalidad, pues para las coaliciones de* $2, 3$ *y* 4 *los agentes podrían recibir un pago de* 10 *dejando fuera a algún jugador. Sin embargo, tenemos que el núcleo es en este caso vacío. Pues no puede satisfacer las aspiraciones de cada uno de os jugadores. Para ejemplificarlo mejor, caracterizaremos el conjunto núcleo para este juego. Tenemos que:*

$$C(\overline{v}) = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^5 \mid 0 \leq x_1 \leq 10, 0 \leq x_2 \leq 10, 0 \leq x_3 \leq 10, 0 \leq x_4 \leq 10, 0 \leq x_5 \leq 10, x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 40 \right\}$$

Vemos que en este caso la racionalidad de grupo no se cumple cuando las coaliciones son de tamaño 4.

Solución por aspiraciones

Una vez ejemplificadas algunas de las restricciones que podríamos encontrar mediante el empleo de soluciones tradicionales como son, la vacuidad del núcleo o limitaciones para predecir las mejoras estructuras coaliciones, resulta interesante caracterizar un concepto de solución alternativo que supere tales restricciones. Por ende, en este apartado se habrá de introducir los conceptos básicos de la solución por aspiraciones. Empezaremos por tratar los conjuntos de anticipaciones, para después definir el conjunto de aspiraciones, aspectos vinculados con la estructura subyacente de un juego.

Entonces denotamos como (N, v) un juego con función característica con pagos laterales, donde $N = \{1, \ldots, n\}$ es el conjunto de jugadores y $v : 2^n \to \mathbb{R}^+$ sea la función característica la cual asumimos como no negativa, aunque no necesariamente superaditiva. S denota una coalición y $x \in \mathbb{R}_+^n$ denota un vector de pagos.

Relativo al vector x surge una pregunta importante, ¿Cuándo es posible que el $i-ésimo$ agente vea su respectivo pago como potencialmente alcanzable? Como se había sugerido anteriormente el $i-ésimo$ jugador puede ver su pago x, como potencialmente alcanzable si existe una coalición S que contiene al jugador i que puede solventar el vector de pagos x. Es decir que, si $x(S) \leq v(S)$ entonces si para algún $x \in \mathbb{R}_+$ cada uno de los agentes puede ver su respectivo pago como potencialmente alcanzable, llamamos a ese vector de pagos una anticipación.

Definición 39 *El vector de pagos* $x \in \mathbb{R}_+$ *es una anticipación para el juego* v *si para cada jugador* $i \in N$ *existe una coalición* S *que contiene a* i *tal que* $x(S) \leq v(S)$*.*

Ejemplo 40 (Sillas Musicales (Superaditivo para el caso de 3 jugadores)) *Para la versión de 3 jugadores del juego de las sillas musicales, tenemos que los siguientes vectores son todos ellos anticipaciones:* $(0, 0, 0), (8, 1, 8), (20, 0, 0)$ *o* $(10, 10, 10)$*. Sea* $x = (8, 1, 8)$ *tenemos que dadas las respectivas valías:*

S	$v(S)$	$x(S)$
$\{1,2\}$	20	9
$\{1,3\}$	20	16
$\{2,3\}$	20	9

Podemos apreciar en la tabla anterior que para cada uno de los tres jugadores existe alguna coalición que lo contiene, tal que la suma de los pagos es menor que la valía de la coalición.

Al ver el ejemplo anterior podemos notar que, existen algunas anticipaciones donde la suma de sus pagos se encuentra por debajo de la valía de tal coalición, es decir, existen excedentes que podrían ser aprovechados si cada jugador eleva su expectativa de pago. En otras palabras, suponemos que durante el proceso de negociación las anticipaciones de alguno o todos los jugadores que participan en alguna coalición se incrementarán hasta eliminar tal excedente. De donde surge la siguiente definición.

Definición 41 *Una aspiración para un juego $v : 2^N \to \mathbb{R}$ es un vector $x \in \mathbb{R}^n$ tal que:*

1. $\forall S \subseteq N, \sum_{i \in S} x_i \geq v(S)$

2. $\forall i \in N, \exists S$ *con* $i \in S$ *tal que* $\sum_{i \in S} x_i \leq v(S)$

A la condición 1 se le conoce como No excedente, mientras que la condición 2 como Viabilidad. Por otro lado, el conjunto de aspiraciones de un juego será denotado por:

$$Asp(v)$$

La condición de no excedentes en las aspiraciones es prácticamente idéntica a la definición de núcleo, con la diferencia que una aspiración no requiere cumplir con la condición de viabilidad para cada una de las coaliciones, en particular para el caso de la gran coalición. Como quiera que sea, la condición de viabilidad garantiza a los jugadores que éstos no habrán de seleccionar precios más altos. Por ende, la condición se enfoca únicamente en aquellas coaliciones que puede solventar las aspiraciones.

Lemma 42 *El vector de pagos $x \in \mathbb{R}^N_+$ es una aspiración si y solamente si esta satisface:*

1. $x(S) \geq v(S)$ *para cada coalición* $S \in N$

2. *Para cada* $i \in N$ *existe una coalición* S *que contiene* i *tal que* $x(S) = v(S)$

Ejemplo 43 (Sillas Musicales (Superaditivo para el caso de 3 jugadores)) *En el caso del ejemplo de las sillas musicales para 3 jugadores, el vector de pagos* $(10, 10, 10)$ *es una aspiración (la coalición de dos agentes puede pagar ese vector), mientras que el vector* $(20, 0, 20)$ *es también una aspiración pues el vector puede pagar las coaliciones* $\{1, 2\}$ *y* $\{2, 3\}$*. Por su parte el vector* $(15, 5, 10)$ *no es una aspiración ya que* $x(\{2, 3\}$ *es estrictamente menor que* $v(\{2, 3\})$.

Definición 44 *Para una aspiración x, su colección generadora GC está definida como:*

$$GC(x) = \left\{ S \subseteq N \mid \sum_{i \in S} x_i \leq v(S) \right\}$$

La condición de viabilidad implica que la colección generadora de una aspiración es una cobertura del conjunto de jugadores:

$$\cup_{S \in GC(x)} S = N$$

La idea intuitiva detrás de las aspiraciones es que los jugadores seleccionan sus precios antes de que la coalición se forma. Es decir, el concepto de solución de aspiraciones encuentra los vectores de precio que son fijados a pesar de las coaliciones que finalmente sean conformadas. Por su parte, el conjunto de negociación de aspiraciones eleige aquellas aspiraciones en las que ningún jugador necesita o depende de otro jugador para conseguir su pago. Si ese fuera el caso, el jugador que al parecer requiere ayuda incrementaría su precio haciendo a la coalición inestable.

Podemos ver que para el mismo ejemplo de las sillas musicales, la colección generadora del vector $(10, 10, 10)$ está formada por las coaliciones $\{\{12\}, \{23\}, \{13\}\}$. Mientras que para el vector $(20, 0, 20)$ se conforma por $\{\{12\}, \{23\}\}$. Finalmente para el vector $(\frac{20}{3}, \frac{20}{3}, \frac{20}{3})$ la colección generadora es:$\{\{12\}, \{23\}, \{13\}, \{123\}\}$. De donde podemos verificar las siguientes propiedades:

1. La colección generadora forma una cubierta del conjunto de jugadores si y solamente si el vector de pagos correspondiente es una anticipación.

2. La colección generadora de una aspiración x contiene aquellas coaliciones que pueden estrictamente pagar el vector x; esto es, $x(S) = v(S)$ para cada S en $GC(x)$

Entonces podemos ver un juego como la selección de una aspiración del conjunto de aspiraciones. Por lo que, la selección de una aspiración es la predicción que:

1. Las coaliciones que conforman una colección generadora son las coaliciones que podrían formarse y

2. La distribución de pagos de cualquier colección generadora es la aspiración reservada para cada aspiración

Ejemplo 45 (Sillas Musicales) *En el ejemplo de las sillas musicales, tenemos que dada una aspiración* $x = (10, 10, 10)$ *por la definición de* $GC(x)$*, tal conjunto está definido como:*

$$GC(10, 10, 10) = \{(12), (23), (13)\}$$

La selección de una aspiración $x = (10, 10, 10)$ *simplemente representa la predicción de que las coaliciones de* 2 *agentes habrán de formarse y que la respectiva distribución de pagos será* $(10, 10)$.

Ahora que hemos definido el denominado conjunto de aspiraciones, el cual es un espacio de solución distinto al conjunto de imputaciones definido con anterioridad, es necesario interpretarlas. Para una primera interpretación usaremos la siguiente definición.

Definición 46 *Decimos que* $x^S \in \mathbb{R}^S$ *es una distribución racional de pagos coalicionales (CRPD) para alguna coalición* S *si:*

$$\begin{aligned} x^S &\leq v(S) \text{ y} \\ x^S(S) &\geq v(\acute{S}) \text{ para cada } \acute{S} \subseteq S \end{aligned}$$

Decimos que la coalición S *admite un CRPD si existe un* $x^S \in \mathbb{R}^S$ *el cual es un CRPD para* S*. Aquellas coaliciones que admiten un CRPD son relativamente solventes u opulentas. Es decir, que pueden soportar el pago de sus respectivos miembros de tal manera que para ellos no existe una subcoalición que les resulte mejor. Por ende, en algún sentido el conjunto CRPD coincide con el conjunto de aspiraciones. Para expresar de manera más precisa tenemos que:*

1. Para cada CRPD de cada coalición S puede ser considerada como la restricción de S para alguna aspiración.

2. Para cada aspiración podemos asociar una colección de coaliciones, cada una de las cuales está limitada o restringida por CRPD.

De donde podemos notar que, para cada agente i existe una aspiración x tal que $x_i = v(\{i\})$.

Ejemplo 47 (Sillas Musicales (Superaditivo para el caso de 3 jugadores)) *Vemos que para este caso por un lado, la gran coalición compuesta por 3 jugadores no se formará en el caso de que los jugadores sean racionales. Para ello s*

Ejemplo 48 *upongamos que $x^S = (10, 10, 10)$, en este caso el vector x^S no es una distribución racional de pagos coalicionales, ya que $x(S) > v(S)$, pero $x^S = (10, 10)$ en cambio si lo es para el caso de 2 jugadores ya que:*

$$x(\{12\}) = 20 \leq v(12) = 20$$

Mientras que para toda subcoalición $\acute{S} \subseteq S$, los pagos de la subcoalición son mayores que la valía de cada subcoalición. Vemos que:

$$\begin{aligned} x(1) &= 10 > v(1) = 0 \qquad \text{y} \\ x(2) &= 10 > v(2) = 0 \end{aligned}$$

Por otra parte, el conjunto de aspiraciones puede ser visto también como una extensión del concepto de núcleo. Las imputaciones dentro del núcleo tienen un gran parecido ya que se tratan de distribuciones estables de pago. En situaciones donde los acuerdos coalicionales están vinculados entre sí, las aspiraciones msntienen una estabilidad similar.

