



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA

EFFECTOS DE FASE EN HOLOGRAMAS
GENERADOS POR COMPUTADORA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA

PRESENTA

LIC. MARIA AUXILIADORA ARAIZA ESQUIVEL

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., NOVIEMBRE DE 1997





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERIA
Dr. Manuel Nava No. 8 Zona Universitaria
Teléfonos: 13-11-86, 13-52-38, 13-63-35 y 13-82-22
Fax: (48) 13-09-24
78290, San Luis Potosí, S. L. P., México

AGOSTO 21, 1997.

L.E. Ma. Auxiliadora Araiza Esquivel
Presente.-

En atención a su solicitud de autorización de Temario, presentada por el Dr. Salvador Guel Sandoval, Asesor del Trabajo de Tesis para obtener el Grado de Maestro en Ingeniería Eléctrica. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 21 de Agosto del presente año, fué aprobado el Tema y Temario propuesto:

" EFECTOS DE FASE EN HOLOGRAMAS GENERADOS POR COMPUTADORA "

TEMARIO:

- I.- INTRODUCCION
- II.- REPRESENTACION DIGITAL DE UNA IMAGEN
- III.- CONCEPTOS DE HOLOGRAFIA
- IV.- HOLOGRAMAS GENERADOS POR COMPUTADORA (HGC's)
- V.- METODO Y RESULTADOS
- VI.- CONCLUSIONES
- APENDICE
- BIBLIOGRAFIA

" MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO "



ING. JOSE ARNALDO GONZALEZ CORTIZ AUTONOMA
DIRECTOR DE LA FACULTAD SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION



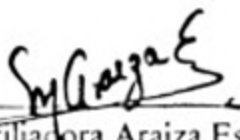
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI

FACULTAD DE INGENIERIA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADO

MAESTRIA EN INGENIERIA ELECTRICA
OPCION EN CONTROL AUTOMATICO

EFFECTOS DE FASE EN HOLOGRAMAS
GENERADOS POR COMPUTADORA



Lic. Ma. Auxiliadora Araiza Esquivel

Sinodales :



Dr. Salvador Guel Sandoval



Dr. Gustavo Ramirez Flores



Dr. Emilio Jorge González Galván

San Luis Potosí, S.L.P., Noviembre de 1997

DEDICATORIA

A mis padres:

Conrado y Ma. Auxiliadora

Por su confianza y apoyo en todo momento.

A mis hermanos:

Soledad, Guadalupe, Hermelinda, Carmela,
Carolina, José Luis y Elizabeth

por su ayuda incondicional y buenos consejos.

A mi novio

Alfonso

por su ayuda, compañía y cariño.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por haberme permitido realizar mis estudios de Maestría, gracias a los programas de becarios.

Al Dr. Guel por compartir sus enseñanzas y consejos durante el desarrollo de la tesis.

A los profesores Dr. Leyva, Dr. Pazos, Dr. Urías, Dr. Emilio, Dr. De Anda, Dr. Luis Felipe y al Dr. Octavio, por los conocimientos transmitidos.

A mis compañeros, por su ayuda y buenos momentos durante los cursos : Marcela, Alfonso, Aurelio, Sergio, Martín, Jorge y Carlos.

Al Lic. Luis Alfonso Lastras por su disposición para ayudarme a resolver algunos de los problemas que se presentaron en la realización del trabajo.

Al Dr. Victor Arrizon del ICUAP (Puebla) por su valiosa colaboración al compartir sus conocimientos sobre HGC's.

Al M. en C. José Nieto por su ayuda y disposición en el proceso de foto reducción de los hologramas.

EFFECTOS DE FASE EN HOLOGRAMAS GENERADOS POR COMPUTADORA

CONTENIDO

1. INTRODUCCION	1
2. REPRESENTACION DIGITAL DE UNA IMAGEN	
2.1 Procesado digital de imágenes	3
2.2 Notación y definiciones	7
2.3 Sistemas lineales invariantes	7
2.4 Análisis de Fourier	11
2.5 Propiedades de la Transformada de Fourier	15
2.6 Matrices	17
3. CONCEPTOS DE HOLOGRAFIA	
3.1 Holografía óptica	20
3.2 Clasificación de los hologramas	24
3.3 Hologramas de Fourier	27
4. HOLOGRAMAS GENERADOS POR COMPUTADORA (HGC's)	
4.1 Introducción	32
4.2 Diferentes tipos de HGC's	33
4.3 Hologramas de Fourier	35
4.4 Método de Lomhann	38
5. MÉTODO Y RESULTADOS	
5.1 HGC's	42
5.1.1 Obtención de la imagen	42
5.1.2 Paso 2 y 3 por el método de Lomhann	43
5.1.3 Transformada de Fourier compleja	44
5.1.4 Obtención de la amplitud y fase	44
5.1.5 Amplitud normalizada	45
5.1.6 Dibujo del holograma	47

5.2 Descripción del Algoritmo usado	48
5.3 Resultados	50
6. CONCLUSIONES	59
APENDICE	
A. Instrucciones en Matlab	61
B. Programa en Matlab	65
C. Hologramas	69
BIBLIOGRAFIA	76

NOMENCLATURA

$\omega = \frac{2\pi}{t}$	Frecuencia angular
$\nu = \frac{1}{\tau}$	Frecuencia óptica
$f_x = \frac{1}{\lambda}$	Frecuencia espacial en x
$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi f_0$	Número de onda
$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$	Operador Laplaciano
π	3.1416
ψ	Función de onda
λ	Período espacial
τ	Período temporal
$\delta(x)$	Función delta de Dirac (una dimensión)
$\delta(n)$	Función delta Kronecker (una dimensión)
$\Lambda(x)$	Función triángulo
$\alpha, \beta, \phi, \theta$	Ángulos
∂, d	Diferencial
A, B	Amplitud
a, b	Constantes

c	3×10^8 m/s
c_{-1}	Orden de difracción (orden -1)
$\text{comb}(x)$	Función peine
f	Foco
$f(), g(), h()$	Función en el dominio espacial
$F\{ \}$	Transformada de Fourier
F, G, H	$F\{f(x)\}, F\{g(x)\}, F\{h(x)\}$
$h * g$	Convolución
j	$\sqrt{-1}$
K, L, f_x, f_y	Frecuencias Espaciales
k, l, m, n, p, q	Indíces
$\text{rect}(x)$	Función rectángulo
$\text{sign}(x)$	Función signo o escalón
u_L	Haz restructor $u_R = u_L$
u_O	Haz objeto
u_R	Haz de referencia
x, y	Coordenadas espaciales
z^*	El conjugado de z

RESUMEN

Con el advenimiento de los sistemas computacionales avanzados se mostró una nueva fase de la holografía, al ser posible simular patrones de difracción mediante programas sofisticados. Gracias a estos métodos la holografía avanzó hacia otro nivel: la holografía digital u hologramas generados por computadora (HGC's), como también se les conoce, cuyo precursor fue el Dr. Lomhann y los cuales son el tema central de esta tesis.

En este trabajo se usará el método de Lomhann para fabricar hologramas generados por computadora (HGC's) tipo Fourier. Se generarán hologramas con la idea de observar como se ve afectada la imagen final, al cambiar algunas características en el diseño del programa. Esto permitirá estudiar sus características espaciales y geométricas, y estudiar como cambiarían éstas en términos de otros parámetros típicos de este fenómeno como la longitud de onda ; lo cual nos permitiría sugerir, entre otras cosas, el poder utilizar colores para caracterizar los hologramas en la reconstrucción. Se utiliza el paquete de Matlab, para generar los patrones de difracción.

Para una mejor continuidad en la exposición del tema que se presenta, el trabajo se divide de la siguiente manera :

El capítulo 1 es una reseña histórica del fenómeno holográfico.

El capítulo 2 es una introducción y exposición al procesamiento digital de imágenes así como a las herramientas matemáticas necesarias concernientes a este tema, ya que los HGC's pertenecen a esta área. Algunos de los conceptos que aquí se exponen, se utilizan a lo largo de la tesis.

El capítulo 3 trata los conceptos básicos de la holografía óptica. Se mencionan los diferentes tipos de hologramas ópticos y se expone como párrafo aparte el concepto de Hologramas de Fourier, ya que es importante entender las similitudes y las diferencias entre este proceso y el digital propuesto por Lomhann.

En el capítulo 4 se mencionan los métodos conocidos para generar HGC's, dando una pequeña descripción de los métodos más importantes, que incluyen naturalmente los hologramas tipo Fourier. Se da también la interpretación de la difracción de Fraunhofer que se describe matemáticamente por la transformada de Fourier de la amplitud compleja de un frente de onda. De aquí que, cuando la luz se propaga una gran distancia durante el proceso de registro, los patrones registrados consisten de la difracción de Fraunhofer y los hologramas son llamados "Hologramas de Fourier"[1]. Como ejemplo se enuncia el método de Lomhann para la obtención de HGC's.

En el capítulo 5 se analiza en detalle el método de Lomhann que se mencionó en el capítulo 4, el cual es implementado en un programa. Se propone hacer ciertas modificaciones a dicho método, afectando uno de los términos en el programa con un factor de fase determinado. Se da una descripción del algoritmo usado y se muestran una serie de fotografías con los resultados, explicando en cada caso sus características y la manera en que fue modificado el método de Lomhann para cada caso. Las fotografías que aparecen son de las imágenes que se obtienen durante el proceso de reconstrucción de los hologramas. En el capítulo 6 se hablará de las conclusiones.

Por último se incluyen tres apéndices: A, B y C. En el apéndice A, se incluye una breve introducción al Matlab dando las instrucciones básicas para poder entender y diseñar un programa. En el apéndice B se describe el programa por el método antes mencionado y en el C se muestran los diferentes hologramas generados por computadora, ya sea por el método de Lomhann o por el método de Lomhann modificado por un factor de fase.

INTRODUCCION

El principio de la "holografía", ("holography" originalmente en inglés), fue introducido por Dennis Gabor en 1948 [2]. El término proviene de dos voces griegas: "holos", que significa "todo ó enteramente" y "grafos", que quiere decir "descripción". Esto quiere decir que un holograma puede grabar en su totalidad la información contenida en un frente de onda bidimensional (esto es su amplitud u_o y su fase ϕ_o), en cada punto. Mas aún, el frente de onda puede ser fácilmente reconstruido, de manera que el total de la información contenida en la onda, puede recuperarse en cualquier momento.

En sus artículos originales de 1947 y 1948, Gabor introdujo un concepto muy importante del proceso holográfico : el haz de referencia. El uso del haz de referencia es esencial. Se sabe que los detectores físicos son sensibles solamente a la intensidad de una onda (una onda formada de amplitud y fase : $u = A(x,y)\exp[j\phi(x,y)]$, intensidad : $I = A^2$), mientras que su fase ϕ se pierde. Gabor encontró que la fase se ponía de manifiesto cuando dos ondas de la misma frecuencia coincidan en un mismo punto y al mismo tiempo. Esto es, cuando interferían y eran coherentes. En este caso, las dos ondas se pueden combinar para formar otra cuya intensidad depende no solamente de las intensidades de las ondas individuales, sino también de la diferencia de fase entre ellas. Luego entonces la fase de una de ellas se puede recuperar tomando la otra como referencia. Esta es la idea fundamental de la holografía.

En sus estudios iniciales de reconstrucción de frentes de onda, Gabor fue influenciado por trabajos previos de W. L. Bragg en cristalografía de rayos - X [3], pero al mismo tiempo siendo también

altamente motivado por sus posibles aplicaciones, consideró que éste principio podía ser usado para mejorar la resolución de un microscopio electrónico, lo cual expuso como una continuación de su propuesta original, en 2 trabajos más extensos [4,5] publicados en 1949 y 1951.

En los cincuentas, un número de autores, incluyendo G. L. Roger [6], H. M. A. El - Sum [7] y A. Lomhann [8] extendieron significativamente la teoría de la reconstrucción de un frente de onda para imágenes tridimensionales. Sin embargo, no fue hasta el principio de los sesentas que la revolución moderna en holografía dio principio. Fueron investigadores del Laboratorio de Radar de la Universidad de Michigan, en particular E. N. Leith y J. Upatnieks [9], quienes reconocieron la similitud del proceso de reconstrucción de frentes de onda con el problema de la antena de abertura sintética y sugirieron una modificación más generalizada a la técnica original de Gabor. Básicamente ellos lo que propusieron fue que el haz de referencia podía estar inclinado respecto al plano incidente y así en la reconstrucción recuperar la información sin ruido de fondo. Proposición que pudo llevarse a cabo experimentalmente gracias a la reciente tecnología del láser, mejorando así el proceso y dando paso a la nueva tecnología de la fotografía en 3 dimensiones [10-11].

El desarrollo de nuevas y sofisticadas técnicas de holografía que se dió al final de los sesentas fué muy pronto seguido por una gran variedad de propuestas, demostraciones y aplicaciones del proceso. Como una consecuencia, la holografía ahora juega un papel de gran importancia en la teoría moderna de formación de imágenes y de ahí nuestro interés en el tema. Por sus contribuciones al desarrollo de la ciencia, por la invención de la holografía, Dennis Gabor recibió en 1971 el Premio Nobel de Física. Murió en 1979.

REPRESENTACION DIGITAL DE UNA IMAGEN

En este capítulo se define una imagen digital y la notación a usar, así como algunos conceptos matemáticos preliminares que serán usados a través de la tesis. Las imágenes son generalmente salidas de un sistema en dos dimensiones y por lo tanto, es importante el estudio de tales sistemas, puesto que los hologramas por computadora pertenecen básicamente al área de procesamiento digital de imágenes. En principio se menciona como se obtiene una imagen digital, de las que sólo trataremos imágenes en dos dimensiones. Se define la notación y propiedades de los sistemas lineales y la transformada de Fourier, esto seguido por la revisión de varios resultados fundamentales de la teoría de matrices que también son importantes en la teoría de procesamiento de imágenes digitales. En resumen se intenta tener una fácil referencia para capítulos subsiguientes.

2.1 Procesado digital de imágenes.

El término procesamiento digital de imágenes generalmente se refiere al manejo de información por medio de una computadora, de un desplegado de información en 2 dimensiones, generalmente en la forma de una fotografía, radiografía, tomografía o a través de un monitor de TV, etc. En un contexto más amplio, el término se aplica al procesamiento de un desplegado de datos en dos dimensiones [12].

Desde el punto de vista de una computadora, una imagen es un arreglo de números reales o complejos representados por un número finito de bits, de ahí el término digital. La imagen dada primeramente en forma de una transparencia, fotografía, o diagrama (mapa geográfico), como ya

se dijo, es primero dividida en muchos puntos (es decir, digitalizada) y almacenado como una matriz de dígitos binarios en la memoria de la computadora. Por tanto una imagen es representada por matrices. Esta imagen digitalizada puede entonces ser procesada y/o desplegada en un monitor de alta resolución. Para desplegarla, se almacena en un buffer con memoria de rápido acceso, el cual refresca el monitor cada 30 marcos/s para producir un despliegue visible continuo [12].

Se usan micro computadoras para la comunicación y el control de toda la digitalización, almacenamiento, procesamiento y la operación de despliegue via computadora. La entrada de los programas a ejecutar se hace a través de una terminal y para la salida se usa un monitor de televisión o una impresora (o graficador). La figura (2.1) muestra los pasos de una típica secuencia para el procesamiento de una imagen.

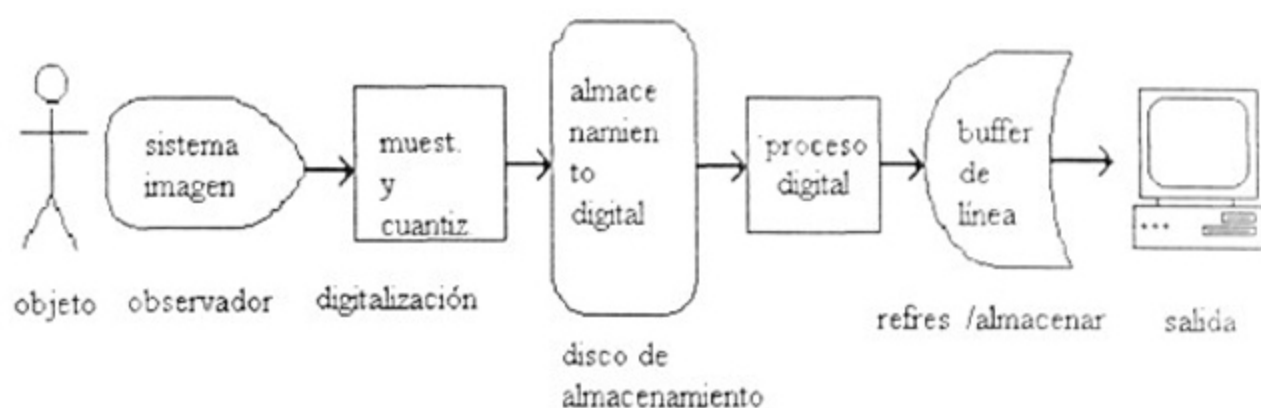


Figura 2.1 Procesamiento digital de una imagen.