La coalición Asociativa (Partnered Condition)

Los diferentes agentes que podrían llegar a acuerdos y participar en una determinada coalición se enfrentan a una amenza fundamental, es decir, rehusarse a cooperar. Un agente podría amenzar con no cooperar en la medida que éste pueda con mayor probabilidad participar en alguna otra coalición que le permita obtener un mejor pago.

la condición asociativa (partnered) garantiza que los jugadores no demanden pagos tan altos que los demás jugadores en la coalición tengan otras alternativas para garantizar sus propios pagos.

Sea x un vector demanda de pagos y a su vez una aspiración, entonces dado que la colección generadora para esa aspiración contiene todas aquellas coaliciones que pueden solventar la aspiración x, por ende tal colección generadora contiene todas aquellas coaliciones que son atractivas para cada uno de los agentes involucrados en el vector de demanda de pagos x.

Considere ahora una aspiración x una coalición S dentro de la colección generadora $GC(x)$, así como dos agentes i y $j \in S$. En este caso no esperaríamos que el agente i al seleccionar su demanda de pago x_i este jugador la imponga tan alto que el jugador j pudiera en una coalición alternativa obtener su demanda de pago x_j, mientras que i requiere de j para obtener su pago x_i.En otras palabras, esperamos que si el jugador i tiene una coalición alternativa dentro de $GC(x)$ donde i puede alcanzar su pago sin j, entonces j tiene también una alternativa dentro de $GC(x)$ sin el jugador i. Por lo tanto, ambos jugadores i y j son socios si:

1. Cada agente puede mantener su demanda de pago sin la cooperación del otro.

2. Ningún agente puede mantener su demanda de pago sin la cooperación del otro.

Decimos que una aspiración es una aspiración asociativa, si para cada par de jugadores en cada coalición dentro de la colección generadora ambos son jugadores asociados.

La definición de aspiración asociativa es fundamental para el tratamiento ulterior del conjunto de aspiraciones, pues en el siguiente apartado se definirá la idea del conjunto de negociación de aspiraciones, el cual está conformado de todas aquellas aspiraciones en las que ningún jugador es vulnerable.

3.1.1. Estructura Coalicional Subyacente. Modelaje (Caso:Grupos de Interés)

Modelo

Tenemos que para formalizar este modelo, los agentes económicos relevantes están representados y organizados por un conjunto de grupos de interés. Por ende, cada jugador se considera un grupo de interés con acceso a recursos, los cuales pueden ser utilizados para influir en política o en algún tipo de reforma institucional.

Definición 49 *Un perfil de dotación es una función $w : 2^N \to \mathbb{R}_+$ que satisface $w(\emptyset) = 0$ y $w(N) > 0$. El conjunto de todos los perfiles de dotación se denotará por Ω. En el desarrollo del modelo asumiremos que $T, S \in 2^N$ con $S \cap T = \emptyset$, satisface:*

$$w(T \cup S) \geq w(T) + w(S)$$

Definición 50 *Dado un perfil w_0, un perfil w_1 es superior a w_0 cuando $w_1(N) > w_0(N)$. Esta relación es denotada por:*

$$w_1 \rhd w_0$$

Para cada perfil de dotación los jugadores están autorizados para un reparto de $w(N)$.

Ejemplo 51 (Partidos Políticos) *El ejemplo de los partidos políticos tratado en un capítulo anterior nos servirá para aclarar mejor aun el concepto de perfil de dotación. Teníamos que exiaten cuatro diferentes partidos A,B,C y D con un número de representantes en un parlamento de $45, 25, 15$ y 15, respectivamente. Supóngase ahora que el parlamento discute entre mantener una ley sin cambio que en este caso denominamos como el perfil w_0 y por otro parte una posible reforma a diferentes artículos de la ley que llamamos el perfil w_1. El perfil de dotación quedaría entonces expresado por una serie de derechos de voto. A continuación podemos verlo reflejado:*

S	$w(S)$	S	$w(S)$
$\{1\}$	45	$\{2,3\}$	40
$\{2\}$	25	$\{2,4\}$	50
$\{3\}$	15	$\{3,4\}$	30
$\{4\}$	15	$\{1,2,3\}$	85
$\{1,2\}$	70	$\{1,2,4\}$	85
$\{1,3\}$	60	$\{1,3,4\}$	70
$\{1,4\}$	60	$\{2,3,4\}$	55

S	$w(S)$
$\{1,2,3,4\}$	100

La decisión entre un estatus quo w_0 o el posible cambio a un estado w_1 está dado por el peso de una mayoría de votos. En este caso $w(S)$ es la participación de votos de una coalición S, el voto de la mayoría determina si una coalición es ganadora y en consecuencia define la decisión que habrá de tomarse en el parlamento. Por su parte y como reafirmaremos a continuación, tenemos que en el modelo una votación mayoritaria está parametrizada por $\mu \in (\frac{1}{2}, 1)$. Una vez dado ese parámetro , una coalición S con $w_0(S) \geq \mu \cdot w_0(N)$ es llamada una coalición ganadora.

Definición 52 *Una dotación disponible es una función $\psi : \Omega \to \mathbb{R}^N_+$ tal que:*

$$\sum_{i \in N} \psi_i(w) = w(N)$$

La dotación disponible es una estilización de posibles impuestos, subsidios o transferencias con las que cuenta cada jugador dado un determinado perfil de dotación. El modelo entonces captura el impacto de un cambio en la estructura subyacente de las instituciones económicas por la presión o efecto sobre las dotaciones disponibles de cada jugador.

Ejemplo 53 (El trabajo de un lobby) *Supongamos ahora que un grupo de empresarios nacionales del sector automotriz (jugador PN) está interesado en un cambio de ley que subsidie la compra de vehículos de fabricación nacional con la intención de reactivar la producción. Tal cambio además podría suponer beneficios al erario público (jugador G) por una mayor recaudación de impuestos aun y después del paquete de transferencias erogadas al consumidor. En este caso, un tercer grupo de interés estaría compuesto por los fabricantes internacionales (jugador PI) quienes participan en tal economía.*

Bajo esta argumentación, el perfil w_0 *representaría la continuación de una política que garantiza un mercado equitativo para la importación de automóviles procedentes del exterior que ahora definiremos por perfil* ME*. Mientras que un cambio en la ley pretendido por los productores nacionales representa el perfil* w_1 *que para el caso denominaremos por:*MP*.*

Cabe señalar, que un supuesto general del modelo implica que el perfil w_1 *en este caso representa mayores ganancias que el perfil* w_0 *para el conjunto de la economía, aun y cuando este cambio podría ser en detrimento de un grupo de interés en particular.*

Ahora consideraremos las dotaciones disponibles ψ *como los respectivos ingresos que cada uno de los jugadores obtiene en ambos posibles perfiles, en este caso* w_{ME} *y* w_{MP}*. Es decir que por un lado representamos las ganancias que actualmente perciben los jugadores bajo el estatus quo, y una expectativa de ganancias en el futuro en caso de un cambio institucional. Para este ejemplo lo haremos arbitrariamente en términos monetarios (miles de millones de pesos) de la siguiente forma:*

$\psi_{PN}(ME) = 17{,}90$	$\psi_{PN}(MP) = 22{,}34$
$\psi_{PI}(ME) = 14{,}37$	$\psi_{PI}(MP) = 11{,}12$
$\psi_G(ME) = 8{,}45$	$\psi_G(MP) = 11{,}40$
$\sum_{i\in N} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{ME}) = \mathbf{40{,}72}$	$\sum_{i\in N} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{MP}) = \mathbf{44{,}86}$

Como en el ejemplo anterior, ahora supongamos la existencia de 3 partidos políticos A, B *y* C *quienes controlan el total de curules en el congreso. Ahora supondremos que los dos grupos de empresarios mantienen cierta influencia entre los diferentes representantes del congreso (Partido B y C) a través de sus respectivos lobbys, mientras que los intereses de votación del gobierno son precisamente definidos por aquellos congresistas afiliados a su partido (partido A). También supondremos que el congreso está conformado de la siguiente forma:* 40 *representantes del partido A,* 35 *representantes del partido B y* 25 *representantes del partido C. Tenemos que el lobby que respalda a los empresarios nacionales o jugador* PN*, logra el apoyo del partido* C*, mientras que el lobby del jugador* PI *convence al partido* B*. Por ende, los derechos de voto quedarían repartidos de la siguiente manera:*

$$w(PN) = 25 \quad w(PI) = 35 \quad w(G) = 40$$

Definición 54 *Dada una tripleta* (w_0, w_1, ψ) *y* $\mu \in (\frac{1}{2}, 1)$ *el juego cooperativo* $g : 2^N \to \mathbb{R}_+$ *está definido por:*

$$g(S) = \begin{cases} \text{máx}\left\{\sum_{i\in S} \psi_i(w_o), \sum_{i\in S} \psi_i(w_1)\right\} & si\ w_0(S) \geq \mu \cdot w_0(S) \\ \text{mín}\left\{\sum_{i\in S} \psi_i(w_o), \sum_{i\in S} \psi_i(w_1)\right\} & si\ w_0(S) < \mu \cdot w_0(S) \end{cases}$$

El juego g *es superaditivo. Un resultado para este juego es un vector de pagos y una partición de* N *que contiene aquellas coaliciones ganadoras. La coalición ganadora puede elegir la política.*

El juego g en este caso eligirá valores en función de la coalición que se trate, en otras palabras, eligirá el perfil de dotaciones cuya suma sea mayor cuando la coalición en cuestión sea ganadora, mientras que en caso contrario, el valor que otorga el juego a la coalición es el perfil de menor valía.

Ejemplo 55 (Trabajo de un lobby (continuación)) *Ahora que hemos definido el juego cooperativo* g*, y tomando en consideración los valores arbitrariamente presentados en el ejemplo anterior, así como un parámetro de* $\mu = 51\,\%$*, es decir, una mayoría simple. Los valores son los siguientes:*

$$\begin{array}{lll} g(\{\}\,PN) = 17{,}90 & g(PN, PI) = 33{,}46 & \\ g(\{\}\,PI) = 11{,}12 & g(PN, G) = 33{,}74 & \\ g(\{\}\,G) = 8{,}45 & g(PI, G) = 22{,}52 & g(PN, PI, G) = 44{,}86 \end{array}$$

Ejemplo 56 (Trabajo de un Lobby (continuación)) *Dadas las condiciones deseables que deben cumplirse para considerarse como una aspiración, presentamos la única aspiración posible para el ejemplo anterior:*

$$x = (22{,}34, 11{,}12, 11{,}40)$$

Definición 57 *Sea* $GC_i(x) = \{S \in GC_i \mid i \in S\}$. *Entonces* i *es vulnerable a* j *en* x *si* $GC_i \subsetneq GC_j(x)$.

Ejemplo 58 (Trabajo de un lobby (continuación)) *Dado que por cada* $x \in Asp(v)$ *se puede definir una colección generadora correspondiente, tenemos que dado el ejemplo del trabajo de lobby; tendríamos que la colección generadora para esa única aspiración posible* $x = (22{,}34, 11{,}12, 11{,}40)$ *está dada por:*

$$GC(22{,}34, 11{,}12, 11{,}40) = \{\{PI\}, \{PN, PI\}, \{PN, G\}, \{PI, G\}, \{PN, PI, G\}\}$$

Podemos observar que para el vector x *la colección generadora se haya conformada por* 5 *coaliciones distintas, incluyendo la gran coalición. Ahora debemos confirmar que se trata de una colección generadora que asegura que ningúno de los jugadores es vulnerable. Para ello mostraremos la colección* GC_i *para cada uno de los agentes:*

$$\begin{array}{ll} GC_{PN} = & \{\{PN, PI\}, \{PN, G\}, \{PN, PI, G\}\} \\ GC_{PI} = & \{\{PI\}, \{PN, PI\}, \{PI, G\}, \{PN, PI, G\}\} \\ GC_G = & \{\{PN, G\}, \{PI, G\}, \{PN, PI, G\}\} \end{array}$$

Ahora se realizará una comparación de cada una de las colecciones para cada jugador i respecto a cualquier jugador j. De donde obtenemos:

$$\begin{array}{rcl} \{Pn, G\} & \in & GC_{PN},\ \textit{pero}\ \{PN, G\} \notin GC_{PI} \\ \{PN, PI\} & \in & GC_{PI},\ \textit{pero}\ \{PN, PI\} \notin GC_G \end{array}$$

De donde obtenemos que:

Jugador 1 no es vulnerable respecto al jugador 2

Jugador 1 no es vulnerable respecto al jugador 3

En este caso, si repitieramos el procedimiento para los jugadores 2 y 3 podríamos confirmar que la aspiración efectivamente pertenece al conjunto de negociación de aspiraciones por ende ninguno de los 3 jugadores es vulnerable.

Definición 59 *El conjunto de negociación de aspiraciones* $\{ABS(v)\}$ *es el conjunto de aspiraciones* x *en el que ningún jugador es vulnerable.*

Ya que ningún jugador es vulnerable en $\{ABS(v)\}$, en consecuencia ninguna objeción puede encontrarse con una contraobjeción, preservando de esta forma la intuición del conjunto de negociación (Barganing Set). Además se había señalado anteriormente que todo conjunto $\{ABS(v)\}$ es no vacío para juegos con pagos laterales.

Surge entonces la siguiente pregunta ¿Qué tipos de equilibrio puede generar el conjunto$\{ABS(v)\}$?

Para fijar aun más las ideas, consideremos el conjunto de todas las coaliciones $\mu - ganadoras$, denotado por W. El cual se define por:

$$W = \left\{S \in 2^N \mid w(S) \geq \mu \cdot w(N)\right\}$$

Un resultado de equilibrio será entonces, un vector de pagos y una partición de jugadores donde S es una coalición en $W \cap GC(x)$ para alguna aspiración $x \in ABS(g)$.En consecuencia los jugadores que pertenecen a la coalición S reciben una aspiración, mientras que los demás jugadores les corresponde el pago fijado bajo el perfil dotación elegido por la mayoría.

Ejemplo 60 (Trabajo de Lobby (continuación)) *Retomando el ejemplo del trabajo de un lobby, habíamos señalado que la aspiración x además de ser única, ésta garantizaba la no vulnerabilidad de todos y cada uno de los jugadores. Complementariamente definiremos el conjunto W para este juego g. De donde obtenemos que:*

$$W = \{\{PN, PI\}, \{PN, G\}, \{PI, G\}, \{PN, PI, G\}\}$$

Este conjunto define todas aquellas coaliciones $\mu -$ ganadoras para el juego g. Ahora definimos la intersección $W \cap GC(x)$ como el conjunto de todas aquellas coaliciones ganadoras que están dentro de la colección generadorai, en otras palabras las coaliciones que pueden formarse y que además pueden elegir una determinada política, de donde se obtiene:

$$W \cap GC(x) = \{\{PN, PI\}, \{PN, G\}, \{PI, G\}, \{PN, PI, G\}\}$$

Definición 61 *Un resultado de equilibrio para el juego g es un vector de pagos $\pi \in \mathbb{R}^n_+$ y una partición $P = \left\{S, \{j\}_{j \in S}\right\}$ del conjunto de jugadores sí existe un $x \in ABS(g)$ tal que:*

$$\pi_i = \begin{cases} x_i & si\ i \in S \\ \psi_i(w_0) & si \displaystyle\sum_{i \in S} \psi_i(w_0) > \sum_{i \in S} \psi_i(w_1), i \notin S \\ \psi_i(w_1) & si \displaystyle\sum_{i \in S} \psi_i(w_0) \leq \sum_{i \in S} \psi_i(w_1), i \notin S \end{cases}$$

Donde $S \in W \cap GC(x)$.
Todo equlibrio contiene una única coalición ganadora.

Ejemplo 62 (Trabajo de un Lobby (continuación)) *Una vez calculada la intersección$W \cap GC(x)$, donde $x =$ (22,34, 11,12, 11,40), se ha podido definir el conjunto de coaliciones viables de formarse en el juego g. Algunos resultados de equilibrio son:*

Particiones	***Pagos***
$\{PN, PI\}, \{G\}$	(22,34, 11,12, 11,40)
$\{PN, G\}, \{PI\}$	(22,34, 11,12, 11,40)
$\{PI, G\}, \{PN\}$	(17,90, 11,12, 11,40)
$\{PN, PI, G\}$	(22,34, 11,12, 11,40)

Como puede verse en la tabla, el jugador PI no puede romper la gran coalición proponiendo al jugador G una alianza dejando fuera al jugador PN, de donde intuitivamente podemos ver que la gran coalición es estable.

Definición 63 *El resultado (π, P) es eficiente si $\sum_{i \in N} \pi_i = g(N)$, éste a su vez es ineficiente cuando $\sum_{i \in N} \pi_i < g(N)$.*

Podemos notar que la definición de eficiencia es más débil el estándar dado por la eficiencia de Pareto en que solo considera el agregado y no la forma en la que el resultado será distribuido. Para la coalición ganadora, los resultados de equilibrio son siempre eficientes.

Ejemplo 64 (Trabajo de un Lobby (continuación))

Particiones	*Pagos*	*Resultado*
$\{PN, PI\}, \{G\}$	(22,34, 11,12, 11,40)	*Eficiente*
$\{PN, G\}, \{PI\}$	(22,34, 11,12, 11,40)	*Eficiente*
$\{PI, G\}, \{PN\}$	(17,90, 11,12, 11,40)	*Ineficiente*
$\{PN, PI, G\}$	(22,34, 11,12, 11,40)	*Eficiente*

Eficiencia y vacuidad del núcleo

En esta sección la clase de juegos g que admiten resultados ineficientes están caracterizados para un número arbitrario de jugadores. El caso especial para 3 jugadores será analizado en un siguiente apartado.

Por otra parte, los siguientes dos teoremas y la propisición respectiva son especialmente importantes para el análisis posterior del trabajo[1].

Teorema 65 *Bajo la solución ABS, si un juego g con n jugadores tiene un núcleo vacío, entonces éste tiene al menos un resultado de equilibtio ineficiente.*

El conjunto de aspiraciones mínimas es llamado el núcleo de aspiraciones (AC) o también el conjunto de aspiraciones balanceadas. Como se había mostrado en una sección anterior, Bennett (1984) muestra que el AC y el ABS tienen una intersección no vacía para cualquier juego, esa intersección se le denomina como el conjunto de aspiraciones asociadas (Partnered aspiration).

Podemos notar que el conjunto de aspiraciones asociadas es un subconjunto del núcleo cuando éste es no vacío. Todos los resultados de equilibrio de un juego con núcleo no vacío son eficientes.

Teorema 66 *Si el concepto de solución es el núcleo de las aspiraciones asociadas, todos los equilibrios de un juego con n jugadores son eficientes si y solamente si, el núcleo de g es no vacío.*

Proposición 67 *Para un juego g de 3 jugadores con un núcleo no vacío existe una única aspiración $x \in ABS(g)$. Con la siguiente colección generadora $GC(x) = \{(12), (13), (23)\}$.*

Vemos que existen en este caso 3 resultados de equilibrio y al menos uno resulta ser ineficiente.

Ejemplo 68 (Un juego con tres jugadores) *Considere un juego con 3 jugadores tal que, cualquier coalición de dos jugadores es considerada una coalición $\mu -$ ganadora. Las respectivas dotaciones disponibles están dadas por:*

$$\begin{aligned} \psi(w_o) &= (2,2,2) \text{ y} \\ \psi(w_1) &= (1,1,5) \end{aligned}$$

El juego cooperativo asociado con núcleo vacío es:

$$\begin{array}{lll} g\{1\} = 1 & g\{12\} = 4 & \\ g\{2\} = 1 & g\{13\} = 6 & \\ g\{3\} = 2 & g\{23\} = 6 & g\{123\} = 7 \end{array}$$

Algunas posibles aspiraciones para este juego son:

Precios	***Colección Generadora***
$Asp(4,4,2)$	$GC(4,4,2) = \{(3), (13), (23)\}$
$Asp(1,2,4)$	$GC(1,2,4) = \{(2), (12), (23)\}$
$Asp(2,1,4)$	$GC(2,1,4) = \{(12), (13), (23)\}$

Podemos notar que en la aspiración A los jugadores 1 y 2 son vulnerables respecto al jugador 3. Para la aspiración B los jugadores 1 y 3 son vulnerables al jugador 2. En la aspiración C todos los jugadores son asociados (Partners), y por ende se trata de una aspiración asociada (Partnered) y es la única para este juego. Los resultados de equilirbio asociados son los siguientes:

Pagos	***Particiones***	
$\pi = (2,2,2)$	$P = \{(12), (3)\}$	*Ineficiente*
$\pi = (1,2,4)$	$P = \{(1), (23)\}$	*Eficiente*
$\pi = (2,1,4)$	$P = \{(13), (2)\}$	*Eficiente*

[1] Las demostraciones de los siguientes teoremas pueden verificarse en Sánchez-Mier (2004)

Proposición 69 *Bajo la solución ABS si $n = 3$, todos los equilibrios de un juego g son eficientes y solo si el núcleo de g es no vacío.*

La intuición detrás de este resultado es que si el núcleo de un juego es vacío entonces todas las aspiraciones en ABS tendrán la colección generadora $\{\{12\}, \{13\}, \{23\}\}$ debido a la condición de no vulnerabilidad. Por ende ésta resulta ser una colección balanceada, lo que significa que la aspiración soportada es minimal.

Un pago mínimo no bloqueable ($\overline{v}$) de un juego v es el pago mínimo agregado necesario para satisfacer $x(S) \geq v(S)$ para toda coalición apropiada S de N.