Existen diversas técnicas para detectar imágenes, pero entre la visión humana y dichos sistemas existe una importante diferencia de como la imagen es adquirida. Los sistemas de detección producen señales de voltaje analógico que corresponden a la brillantez de los diferentes puntos en la imagen, estos puntos de una manera general son los datos que la computadora reconoce y que almacena como píxeles. Cada píxel representa el i -ésimo renglón y la j -ésima columna de una matriz, la cual nos representa una imagen digital. Una imagen puede digitalizarse por medio de cámaras fotográficas o de video, scanners, obteniendo los puntos o píxeles que forman la imagen.

El valor de los píxeles es almacenado en memoria para futuros procesamientos o análisis. Debe mencionarse sin embargo que al ser digitalizada la imagen ésta tiene ruido.

El píxel se define como un cuadrado y tiene una área finita, por lo cual para representar una imagen con alta calidad es necesario emplear un gran número de píxeles (para una alta resolución) y para una exacta localización de los límites en una imagen se requiere que exista distinción de los niveles de grises (ver figura 2.2).

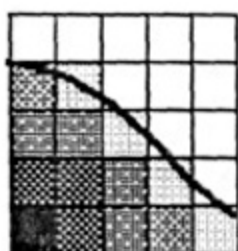


Figura 2.2 Definición de límites y calidad de la imagen.

Un foco de luz instantánea para fotografías convierte la imagen de analógico a digital midiendo cada lectura de voltaje que producen un número de 8 bits desde 0 a 255. Lo que nos da una escala de grises desde negro a blanco (o niveles de brillantez) [12]. Usando más bits aumenta la brillantez y la resolución de la imagen obteniéndose una mejor calidad de esta, es decir, si una misma imagen es representada primero con una escala de 16 niveles de grises y luego con una escala de 256 niveles de grises, la imagen que se apreciara mejor es la segunda, ya que hay mejor definición y calidad de tonos. Y si esta misma imagen es representada primero con 100 píxeles y luego con 200 píxeles, se observa que la segunda tiene mayor resolución y esta mejor definida la imagen.

Ahora bien, la mayoría de las imágenes del mundo real tienen color. El uso del color como un sustituto a los valores de brillantez nos permite mostrar y ver con mayor detalle las características de la imagen. Los colores básicos son: rojo, verde y azul. Debido al método que se utiliza las imágenes serán en blanco y negro.

Las imágenes del mundo real son más difíciles de interpretar cuando se usan algoritmos por computadora, por su naturaleza en tres dimensiones y debido al hecho de que algunas superficies pueden obscurecer a otras. Es decir, es como tomar una fotografía en donde solo se puede observar la imagen en dos dimensiones y no se puede ver las superficies que se encuentren atrás de ella. Para escenas planas no existe este problema [12] y se pueden interpretar fácilmente por computadora imágenes en dos dimensiones.

En muchas aplicaciones una imagen no es suficiente. Se necesitan de múltiples imágenes para poder constituir una serie de vistas de la misma área. Un conjunto de imágenes pueden producir información en tres dimensiones. Métodos para imágenes médicas tales como la tomografía e imágenes de resonancia magnética pueden producir esta especie de datos. La información en tres dimensiones puede también obtenerse de varias imágenes de la misma escena, tomadas desde diferentes puntos de vista, con pequeñas variaciones entre cada punto [12].

Siempre que el ser humano recibe información visual ya sea de dos o más dimensiones una imagen es procesada. El procesamiento digital de imágenes tiene múltiples aplicaciones, tales como sensores remotos, transmisión y almacenamiento de imágenes vía satélite para aplicaciones en comunicación óptica, ciencias de la información, negocios, imágenes médicas, agricultura, imágenes por radar, sonar, exploración geológica, procesamiento de imágenes acústicas, robótica, visión por computadora, inspección automatizada de partes industriales y pruebas no destructivas de montaje, etc., etc.[12], cada una de estas aplicaciones adopta una técnica según sus necesidades.

Las funciones básicas que se pueden realizar con imágenes, usando los métodos que proporciona el procesamiento digital, son las siguientes :

1. Representación y modelamiento de imágenes.
2. Realce de imágenes
3. Restauración de imágenes
4. Análisis de imágenes
5. Reconstrucción de imágenes.

6. Compresión de los datos de la imagen [12].

En todas estas aplicaciones se debe considerar el problema del ruido que toda imagen adquiere al ser procesada, el cual no afecta gravemente cuando este error de ruido es casi despreciable.

2.2 Notación y definiciones

Una señal continua en una dimensión será representada como una función de una variable: $f(x)$, $u(x)$, $s(t)$ y así sucesivamente. Las señales muestreadas en una dimensión serán escritas como secuencias de índice (m, n, \dots) : u_n , $u(n)$, c_m .

Una imagen continua será representada como una función de dos variables independientes: $f(x,y)$, $u(x,y)$, $s(x,y)$. Una imagen muestreada será representada como una secuencia de dos o mas dimensiones de números reales: $u_{m,n}$, $s(m,n)$, y así sucesivamente. A menos que se plantee de otro modo, el símbolo i, k, l, m, n, \dots serán usados para especificar los índices enteros de arreglos y vectores. El símbolo j representara $\sqrt{-1}$. El conjugado complejo de una variable compleja tal como z , será denotada por z^* [13].

La **tabla 2.1** lista varias de las tan bien conocidas funciones en una dimensión que serán encontradas a menudo.

2.3 Sistemas lineales invariantes

Los sistemas a tratar son sistemas lineales en dos dimensiones, siendo necesario hacer un pequeño recordatorio. Sean $x(m,n)$ y $y(m,n)$ las secuencias de salida y entrada respectivamente de un sistema en dos dimensiones [13], que escribimos como :

$$y(m,n) = T[x(m,n)] \tag{2.1}$$

TABLA 2.1 Funciones especiales

Función	Definición
Delta de Dirac	$\delta(x) = 0, x \neq 0$ $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \delta(x) dx = 1$
Propiedad separadora	$\int_{-\infty}^{\infty} f(x') \delta(x - x') dx' = f(x)$
Propiedad escalar	$\delta(ax) = \frac{\delta(x)}{ a }$
Delta Kronecker en una y dos dimensiones	$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$ $\delta(m, n) = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ 1, & n = m, \end{cases}$
Propiedad separadora	$\sum_{m=-\infty}^{\infty} f(m) \delta(n - m) = f(n)$
Rectángulo	$rect(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1/2 \\ 0, & x > 1/2 \end{cases}$
Signo o escalón	$sgn(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$
Sinc	$sinc(x) = \frac{\text{sen } \pi x}{\pi x}$
Peine	$comb(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n)$
Triángulo	$tri(x) = \begin{cases} 1 - x , & x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$

Un sistema es llamado lineal si y solo si alguna combinación lineal de dos entradas $x_1(m, n)$ y $x_2(m, n)$ produce la misma combinación de sus respectivas salidas $y_1(m, n)$ y $y_2(m, n)$, es decir:

$$T[ax_1(m,n) - bx_2(m,n)] = aT[x_1(m,n)] - bT[x_2(m,n)] = ay_1(m,n) - by_2(m,n) \quad (2.2)$$

Esta propiedad se conoce como el *principio de superposición lineal*. Cuando la entrada es la función delta Kronecker en dos dimensiones en la localización (m',n') y la salida en la localización (m,n) esta definida como :

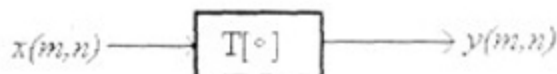
$$h(m,n,m',n') \triangleq T[\delta(m-m',n-n')] \quad (2.3)$$

a este resultado se le llama la respuesta a un impulso del sistema. Para un sistema formador de imágenes, esta es la imagen en el plano de la salida debido a una fuente puntual en la localización (m',n') en el plano de la entrada. El punto y coma (;) se emplea para distinguir entre el par de coordenadas de entrada y de salida [13].

La respuesta a un impulso es llamada *función escalonada de punto* cuando las entradas y salidas representan una cantidad positiva tal como la intensidad de la luz en sistemas formadores de imágenes. El término respuesta a un impulso es más general y es permitido tomar tanto números negativos, como números complejos. *La región de soporte* de la respuesta a un impulso es la más pequeña región cercana en el plano m, n , fuera de la cual la respuesta al impulso será cero. Un sistema se dice tiene una respuesta a un impulso finito (FIR), o una respuesta a un impulso infinito (IIR); si la respuesta a un impulso tiene la región de soporte finita o infinita, respectivamente.

La salida de algún sistema lineal puede ser obtenida mediante su respuesta a un impulso y la entrada por la aplicación de la regla de superposición. Ejemplo:

$$\begin{aligned} y(m,n) &= T[x(m,n)] = T \left[\sum_{m'} \sum_{n'} x(m',n') \delta(m-m',n-n') \right] \\ &= \sum_{m'} \sum_{n'} x(m',n') T[\delta(m-m',n-n')] \\ &\Rightarrow y(m,n) = \sum_{m'} \sum_{n'} x(m',n') h(m,n,m',n') \end{aligned} \quad (2.4)$$



un sistema es llamado invariante espacialmente o invariable a cambios si una translación de la entrada causa una translación en la salida.

Para sistemas invariantes, la salida es :

$$y(m,n) = \sum_{m',n'=-\infty}^{\infty} h(m-m',n-n')x(m',n') \quad (2.5)$$

la cual es llamada *convolución* de la entrada con la respuesta a un impulso. La figura (2.3) muestra una gráfica de la interpolación de esta operación.

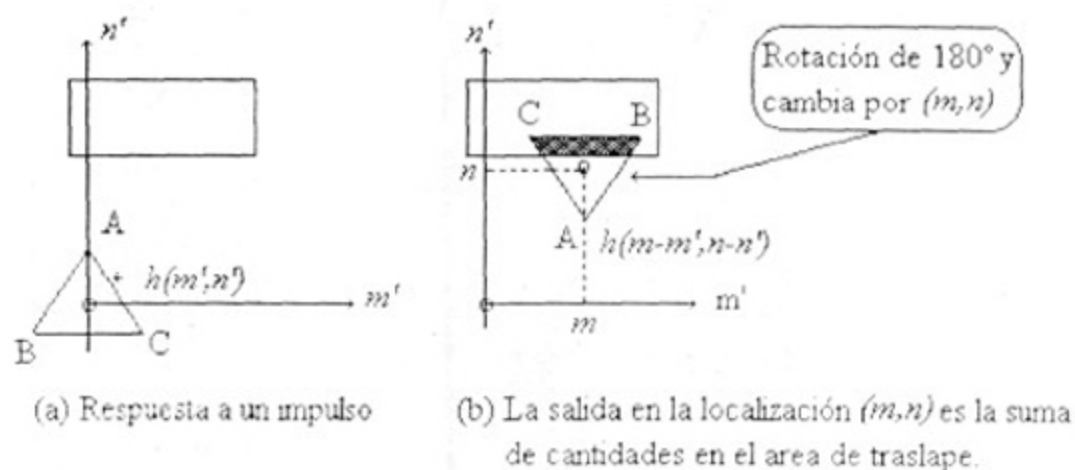


Figura 2.3 Convolución discreta en dos dimensiones.

El arreglo de la respuesta a un impulso es la rotación alrededor del origen por 180° y entonces cambiado por (m,n) sobrepuesto sobre el arreglo $x(m',n')$. La suma del producto de los arreglos $\{x(\cdot, \cdot)\}$ y $\{h(\cdot, \cdot)\}$ en la región de traslape dando el resultado en (m,n) . Se utiliza el simbolo $\cdot * \cdot$ para denotar la operación de convolución en ambos casos discreto [ecuación (2.5)] y continuo [ecuación (2.6)]

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) \triangleq \iint_{-\infty}^{\infty} h(x-x', y-y') f(x', y') dx' dy' \quad (2.6)$$

Notar que las integrales van desde $-\infty$ a $+\infty$

La convolución nos puede describir una imagen en su totalidad, por la distribución de la intensidad de *iluminación* $g(x,y)$. La ecuación (2.6) define la integral de convolución de dos funciones en dos dimensiones $f(x,y)$ y $h(x,y)$; suponiendo que $h(x,y)$ es la imagen de una fuente puntual, y que $f(x,y)$ representa la distribución de un objeto. En efecto, como el objeto es incoherente, la distribución de la intensidad en la imagen se puede obtener sumando las intensidades. De esta manera, la distribución de la imagen $g(x,y)$ se obtiene de la distribución del objeto $f(x,y)$, por convolución con la imagen de un punto $h(x,y)$. [14]

2.4 Análisis de Fourier

El análisis de Fourier, junto con el principio de Hugens-Fresnel y la teoría de la difracción de Kirchoff, constituyen en el momento actual dos de las bases donde descansa la óptica moderna. De aquí el interés en mencionar las características básicas de este método en esta sección que describe las imágenes en forma digital. Dicho método cobró especial interés a principios de este siglo cuando algunos trabajos establecían una relación directa entre los conceptos usados para analizar y describir la transmisión de una señal temporal como se hace en teoría de comunicaciones, y la manera como podía explicarse el mismo fenómeno pero en forma espacial.

Cuando se suman dos ondas sinusoidales de diferente frecuencia, sucede algo interesante, la resultante en sí no es sinusoidal, sino que más bien sugiere que se pueden generar formas de onda complicadas por medio de la selección cuidadosa de contribuciones de diferentes frecuencias, amplitud y fases. El teorema de Fourier enuncia que una función $f(x)$, de periodo espacial λ , puede sintetizarse como una suma de funciones armónicas cuyas longitudes de onda son sub-múltiplos enteros de λ , es decir, si $f(x)$ es una función periódica de longitud de onda λ , se puede representar por una serie de Fourier de la forma [13]:

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(mkx) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \text{sen}(mkx) \quad (2.7a)$$

donde :

$$A_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \cos(mkx) dx \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (2.7b)$$

$$B_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \text{sen}(mkx) dx \quad (m=1,2,\dots) \quad (2.7c)$$

La gráfica de los coeficientes de Fourier se conoce como espectro de frecuencia.

Suponer ahora que λ se extiende hasta infinito dejando un solo pulso, en lugar de una función periódica, la representación por serie de Fourier de la función periódica cambia a la integral de Fourier para una función no periódica que en su forma compleja sería:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(f_x) \exp(jf_x x) df_x \quad (2.8)$$

donde x es un valor real representando ya sea el tiempo o la distancia en la dirección a través de una imagen. Se referirá a ella como una función en el dominio espacial. Para la distribución de imágenes digitales x no es continua sino discreta (basada en píxeles), y los valores de brillantez son cuantizados también. Estos valores son considerados para muestrear la imagen analógica o real que existe fuera de la computadora [12].

La transformada de Fourier de $f(x)$ describe las cantidades de cada frecuencia que pueden ser sumadas para hacer $f(x)$. Esta puede ser escrita :

$$F(f_x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-jf_x x) dx \quad (2.9)$$

donde $f(x)$ es generalmente real y por otro lado $F(f_x)$ es compleja. Como se sabe este valor es la suma de una parte real y una imaginaria: $F(f_x) = A(f_x) - jB(f_x)$. La cual es más conveniente representarla en su forma polar que cartesiana:

$$F(f_x) = |F(f_x)| \exp(j\phi(f_x)) \quad (2.10)$$

donde $|F(f_x)|$ es la magnitud y ϕ es la fase. Se referirá a $F(f_x)$ como la función del espacio en frecuencia. El cuadrado de la magnitud $I(f_x) = |F(f_x)|^2$ es la intensidad, o la densidad espectral de $f(x)$ [12].

En óptica las funciones involucran señales bidimensionales en el dominio espacial, además para aplicar la técnica de la transformada al análisis de la formación de imágenes, se necesitará la teoría de las transformadas bidimensionales de Fourier. La transformada bidimensional de Fourier $F(f_x, f_y)$, de una función bidimensional $f(x, y)$, se puede definir como una integral doble

$$F(f_x, f_y) = \iint f(x, y) \exp[-j(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (2.11)$$

$$f(x, y) = \iint F(f_x, f_y) \exp[j(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (2.12)$$

La transformada de Fourier codifica la información de la imagen completamente y esta puede exactamente reconstruirse, excepto que exista un límite en la precisión aritmética de la computadora [12].

La transformada de Fourier de la imagen de un objeto que por su forma es incoherente, es igual al producto de la transformada de Fourier del objeto y la transformada de Fourier de la imagen de una fuente puntual (convolución) [14]. Algunos ejemplos de la transformada de Fourier en dos dimensiones se mencionan en la **Tabla 2.2** [13]

TABLA 2.2 Transformadas pares de Fourier bidimensionales

$f(x, y)$	$F(f_x, f_y)$
$\delta(x, y)$	1
$\delta(x \pm x_0, y \pm y_0)$	$\exp(\pm j2\pi x_0 f_x) \exp(\pm j2\pi y_0 f_y)$
$\exp(\pm j2\pi x \eta_1) \exp(\pm j2\pi y \eta_2)$	$\delta(f_x \mp \eta_1, f_y \mp \eta_2)$
$\exp[-\pi(x^2 + y^2)]$	$\exp[-\pi(f_x^2 + f_y^2)]$
Función Rectángulo $rect(x, y)$	$sinc(f_x, f_y)$
Función Triángulo $tri(x, y)$	$sinc^2(f_x, f_y)$
Función Peine $comb(x, y)$	$comb(f_x, f_y)$
Función signo o escalón $sgn(x, y)$	$\frac{1}{j\pi f_x} \frac{1}{j\pi f_y}$

Como se trabajarán imágenes digitales entonces la forma integral se reduce a una sumatoria de términos de incrementos en frecuencia, limitando a un espacio finito los puntos muestreados en la imagen. La transformada discreta de Fourier es escrita así :

$$F(K, L) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} f(m, n) \exp(-2\pi j(mK + nL)) \quad (2.13)$$

donde N es el número de puntos muestreados a lo largo de la función $f(x)$ la cual se supone que esta uniformemente espaciada. El total de valores producidos por la transformada de Fourier es igual al número de píxeles en la imagen original. Así como se extendió de una dimensión a dos, esto nos dice que puede funcionar separadamente en cada dirección, para una imagen en dos dimensiones [12].