Proposición 70 *Sea $n = 3$ y $C(v) \neq \emptyset$. Si $\overline{v} < v(N)$ entonces $ABS(v) = ri^*C(v)$*[2] *y toda $x \in ABS(v)$ tienen por $GC(x) = \{N\}$.*

Ejemplo 71 (Coalición de 3 jugadores) *Sean las coaliciones $\{(12), (13), (23)\}$ $\mu-$ganadoras y las dotaciones iniciales dadas por $\psi_0(w_0) = (3, 2, 1)$ y $\psi_1(w_1) = (1, 2, 5)$. Tenemos entonces que el pago g es igual a:*

$$\begin{array}{lll} g\{1\} = 1 & g\{12\} = 4 & \\ g\{2\} = 1 & g\{13\} = 6 & \\ g\{3\} = 2 & g\{23\} = 3 & g\{123\} = 8 \end{array}$$

Mientras que el pago mínimo

$$\overline{g} = 7$$

Lemma 72 ***Ejemplo 73*** *Ahora definiremos el núcleo y el conjunto ABS respectivamente.*

$$C(g) = \left\{x \in \mathbb{R}^3_+ \mid x_2 \geq 1, x_3 \geq 2, x_1 + x_2 \geq 4, x_1 + x_3 \geq 6, x_2 + x_3 \geq 3, x_1 + x_2 + x_3 = 8\right\}$$

Mientras que:

$$ABS(g) = \left\{x \in \mathbb{R}^3_+ \mid x_2 > 1, x_3 > 2, x_1 + x_2 > 4, x_1 + x_3 > 6, x_2 + x_3 > 3, x_1 + x_2 + x_3 = 8\right\}$$

Podemos ver en la definición de ambos conjuntos que por una parte el juego tiene un núcleo no vacío, además el pago de bloqueo mínimo $\overline{g}$ es estrictamente menor que la valía de la gran coalición, por ende:

$$ABS(g) = ri^*C(g)$$

Notemos que los bordes del núcleo, son aspiraciones que no satisfacen la condición de no vulnerabilidad y por lo tanto no están dentro de ABS.

Ejemplo 74 (Trabajo de Lobby (continuación)) *Retomando el ejemplo del sector automotriz, tenemos que para este juego g, tanto al conjunto de negociación de aspiraciones ABS, como el núcleo están compuestos por un solo vector x. Por lo tanto, $ABS(g) \in ri^*C(v)$ y todo $x \in ABS(g)$ tiene como $GC(x) = \{N\}$.*

---

[2] $\mathrm{ri}^*C(v) = \left\{x \in C(v) \mid B_\delta(x) \cap \Delta^n(v(N) \subsetneqq C(v), para \text{ algun } \delta > 0\right\}$

Capítulo 4

Reforma Comercial en México (Aplicación y Extensión del Concepto de Solución)

La aprobación del Tratado de Libre Comercio de América del Norte representó una reforma comercial sin precedentes en la historia reciente de México, pues durante prácticamente 50 años se había mantenido hasta entonces una política de carácter proteccionista con la que se pretendía impulsar la planta productiva nacional. En ese período de tiempo, industriales mexicanos concertaron una alianza implícita junto con el gobierno con la finalidad de implementar un modelo de sustitución de importaciones. La medida que originalmente perseguía la industrialización de un país eminentemente agrícola, con el tiempo generó diversos grupos de interés que previo al proceso de reforma de principios de los años noventa, intentaron bloquear en diversos episodios la medida, ejerciendo de esta forma su poder de influencia entre la esfera política. El ejercicio por plantear, intenta explicar mediante el uso del modelo de juegos cooperativos, analizado en el capítulo anterior, las razones que pudieron motivar el cambio radical en la conducción económica, así como aquellos aspectos que en su momento evitaron un cambio en el marco legal mexicano. El análisis presentado durante los primeros apartados se basa en el artículo de Sánchez-Mier (2005).

La aplicación del modelo a una circunstancia específica como la reforma comercial implica una clara definición de sus componentes, por lo tanto empezaremos por definir los agentes involucrados en el modelo y sus características.

4.1. Agentes Involucrados

En un proceso de reforma comercial como el ocurrido en nuestro país a principios de los años noventa, naturalmente subyacen y se entremezclan elementos de índole económica y política; por tanto, explicar las razones que motivan la acción de las distintas fuerzas representativas de un parlamento o congreso nacional es complejo, pues en un aparato legislativo convergen tanto grupos de interés, como coyunturas específicas en un período determinado.

Al respecto, Sánchez-Mier (2006) aprovecha la existencia de una fuerza política hegemónica (Partido Revolucionario Institucional) para una explicación un tanto más simple del proceso de negociación que en su momento definió la formación de coaliciones capaces de construir una mayoría. El PRI al momento de la reforma ostentaba una mayoría absoluta dentro del congreso. Este partido político además ejercía en ese momento el poder ejecutivo. Dada esta circunstancia, se considera al gobierno como un agente de interés que además controla todos los denominados derechos de voto en el juego planteado.

Un segundo agente en este caso, está constituido por los diferentes grupos empresariales que en

México se encontraban a favor de mantener una política comercial de carácter proteccionista, como es el caso de las organizaciones referidas en el siguiente recuadro:

Institución	**Sector**	**Fundación**	**Miembros**	**Orientación Comercial**
CANACINTRA	Industria	1941	Pequeñas y medianas empresas	Proteccionista
CONCANACO	Comercio	1918	Gremios regionales	Parcialmente proteccionista
CONCAMIN	Industria	1918	Gremios regionales	Parcialmente proteccionista

Este grupo de camaras empresariales mantuvieron una alianza con el régimen político imperante desde la conformación del denominado gobierno posrevolucionario.

Un tercer y último grupo de interés estaría constituido por aquellos empresarios interesados en una apertura comercial, los cuales se hayan representados por organismos como:

Institución	**Sector**	**Fundación**	**Miembros**	**Orientación Comercial**
COPARMEX	Empleadores	1929	Todo tipo de empresarios	Libre Comercio
CMHN	Industria	1964	Grandes corporaciones	Libre Comercio
CCE	Todos los sectores	1975	Grupos empresariales	Parcialmente libre comercio

Este último agente o grupo de interés específicamente se conforma por las mayores corporaciones económicas en el país, mismas que estaban interesadas en una reforma comercial ya sea por su ulterior incorporación a nuevos mercados, o por verse afectados en procesos de importación que elevaban considerablemente sus costos de producción.

En adelante y para fines del modelo nombraremos a los tres grupos de la siguiente forma:

1. G : Grupo de Interés que representa al Gobierno

2. M : Grupo que representa los intereses de la continuación de una política proteccionista

3. X : Grupo de empresarios a favor de la apertura económica

4.2. Influencia Política (Concertación)

Para un análisis empírico que respalde los distintos planteamientos teóricos del modelo de juegos cooperativos, se toma en consideración un trabajo de Flores-Quiroga y Tacker (1998), quienes previamente habían estudiado la influencia política del sector privado y su relación con la política comercial. Lo que éstos dos últimos autores señalan en su trabajo es que el tamaño y la orientación comercial de las empresas son estadísticamente significativas para determinar el nivel de proteccionismo en una economía. Complementariamente ambos autores describen la importancia de las denominadas coaliciones políticas para respaldar determinadas políticas en México.

Cada uno de los agentes descritos en el apartado anterior persiguen tanto intereses conjuntos y a su vez diferenciados que los hacen ya sea colaborar en la formación de una determinada coalición o mantener una postura no cooperativa.

Tomando en consideración la existencia de una fuerza política como el PRI, es decir, un régimen hegemónico donde el Presidente de la República en turno mantenía casi un control absoluto sobre las decisiones del congreso o parlamento, entonces queda por explicar cómo se generaba influencia en la toma de decisiones por parte de los grupos empresariales. Podría considerarse la posibilidad de que el gobierno tomase decisiones unilaterales, sin embargo, en el modelo se parte de la existencia de una alianza subyacente entre ciertos grupos de influencia económica con el aparato gubernamental.

Por ende, si bien el gobierno ejerce la totalidad de derechos de voto dentro del parlamento, requiere de una coalición con cualquiera de los grupos de interés empresarial para poder implementar la respectiva política económica. Podemos decir entonces que el empresario mantiene una influencia indirecta en la toma de decisiones.

Esta explicación pretende abordar la problemática que podríamos tener en el modelo, donde en todo caso no se requiere de ninguna coalición para que el gobierno por si mismo determine aquella política que mayormente asegura el cumplimiento de sus propios intereses.

4.3. Aplicación del Modelo

Se presentará en este apartado una versión del juego para tres jugadores, los cuales son considerados como agentes económicos relevantes o grupos de interés. Cada uno de los agentes tiene acceso a recursos y en consecuencia puede influir en el proceso de reforma institucional. Los respectivos grupos de interés participantes, pueden elegir del conjunto de políticas existentes y recibir los pagos correspondientes a cada política finalmente elegida.

En este caso el conjunto de jugadores está definido por $N = \{X, M, G\}$ donde X representa a las firmas exportadoras, M a las empresas sustituidoras de importaciones y G representa al gobierno. Sea $\{P, FT\}$ el conjunto de políticas elegibles ,donde P es la política proteccionista y FT es la correspondiente a libre comercio. Tres variables resultan de relevancia para cada uno de los jugadores, son:

1. El número de votos que cada jugador tiene para elegir la política

2. La dotación de recursos con que cuenta para negociar

3. Los pagos que finalmente recibirán

En consecuencia detallamos en los siguientes apartados cada uno de los tres puntos mencionados.

4.4. Derechos de Voto

Como ya se había señalado anteriormente, el modelo de reforma intenta describir el poder en la toma de decisiones, mediante la dotación de derechos de voto a cada uno de los agentes o grupos de interés involucrados en el modelo.

Definición 75 *Un perfil de derechos de voto es una función* $w : 2^N \to \mathbb{R}_+$ *con* $w(\emptyset) = 0, w(N) > 0$ *tal que* w *es superaditiva. Entonces tenemos que, una coalición puede elegir una política si ésta es ganadora en el intervalo* $\mu \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$ *,.*

Tenemos que el perfil de derechos de voto se conforma por el número de votos o recursos que tienen los jugadores para influir en la política resultante. En el momento de la firma del TLCAN, el PRI contaba con el control de ambas cámaras en el congreso, así como la presidencia de la República. En consecuencia el partido en el gobierno tenía la oportunidad de hacer pasar cualquier propuesta de reforma sin ninguna oposición significativa. Por tanto para este ejercicio el gobierno cuenta con la totalidad de votos, definiendo de la siguiente forma las dotaciones respectiva a cada jugador:

$$w(M) = w(X) = 0 \quad w(G) = w(N)$$

A su vez, definimos el parámetro de mayoría como:

$$\mu = 51\,\%$$

4.5. Dotaciones Iniciales

Las dotaciones iniciales para cada jugador representan una expectativa de ingresos para cada posible escenario o política a elegir, tanto en el caso de continuar con la política proteccionista, o bien para el caso en que se eligiera una política de libre comercio. Las cuales a partir de ahora expresaremos de la siguiente forma:

Agentes	**Antes de la Reforma**	**Después de la Reforma**
Orientación Exportadora (X)	$\psi_X(P), \psi_X(FT)$	$\psi^{'}_X(P), \psi^{'}_X(FT)$
Sustitución de Importaciones (M)	$\psi_M(P), \psi_M(FT)$	$\psi^{'}_M(P), \psi^{'}_M(FT)$
Gobierno (G)	$\psi_G(P), \psi_G(FT)$	$\psi^{'}_G(P), \psi^{'}_G(FT)$

Para fines del modelo, el cálculo de las dotaciones iniciales de cada uno de los agentes puede definirse como el conjunto de subsidios, recursos o impuestos con que cuentan para influir en la política a elegir , es decir, las expectativas de ganancia para cada posible coalición que pudiera formarse bajo alguno de los perfiles de elección. El conjunto de dotaciones iniciales tiene fuertes repercusiones en los posibles resultados de equilibrio que posteriormente se obtengan. Por tal motivo, se hace aquí una breve descripción del método empleado para determinar la dotación de cada jugador.

En términos generales, la dotación inicial represernta la expectativa de ingresos para cada uno de los dos posibles escenarios $(\{FT\}, \{P\})$, que en este caso se definen para el caso del perfil proteccionista $\{P\}$, como las ganancias obtenidas sin reforma, mientras que para el perfil $\{FT\}$ se interpretan como las ganancias esperadas en caso de una apertura comercial.

Para ello, Sánchez-Mier (2006) recurrió a datos generados tanto por el INEGI, como la BMV para el período comprendido entre 1980-2002. Los datos para $\psi(X)$ y $\psi(M)$ están basados en los datos arrojados por el sector manufacturero sin contar las ramas vinculadas con la producción petrolera. Es importante mencionar que se parte del supuesto de que cada una de las firmas maximizan sus ingresos, es decir, que los agentes tienen expectativas racionales y que además pueden anticipar tanto los beneficios y costos asociados a cada una de las políticas $(\{FT\}, \{P\})$.

Para estimar la tasa promedio de ganancia de las corporaciones con vocación exportadora, se toma en consideración los estados financieros reflejados por las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores para el período correspondiente entre 1991-2001, las cuales se hayan obligadas a hacer pública su información financiera. Complementariamente, el propio INEGI ofrece una base de datos con las ventas del sector manufacturero para el período que va de 1987 a 1995. Usando las ventas registradas, así como el promedio observado de ganancias en la bolsa de valores que es de 8 % da como resultado un ingreso neto de alrededor del 4 %. Por lo tanto, tenemos que los ingresos netos del sector manufacturero con vocación exportadora $\psi_X(FT)$ son equitativos a ese porcentaje mencionado para el tiempo comprendido entre 1981-1993 y 1994-2002 en dólares de 1996.

Por otro lado, el propio INEGI reporta que la proporción de importaciones del total de manufacturación paso de representar el 10 % en 1980 a prácticamente el 35 % en el año 2002. De esto modo, podemos asumir que la pérdida de mercado ante un cambio en la política proteccionista representó una caída del mismo porcentaje en la proporción de bienes producidos en Méxco y tomando al 4 % como el promedio del margen de ingreso neto de las firmas con vocación proteccionista, podemos calcular la dotación para $\psi_M(P)$ y $\psi_M(FT)$ tanto para el período de 1980-1993 y 1994-2002 en dólares de 1996.

La dotación para el caso del gobierno está basada en la idea que en una negociación, los jugadores consideran los ingresos del sector público como una función de la propia renta generada por el sector manufacturero. Para este caso, se asume que la tasa impositiva representa alrededor del 2,38 % del PIB manufacturero para el juego construido antes de la reforma, y de un 2,78 % para el juego después de la reforma fiscal.

En consecuencia tenemos que, $\psi_G(P)$ y $\psi_G(FT)$ es calculado tomando como base una tasa impositiva promedio del 2,38 %, mientras que para $\psi^{'}_G(P)$ y $\psi^{'}_G(FT)$ se tomó una tasa del 2,78 %.

$w(X) = w(M) = 0 \quad w(G) = 1$

$\psi_X(P) = 12{,}22 \quad \psi_X(FT) = 15{,}16 \quad \psi_M(P) = 4{,}58 \quad \psi_M(FT) = 1{,}16$

$\psi_G(P) = 4{,}82 \quad \psi_G(FT) = 7{,}84 \quad \psi^{'}_G(P) = 5{,}63 \quad \psi^{'}_G(FT) = 9{,}16$

Con los datos de la tabla anterior, el lector podrá darse cuenta que los valores de las dotaciones para el caso de los jugadores X y M permanecen iguales tanto para el juego antes de la reforma, como para el segundo juego una vez realizada la reforma fiscal. El cambio en las dotaciones de G se traduce como un aumento en el nivel de ingresos fiscales debido al incremento de la base gravable, así como una mayor eficiencia en el cobro de impuestos. Complementariamente se utilizan los resultados del modelo de equilibrio general presentado por Sobarzo (2000) que muestra que un cambio en la política fiscal no tiene un efecto considerable en los recursos

4.6. Juego antes de la Reforma

Una vez definidos tanto el perfil de derechos de voto para cada jugador, así como el perfil de dotaciones iniciales; entonces podemos definir las posiciones de negociación de una coalición, las cuales son el pago mínimo que puede garantizarse ésta si el resto de los jugadores jugaran en su contra. Formalmente el juego g está definido como:

$$g(S) = \begin{cases} \text{máx}\left\{\sum_{i\in S}\psi_i(P), \sum_{i\in S}\psi_i(FT) \mid \text{si } w(S) \geq \mu \cdot w(N)\right. \\ \text{mín}\left\{\sum_{i\in S}\psi_i(P), \sum_{i\in S}\psi_i(FT) \mid \text{ si } w(S) \leq \mu \cdot w(N)\right. \end{cases}$$

$$\forall S \neq \emptyset \text{ y } g(\emptyset) = 0$$

Para este caso, surge una pregunta, ¿qué es lo que predice el modelo una vez que han sido definidas las dotaciones? Los parámetros inducen dos diferentes juegos cooperativos, g y $g^{'}$, los cuales representan dos instancias distintas de negociación sobre ambas políticas entre los respectivos jugadores. En primer lugar analizaremos el juego g que representa el juego previo a la reforma fiscal anteriormente señalada, el denominado $g^{'}$ que es el juego después de la reforma será analizado en el siguiente apartado. En resumen y tomando en cuenta tanto los derechos de voto, las dotaciones iniciales y la definición respectiva del juego, podemos calcular los resultados siguientes:

$$\begin{array}{lll} g\{X\} = 12{,}22 & g\{X,M\} = 16{,}32 & \\ g\{M\} = 1{,}16 & g\{X,G\} = 23{,}00 & \\ g\{G\} = 7{,}84 & g\{M,G\} = 9{,}40 & g\{X,M,G\} = 24{,}16 \end{array}$$

En este caso los valores $g(\cdot)$, son los pagos que cada coalición puede obtener en el caso que los demás jugadores actúen en su contra. Por ejemplo, la coalición $\{M, G\}$ puede obtener 9,40 mil millones si el gobierno elige P y 9 mil millones si éste elige FT. Dados los resultados, entonces, ¿qué política habrá de elegirse?, ¿qué jugadores colaborarán? Primero podemos notar que el juego g tiene un núcleo no vacío, es decir que, no podrían satisfacerse las expectativas de todos los jugadores una vez repartida el valor de la gran coalición, por ende, una coalición más pequeña podría garantizar mayores ganancias para los jugadores. Para mostrar el resultado anterior, considere un vector de pagos $x \in \mathbb{R}^3_+$ eficiente, es decir que cumple que $\sum_{i\in N} x_i = g(N) = 24{,}16$. Por ejemplo, aquel en el que todos los jugadores reciben los pagos de la política FT:

$$x = (15{,}16, 1{,}16, 7{,}84)$$

En este caso, el jugador M podría hacer una oferta de cooperación con el gobierno G, dejando fuera de esta forma al jugador X, para repartir los pagos de la siguiente forma:

$$x^{'} = (12{,}22, 4{,}1 - \varepsilon, 7{,}84 + \varepsilon)$$

para algún ε pequeño.

Dada esta situación, el jugador X podría ahora realizar una contraoferta y buscar una coalición apoyada por G teniendo los siguientes pagos:

$$x^{'} = (15{,}16 - 2\varepsilon, 1{,}16, 7{,}84 + 2\varepsilon)$$

En consecuencia habría margen para una nueva contraoferta del jugador M, situación que en todo caso podría mantenerse indefinidamente. Por lo tanto es importante buscar una solución alternativa. Para ello habremos de incorporar el planteamiento teórico de solución por aspiraciones. En este caso se acude a este mecanismo de solución porque los conceptos de solución tradicionalmente utilizados en la teoría de juegos implican necesariamente tanto el cumplimiento del principio de eficiencia e impone una estructura coalicional.

Ahora debemos definir el denominado conjunto de negociación de aspiraciones (ABS) para el juego en cuestión, el cual por el teorema Albers-Bennett (1984) es no vacío. En este caso, el ABS está definido por un sólo vector o aspiración:

$$\widehat{x} = (14{,}96, 1{,}36, 8{,}04)$$

Podemos observar que ese vector cumple con las propiedades de:

1. No excedente

2 Viabilidad

3 No vulnerabilidad

La propiedad "no excedente.[es] clara en la siguiente tabla:

S	$g(S)$	$\widehat{x}(S)$
$\{X\}$	12,22	14,96
$\{M\}$	1,16	1,36
$\{G\}$	7,84	8,04
$\{X, M\}$	16,32	16,32
$\{X, G\}$	23,00	23,00
$\{M, G\}$	9,40	9,40
$\{X, M, G\}$	24,16	24,36

Para la propiedad de viabilidad vemos en la siguiente tabla que el vector $\widehat{x}$ cumple:

Jugador i	$g(S), tal\ que\ i \in S$	$\widehat{x}(S)$
X	$g(X, M) = 16{,}32$	16,32
M	$g(M, G) = 9{,}40$	9,40
G	$g(X, G) = 23{,}00$	23,00

La condición de "no vulnerabilidadçomo habíamos analizado, implica que en la colección generadora obtenida, o bien ningún jugador depende de otro para obtener su pago, o todos requieren colaborar para garantizar su aspiración. A continuación expresamos dicha condición a través de la colección generadora para cada uno de los jugadores $GC(x_i)$ y verificamos que ninguna de éstas se haya totalmente contenida dentro de la colección generadora de cualquier otro jugador

$$\begin{array}{l} Colección\ Generadora \\ GC(x_X) = \{\{X, M\}, \{X, G\}\} \\ GC(x_M) = \{\{X, M\}, \{M, G\}\} \\ GC(x_G) = \{\{X, G\}, \{M, G\}\} \end{array}$$

Una vez definido el concepto de solución que habrá de aplicarse para el problema en cuestión, así como el cumplimiento de sus respectivas propiedades, ahora volveremos a emplear la definición de colección generadora para el juego g. Tenemos entonces que $GC(\widehat{x})$ está conformada por las siguientes coaliciones:

$$GC(\widehat{x}) = \{\{X, M\}, \{X, G\}, \{M, G\}\}$$

Complementariamente, tenemos que para este juego, P está definida por las siguientes coaliciones:

$$P = \{(X,G),(M,G)\}$$

Una vez definido el resultado de equilibrio, haremos uso del Teorema 64 que establecía que el núcleo de un juego es no vacío sí y solamente si bajo el ABS, todos los resultados de equilibrio son eficientes. Adicionalmente para el caso de 3 de jugadores, el Teorema establece que si el nucleo es vacío, entonces existe al menos un resultado de equilibrio que es ineficiente. En este caso se traduce como la posibilidad de elegir una política ineficiente.Vemos a continuación, que el vector y la colección generadora definidos para el juego g arrojan los sigueintes resultados de equilibrio:

Coaliciones	Política Elegida	Pagos (X,M,G)
$\{\{X,G\},\{M\}\}$	Libre Comercio	(14,96, 1,16, 8,04)
$\{\{M,G\},\{X\}\}$	Proteccionismo	(12,22, 1,36, 8,04)

La tabla anterior arroja un resultado de equilibrio para el caso de una política de libre comercio, mientras que para el caso del proteccionismo es ineficiente. En este caso cabe preguntarse ¿cuál es la razón que llevó a tomar una política ineficiente? La respuesta puede encontrarse en la estructura de poder e influencia que los empresarios con vocación proteccionista mantenían entre las esferas del gobierno. Además es importante decir que la vacuidad del núcleo debió jugar un papel muy importante en los intentos fallidos de reforma comercial en México.