Como se mencionó antes, la transformada de Fourier maneja número complejos, por tanto la transformada resultante de una imagen original dentro del espacio en frecuencia tiene valores complejos para cada píxel. Siendo difícil representar una imagen en pantalla con estas

características, como solución a tales problemas surgen diferentes métodos para poder representar una imagen como se verá en el capítulo 4. Es importante tener en mente que cada término es independiente uno del otro. [12]

2.5 Propiedades de la Transformada de Fourier

La transformada de Fourier tiene algunas propiedades de mucho interés desde el punto de vista de un sistema formador de imágenes, que se describen a continuación.

1. **Frecuencia espacial.** Si $f(x,y)$ es la iluminación y (x,y) las coordenadas espaciales, entonces f_x y f_y son las frecuencias espaciales que representan el cambio de iluminación con respecto a las distancias espaciales. Algunas veces las coordenadas (x,y) son normalizadas por la observación de la distancia de la imagen $f(x,y)$. Entonces las unidades f_x y f_y son ciclos por grado (de la visión del ángulo). [13]

2. **Variables Separables.** Por definición, el kernel de la transformada de Fourier es separable, así que está puede ser escrita como una transformación separable en x y y es decir :

$$F(f_x, f_y) = \int \int f(x, y) \exp(-j2\pi x f_x) dx \int \exp(-j2\pi y f_y) dy \quad (2.14)$$

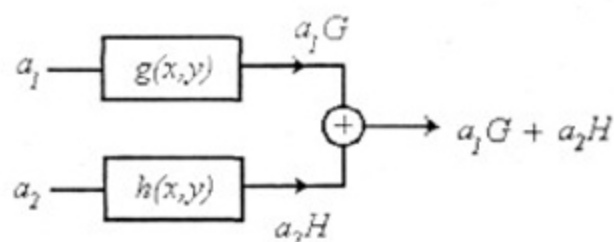
Esto significa que la transformada de Fourier en dos dimensiones puede ser sustituida por una sucesión de transformaciones unidimensionales a lo largo de cada una de las coordenadas espaciales. La versión para dos dimensiones son funciones que se pueden tratar de forma separable [13].

$$F(x, y) = F_1(x)F_2(y) \quad (2.15)$$

3. **Teorema de linealidad.** Una eigenfunción de un sistema es definido como una función de entrada que es reproducida a la salida con un posible cambio solo en su amplitud. Una

propiedad fundamental de un sistema lineal invariante a cambios es que sus eigenfunciones son dadas por el exponencial complejo $\exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]$, donde $a = \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]$, y $H = H(f_x, f_y) =$ Transformada de Fourier de $h(x, y)$. Se le conoce como el *Teorema de la Linealidad* a los sistemas invariantes a cambios.

$$F\{a_1 g + a_2 h\} = a_1 F\{g\} + a_2 F\{h\} \quad (2.16)$$



4. Teorema de la Similaridad (o escalonamiento).

Si la transformada de Fourier de $g(x, y)$ es $G(f_x, f_y)$, entonces se tiene que :

$$F\{g(ax, by)\} = \frac{1}{|ab|} G\left(\frac{f_x}{a}, \frac{f_y}{b}\right) \quad (2.17)$$

5. Teorema del Cambio (o desplazamiento).

$$F\{g(x - a, y - b)\} = G(f_x, f_y) \exp[-j2\pi(f_x a + f_y b)] \quad (2.18)$$

donde de nueva cuenta, la transformada de Fourier de $g(x, y)$ es $G(f_x, f_y)$

6. Teorema de la convolución.

Si $h(x, y)$ y $f(x, y)$ son dos funciones tales que sus transformadas de Fourier son $H(f_x, f_y)$ y $F(f_x, f_y)$, entonces :

$$F\{h(x, y) * f(x, y)\} = G(f_x, f_y) H(f_x, f_y)$$

$$= F\left\{\iint g(x-x', y-y')h(x', y')dx'dy'\right\} \quad (2.19)$$

7. Teorema de la Autocorrelación.

$$F\left\{\iint g(\xi, \eta)g^*(\xi-x, \eta-y)d\xi d\eta\right\} = |G(f_x, f_y)|^2 \quad (2.20)$$

donde otra vez se supone que $G(f_x, f_y)$ es la transformada de Fourier de $g(x, y)$

2.6 Matrices

Como ya se dijo, una imagen digital se visualiza como una matriz, de ahí nuestro interés en la teoría matricial. Por tal motivo se da un corto repaso a la teoría. En general las secuencias de una o dos dimensiones será representada por vectores y matrices respectivamente. Un vector columna conteniendo N elementos es llamado vector de $N \times 1$. El n -ésimo elemento de un vector columna es denotado por $u(n)$, u_n o $[u]_n$. De igual modo para un vector renglón de tamaño N es llamado vector $1 \times N$ [13].

Una matriz \mathbf{A} de tamaño $M \times N$ tienen M renglones y N columnas. El elemento del m -ésimo renglón y la n -ésima columna de la matriz \mathbf{A} es escrito como $[\mathbf{A}]_{m,n} = a(m,n) = a_{m,n}$. La representación matricial de una imagen es simplemente una rotación de 90° en el sentido de las manecillas del reloj de la representación convencional en coordenadas cartesianas de dos dimensiones:

$$x(m,n) = \begin{array}{|c|} \hline n \\ \hline \begin{array}{ccc} 2 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \hline m \end{array} \Rightarrow \mathbf{X} = \begin{array}{|c|} \hline m \begin{array}{ccc} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & -3 \end{array} \\ \hline n \end{array}$$

Al igual que la teoría de matrices, las operaciones en imágenes cumplen las mismas reglas. Para

la suma o resta de dos imágenes estas deben tener la misma dimensión (m, n), efectuando la operación en los elementos que tengan la misma posición :

$$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \quad X + Y = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

La multiplicación de un escalar por una imagen es el escalar por cada elemento

$$\eta * X = \begin{bmatrix} \eta a & \eta b \\ \eta c & \eta d \end{bmatrix} \quad \eta X = \begin{bmatrix} \eta a & \eta b \\ \eta c & \eta d \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Para la multiplicación de dos imágenes, supóngase que se tiene una imagen X de tamaño $m \times r$ y otra imagen Y de $r \times n$. Se debe cumplir que el número de columnas de la primera sea igual al número de renglones de la segunda y se efectúa la operación multiplicando el renglón m -ésimo de X por la columna n -ésima de Y , es decir, el elemento mr -ésimo de X por elemento rn -ésimo de Y , y se suman los productos de los elementos, colocando el resultado de esta operación en el renglón m -ésimo de la columna r -ésima. La imagen resultante es de tamaño $m \times n$.

$$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \quad XY = \begin{bmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$m \times r \qquad r \times n \qquad m \times n$

Las propiedades más comunes de la teoría matricial y que por tanto se aplican en el procesamiento digital de imágenes, están resumidas en la **tabla 2.3** [13].

TABLA 2.3 *Definición de la teoría de matrices*

Concepto	Definición	
Matriz	$A = \{a(m,n)\}$	
Transpuesta	$A^T = \{a(n,m)\}$	
Conjugado complejo	$A^* = \{a^*(m,n)\}$	
Matriz identidad	$I = \{\delta(m,n)\}$	Una matriz cuadrada con unos a lo largo de la diagonal principal
Matriz nula	$O = \{0\}$	
Matriz adición	$A+B = \{a(m,n)+b(m,n)\}$	mismas dimensiones
Multiplicación escalar	$\alpha A = \{\alpha a(m,n)\}$	para este caso en particular $\alpha = \text{constante}$.
Multiplicación de matrices	$AB \neq BA$	hay algunas excepciones debe cumplirse $a(m,n)b(n,m)$
Determinante	$ A $	solo para matrices cuadradas
Inversa, A^{-1}	$A^{-1}A = AA^{-1} = I$	solo para matrices cuadradas
La traza	$Tr[A] = \sum a(n,n)$	suma de los elementos en la diagonal
Matriz ortogonal	si $A^{-1} = A^T$, $A^{-1}A = AA^{-1} = I$ ó si $A^{-1} = A^{*T}$, $A^{-1}A = AA^{-1} = I$	cuando se cumple esta relación

CONCEPTOS DE HOLOGRAFÍA

3.1 Holografía óptica

La holografía óptica es la base de la holografía generada por computadora. Luego, para entender bien esta última es necesario entender primero el proceso físico para la formación de un holograma. Haremos primero la exposición básica de como se fabrica un holograma óptico para después hacer una analogía entre la holografía óptica y la generada por computadora por alguno de los métodos conocidos. El presente capítulo está entonces relacionado con holografía óptica, clasificación de hologramas y muy en especial con los hologramas de Fourier. La holografía generada por computadora a su vez será estudiada en el próximo capítulo.

En general el procedimiento es como sigue: un rayo láser se divide en dos partes; una parte va directamente sobre un objeto, el cual refleja la luz y es impresa en la película. Este es llamado el *haz objeto* u_O y es usualmente muy complejo en su forma debido a las irregularidades de las partes del objeto. La segunda parte del haz es reflejado desde un espejo plano directamente sobre la película. Este es llamado *el haz de referencia* u_R y usualmente es tan simple como sea posible, preferentemente plano. La reunión de estos dos haces en el plano de la película produce un patrón de interferencias óptico muy complicado, el cual es registrado fotográficamente. La película es entonces revelada igual que el negativo de una fotografía ordinaria y así obtenemos el holograma del objeto. El proceso de grabado de un holograma se puede ver esquemáticamente en la figura (3.1). Para recuperar el frente de onda grabado en el holograma, este simplemente se ilumina con el haz de referencia o uno similar, como esquemáticamente se explica en la figura (3.2). A esta parte del proceso se le llama reconstrucción [15].

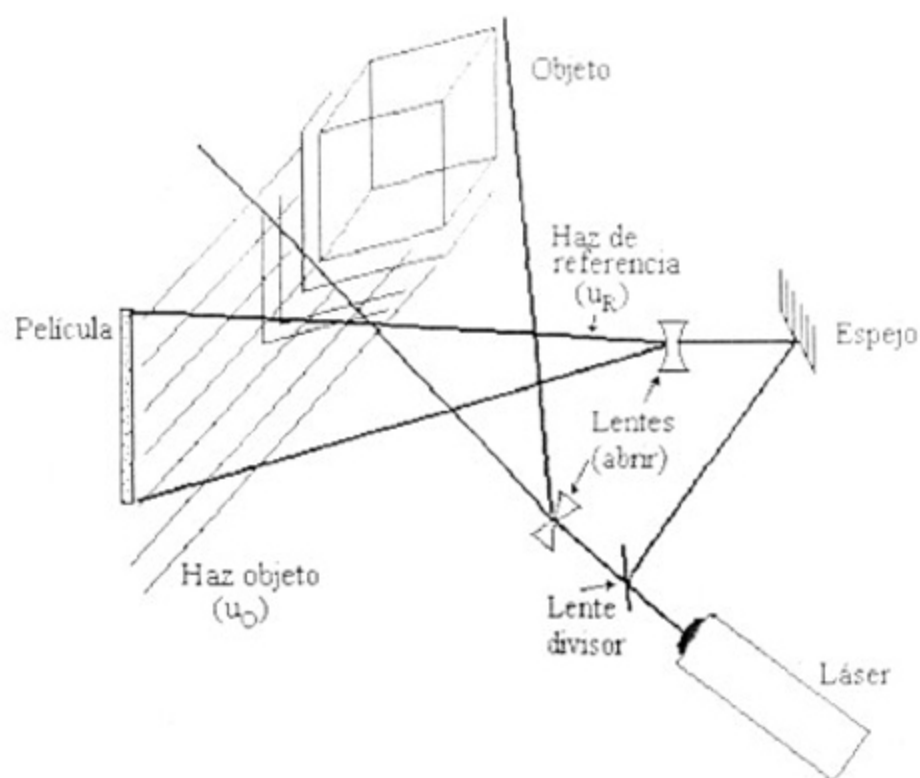


Figura 3.1 Procedimiento para el grabado de un holograma óptico.

A continuación explicaremos con mas detalle, tanto el proceso de construcción ó formación de un holograma como el de reconstrucción.

Se sabe que si una onda compleja $u = A(x,y) \exp(j \phi(x,y))$ incide sobre un detector, como una placa fotográfica, éste por no poder responder a la generalmente muy alta frecuencia de la radiación incidente, solamente registra la intensidad I , la cual es el cuadrado de la amplitud A ($I = A^2$). La fase ϕ de la onda compleja entonces no puede ser detectada directamente por una placa fotográfica y prácticamente se pierde. Sin embargo, si bien una placa fotográfica no puede registrar la base absoluta de un frente, si puede registrar diferencias de fase entre dos frentes. Esto se logra precisamente superponiendo la onda u dada, con un haz de fondo llamado de referencia, en el momento en que ambos inciden sobre un detector [15]. Se puede demostrar entonces que bajo estas condiciones, la intensidad registrada por el detector es proporcional a la magnitud de la suma vectorial de las amplitudes de las ondas, que depende a su vez de la diferencia de fase entre ellas, en el momento de interferir.

En otras palabras, la intensidad registrada por un holograma en condiciones ideales es :

$$I_H(x) = |u_O + u_R|^2 = |u_O|^2 + |u_R|^2 - u_O u_R^* + u_O^* u_R \quad (3.1)$$

la cual es proporcional a la amplitud de la transmitancia.

Para cerciorarnos de esto primero se insertan las amplitudes complejas (del haz objeto y del haz de referencia) en la ecuación (3.1)

$$u_O(x,y) = A_O(x,y) \exp [j \phi_O(x,y)] \quad (3.2)$$

$$u_R(x,y) = A_R(x,y) \exp [j \phi_R(x,y)] \quad (3.3)$$

y se obtiene :

$$I_H(x,y) = A_O^2 + A_R^2 + 2A_O A_R \cos[\phi_O - \phi_R] \quad (3.4)$$

De aquí, la magnitud de la diferencia de fase es conocida. Además el último término puede dividirse en dos partes:

$$2A_O A_R \cos[\phi_O - \phi_R] = A_O A_R \exp [j(\phi_O - \phi_R)] + A_O A_R \exp [-j(\phi_O - \phi_R)] \quad (3.5)$$

El proceso del revelado fotográfico se hace después que la amplitud de la transmitancia $I_H(x,y)$ del holograma es :

$$I_H = c_o - c_r I_H = \dots - c_r A_O A_R \exp [-j(\phi_O - \phi_R)] \quad (3.6)$$

Donde las dos constantes c_1 y c_2 dependen específicamente del material fotográfico. De aquí, se considera el término de la ecuación (3.5) que es el responsable de la formación de la imagen.

Durante esta parte del proceso la imagen no se forma directamente sobre el holograma, sino que el holograma solo almacena franjas de interferencia que son microscópicas y no pueden verse a simple vista [15].

Para recuperar la imagen del objeto, se ilumina el holograma con la onda $u_L = A_L \exp[j\phi_L]$ donde u_L es el haz de reconstrucción. Este es una replica del haz de referencia como se comprobó más adelante figura (3.2).

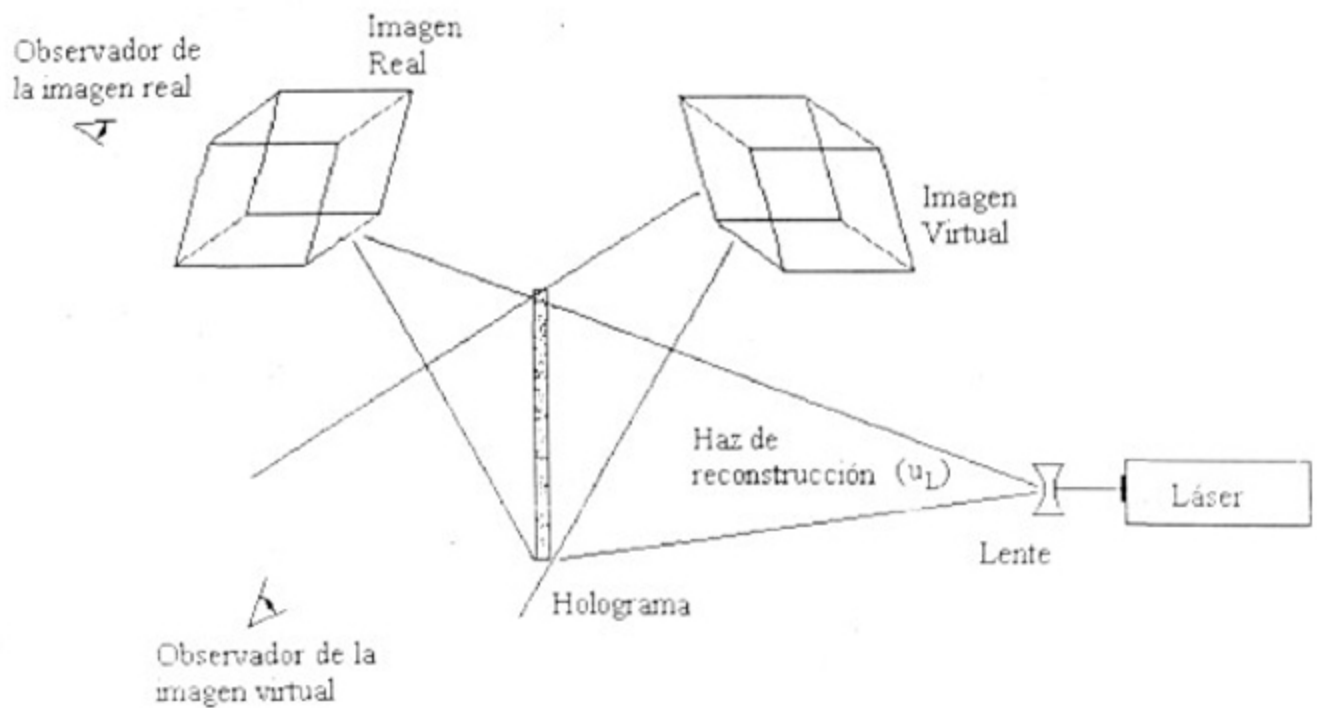


Figura 3.2 Procedimiento para la obtención de una imagen por medio de un holograma

La amplitud compleja inmediatamente atrás del holograma es:

$$u_i T_H = \dots - c_1 A_i A_o A_R \exp\left[+j(\phi_o - \phi_R + \phi_L)\right] \quad (3.7)$$

Para las ondas planas u_L y u_R , las amplitudes A_L y A_R son constantes en (x,y) . De aquí, el factor antes de la función exponencial en la ecuación (3.7) es $A_0(x,y)$ multiplicada por una constante. La diferencia de la fase $\phi_L - \phi_R$ es cero si u_L es la replica de u_R . La onda atrás del holograma es idéntico a la forma de la onda del objeto $u_0(x,y)$ en la localización del holograma. El resto del proceso de formación de imágenes es la propagación de la luz ordinaria a través del espacio libre o a través de un lente, figura (3.2) y (3.3) [1]. Las líneas punteadas atrás del holograma representan el proceso de reconstrucción.

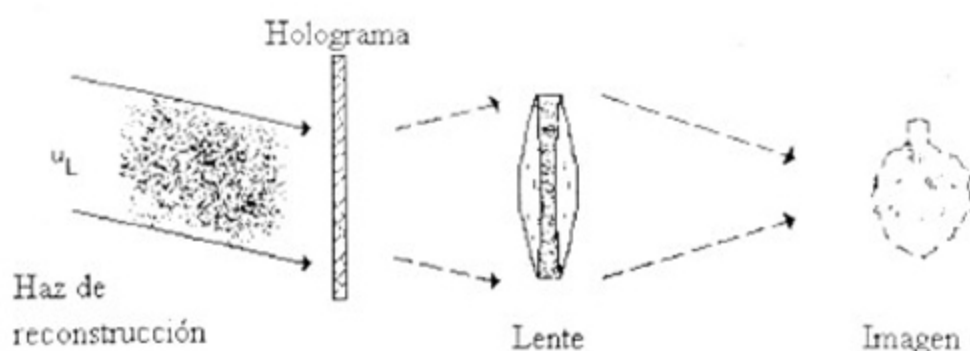


Figura 3.3 Otra geometría para la formación de una imagen por un holograma.

El proceso para ver la imagen es como sigue: el holograma es posicionado enfrente de un rayo láser que pasa a través de él, en la misma orientación que el haz de referencia. Como el haz pasa directo por el holograma, una porción de éste es difractado por el patrón de interferencias microscópico. Esta luz difractada forma una replica exacta de la luz originalmente reflejada por el objeto en el proceso de reconstrucción y un observador verá una perfecta ilusión del objeto original, cuando él mira directamente a través del holograma iluminado por el láser [15]. Figura (3.2).

3.2 Clasificación de los Hologramas

Existen diferentes formas de clasificar los hologramas. La que se use en un experimento dado, depende de que clase de propagación de onda tenga lugar durante el registro. Podría ser

difracción de Fresnel [figura (3.4)], difracción de Fraunhofer [figura (3.5)] o de una imagen [figura (3.6)]. Las líneas sólidas en la figura (3.3) . (3.5) y (3.6) describen el proceso de grabado. Las líneas punteadas describen lo que sucede atrás del holograma durante el proceso de reconstrucción [1]

En la difracción de Fresnel [figura (3.4)], la onda reflejada por un objeto simplemente se expande desde una cierta distancia para impregnarse en una placa, al igual que un haz de referencia, grabándose el patrón cercano de interferencia solamente.

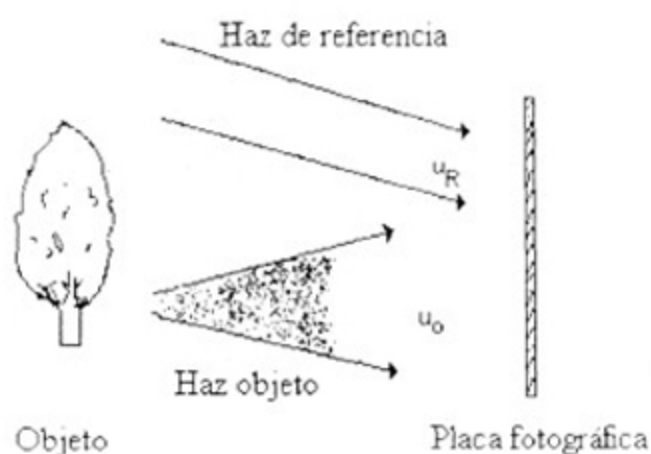


Figura 3.4 Grabado del patrón de difracción de Fresnel.

En la figura (3.5) si el plano donde tiene lugar la interferencia cumple la condición de que $z > \lambda f$, se le llama plano de Fraunhofer. Bajo esas condiciones, el frente de onda adopta precisamente la forma de la transformada de Fourier de la función de transmitancia del frente original. Esto también se logra si se coloca una lente entre el objeto y el holograma a la distancia focal entre ambos.

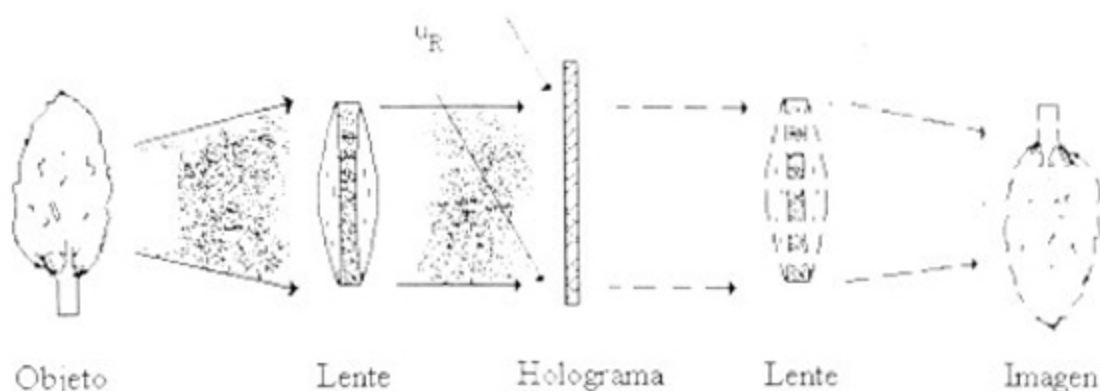


Figura 3.5 Grabado de un patrón de difracción de Fraunhofer.

La figura (3.6), muestra el efecto cuando lo que incide sobre el plano del holograma es la imagen de un objeto formada por una lente. En el caso de que el objeto sea una transparencia iluminada por una onda plana el resultado es simplemente la onda plana multiplicada por un factor de transmitancia, que afecta solamente su amplitud en el momento de formarse el holograma, pero dejando la fase constante; por lo que la placa fotográfica registra simplemente una función de transmitancia modulada por una función cosenoidal, con una amplitud que es función de las coordenadas espaciales. Este concepto reviste especial interés para nuestro trabajo, por la similitud entre este proceso y la formación de un holograma generado por computadora, donde la frecuencia espacial esta determinada por el número de bits, que se tomen para digitalizar la imagen. Ampliaremos más esta idea en el párrafo siguiente y en los capítulos 4 y 5.

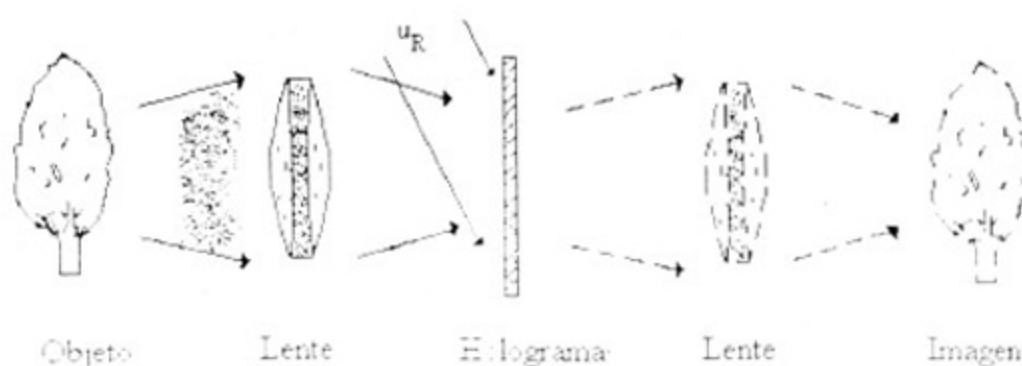


Figura 3.6 Formación de una imagen, utilizando dos lentes.

3.3 Hologramas de Fourier

Existen varios métodos para hacer hologramas generados por la transformada de Fourier. Una característica común de todos estos métodos es que la fuente de referencia está en el mismo plano (de entrada) que el objeto. Como consecuencia, el análisis se aplica estrictamente a objetos planos (es decir, transparencias) y se aplica menos a objetos que se extienden a tres dimensiones. Generalmente se requieren que los objetos sean iluminados con ondas planas. En algunos de los arreglos para la formación de hologramas se usan lentes [16]. En estos casos la lente puede preceder o anteceder al objeto, teniendo cuidado de hacer los ajustes necesarios para que se den las condiciones de la transformada que se busca.

Los hologramas de Fourier son aquellos que registran la interferencia de dos ondas, cuyas amplitudes complejas son las transformadas de Fourier de ambas tanto del objeto como de la fuente de referencia. Tales hologramas son empleados como filtros espaciales para reconocimiento de patrones, lo cual se logra aprovechando las propiedades de la transformada de Fourier que proveen las bases para el proceso de reconocimiento. En ese caso la fuente de referencia es modulada espacialmente, es decir es una fuente extendida. En este trabajo nos referiremos solamente a fuentes puntuales de referencia.

La transformada de Fourier de un objeto en dos dimensiones puede ser desplegado atrás del plano focal de una lente. Para formar los hologramas de Fourier a la manera de Vander Lugt [17] se muestra un arreglo en la figura (3.7). Si $s(x,y)$ es la transmitancia de la transparencia enfrente del plano focal de la lente, la amplitud del objeto en el holograma es $S(f_x, f_y)$ que es localizado atrás del plano focal (donde $S(f_x, f_y)$ es la transformada de Fourier de $s(x,y)$). Además una fuente puntual $\delta(x+b, y)$ se localiza enfrente del plano focal, cuya transformada es una onda plana dada por el $\exp(-2\pi j f_x b)$, que actúa como la onda de referencia que interfiere con $S(f_x, f_y)$ en el plano focal trasero [16]. El patrón de interferencia formado por las dos transformadas es:

$$\begin{aligned} I &= |\exp(-2\pi j f_x b) + S(f_x, f_y)| |\exp(2\pi j f_x b) + S^*(f_x, f_y)| \\ &= 1 + |S(f_x, f_y)|^2 + S(f_x, f_y) \exp(2\pi j f_x b) + S^*(f_x, f_y) \exp(-2\pi j f_x b) \quad (3.8) \end{aligned}$$

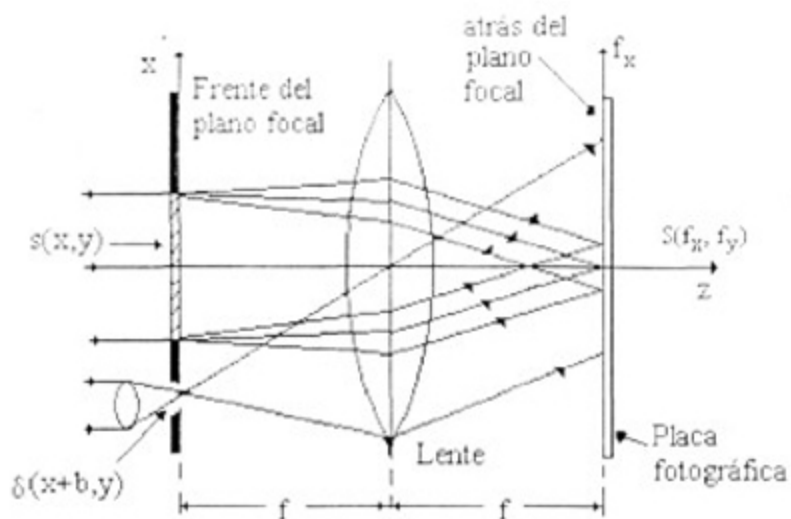


Figura 3.7 Arreglo para la formación de un holograma de Fourier.

Asumimos que al revelar el holograma, éste tiene una transmitancia $t(x,y) \propto I$. Si el holograma es iluminado con una onda plana de propagación a lo largo del eje z con una amplitud constante u_L , el producto $u_L t(x,y)$ represente la amplitud compleja, de la luz difractada justamente atrás del holograma, donde :

$$u_L t(x,y) \propto I = 1 + |S|^2 + S \exp(2\pi j f_x b) + S^* \exp(2\pi j f_x b) \quad (3.9)$$

Una lente colocada inmediatamente enfrente o después del holograma [figura (3.8)] desplegará atrás de su plano focal el producto de la transformada inversa de Fourier de $u_L t$ y un factor de fase esférico. Si solo se detecta la intensidad el plano focal atrás de la lente, entonces podemos olvidarnos del factor de fase esférico. Como se indica en la figura (3.8), el término de orden cero en la ecuación (3.9) será enfocado muy cerca del origen del plano. La transformada inversa del tercer término en el lado derecho de la ecuación (3.9), $s(x-b,y)$, es la transmitancia original movida b unidades a partir del origen en la dirección positiva de x , mientras que la transformada del cuarto término produce $s^*[-(x-b),y]$, esto es, el conjugado de la transmitancia original, invertida y movida b unidades a partir del origen en la dirección negativa de x . En ambos casos la luz difractada converge a una imagen real formada en el mismo plano. En la figura (3.9) se muestra una fotografía del plano de salida de un holograma de Fourier, atrás del plano focal de la

lente (en el momento de la reconstrucción), donde solamente la intensidad es detectada por la placa fotográfica. El conjugado de la imagen difiere de la otra solo por la inversión.

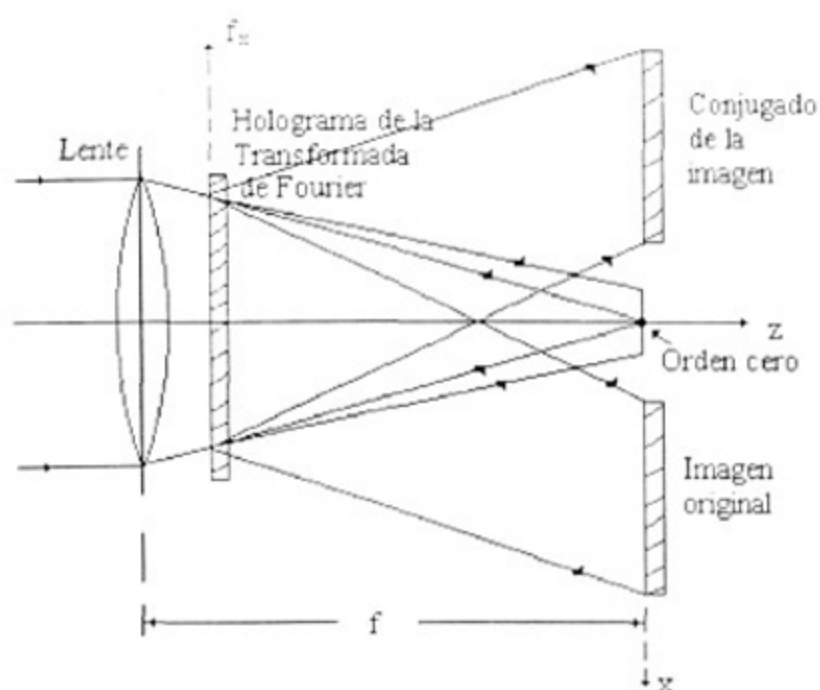


Figura 3.8 generación de dos imágenes reales desde un holograma de Fourier

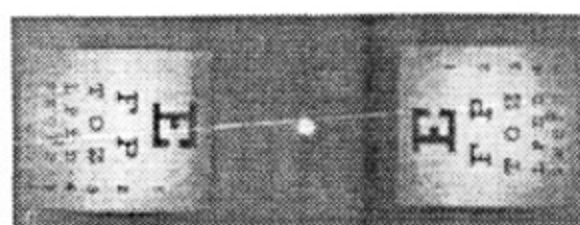


Figura 3.9 Fotografía del plano de la imagen de un holograma de Fourier. A este tipo de imágenes se les conoce como imágenes gemelas.