4.7. Juego después de la Reforma

Para explicar la reforma comercial, se plantean dos juegos distintos, el primero de ellos ya se ha calculado con las dotaciones previas a la reforma fiscal emprendida por el gobierno, y un segundo juego una vez cuando dicha reforma afectó el nivel de ingresos fiscales del estado. Para detallar un poco más esta situación es importante mencionar que, previo al gobierno del entonces presidente Carlos Salinas de Gortari el sector público mexicano había incurrido en importantes tasas de déficit público los cuales aunados a la caída en los precios del petróleo (fuente principal de ingresos del sector público) presionó a la administración al planteamiento de una reforma fiscal que ayudará a mitigar el desequilibrio en las finanzas públicas.

Por otro lado, suponemos que el cambio en los ingresos del estado, propició un cambio en la estructura coalicional subyacente del juego, lo que empíricamente se traduce como una nueva concertación política que trastocó la alianza mantenida con los empresarios de vocación proteccionista. Recordemos las dotaciones calculadas después de la reforma hacendaria:

$$\begin{gathered}\psi_X(P) = 12{,}22, \psi_X(FT) = 15{,}16\\ \psi_M(P) = 4{,}58, \psi_M(FT) = 1{,}16\\ \psi'_G(P) = 5{,}63, \psi'_G(FT) = 9{,}16\end{gathered}$$

.

En la tabla anterior podemos observar que las dotaciones iniciales para el caso de los empresarios permanece igual al del juego g, es decir que, se parte del supuesto de que la reforma fiscal no alteró el perfil de dotaciones iniciales de los jugadores M y X, por ende el incremento en los ingresos del gobierno es explicado tanto por una mayor base gravable, como por una mayor eficiencia en el cobro de impuestos, más no por un aumento en la tasa impositiva al conjunto de empresas. Este cambio en la dotación del gobierno altera significativamente la negociación subyacente del juego, dando como resultado un vector de pagos dentro del núcleo.Con los datos, podemos ahora calcular los resultados para el juego g' el cual queda de siguiente forma:

$$\begin{array}{lll} g'(X) = 12{,}22 & g'(X,M) = 16{,}32 & \\ g'(M) = 1{,}16 & g'(X,G) = 24{,}32 & \\ g'(G) = 9{,}16 & g'(M,G) = 10{,}32 & g'(X,M,G) = 25{,}48 \end{array}$$

Vemos que el juego $g^{'}$ tiene un núcleo no vacío, es decir que la gran coalición puede satisfacer las expectativas de pago de todos los jugadores. Para este juego tanto el ABS y el núcleo solamente tienen un vector en su interior. El vector $\widehat{x}$ en este caso es el siguiente:

$$\widehat{x} = (15{,}16, 1{,}16, 9{,}16)$$

De donde ahora podemos obtener la siguiente colección generadora:

$$GC(\widehat{x}) = \{\{M\}, \{G\}, \{X, M\}, \{X, G\}, \{M, G\}, \{X, M, G\}\}$$

Vemos que la gran coalición se ubica dentro de la colección generadora, por lo que atendiendo a la existencia de un solo vector $\widehat{x}$ en el núcleo y el conjunto de negociación de aspiraciones ABS. Ahora es importante hacer un recordatorio sobre este concepto de solución para comprender mejor el resultado que se dará a continuación. Primero recordemos la definición del conjunto de aspiraciones AC o denominado también como el conjunto de aspiraciones balanceadas. La intersección entre AC y ABS se nombra como conjunto de aspiraciones asociadas PAC, el cual es un subconjunto del núcleo cuando éste último es no vacío. Por tal razón podemos hacer uso del Teorema 64 expresado en el capítulo anterior. El cual establece que si el concepto de solución es el PAC, entonces todos los equilibrios de un juego g con n jugadores son eficientes sí y solamente si el núcleo de g es no vacío. Además por la Proposición 65 vemos que bajo la solución ABS, si $n = 3$, todos los equilibrios del juego g son eficientes si y solamente si el núcleo es no vacío.

Complementariamente por la Proposición 65 tenemos que $ABS(v) = ri^{*}C(v)$, por ende todo $x \in ABS$ tiene en la colección generadora a N. Ahora podemos obtener el único resultado de equilibrio. que además determina la elección de la política de libre comercio:

Coalición	Política Elegida	Pagos (X, M, G)
$\{(X, M, G)\}$	Libre Comercio	$(15{,}16, 1{,}16, 9{,}16)$

Complementariamente podemos ver que el jugador M no puede formar una coalición junto con el gobierno que desagrupe a la gran coalición, lo cual es un aspecto que habíamos analizado teóricamente. En consecuencia llegamos a la conclusión de que la reforma fiscal al elevar los ingresos del gobierno abrió la posibilidad de elegir entre las políticas P y FT.

4.8. Extensión del Modelo

En este último apartado, incorporamos al juego original una nueva variante con la intención de ampliar la gama de políticas elegibles entre los tres distintos agentes. Es decir, sustituiremos el juego inicial constituido únicamente por dos perfiles w_0 y w_1, por otro en el que interactúe al menos un perfil adicional w_2. Como ya hemos observado, el ejemplo modelado por Sánchez-Mier (2005) sobre el proceso de reforma comercial se caracteriza por simular la negociación entre aquellos agentes con relativa influencia política para llevar a cabo un proceso de cambio institucional. Podríamos plantear empero, que el debate político puede llegar a abordar más de dos perfiles distintos o políticas elegibles. Por tanto, nos parece viable pensar en una negociación que considere la existencia de más iniciativas de reforma. Por ejemplo, podríamos suponer una propuesta hipotética que busque proteger a ciertos sectores productivos, los cuales, por considerarse estratégicos quedarían fuera de la negociación del Tratado de Libre Comercio (aspecto que sucedió en la realidad). También, el nuevo perfil podría significar una política compensatoria para aquellos productores nacionales afectados con la apertura.

Juego con 3 perfiles

Para ampliar lo anterior, empezaremos por reconsiderar la existencia de un tercer perfil, el cual naturalmente sigue cumpliendo con el supuesto de ser superior al perfil inicial o de estatus quo $w(P)$ pero inferior en este caso al denominado perfil de libre comercio $w(FT)$. Este nuevo perfil hipotético se caracterizará por situarse como un escenario de reforma comercial intermedio, lo que en términos prácticos podría signifcar una transformación menos radical al marco legal o quizás una decisión de corte gradualista.Tendríamos entonces que:

$$w_1 \rhd w_2 \rhd w_0$$

Donde $w(IN)$ representa el perfil de política intermedio entre $w(FT)$ y $w(P)$.

Por otro lado , resulta indispensable señalar que la propuesta de dotaciones iniciales para el perfil intermedio w está basado, al igual que en el caso de las dotaciones para el primer juego, en el supuesto de expectativas racionales planteado en Sánchez-Mier (2005). Es decir, los jugadores prevén correctamente las ganancias y los costos asociados a las diferentes políticas comerciales elegibles. Sin embargo, la valoración de estas nuevas dotaciones para el perfil $w(IN)$ debió ser casi arbitraria, pues en este caso, existe una desventaja respecto al cálculo realizado originalmente por el autor, quien se basó en datos ex-post del comportamiento de las importaciones una vez aprobado el Tratado. Por ende, las dotaciones del perfil $w(IN)$ se determinaron respetando dos aspectos básicos. En primer lugar, el supuesto básico de que $\sum_{i\in S}\psi_i(P) < \sum_{i\in S}\psi_i(IN) < \sum_{i\in S}\psi_i(FT)$. En segundo lugar que las dotaciones para dicho perfil pretenden compensar la situación del agente M en detrimento tanto de las expectativas de ingresos fiscales G, como de las posibles ganancias del sector exportador X.

Para el caso del perfil P y FT seguiremos empleando las dotaciones propuestas en el capítulo anterior. Por lo tanto, los perfiles de dotación inicial para este nuevo juego se expresan en el siguiente recuadro:

$w(X) = w(M) = 0$	$w(G) = 1$
$\psi_X(P) = 12{,}22, \psi_X(IN) = 13{,}05, \psi_X(FT) = 15{,}16$	$\psi_M(P) = 4{,}58, \psi_M(IN) = 3{,}11, \psi_M(FT) = 1{,}16$
$\psi_G(P) = 4{,}82, \psi_G(IN) = 5{,}24, \psi_G(FT) = 7{,}84$	$\psi'_G(P) = 5{,}63, \psi'_G(IN) = 7{,}28, \psi'_G(FT) = 9{,}16$

Como podemos observar en la tabla anterior, mantenemos la idea de realizar dos juegos distintos, un juego g para el caso antes de la reforma fiscal y un juego g' para la situación después de la reforma. Por otra parte, utilizamos la definición del juego anterior pero incorporando el nuevo perfil.

Tenemos entonces que, dada una cuádrupla (w_0, w_1, w_2, ψ) y $\mu \in (\frac{1}{2}, 1)$ el juego cooperativo $g : 2^n \to \mathbb{R}_+$ está definido por:

$$g(S) = \begin{cases} \max\left\{\sum_{i\in S}\psi_i(P), \sum_{i\in S}\psi_i(IN), \sum_{i\in S}\psi_i(FT) \text{ si } w(S) \geq \mu \cdot w(N)\right. \\ \min\left\{\sum_{i\in S}\psi_i(P), \sum_{i\in S}\psi_i(IN), \sum_{i\in S}\psi_i(FT) \text{ si } w(S) \leq \mu \cdot w(N)\right. \end{cases}$$

El nuevo juego $g(S)$ continúa eligiendo el perfil de dotación con mayor valor de las dotaciones para los casos en los que la coalición es ganadora y por otro lado, elige el perfil de menor valor cuando la coalición es perdedora. Solo que ahora elige entre 3 perfiles distintos. Tomando en cuenta el perfil adicional de dotaciones iniciales el juego se definiría como:

$g(\{X\}) = 12{,}22$	$g(\{X, M\}) = 16{,}16$	
$g(\{M\}) = 1{,}16$	$g(\{X, G\}) = 23{,}00$	
$g(\{G\}) = 7{,}84$	$g(\{M, G\}) = 9{,}40$	$g(\{X, M, G\}) = 24{,}16$

En este juego, el valor de $g(\{X, M\}) = 16{,}16$ es distinto respecto al juego original una vez introducido el perfil $w(IN)$, mientras que para el resto de coaliciones los datos se mantienen sin cambio. Al considerar los nuevos datos, veremos que el juego g tiene un núcleo vacío. A continuación empezamos por caracterizar el conjunto $C(g)$ de la siguiente forma:

$$C(g) = \left\{x \in \mathbb{R}^3_+ \mid 12{,}22 \leq x_1 \leq 14{,}76, x_2 = 1{,}16, 7{,}84 \leq x_3 \leq 8, x_1 + x_3 = 23{,}00\right\} = \emptyset$$