Una propiedad útil de los hologramas de Fourier formados con un onda de referencia plana es que la imagen generada permanece estacionaria cuando el holograma es trasladado. Esto es, por ejemplo, permitiría registrar hologramas sobre una cinta de película para proyectar imágenes estacionarias, mientras la película va moviéndose. Para demostrar las invariancias de la posición de la imagen en la translación de los hologramas, consideremos el desplazamiento de la amplitud

compleja en el tercer término de la ecuación (3.9) por f_0 unidades en la dirección $-f_0$, así que esto es ahora representado por :

$$S(f_x - f_0, f_y) \exp[2\pi j(f_x - f_0)b] \quad (3.10)$$

Cuando el holograma se ilumina como antes y la correspondiente onda difractada es transformada por la lente, entonces tenemos para la amplitud compleja atrás del plano focal :

$$\begin{aligned} & F^{-1}\{S(f_x - f_0, f_y) \exp(2\pi j f_x b)\} \exp(-2\pi j f_0 b) \\ &= \{s(x, y) \exp(-2\pi j f_0 x) * \delta(x - b)\} \exp(-2\pi j f_0 b) \\ &= s(x - b, y) \exp(-2\pi j f_0 x) \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde F^{-1} significa la transformada de Fourier inversa y donde hemos usado la convolución de una función con la función delta. El factor de fase $\exp(-2\pi j f_0 x)$ se saca fuera de la expresión que representa la intensidad y entonces la intensidad de la imagen viene dada finalmente por :

$$s(x - b, y) s^*(x - b, y) \quad (3.12)$$

la cual es idéntica a la observada en hologramas que no sufren desplazamiento.

Los hologramas de Fourier de una transparencia pueden registrar variaciones de intensidad muy grandes presentes en la transformada. La luz que pasa a través de la transparencia sin desviarse (orden cero) es enfocada por la lente en un pico de alta intensidad en el origen del plano de la frecuencia o sea el plano del holograma. Se puede ver que las frecuencias espaciales más altas, difractadas por la transparencia, son enfocadas en otras regiones del plano de las frecuencias y están mucho menos intensas. Hay que notar que una intensidad del haz de referencia suficientemente grande para registrar linealmente las intensidades pico de las frecuencias bajas, puede ser demasiado grande para grabar una débil intensidad en las frecuencias altas. Luego la eficiencia de difracción puede ser entonces muy pobre para estas altas frecuencias. Aún más, cuando en la reconstrucción su amplitud compleja no es más grande que las amplitudes de la luz

dispersada por el holograma (como el ruido), entonces la información del objeto se pierde [16], es decir, como cuando hay mucho ruido en una señal se pierde la información.

En el capítulo 4, se verá como existe cierta similitud entre la manera de como los Hologramas Ópticos de Fourier de una transparencia registran la información y la manera como lo hacen los HGC's, en donde los píxeles determinan la formación de una rejilla moduladora o rejilla de difracción.

HOLOGRAMAS GENERADOS POR COMPUTADORA (HGC's)

4.1 Introducción

Los hologramas generados por computadora (HGC's), como son conocidos aquellos hologramas que se obtienen como una salida gráfica de una computadora, se caracterizan porque dan una descripción matemática de un frente de onda en forma digital, es decir, representan un objeto por un arreglo de puntos. La computadora puede calcular la amplitud de la transmitancia de un holograma y la grafica sobre papel para posteriormente sacarle una fotografía - reducción de la gráfica. Esta sería una de las muchas cosas que distinguen los HGC's de los convencionales [12]. Algunas de las áreas de aplicación de este tipo de hologramas incluyen: reconocimiento óptico de caracteres, prueba de superficies ópticas, almacenamiento de datos, mejora y procesado de imágenes además de otras que tienen que ver con despliegue de imágenes en 2 y 3 dimensiones.

Cuando una computadora convencional se usa para calcular la función de transmitancia de un holograma el frente de onda que describe el objeto es solo una descripción matemática dentro de la computadora, de aquí que el objeto pueda no ser real o que tampoco exista físicamente. En la práctica, esto no puede ser igualmente realizado con componentes ópticos. Consecuentemente con una computadora se pueden crear implementos ópticos que no pueden ser fabricados por métodos convencionales lo cual permite a menudo especificar un objeto en términos puramente matemáticos. En otras palabras los HGC's puede ser usado como elementos ópticos en un sentido general, tratando con propiedades que no tienen que ver con un objetos físicos [18].

En la generación de hologramas por computadora se puede hacer una exacta analogía con los hologramas registrados ópticamente. La distribución en el plano del holograma se calcula, se le

suma la onda de referencia, la suma se eleva al cuadrado y el resultado se grafica sobre un graficador de escala de grises. Esta salida es entonces foto reducida para proveer una transparencia para la reconstrucción de la onda visible. De lo anterior se puede decir que en la generación de un holograma por computadora, es posible tener muchas flexibilidades.

En ciertos casos la reconstrucción de imágenes generadas por computadora es útil, tal como en el estudio de efectos de materiales holográficos [19].

4.2 Diferentes tipos de HGC's.

Al igual que en los hologramas por métodos ópticos, los HGC's pueden ser clasificados como hologramas de Fresnel, hologramas de Fourier u hologramas de imagen dependiendo de la relación que se suponga entre el objeto y el frente de onda complejo registrado en el holograma.

Hay también diferentes técnicas para generar hologramas por computadora y las resumimos en la **Tabla 4.1** [18]

TABLA 4.1. *Técnicas de hologramas generados por computadora.*

Tipo de holograma	Reconstrucción fuera de los ejes	Amplitud de transmitancia	Características
Hologramas de fase de manera indirecta	No	Binario	La amplitud y fase de los frentes de onda se codifican separadamente.
Modificación fuera de los ejes de referencia de los hologramas emitidos	No	Niveles de grises	Requiere un haz de referencia y rejilla de polarización
Kinoforms	Si	Constantes	Los frentes de onda son reconstruidos como superficies de relieve sobre la película.
Interferogramas generados por computadora	No	Binarios	Los hologramas tienen muchas franjas similares a los interferogramas

Los hologramas de fase de manera indirecta son un método que describe como hacer por filtros espaciales complejos hologramas binarios generados por computadora. Este método esquivó la barrera que existía hasta entonces de no poder interpretar la fase y amplitud en una computadora, para poder generar hologramas.

Brown y Lomhann describieron por primera vez el método de fase de detour para hacer HGC's en 1966. Se distinguen por tres propiedades: (1) la transmisión del holograma es binaria, (2) el holograma puede registrar tanto amplitud y fase de alguna función de valor complejo y (3) el holograma no utiliza explícitamente un portador de frecuencia para el registro de la información [18].

Este tipo de hologramas binarios representan el frente de onda por medio de una función de valor complejo (u_0 función de onda). La función es primero muestreada, el papel es dividido en celdas, se codifica la amplitud al igual que la fase por separado y se dibuja dentro de cada celda un orificio en forma de rectángulo. Cada orificio es determinado por tres parámetros: alto, ancho, y el centro del orificio con respecto al centro de la celda.

Dos métodos más son descritos por Brown y Lomhann en 1966. Basados en el mismo principio, el de codificar la amplitud y fase por separado, variando la forma de representar los orificios rectangulares, ya sea por uno o dos orificios colocados en cada celda.

El kinoform es otro ejemplo de la gran variedad de técnicas posibles para realizar hologramas por computadora. Este es un tipo especial de holograma, ya que a diferencia de los HGC's, que dependen de los efectos de difracción para reconstruir el campo de onda compleja, los kinoform no registran la transmitancia de amplitud sobre una película, sino que al igual que los lentes de Fresnel, cambian la fase de la iluminación de onda por sus variaciones menos densas. Básicamente parten de un valor constante que es únicamente la amplitud, buscan una fase que pueda reproducir la imagen inicial sin utilizar la magnitud. Los kinoform no pueden registrar las variaciones de amplitud de los frentes de onda. Al igual que en los hologramas de fase, el plano se divide en celdas, en donde se colocan orificios rectangulares. La fase codificada se representa

por orificios rectangulares, cada orificio se determina por dos parámetros : un ancho fijo para cada fase y la posición dentro de la celda.

4.3 Hologramas de Fourier

El método que se utiliza esta basado en la Transformada de Fourier, por tal motivo se hace una analogía entre lo hologramas de Fourier Ópticos y los generados por computadora. La idea básica de los hologramas de Fourier es que un holograma se registra por la interferencia entre dos ondas, que son la transformada de Fourier del objeto y la onda de referencia. Y como se había mencionado antes, la difracción de Fraunhofer se describe matemáticamente por la transformada de Fourier de la amplitud compleja de un frente de onda. De aquí que cuando la luz se propaga durante el proceso de registro, los patrones registrados consisten de la difracción de Fraunhofer, los hologramas son llamados "Hologramas de Fourier" [1]. Como además existe una estrecha relación entre el patrón de difracción de Fraunhofer de un objeto y su transformada de Fourier, los hologramas de Fourier son algunas veces identificados como hologramas de Fraunhofer o viceversa [20].

La figura (4.1) ilustra una rejilla de difracción, en la cual la única característica inusual en esta figura es que la fuente de luz esta cambiando lateralmente por una cantidad x_0 de los ejes ópticos. El cambio x_0 esta seleccionado asi de tal manera que el orden de difracción del primer minimo aparezca exactamente sobre los ejes ópticos ($x = 0$). Para que esto sea verdad el cambio de x_0 , la longitud de onda λ , la longitud focal f y el período del gradiente dx' ha de ser relacionada con:

$$\text{sen } \beta = \lambda / dx'; \quad x_0 = f \tan \beta \approx f \text{sen } \beta = \lambda f / dx' \quad (4.1)$$

En la figura (4.2), podemos notar algunas características de la rejilla. Esta consiste de tiras transparentes de anchos B/dx' [figura (4.2)] y esta cambiando lateralmente por una cantidad P/dx' . Además, el gradiente de transmitancia puede ser descrito ya sea como la suma de muchas funciones rectángulo ecuación (4.2), (la función rectángulo es descrita en la **tabla 2.1**), o como una serie de Fourier [ecuación (4.3), (4.4)].

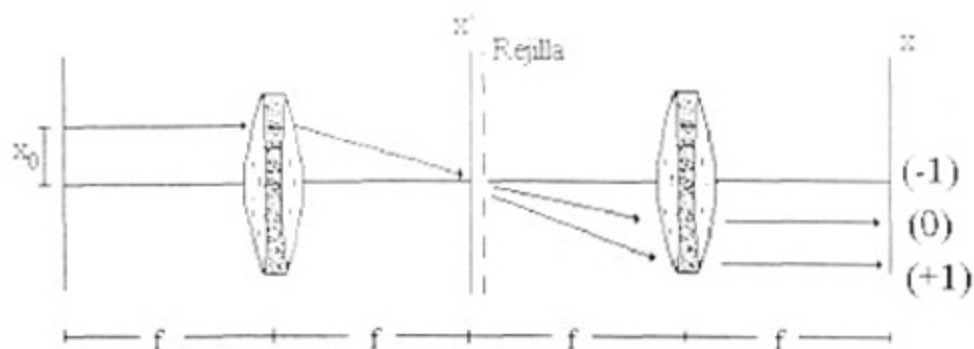


Figura 4.1 Rejilla de difracción.

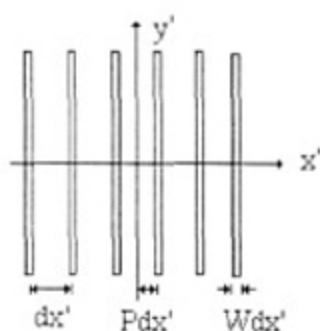


Figura 4.2 Parámetros para el diseño de una rejilla.

$$G(x') = \sum_{(n)} \text{Rect}[(x' - n dx' - P dx') / W dx'] \quad (4.2)$$

$$G(x') = \sum_{(m)} C_m \exp(j 2 \pi m x' / dx') \quad (4.3)$$

$$C_m = (1 - m \pi) \text{sen}(m \pi W) \exp(-j 2 \pi m P) \quad (4.4)$$

El orden del primer mínimo ($m=-1$) es de especial interés para nosotros, porque será la transmitancia del holograma :

$$C_{-1} = (1 - \pi) \text{sen}(\pi W) \exp(j 2 \pi m P) \quad (4.5)$$

La amplitud de C_1 es controlada por los anchos relativos H' de las rejillas de las barras. Y la fase de $2\pi P$ es proporcional al relativo cambio de P [figura (4.2)] [1].

Los hologramas de Fourier generados por computadora, en contraste con los hologramas generados experimentalmente, solo muestrean la transformada de Fourier $F(x,y)$. Si se hacen los cálculos en un arreglo de puntos en el plano (x,y) con una red infinitamente fina ocasionaria problemas de almacenamiento y por supuesto el indeseable uso de una vasta cantidad de tiempo de cálculo. Para evitarlos, se sugiere limitar el número de puntos en el plano (x,y) en el cual $F(x,y)$ es calculado. Esto podría ser hecho por límites arbitrarios de densidad de los puntos calculados (limitando la frecuencia espacial).

Hay que tener especial cuidado en limitar el número de puntos por muestreo, pues se pueden introducir serios defectos dentro de la eventual reconstrucción de la imagen [20].

El muestreo simplemente significa calcular la función $F(x,y)$ en un número limitado de puntos. Debemos hacer notar que cada punto es independiente del otro. Después se obtiene el holograma, imprimiendo en papel el resultado de nuestro cálculo y diseño, por medio de una técnica de computación gráfica. Y por medio de un método óptico, el holograma es por último usado para reproducir un campo de imágenes que sería la reproducción del objeto original. Ahora tenemos la transformada de Fourier muestreada $F_s(x,y)$, esto es ya que $F(x,y)$ es la transformada de Fourier verdadera, estas no se comportan igual. Algunas características presentes son muy interesantes. La característica fundamental es que en la reconstrucción desde un holograma de Fourier muestreado, varias imágenes del objeto son formadas. Estas imágenes son llamadas espectro de más alto orden, figura (4.3). Otra propiedad de estas imágenes es que ellas pueden ser separadas o traslapadas [20].

La apariencia del espectro puede ser entendido desde un análisis del proceso de muestreo. Suponga que la función $f(x)$ se muestrea a intervalos iguales en la dirección x e y (como se verá más adelante).

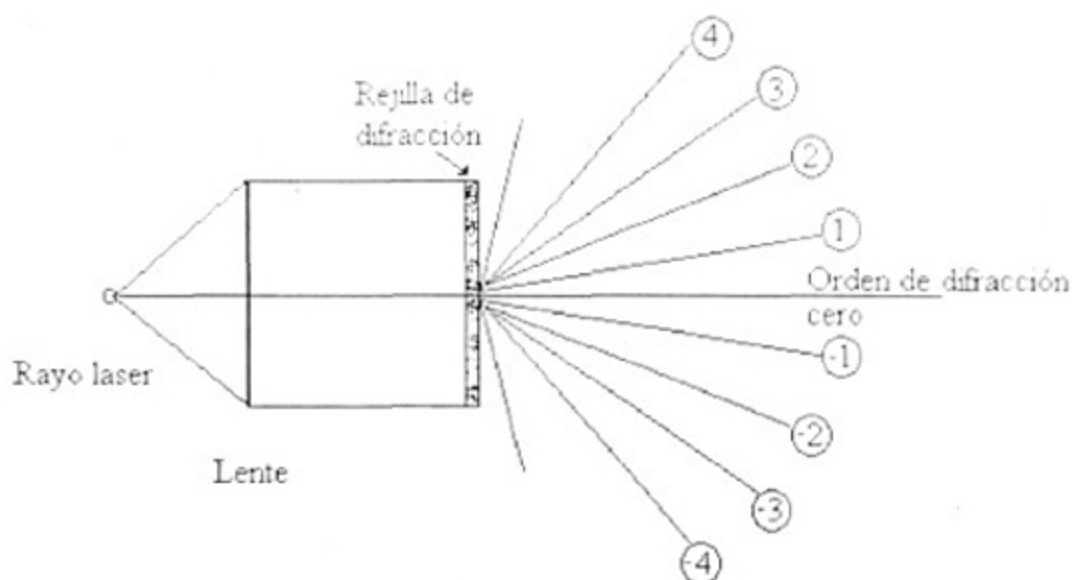


Figura 4.3 Reconstrucción con un holograma de Fourier y sus ordenes de difracción.