La caracterización resultante para $C(g)$ implica que no existe una aspiración dentro del núcleo donde $g(\{XM\})$ sea mayor o igual a 16,16 ya que la cuota inferior exige valores para el agente X

menores o iguales a 14,76 y un valor para M igual a 1,16. Por lo tanto, vemos que el conjunto de negociación de aspiraciones $ABS(g)$ está conformado por una única aspiración:

$$\widetilde{x} = (14{,}88, 1{,}28, 8{,}12)$$

La aspiración $\widetilde{x}$ está fuera del núcleo, lo cual implica que la colección generadora está constituida por 3 coaliciones. Sin embargo, verifiquemos que esta aspiración cumple con las propiedades necesarias.Para el caso de la propiedad "no excedente.[a]hora mostraremos una nueva tabla:

S	$g(S)$	$\widetilde{x}(S)$
$\{X\}$	12,22	14,88
$\{M\}$	1,16	1,28
$\{G\}$	7,84	8,12
$\{X, M\}$	16,16	16,16
$\{X, G\}$	23,00	23,00
$\{M, G\}$	9,40	9,40
$\{X, M, G\}$	24,16	24,36

Para la propiedad de viabilidad vemos en la siguiente tabla que el vector $\widetilde{x}$ cumple:

Jugador i	$g(S), tal\ que\ i \in S$	$\widetilde{x}(S)$
X	$g(\{X, M\}) = 16{,}16$	16,16
M	$g(\{M, G\}) = 9{,}40$	9,40
G	$g(\{X, G\}) = 23{,}00$	23,00

La condición de no vulnerabilidad como habíamos analizado, implica que en la colección generadora obtenida, o bien ningún jugador depende de otro para obtener su pago, o todos requieren colaborar para garantizar su aspiración. A continuación expresamos dicha condición a través de la colección generadora para cada uno de los jugadores $GC(x_i)$ y verificamos que ninguna de éstas se encuentra totalmente contenida dentro de la colección generadora de cualquier otro jugador i.

Tenemos entonces que:

Colección Generadora
$GC(x_X) = \{\{X, M\}, \{X, G\}\}$
$GC(x_M) = \{\{X, M\}, \{M, G\}\}$
$GC(x_G) = \{\{X, G\}, \{M, G\}\}$

Pasamos a definir la respectiva colección generadora $GC(\widetilde{x})$, la cual está conformada por las siguientes coaliciones:

$$GC(\widetilde{x}) = \{\{X, M\}, \{X, G\}, \{M, G\}\}$$

Complementariamente, tenemos que para este juego el conjunto de coaliciones ganadoras P está definida por:

$$P = \{\{X, G\}, \{M, G\}\}$$

Empleando la intersección entre $GC(\widetilde{x}) \cap P$ tenemos que el resultado (π, P) es eficiente si $\sum_{i \in N} \pi_i = g(N)$, y es ineficiente cuando $\sum_{i \in N} \pi_i < g(N)$. Para este nuevo caso, el vector y la colección generadora definidos para el juego g arrojan los sigueintes resultados de equilibrio:

Particiones	*Política Elegida*	*Pagos* (X, M, G)	*Resultado*
$\{\{X, G\}, \{M\}\}$	Libre Comercio	$(14{,}88, 1{,}16, 8{,}12)$	Eficiente
$\{\{M, G\}, \{X\}\}$	Proteccionismo	$(12{,}22, 1{,}28, 8{,}12)$	Ineficiente

Con estos resultados de equilibrio, tenemos que la política proteccionista sigue manteniéndose como una política ineficiente, sin embargo existe un ligero cambio en las ganancias obtenidas por el jugador

G respecto al juego original. En este caso, el agente M absorve una pérdida por alcanzar tal política. Lo anterior se debe por una disminución en las ganancias esperadas por la coalición $\{X, M\}$ respecto al juego original.

Juego Original	*Juego 3 perfiles*
$g(\{X, M\}) = 16{,}32$	$g(\{X, M\}) = 16{,}16$

Lo anterior supone empíricamente una mayor capacidad de negociación para el jugador G para participar en alguna coalición con el jugador M dado que este agente percibe una menor ganancia en caso de una colaboración entre X y M.

Nuevo juego después de la reforma

En la aplicación del modelo presentada en Sánchez-Mier (2005), la reforma fiscal aprobada en 1990 constituyó una recomposición sustancial en la estructura subyacente del juego, propiciando así las condiciiones necesarias para un cambio institucional en materia comercial en México. En este apartado, observaremos si la incorporación de un tercer perfil tiene implicaciones en el juego tal que puedan variar el resultado anteriormente obtenido con solo dos perfiles.

En primera instancia volvemos a presentar las dotaciones respectivas una vez dada la reforma fiscal, incluyendo las dotaciones hipotéticas para un perfil compensatorio como el propuesto. El nuevo cuadro es el siguiente:

$\psi_X(P) = 12{,}22$	$\psi_X(IN) = 13{,}05$	$\psi_X(FT) = 15{,}16$
$\psi_M(P) = 4{,}58$	$\psi_M(IN) = 3{,}11$	$\psi_M(FT) = 1{,}16$
$\psi_G^{'}(P) = 5{,}63$	$\psi_G^{'}(IN) = 7{,}28$	$\psi_G^{'}(FT) = 9{,}16$

Con tales dotaciones, los resultados obtenidos son:.

$g^{'}(X) = 12{,}22$	$g^{'}(X, M) = 16{,}16$	
$g^{'}(M) = 1{,}16$	$g^{'}(X, G) = 24{,}32$	
$g^{'}(G) = 9{,}16$	$g^{'}(M, G) = 10{,}39$	$g^{'}(X, M, G) = 25{,}48$

Estos resultados muestran un cambio respecto al juego original para las coaliciones $\{XM\}$ y $\{MG\}$, cuyos valores pasaron de 16,32 a 16,16 y de 10,32 a 10,39 respectIvamente. Por otra parte, podemos comprobar que el juego es superaditivo, aspecto importante para la ulterior estabilidad de las coaliciones. En general, el nuevo planteamiento no repercute en el modelo planteado originalmente.

Adicionalmente debemos señalar que el juego $g^{'}$ tiene un núcleo no vacío, es decir que la gran coalición puede satisfacer las expectativas de pago de todos los jugadores, por ende la introducción de un perfil adicional no generó la descomposición de la gran coalición. Sin embargo, para este juego tanto el ABS y el núcleo tienen más de un vector en su interior. Por lo tanto, caracterizamos ambos conjuntos para clarificar los resultados. Tenemos entonces que:

$$C(g^{'}) = \left\{x \in \mathbb{R}^3_+ \mid 12{,}22 \leq x_1 \leq 15{,}09, x_2 = 1{,}16, 9{,}16 \leq x_3 \leq 9{,}32, x_1 + x_3 = 24{,}32\right\}$$

Mientras que, el conjunto $ABS(g)$ estaría carcaterizado de la siguiente forma:

$$ABS(g^{'}) = \left\{x \in \mathbb{R}^3_+ \mid 15{,}00 < x_1 < 15{,}09, x_2 = 1{,}16, 9{,}23 < x_3 < 9{,}32, x_1 + x_3 = 24{,}32\right\}$$

En consecuencia, elegimos una aspiración que se ubica en el interior relativo del núcleo. Como ejemplo tomaremos la siguiente:

$$\widehat{x} = (15{,}045, 1{,}16, 9{,}275)$$

De donde ahora podemos obtener la siguiente colección generadora:

$$GC(\widehat{x}) = \{\{M\}, \{X, G\}, \{X, M, G\}\}$$

Como ya se había señalado, la gran coalición se ubica dentro de la colección generadora, entonces atendiendo a la Proposición 65, tenemos que cuando el conjunto de aspiraciones pertenece el interior relativo del núcleo, entonces toda $x \in ABS(g)$ cumple $GC(x) = N$. Recordemos que la intersección entre AC y ABS es el conjunto de aspiraciones asociadas PAC, el cual es un subconjunto del núcleo cuando éste último es no vacío. Por tal razón podemos hacer uso del Teorema 64 el cual establece que si el concepto de solución es el PAC, entonces todos los equilibrios de un juego g son eficientes sí y solamente si el núcleo de g es no vacío. Además por la Proposición 65 vemos que bajo la solución ABS, si $n = 3$, todos los equilibrios del juego g son eficientes si y solamente si el núcleo es no vacío.

Complementariamente por la Proposición 65 tenemos que $ABS(v) = ri^*C(v)$ por ende todo $x \in ABS$ tiene en la colección generadora a N. Ahora podemos obtener el único resultado de equilirbio, que además determina la elección de la política de libre comercio:

Coalición	*Política Elegida*	*Pagos* (X, M, G)
$\{\{X, M, G\}\}$	Libre Comercio	$(15{,}045, 1{,}16, 9{,}275)$

Los resultados generados en el equilibrio muestran que el jugador M no puede formar una coalición junto con el gobierno G que desagrupe a la gran coalición, lo cual es un aspecto que ya habíamos analizado. En consecuencia, se mantiene la conclusión de que la reforma fiscal al elevar los ingresos del gobierno abrió la posibilidad de elegir una política dentro del núcleo, en este caso el perfil FT.

Adicionalemente debemos señalar que, al incorporar un nuevo perfil para este juego el pago recibido por el jugador G aumenta respecto al juego en el que solamente tomábamos en consideración dos perfiles. En este caso, la existencia de una coalición ganadora con un valor mayor en el juego y contraria a la decisión de libre comercio ($\{M, G\}$) disminuyó el valor de la aspiración del jugador X. Empero, resulta interesante en términos políticos su significancia, es decir, ¿empíricamente qué aspectos podrían explicar este cambio? Surge entonces una hipótesis: ¿La existencia de un mayor número de perfiles beneficia la posición de negociación del jugador mejor dotado de derechos de voto? Es decir, contar con mayores opciones de negociación implica una distribución más justa de las ganancias.