4.4 Método de Lomhann.

Lomhann describe varios métodos para hacer HGC's, los cuales utilizan la transformada de Fourier para codificar la información. Haciendo uso de uno de los métodos para llevar a cabo el desarrollo de esta tesis, a continuación se enuncia en 8 pasos, y dejaremos para el próximo capítulo un análisis más profundo sobre este. Estos pasos son :

1. Inventar su propio objeto representado por:

$$u(x,y) = |u(x,y)| \exp [j\phi(x,y)] \quad (4.6)$$

El punto final es ver la intensidad de la imagen $I=|u|^2$. Se define simplemente $\phi=0$ [1].

$$u(x,y) = A(x,y)$$

Multiplicando por un factor de fase escolastico que seria lo que en holografia óptica significa colocar un difusor (como pantalla) enfrente del objeto para lograr una mejor calidad en la imagen. El factor de fase esta entre 2π :

$$\begin{aligned}
 r &= \text{arbitrario} & 0 \leq r \leq +1 \\
 r' &= 2r-1 & -1 \leq r' \leq +1 \\
 \exp(j\pi r') & & -180^\circ \leq \text{factfase} \leq 180^\circ
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

2. Subdividir el objeto en $N \times N$ celdas

El tamaño total: $\Delta x \Delta y$; el tamaño de la celda $dx \, dy$;

$$\text{El número de celdas: } N^2 = \Delta x \Delta y / dx \, dy.
 \tag{4.8}$$

Usualmente, uno usa la forma cuadrática: $\Delta x = \Delta y$; $dx = dy$ figura 4.4.

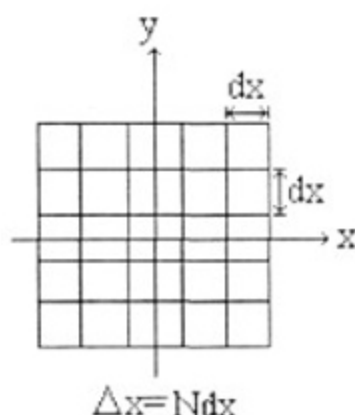


Figura 4.4 Imagen dividida en $N \times N$ celdas.

3. Llamar la amplitud de la celda $u(x,y)$ en la localización de la celda ($x=mdx, y=ndy$)

$$u(m,n); \quad -N/2 \leq m <+ N/2; \quad -N/2 \leq n <+ N/2
 \tag{4.9}$$

4. Calcular la transmisión compleja $H(K,L)$ por medio de la DFT (Transformada de Fourier Discreta)

$$\begin{aligned}
 H(K,L) &= \sum_m \sum_n u(m,n) \exp[-2\pi j (mK + nL)/N] \\
 -N/2 \leq K <+ N/2; & -N/2 \leq L <+ N/2
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

5. Dividir $H(K,L)$ en amplitud y fase.

$$H(K,L) = |H(K,L)| \exp [j\phi (K,L)] \quad (4.11)$$

6. Encontrar el máximo de $|H(K,L)|$ y entonces normalizar la amplitud.

$$|H(K,L)| \leq H_{MAX}; \quad A(K,L) = |H(K,L)| / H_{MAX} \quad (4.12)$$

Ahora esto es $A(K,L) \leq 1$.

7. Obtener el dibujo del holograma. Este consiste de $N \times N$ celdas, centradas en $x'' = Kdx''$, $y'' = Ldy''$. La figura (4.5) es un ejemplo de como se vera la rejilla de difracción. La barra ancha Wdx'' y la barra de localización en una celda tipica seria relacionada con el mismo dato del holograma complejo figura (4.6).

$$\text{sen} [\pi W(K,L)] = A(K,L) \quad (4.13)$$

$$P(K,L) = \phi (K,L) / 2\pi \quad (4.14)$$

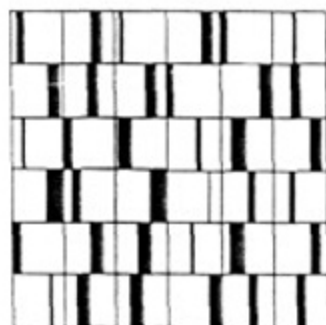


Figura 4.5 Rejilla de difracción por el método de Lomhann.

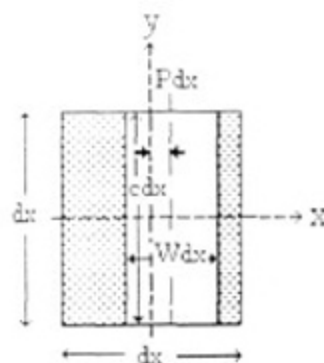


Figura 4.6 Orificio que ilustra como hacer los hologramas de fase en cada celda.

8. Se toma una fotografía del holograma dibujado y se minimiza a un tamaño tal que esté entre 10^{-2} mm y 10^{-1} mm de largo (dx' , dy'). La siguiente ecuación ayuda a seleccionar la deseada razón de minimización:

$$\Delta x \Delta x' = N \lambda f \quad (4.15)$$

Δx = tamaño de la imagen; $\Delta x'$ = tamaño del holograma; N^2 = número de celdas del holograma, y también el número de celdas de la imagen, las cuales son llamadas pixeles. El término pixel es una abreviación para el elemento de pintura. La f es la longitud focal, y λ es la longitud de onda.

Como se ha visto en los párrafos anteriores, la manera como una computadora simula un holograma, consiste simplemente en darle un criterio con el cual ella representa la amplitud de una onda y otro con el cual representa la fase. Luego hay que decirle como los represente gráficamente. Hay otros casos, en los cuales este procedimiento se simplifica, aun mas. Obviamente, estos son casos muy particulares y se han escogido aqui solamente por conveniencia, ya que facilita los movimientos del eje óptico que es lo que se propone en este trabajo. Esto se mostrara en el siguiente capítulo.

METODO Y RESULTADOS

En la sección 4.4 se mencionó el método de Lomhann, a continuación se hace un análisis más a detalle de éste, para posteriormente implementar un programa con este método y utilizarlo para el desarrollo de esta tesis. En seguida se describe el algoritmo basado en el método antes mencionado, con el fin de hacer mas comprensible el programa y mas fácil su manejo para posteriores usos o aplicaciones. Finalmente se dan los resultados obtenidos.

5.1 HGC's

5.1.1 Obtención de la imagen.

Las imágenes u objetos obtenidos, son imágenes digitales con las que se puede trabajar y son archivos de extensión BMP, PCX, o DAT. Las imágenes tienen dos niveles de grises (0 y 1): blanco y negro. La imagen es representada por una matriz U de tamaño $n \times m$, la cual puede ser cuadrada, donde u_{ij} expresa cada $i \in U$, y cada u_{ij} representa un pixel, que expresa el valor de la magnitud. En principio se puede dejar una fase igual a cero.

Por lo regular este tipo de imágenes son muy débiles, es decir, se aprecian muy oscuras en el proceso de reconstrucción, para evitar tal problema y con el propósito de darle mayor brillantez a la imagen, se multiplica por un factor de fase arbitrario que se encuentre entre el intervalo de -180° a 180° . Sería lo que en holografía óptica significa poner un difusor (de diferente relieves) enfrente de la imagen para obtener una mejor calidad de la misma en la reconstrucción. Se llamará imagen reconstruida a aquella imagen que se obtiene en el proceso de reconstrucción. La ecuación (4.7) es el factor de fase arbitrario que significaría poner un difusor enfrente del objeto.

Si se multiplica el objeto por el factor de fase arbitrario, que hasta antes de esta operación consistía solamente de amplitud, ahora se tiene :

$$u_1(x,y) = |u(x,y)| \exp(j\pi r^2) \quad (5.1)$$

La imagen que se utiliza como modelo para el desarrollo de la tesis es un dibujo (bambi) de dimensiones de 200x200 pixeles [figura (5.1a)]. El bambi es modificado, quitando detalles y utilizando dos colores, blanco y negro [figura (5.1b)], por razones que se explican más adelante.

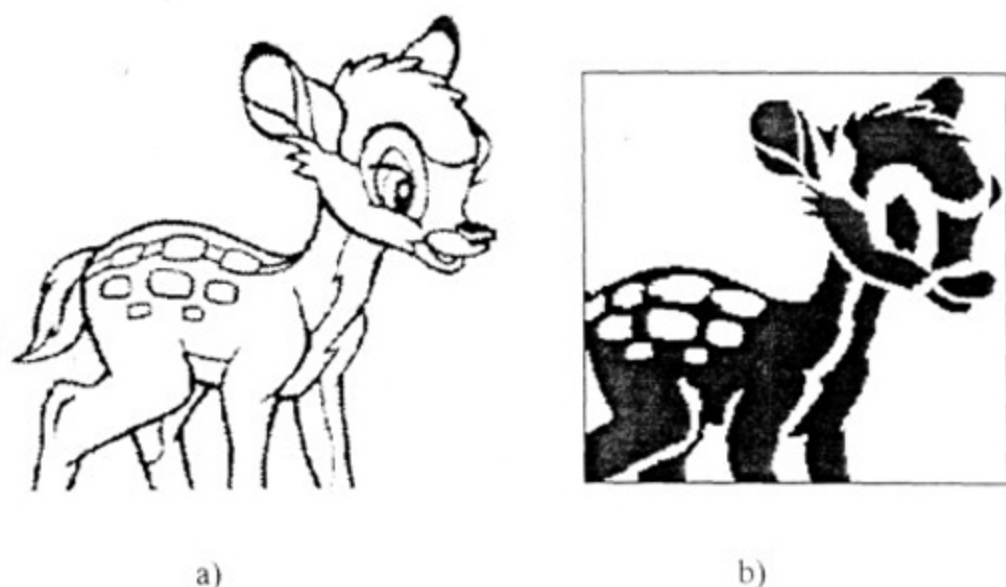


Figura 5.1 Bambi de 200x200 puntos. a) Modelo original y b) Modificado, para obtener un holograma de mejor resolución.

5.1.2 Pasos 2 y 3 por el método de Lomhann

Se define el ancho y el alto del pixel como dx y dy respectivamente, los cuales se supone son iguales $dx = dy$ (recordar que el pixel es cuadrado). El total de pixeles es igual al total de celdas en las que es seccionada la imagen, siendo un total de N^2 (de dimensiones $m \times n$ donde $m=n$), se propone trabajar con objetos de dimensiones iguales, es decir imágenes cuadradas. El total de celdas con que se empieza es siempre el mismo, desde que se obtiene el objeto hasta la

recuperación de la imagen reconstruida, seccionando de igual manera el papel en el momento de la impresión.

Considerar que en cada celda será representada la amplitud de acuerdo con la ecuación (4.9), y se dará la amplitud en la localización $u(m,n)$.

5.1.3 Transformada de Fourier compleja.

La transformada de Fourier $U(x,y)$ es una cantidad compleja de la forma $U(x,y) = A(x,y) \exp[-j\phi(x,y)]$ que es calculada en los intervalos dx y dy a lo largo de las direcciones x y y . Una representación de $U(x,y)$ en estos puntos muestreados puede ser concebida dado que los hologramas pueden ser generados por computadora, es decir, si inicialmente el plano (x,y) es imaginado que es opaco, entonces el holograma puede ser construido haciendo en este un conjunto de orificios rectangulares. Cada orificio es completamente transparente, mientras en sus alrededores es opaco. En este sentido, la transmitancia en todos los puntos del holograma es 0 o 1. De aquí que a los hologramas se les conozca como binarios.

Las pinturas de tonos continuos fueron investigadas brevemente pero como señalaron Brown y Lomhann, los hologramas binarios permiten más luz para alcanzar las imágenes reconstruidas que la usuales emulsiones delgadas de hologramas grises [20].

5.1.4 Obtención de la amplitud y fase.

Después de obtener la transformada de Fourier de U , la amplitud y la fase de $U(x,y)$ se calculan para cada celda en el plano del holograma, ecuación (4.11), siendo el tamaño de la matriz de amplitud y de fase de $m \times n$. Como es de notar, hasta ahora no ha cambiado el número de renglones y columnas.

Los valores en la matriz de fase están en un rango de -180° a 180° , pero en la amplitud hay una gran gama de valores y para simplificar esto la amplitud es normalizada.

5.1.5 Amplitud normalizada.

De acuerdo a la ecuación (4.12) se obtiene la normal mayor de la amplitud, de donde los valores están en un rango entre 0 y 1, facilitando el manejo de esta información. Lo interesante en la gráfica de amplitud es que todas las amplitudes están cercanas en un rango de bajas amplitudes y están creciendo. Parecería prudente introducir alguna forma de corte truncando fuera del mas alto de los rangos de amplitud, donde pocas cantidades son registradas y entonces normalizar. Esto tendría el efecto de hacer los orificios más anchos. El recorte natural es como sigue, las amplitudes originales están en el rango de $0 \leq A \leq 1$ y el número es redondeado a decimales quitando las centésimas [20].

El problema por otro lado es la representación de $U_s(x,y)$ y esto es hecho esencialmente, mediante la construcción de un orificio rectangular para cada punto muestreado, donde cada orificio tendrá toda la información necesaria, como para que en un momento determinado si se requiere tal información no haya problemas en volver a recuperarla pero por un proceso óptico. Los orificios tienen tres parámetros que los definen : (1) W que es el ancho, (2) P el centro del orificio y (3) alto (dy) y ancho (dx) de la celda (donde $dx=dy$). Lo alto del orificio se fija igual a lo alto de la celda.

La función seno varia entre el intervalo de -1 a $+1$, y haciendo uso de esta identidad, se definen los diferentes tamaños de los orificios para cada celda, despejando W de la ecuación (4.13) se tiene :

$$W(x,y) = \text{sen}^{-1}[A(K,L)]/\pi \quad (5.2)$$

donde W se encuentra en el intervalo de 0 a 0.5.

La fase de $U_s(x,y)$ es codificada. El centro del orificio en cada celda, es determinado por una cantidad P_{mn} . De acuerdo con la ecuación (4.14) podemos determinar la posición del centro de la celda, donde los valores de la fase varían en el intervalo de $-0.5 \leq P \leq 0.5$. Este orificio es localizado dentro de la m -ésimo punto muestreado (mdx, mdx).

Un orificio como el que se muestra en la figura (5.2) tiene una constante de ancho $W_c dx$ y una altura dx , donde la localización varía a lo largo de x , dentro de la celda $P_c dx$. La función de transferencia del holograma es

$$H(x,y) = \sum_n \sum_m \left(\frac{x - [n + P_{cn}] dx}{W_c dx} \right) \left(\frac{y - m dx}{dx} \right) \quad (5.3)$$

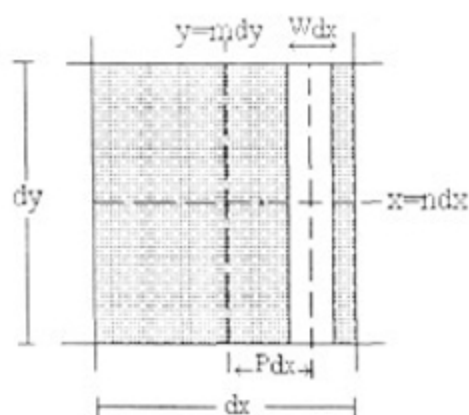


Figura 5.2 Lo ancho y la posición de un orificio rectangular dentro de la cada celda se usan para codificar la amplitud y la fase de un frente de onda complejo.

donde la función rectángulo es definida en el capítulo 2, implica que

$$\left| \frac{x - [n + P_{cn}] dx}{W_c dx} \right| \leq \frac{1}{2} \quad (5.4)$$

$$\left| \frac{y - m dx}{dx} \right| \leq \frac{1}{2} \quad (5.5)$$

de aquí, explícitamente se tiene

$$-\frac{W_c dx}{2} - (n + P_{cn}) dx \leq x \leq \frac{W_c dx}{2} - (n + P_{cn}) dx \quad (5.6)$$

$$\frac{-dx}{2} + m dx \leq y' \leq \frac{dx}{2} + m dx \quad (5.7)$$

mostrando que las medidas podrían también ser hechas con respecto al centro de la celda $m dx$, $n dx$ en las coordenadas del sistema x' , y' donde

$$\left(P_{nm} - \frac{W_{nm}}{2} \right) dx \leq x' \leq \left(P_{nm} + \frac{W_{nm}}{2} \right) dx \quad (5.8)$$

$$\frac{-dx}{2} \leq y' \leq \frac{dx}{2} \quad (5.9)$$

como el monitor de la computadora sólo maneja números positivos, entonces se suma 0.5 a cada lado de la ecuación (5.9), obteniéndose :

$$0 \leq y' \leq 1 \quad (5.10)$$

5.1.6 Dibujo del holograma

El programa de Matlab es usado para generar el holograma por computadora, realiza los cálculos necesarios y dibuja los orificios sobre papel, para posteriormente ser reducidos fotográficamente.

De la Transformada de Fourier compleja se obtiene la amplitud $magn(p,q)$ y la fase $fase rad(p,q)$, por medio de las cuales el programa encuentra W_{nm} y P_{nm} . Los puntos muestreados son los centros de las celdas cubriendo el plano (x,y) cuyas dimensiones son $(dx)^2$ y están etiquetados por (p,q) . El origen del sistema de coordenadas está en el centro del arreglo con una celda dispuesta simétricamente alrededor del origen, como se muestra en la figura (4.4). Por lo tanto si el número de puntos muestreados en las direcciones x e y son p y q , entonces las coordenadas de los puntos muestreados son

$$x = [P - p_{cm} - w/2] * dx \quad (5.11)$$

$$y = q * dx \quad (5.12)$$

Los puntos muestreados están en $(m dx, m dx)$ y esto es suponiendo que $U(x, y)$ es una constante virtual sobre el área de la celda. La figura (5.2) muestra el dibujo de un orificio convencional, completamente opaco, excepto para un orificio de altura dx y ancho $w_{cm} dx$ que es desplegado a una distancia $P_{cm} dx$ desde el centro. Este es el orificio que tiene las bases de la teoría anteriormente discutida. Esto no es, sin embargo, la forma para generarlo por computadora. Un ejemplo de cómo se vería el dibujo del holograma es mostrado en la figura (4.5), en el que los orificios son hechos opacos. Un negativo puede ser hecho de los hologramas, pero esto no es necesario hacerse, debido a que se obtienen los mismo resultados, más adelante se muestra un ejemplo.

Se empieza a graficar desde la celda ubicada en la parte superior izquierda continuando hacia la derecha. Terminado el primer renglón se continúa con el segundo y así sucesivamente de izquierda a derecha. Se formará un rectángulo negro por cada celda. Para dibujar un orificio, la fase determina la posición del centro del mismo, aumentando la mitad ($1/2$) del ancho del orificio a cada lado de la posición, y de esta manera se obtiene el inicio del orificio que se va a dibujar. Esto se hace sucesivamente para cada celda (aumentando un dx por renglón y un dy por columna).

5.2 Descripción del algoritmo usado.

Matlab es un paquete muy accesible y práctico con el cual se pueden hacer todos los cálculos e inclusive graficar. El método de Lomham se implementó en un programa de Matlab, los cuales tienen una extensión ".M", este tipo de archivos se guardan como texto, quedando ejecutables en Matlab (con solo poner el nombre del archivo en la página de comandos del Matlab, el archivo se ejecuta). En el Apéndice A se da una introducción al Lenguaje del Matlab y en el Apéndice B se lista el programa utilizado para el desarrollo de la tesis, este contiene comentarios para hacer más

comprensible su uso. En realidad el programa esta dividido en dos partes, un archivo cuyo programa esta basado en el metodo de Lomhann y otro que efectúa el dibujo de la rejilla de difraccion, el primero es un archivo realizado en Matlab que da origen al segundo, es decir abre un archivo con instrucciones en Poscript, cuya extensión es 'PS'. Este tipo de programas lo tienen en memoria algunas impresoras. Un archivo en Poscript cuando se envia a la impresora, si esta tiene el Poscript interpreta el archivo como un programa ejecutable, en caso contrario como texto (imprime las instrucciones como texto). Se optó por imprimir de esta forma debido a que las dimensiones de la imágenes que se manejan son muy grandes y el Matlab invierte mucho tiempo en el dibujo del holograma. Los archivos son los siguientes:

Lomhann.m
grafica.ps

Se diseño el programa lo mas sencillo posible y con gran número de comentarios indicando lo que se esta realizando. Es por esto que solo se describe de una forma muy general el algoritmo, y mas a detalle aquellos pasos o instrucciones en los que pueden existir confusiones.

Hay que tener cuidado en la forma en que Matlab lee una imagen de dimensiones $(M \times N)$, ya que inicia de 1 a M renglones y de N a 1 columnas, es decir, que invierte la imagen en las columnas o gira la imagen sobre su eje vertical 180° y la lee, para evitar esto se da la instrucción *'flipud'* para obtener la imagen en la forma correcta. Al sacar la transformada de Fourier, y luego su anti-transformada obtenemos la imagen rotada 180 grados sobre su eje vertical, pero esto no afecta de ningún modo, ya que lo que se desea obtener es un holograma generado en computadora por el metodo de Lomhann y comprobar el resultado por un metodo optico.

El archivo Lomhann.m carga la imagen a procesar, y efectua los calculos. Cada paso esta enumerado y en el punto siete se abre el archivo grafica.ps, donde se guardan los datos de los orificios que se van a dibujar, y finalmente se manda imprimir el dibujo del holograma

5.3 Resultados

Se logro reducir mucho el tiempo para la obtencion de un holograma, pero todavia no es suficiente. Se lograron resultados que en los hologramas ópticos no pueden hacer, como es el mover el eje óptico. De esto se hablara a continuacion mas a detalle.

Los hologramas de Fourier generados por computadora son mostrados en el Apéndice C. El patrón de interferencias obtenido es fotográficamente reducido, a todo el campo de la cámara, este se monta sobre un sistema de reconstrucción que es un proceso puramente óptico como el que se muestra en la figura (5.3).

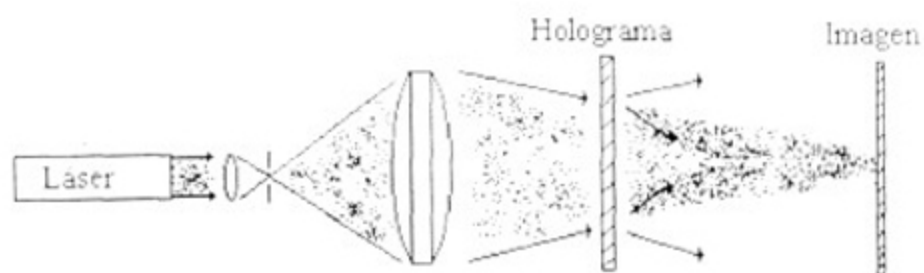


Figura 5.3 Sistema óptico para la reconstrucción de la imagen.

En un holograma de Fourier ópticamente reproducido se usa normalmente una lente para relocalizar la imagen atrás del plano focal de la misma. Al igual que en los hologramas de Fourier ópticos, en los generados por computadora, se pueden apreciar las imágenes gemelas (que están relacionadas una con otra por una operación de inversión, directamente por la posición de orden cero). Los hologramas generados por computadora se comportan en la misma forma, con respecto a las imágenes gemelas y la inversión, pero muestreando la verdadera transformada de Fourier conduce a un espectro, es decir, muchas otras imágenes están presentes.

En la reconstrucción las imágenes son muy pequeñas, siendo más fácil observar la imagen en un campo lejano sobre una pantalla, a varios metros, antes que usar una segunda lente.

Como ya se mencionó antes, este tipo de imágenes son muy débiles (obscuras), pero con el difusor de luz adquieren gran brillantez, lo que hace necesario definir el tipo de imágenes con las que se

debe trabajar, para obtener una mejor calidad en la imagen reconstruida, las imágenes que se sugieren son:

- a) imágenes de dimensiones aproximadamente de 100x100 en adelante, no pequeñas, ya que es difícil que se puedan apreciar por tanta luz que existe a su alrededor.
- b) formas grandes y sólidas (es decir sin tanto detalles), y líneas gruesas, no delgadas, el modelo inicial es el bambi de la figura (5.1a), pero fue modificado, porque la imagen reconstruida es de poca calidad y se trabajó con la figura (5.1b).
- c) manejar imágenes en blanco y negro, el método de Lomhann no puede trabajar imagen a color por las diferentes frecuencias que tiene la misma. La imagen del bambi se trabajó en el Paintbrush, guardando la imagen primero como monocromática para asegurar que sea blanco y negro, y luego como una imagen de 256 colores, para que el Matlab la pueda leer. La imagen sólo maneja dos frecuencias.
- d) en el montaje del holograma, enmarcar perfectamente bien el holograma de tal modo que evite el paso de luz por otro lado que no sea la rejilla de difracción.
- e) trabajar con el negativo de la imagen modificada [figura (5.4)]. La imagen en blanco y el fondo negro, se obtienen mejores resultados.



Figura 5.4 Negativo del bambi de 230x230, con un borde de tono igual al fondo

- f) y por ultimo trabajar en el Matlab version 5, la versión anterior no soporta imagenes mayores a 85x85

Tomando en cuenta todos estos puntos, se trabajo con la imagen del bambi figura (5.1b) de tamaño 200x200, la cual se codificó por el método de Lomhann y en la reconstrucción se obtuvo la figura (5.5).

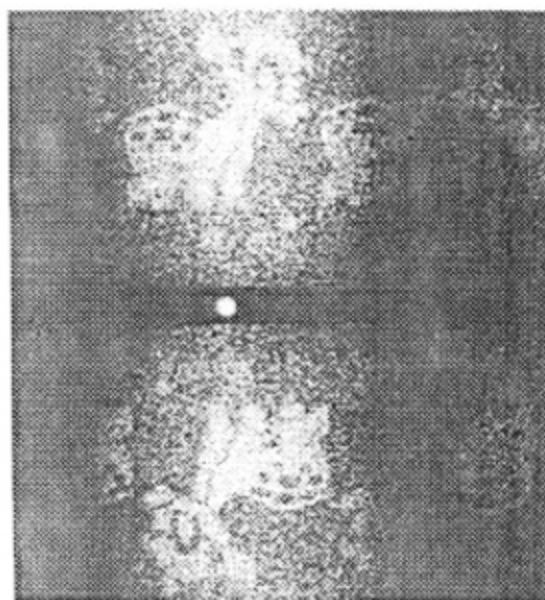


Figura 5.5 Fotografía del holograma de bambi por el metodo de Lomhann, sin un borde alrededor.

Los hologramas de Fourier generados por computadora utilizan la transformada de Fourier Discreta, en la cual una de sus características es manejar funciones periódicas. Es por ello que en la reconstrucción del hologramas se ven una serie de imágenes. Otra característica es que estas funciones se pueden traslapar o separar de acuerdo a como se realicen los cálculos, y lo mismo sucede en la reconstrucción del hologramas, la imagen obtenida puede estar, una seguida de la otra sin existir un espacio entre ella, si se realiza la TF solamente de la imagen solamente, pero si a esta se le agrega un borde negro alrededor de la misma, es decir, si al bambi que tiene el tamaño de 200x200 le ponemos un borde (del mismo tono que el fondo) aumentando el tamaño del dibujo que vamos a manejar, no el tamaño del bambi, a 230x230. Figura (5.6)

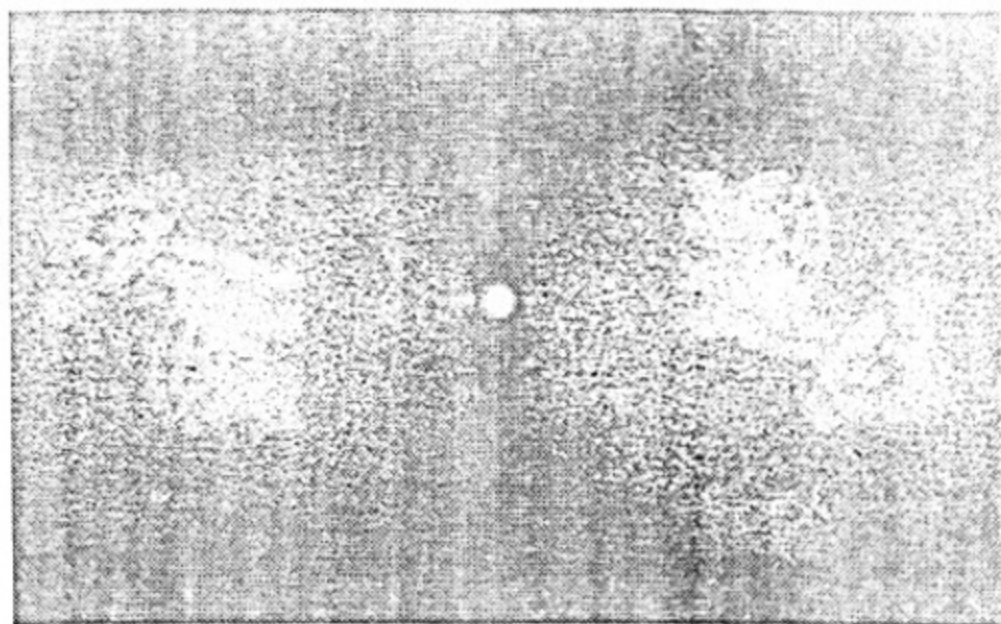


Figura 5.6 Fotografía del holograma de bambi con un borde alrededor, como se puede apreciar aumenta el periodo

Un holograma positivo (es decir, en un papel blanco se ponen los orificios de cada celda negros) o negativo (es lo contrario del holograma positivo, lo blanco se pone negro y lo negro blanco) trabaja igualmente bien, con una pequeña diferencia el negativo tiene mas luz a su alrededor, percibiendose menos los demás ordenes [figura (5.7)].

Hasta ahora ha visto como aumentar o disminuir el periodo, es decir, juntar o separar las imagenes y obtener mejor calidad de la señal a la salida sin modificar el metodo de Lomhann. Pero si ahora cambiamos los limites de la ecuación (4.10) a

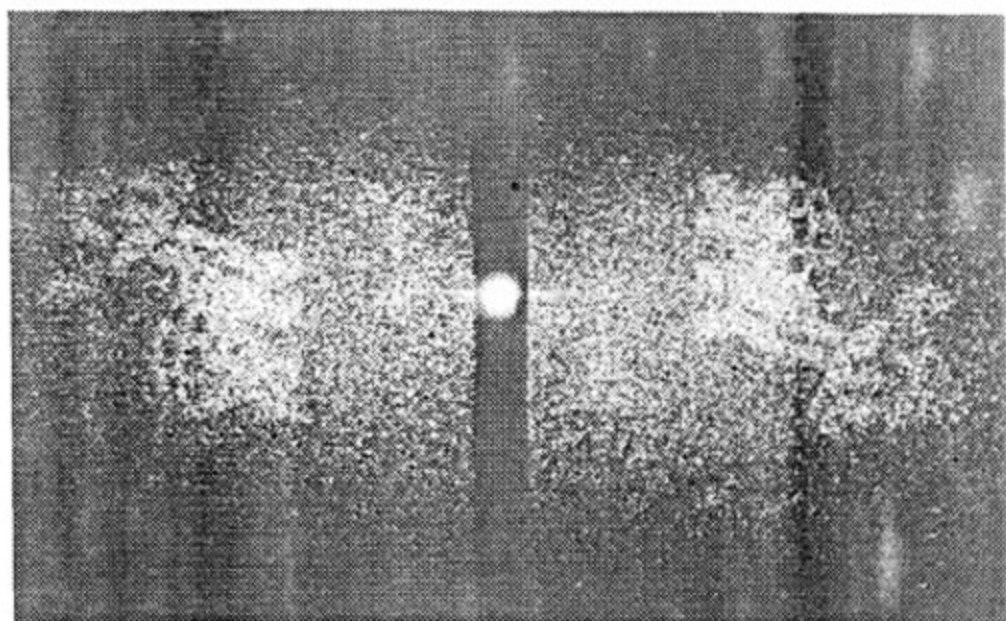


Figura 5.7 Fotografía del holograma de bambi. Negativo del holograma utilizado en la figura (5.6).

$$0 \leq K \leq N-1 \qquad 0 \leq L \leq N-1 \qquad (5.13)$$

tenemos la transformada de Fourier determinada por Lomhann multiplicada por un exponencial, que sería HI

$$HI(K,L) = \sum_m \sum_n u(m-N/2, n-N/2) \exp[-2\pi j (mK + nl)/N]$$

$$HI(K,L) = H \exp[-j\pi(K \cdot L)] \qquad (5.14)$$

$$\exp[-j\pi(K \cdot L)] \qquad (5.15)$$

obteniendo una imagen reconstruida con la siguiente característica, que la imagen tiene un movimiento tanto en el eje vertical como el eje horizontal, es decir, se observa que la imagen se parte en cuatro partes como se ve en la figura (5.8)

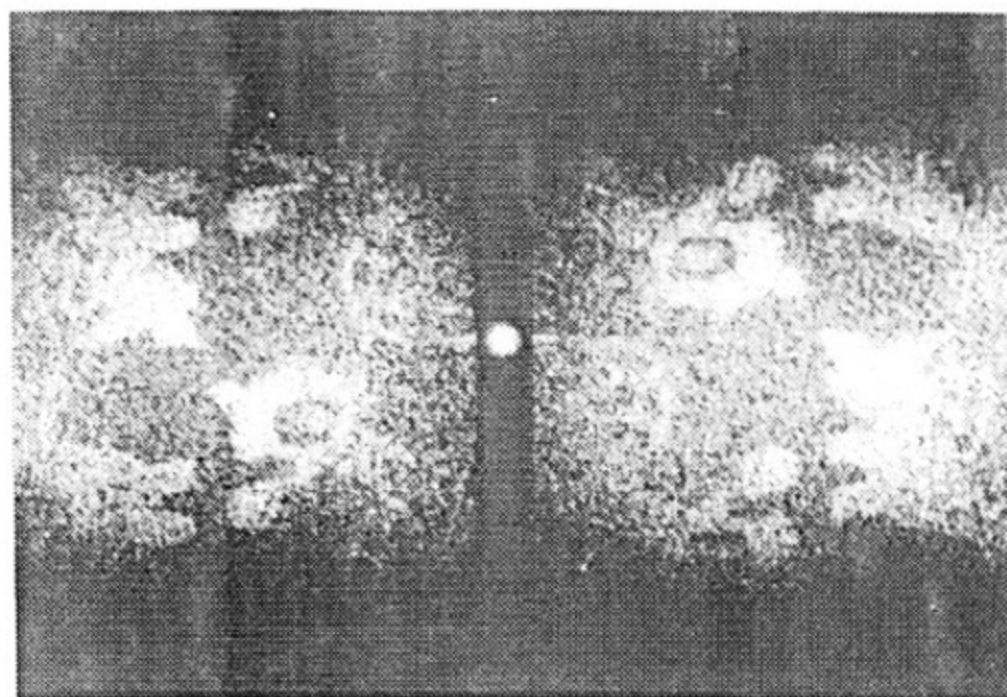


Figura 5.8 Fotografía del holograma de bambi, donde la TF definida por Lomhann es multiplicada por un $\exp[-j\pi(K+L)]$

Ahora haciendo un cambio a este término para determinar que es lo que sucede, y solamente multiplicamos H por

$$\exp[-j\pi K] \quad (5.16)$$

se tiene

$$H_2(K,L) = H \exp(-j\pi K) \quad (5.17)$$

La imagen obtenida no es una sola sino dos, se observa un movimiento en el eje horizontal como se ve en la figura (5.9).