Juego con 4 perfiles

Para profundizar en la posibilidad de incorporar nuevos perfiles de negociación, ahora introduciremos otra política elegible para tener de esta manera un juego constituido por 4 perfiles. Este cuarto perfil lo denominaremos $w(MP)$, el cual estará conformado por dotaciones iniciales cuya suma será apenas mayor al perfil de estatus quo, pero menor a los otros dos perfiles analizados anterioremente. Para este caso seguiremos manteniendo el orden entre cada uno de ellos de tal forma que:

$$\sum_{i \in S} \psi_i(P) < \sum_{i \in S} \psi_i(MP) < \sum_{i \in S} \psi_i(IN) < \sum_{i \in S} \psi_i(FT)$$

El perfil $w(MP)$ se trata de una política elegible que supone una reforma cuya afectación a los intereses del agente M son poco significativos, en detrimento naturalmente de las ganancias obtenidas por el agente X. El cálculo de estas dotaciones es nuevamente hipotético, quedando de la siguiente forma:

$\psi_X(P) = 12{,}22$	$\psi_X(MP) = 12{,}84$	$\psi_X(IN) = 13{,}05$	$\psi_X(FT) = 15{,}16$
$\psi_M(P) = 4{,}58$	$\psi_M(MP) = 3{,}90$	$\psi_M(IN) = 3{,}11$	$\psi_M(FT) = 1{,}16$
$\psi_G(P) = 4{,}82$	$\psi_G(MP) = 5{,}00$	$\psi_G(IN) = 5{,}24$	$\psi_G(FT) = 7{,}84$
$\psi_G'(P) = 5{,}63$	$\psi_G'(MP) = 6{,}68$	$\psi_G'(IN) = 7{,}28$	$\psi_G'(FT) = 9{,}16$

Con la existencia de un cuarto perfil, redefinimos el juego g y tenemos que dada una quíntupla $(w_0, w_1, w_2, w_3, \psi)$ y $\mu \in (\frac{1}{2}, 1)$ el juego cooperativo $g : 2^N \rightarrow \mathbb{R}_+$ está definido por

$$g(S) = \begin{cases} \text{máx}\left\{\sum_{i\in S}\psi_i(P), \sum_{i\in S}\psi_i(MP), \sum_{i\in S}\psi_i(IN), \sum_{i\in S}\psi_i(FT) \text{ si } w(S) \geq \mu \cdot w(N) \right. \\ \text{mín}\left\{\sum_{i\in S}\psi_i(P), \sum_{i\in S}\psi_i(P), \sum_{i\in S}\psi_i(IN), \sum_{i\in S}\psi_i(FT) \text{ si } w(S) \leq \mu \cdot w(N) \right. \end{cases}$$

Esta caracteriación implica que nuevamente se eligirán aquellos perfiles de dotación de mayor valor cuando la coalición sea ganadora, mientras que se elige la de menor valor cuando la coalición es perdedora. La diferencia en este caso solamente en la inclusión de una una política elegible adicional.

Para este juego también se jugarán dos juegos g y $g^{'}$. Tenemos que el juego g antes de la reforma se define ahora como:

$g(\{X\}) = 12{,}22$	$g(\{X, M\}) = 16{,}16$	
$g(\{M\}) = 1{,}16$	$g(\{X, G\}) = 23{,}00$	
$g(\{G\}) = 7{,}84$	$g(\{M, G\}) = 9{,}40$	$g(\{X, M, G\}) = 24{,}16$

Para el juego g con cuatro perfiles no existe diferencia alguna respecto al juego g con sólo tres perfiles, por tanto sabemos que se trata de un juego con núcleo vacío y con una sola aspiración en el conjunto $ABS(g)$. La cual es la siguiente:

$$\widetilde{x} = (14{,}88, 1{,}28, 8{,}12)$$

Aunado a lo anterior, los respectivos resultados de equilibrio que obtenemos no sufren variación alguna, entonces:

Coaliciones	Política Elegida	Pagos (X, M, G)	Resultado
$\{\{X, G\}, \{M\}\}$	Libre Comercio	$(14{,}88, 1{,}16, 8{,}12)$	Eficiente
$\{\{M, G\}, \{X\}\}$	Proteccionismo	$(12{,}22, 1{,}28, 8{,}12)$	Ineficiente

Después de la reforma (juego con 4 perfiles) El juego $g^{'}$después de la reforma para 4 perfiles está en función del siguiente perfil de dotaciones iniciales:

$\psi_X(P) = 12{,}22$	$\psi_X(MP) = 12{,}84$	$\psi_X(IN) = 13{,}05$	$\psi_X(FT) = 15{,}16$
$\psi_M(P) = 4{,}58$	$\psi_M(MP) = 3{,}90$	$\psi_M(IN) = 3{,}11$	$\psi_M(FT) = 1{,}16$
$\psi_G(P) = 4{,}82$	$\psi_G(MP) = 5{,}00$	$\psi_G(IN) = 5{,}24$	$\psi_G(FT) = 7{,}84$
$\psi_G^{'}(P) = 5{,}63$	$\psi_G^{'}(MP) = 6{,}68$	$\psi_G^{'}(IN) = 7{,}28$	$\psi_G^{'}(FT) = 9{,}16$

Obtenemos los siguientes resultados:

$g^{'}(\{X\}) = 12{,}22$	$g^{'}(\{X, M\}) = 16{,}16$	
$g^{'}(\{M\}) = 1{,}16$	$g^{'}(\{X, G\}) = 24{,}32$	
$g^{'}(\{G\}) = 9{,}16$	$g^{'}(\{M, G\}) = 10{,}58$	$g^{'}(\{X, M, G\}) = 25{,}48$

Observamos ahora dos cambios respecto al juego $g^{'}$ para dos perfiles, por un lado la coalición $\{M, G\}$ y la coalición $\{X, M\}$. Por otro lado, la coalición $\{M, G\}$ ha elevado su aspiración respecto al juego $g^{'}$ con 3 jugadores, al pasar de $g^{'}(\{M, G\}) = 10{,}39$ a $g^{'}(\{M, G\}) = 10{,}58$. Con estos datos, ahora nos interesa caracterizar el núcleo de g' para confirmar su no vacuidad como en los juegos después de la reforma con 2 y 3 perfiles respectivamente. Tenemos entonces que:

$$C(g^{'}) = \left\{x \in \mathbb{R}^3_+ \mid 12{,}22 \leq x_1 \leq 14{,}90, x_2 = 1{,}16, 9{,}16 \leq x_3 \leq 9{,}32, x_1 + x_2 + x_3 = 25{,}48\right\}$$

Por las características de $C(g^{'})$ para este juego, tenemos que $g^{'}$ para el caso de 4 perfiles tiene un núcleo vacío, es decir, la introducción del perfil $w(MP)$ rompe la estabilidad de la gran coalición, en parte por el aumento en los valores para la coalición $\{M, G\}$, reduciendo al parecer los incentivos para abordar una reforma más radical. En consecuencia podríamos decir que la cercanía del perfil de dotaciones inciales para $w(MP)$ respecto al perfil de estatus quo o $w(P)$ resulta negativo para el jugador X.

Tenemos ahora que el núcleo es vacío, entonces tenemos una sola aspiración:

$$\widetilde{x} = (14{,}95, 1{,}21, 9{,}37)$$

Con la siguiente colección generadora:

$$GC(\widetilde{x}) = \{\{X, M\}, \{X, G\}, \{M, G\}\}$$

La intersección con el conjunto de coaliciones ganadoras P da como resultado dos particiones y los siguientes resultados de equilibrio:

Particiones	*Política Elegida*	*Pagos* (X, M, G)	*Resultado*
$\{\{X, G\}, \{M\}\}$	Libre Comercio	$(14{,}95, 1{,}16, 9{,}37)$	Eficiente
$\{\{M, G\}, \{X\}\}$	Proteccionismo	$(12{,}22, 1{,}21, 9{,}37)$	Ineficiente

Capítulo 5

Conclusiones

Dado el concepto de solución por aspiraciones aplicado para resolver problemas de cambio institucional, podemos confirmar su utilidad para explicar el proceso de negociación subyacente entre distintos grupos de interés aun y cuando se incorporan más de dos escenarios posibles al modelo. Es decir, podemos garantizar la viabilidad de incorporar nuevos perfiles w al modelo, sin afectar la estabilidad de su estructura. Complementariamente y para el caso de 3 perfiles, observamos que su introducción bajo algunos supuestos, implica cambios en los pagos obtenidos por cada uno de los agentes respecto al juego orginal donde se suponía la existencia de solo dos perfiles. Esto hace suponer que un perfil adicional puede inducir un reparto más equitativo de las ganancias hasta cierto límite. Pues como se mencionó, para el caso de 4 perfiles la estructura coalicional mantuvo otras afectaciones a la gran coalición.

Aunado a lo anterior, podemos suponer además que el análisis de un número creciente de políticas elegibles o perfiles en un sentido empírico se traduce en mayores dificultades para tomar decisiones, es decir, mayormente cierto nivel de consenso. Por otra parte, la existencia de un perfil adicional de dotaciones muy cercano al perfil de estatus quo inhibe en parte la adopción de una política eficiente. Esto lo interpretaríamos como la posibilidad de limitar la influencia del incentivo otorgado por ganancias adicionales como en el caso del perfil de libre comercio planteado.

Por otra parte, atendiendo a las limitaciones para calcular el conjunto de dotaciones iniciales para cada uno de los nuevos perfiles incorporados en este trabajo, será necesario en un trabajo ulterior el uso de cifras respaldadas por estimaciones proyectadas para el caso de una economía más cerrada, es decir, predicciones del comportamiento de la economía mexicana sin la firma del tratado.

Finalmente, es importante mencionar que la existencia de más de dos posibles perfiles o políticas elegibles en el modelo, en cierto sentido se acerca más a lo observado en los procesos de reforma constitucional discutidos en distintos parlamentos o congresos nacionales, lo cual podría implicar que la ampliación del modelo constituye una mejor modelación de lo que ocurre en tales procesos.

Bibliografía

[1] Aumann R.J,Maschler M.,(1964),"The Barganing Set for Cooperative Games. En: Advances in Game Theory ".Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 443-476.

[2] Bennet, E. (1984), "The Aspiration Approach to Predicting Coalition Formation and Payoff Distribution to Sidepayment Games". International Journal of Game Theory, vol. 12, issue 1, pp. 1-28.

[3] Driessen T. (1988), Çooperative Games, Solutions and Applications",Kluwer Academic Publishers, Boston.

[4] Flores-Quiroga, A-R., (1998)."Proteccionismo vs libre cambio: La economía de la protección comercial en México, 1970-1994, México, Fondo de Cultura Económica.

[5] Gibbons R.,(1992), "Game Theory for Applied Economists", Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

[6] Peleg B.,Sudhölter P.,"Introduction to the Theory of Cooperative Games", Springer Verlag,New York.

[7] Rodríguez, J., (2012), Çaracterización del Valor de Solidaridad para Juegos con Externalidades". Tesis.

[8] Rosas,V.,(2012)."Medición de la desigualdad de oportunidades; una descomposición del índice de Atkinson a través del valor de Shapley".

[9] Sánchez-Perez, J.(2010)"Juegos Cooperativos y sus aplicaciones económicas", Revista de Análisis de Economía Comercio y Negocios Internacionales, 4(1), pp. 59-75-

[10] Sánchez-Mier,L.(2006) "Grupos de interés y reforma comercial en México". El trimestre económico, vol. 73, pp.337-360

[11] (2005)..A Theory of Political Influence and Economic Reform", Ensayo de Trabajo de la Universidad de Guanajuato.

[12] Sánchez-Sánchez, F."(1993), "Introducción a la Matemática de los Juegos", Siglo XXI Editores en coedición con la Universidad de Guadalajara. México D.F.

[13] Shapley, L.S. (1953), .A value for n-person Games, In Kuhn H. W., and Tucker, A. W. (eds), Annals of Mathematic Studies. vol. 28, pp. 307-317. Princeton University Press. Contributions to the Theory of Games, vol.2.

[ ] Shubik M.,(1992),"Teoría de Juegos en las Ciencias Sociales (Conceptos y Aplicaciones)", Fondo de Cultura Económica, México D.F.