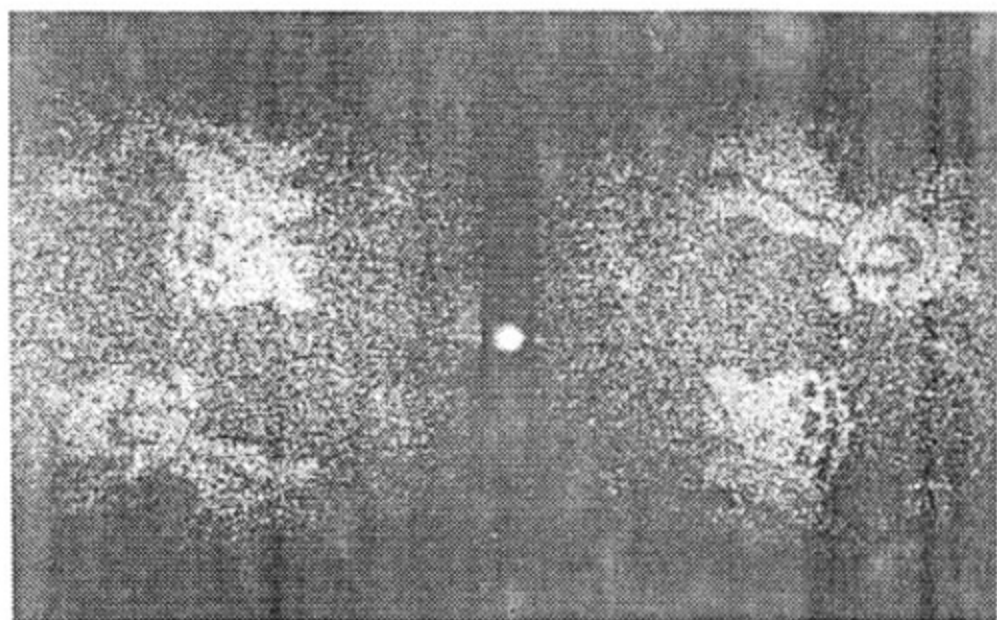


Figura 5.9 Fotografía del holograma de bambi, donde la TF es multiplicada por el $\exp(-j\pi K)$

Ahora si se multiplica H por :

$$\exp(-j\pi L) \quad (5.18)$$

$$H3(K,L)= H \exp(-j\pi L) \quad (5.19)$$

Se obtienen dos imágenes donde se puede observar que hay un movimiento en el eje vertical [ver figura (5.10)].

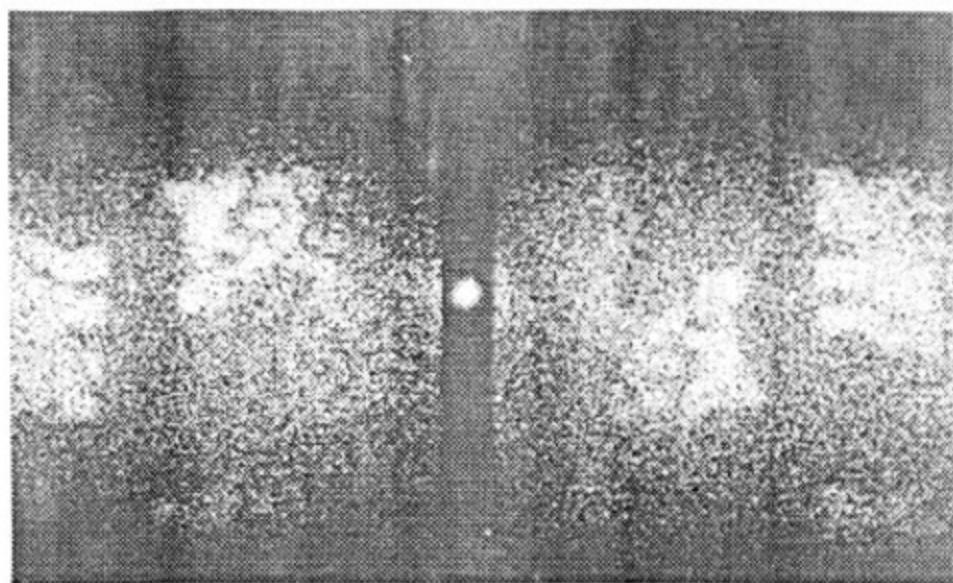


Figura 5.10 Fotografía del holograma de bambi, donde la TF definida por Lomhann es multiplicada por el $\exp(-j\pi L)$.

Si ahora se multiplica por un factor de fase constante (por ejemplo 45°), no sucede nada, se sigue obteniendo la misma imagen que en la figura (5.5), como se muestra en la figura (5.11).

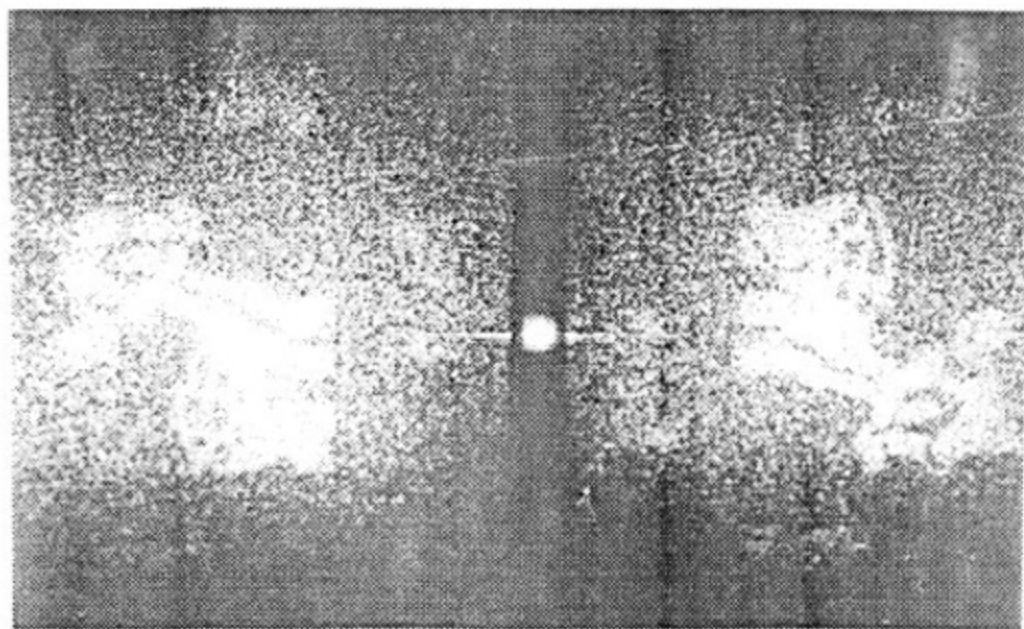


Figura 5.11 Fotografía del holograma de bambi, por el método de Lomhann, multiplicado por un factor de fase de 45° .

Finalmente la figura (5.12) muestra el resultado al tratar de sumar dos hologramas.

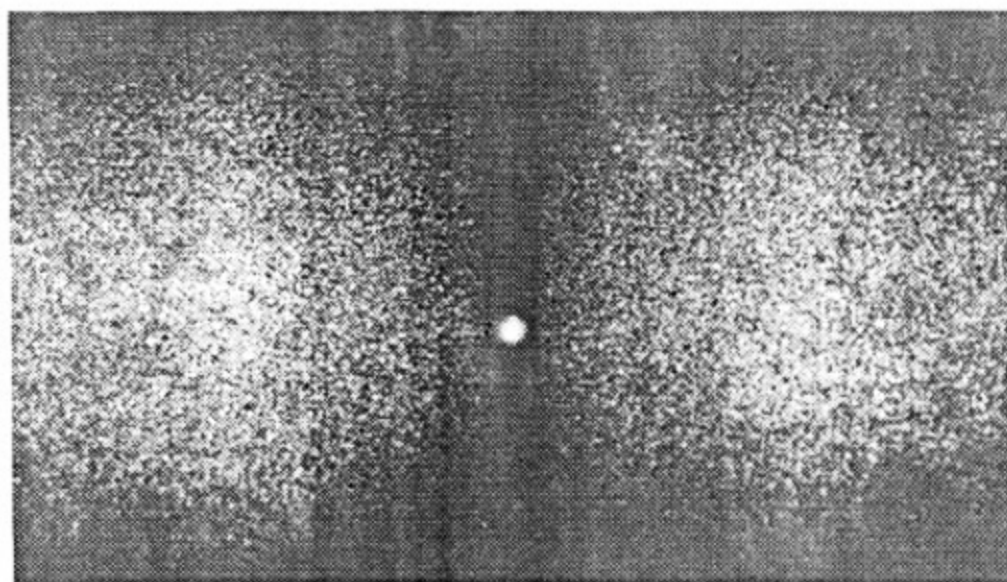


Figura 5.12 Fotografía de la suma de dos hologramas, que generaron las fotografías de las figuras (5.5) y (5.9)

De todo lo anterior se puede ver como resultado que las imágenes tienen un eje de coordenadas, determinado por (K,L) , que indican como moverse en los ejes para ver las demás imágenes.

Se puede lograr mejor calidad en las imágenes al ponerlas centradas con un fondo negro, y la imagen en blanco, es decir, alrededor de la imagen aproximadamente de 30 a más píxeles en negro, como si fuera un marco. Si se opta por hacer la imagen en negro y el fondo en blanco, la imagen reconstruida se pierde ya que, como se aclaró anteriormente, las imágenes reconstruidas tienen mucha brillantez, lo que es negro en el dibujo, en la imagen reconstruida es muy claro, lo blanco en el dibujo representa mucha brillantez en la reconstrucción, es como si la luz invadiera el otro nivel de color (el negro).

CONCLUSIONES

Como se ha descrito en las diferentes secciones de la tesis, el procesamiento de imágenes es muy importante en nuestro tiempo y se busca perfeccionar cada vez más los métodos existentes. La holografía digital y la holografía óptica han sido útiles en varias áreas, tales como reconocimiento de patrones, prueba de superficies ópticas, almacenamiento de datos, mejoramiento de imágenes, diseño de partes de automóviles y aviones y diferentes formas de desplegados tridimensionales [16, 21]. Se tienen también aplicaciones en televisión, medicina, rayos X, detección de objetos por radar, imágenes vía satélite, fotografía, etc.

El procesamiento de imágenes digitales requiere de equipo de cómputo de gran velocidad para realizar los procesos iterativos en tiempos aceptables y una importante capacidad de memoria disponible para almacenar información. En ésta área de investigación, falta mucho por hacer en cuanto a equipo (Hardware) y paquetes (Software), que faciliten los procesos iterativos. Parece lejana la posibilidad de obtener imágenes digitales en tres dimensiones, pero a medida que avance la tecnología en la computación, y otras áreas afines, avanzará la holografía digital.

La meta inmediata es llegar a hacer despliegues en tres dimensiones y los HGC's son una respuesta a esta necesidad. En holografía por computadora falta mucho por hacer. Entre otras cosas, manipular la longitud de onda en un holograma (de tal forma que si no es la longitud de onda definida en el holograma no se obtiene la información), multiplexado de imágenes, hologramas cuyas imágenes reconstruidas estén en tres dimensiones.

Para el multiplexado en holografía se propone que cada imagen maneje sólo dos niveles de grises, que cada dibujo (u holograma) en el mismo papel tenga diferente color, lo que sería como grabar

cada imagen a diferente ángulo, esto es, el ángulo debe tener relación con el tipo de láser que se utilice para poder obtener la imagen registrada.

El tiempo que se invierte para hacer un holograma es considerable, si se pudiera reducir todavía mas los tiempos de calculo, de realización de dibujos y de obtención de la foto reducción, entonces se tendrían mejores procesos. Lo ideal es poder obtener un holograma en cuestión de segundos, lo cual por el momento no es posible, debido a las restricciones que presentan los actuales equipos. Quizás las computadoras ópticas que están en investigación podrían ser la solución a algunos de estos problemas.

Este trabajo pretende ser el pionero en un área todavía nueva en nuestros programas de estudio, como es el procesamiento digital de imágenes, área muy importante toda vez que como se ha demostrado tiene múltiples aplicaciones y viene a ser un pequeño paso de los muchos que hay que investigar.

APENDICE A

INSTRUCCIONES EN MATLAB

INTRODUCCION AL LENGUAJE DEL MATLAB

El Matlab como su nombre lo dice es un laboratorio de matrices. Se diseñó para trabajar con matrices y vectores. Las letras mayúsculas definen las matrices, y las minúsculas los vectores. Una matriz o vector son definidos por corchetes '[]', donde van los elementos que los forman, los cuales van separados uno del otro por una coma (,) o por un espacio en blanco. Para señalar el final del primer renglón se pone un punto y coma (;). Ejemplo :

Entrada X=[1 2 8;-1 5 6;9 3 -4];

Por lo regular se da una instrucción por línea, pero se pueden dar más de una, separados por una coma (,) o punto y coma (;). Después de cada instrucción lleva un punto y coma, si se omite entonces habrá un despliegue de la salida en pantalla. Ejemplo :

Entrada X=[1 2 8;-1 5 6;9 3 -4]

Salida X=
 1 2 8
 -1 5 6
 9 3 -4

Para referirnos a una matriz sólo se pone el nombre de ésta y sus elementos serán desplegados en pantalla. Y para un elemento en especial, basta con indicar el nombre de la matriz o vector y

entre paréntesis el número de renglón y el número de columna separados por una coma, por ejemplo :

```
Entrada      X(2,3)
Salida       ans=
              6
```

Las letras 'ans' es una variable de salida por default del Matlab. Para desplegar varios elementos de una vez pero no toda la matriz, es posible indicando el primer elemento y el ultimo separando los por dos puntos(:), como se indica :

```
Entrada      X(2 :3,1 :2)
Salida       =
              -1     5
              9     3
```

Ahora sumamos un valor contante a cada elemento de la matriz 'X', y almacenamos el resultado en una nueva matriz, esta es :

```
Entrada      Y=X+4
Salida       Y=
              5     6    12
              3     9    10
              13    7     0
```

La multiplicación de X y Y es muy sencilla hacerse por el Matlab. esto es ;

```
Entrada      Z=X*Y
Salida       Z=
```

115	80	32
88	81	38
2	53	138

Por otro lado en vez de hacer una multiplicación de matrices, se puede multiplicar los correspondientes elementos de cada matriz o vector, anteponiendo al símbolo de producto un punto (`.*`), ejemplo ;

Entrada	A=X.*Y		
Salida	A=		
	5	12	96
	-3	45	60
	117	21	0

Se obtiene una matriz random, una matriz de ceros, o de unos, sólo indicando las dimensiones de la misma (m,n). Una matriz cuadrada se obtiene poniendo sólo un término (n), cuando se este declarando.

Ejemplo :

Entrada	B=rand(5,8) ;	% matriz random 4x8
Entrada0	C=zeros(4) ;	% matriz de ceros 4x4
Entrada	D=ones(10)	%matriz de unos 10x10

Un archivo guardado con extensión `‘.M’`, en la pantalla de comandos, el Matlab lo interpreta como instrucciones, y paquetes de procesamiento de palabras lo interpretan como texto.

A continuación se enuncian algunas de las instrucciones más comunes, y que el Matlab realiza con gran facilidad :

Para comentarios	%
Transpuesta	A'
Inversa	inv(A)
Matriz Identidad	I
Eigenvalores de la matriz	eig(A)
Coefficientes del polinomio característico	poly(A)
Redondear un valor,(si A es real)	round(A)
Valor absoluto (si A es un número complejo)	abs(A)
Fase (si A es un número complejo)	angle(A)
Transformada de Fourier	fft(A)

APENDICE B

PROGRAMA EN MATLAB

Programa por el método de Lomhann.

```
clc
    disp('          METODO DE LOMHANN ');
% _____

    disp(' Paso No 1. Obtención de la Imagen');
% _____

X=flipud(X);          % Ordena la lectura de la imagen

    disp(' Paso No 2. Tamaño de la matriz N=M ');
    disp('          Se define dx=dy');
% _____

[m,n]=size(X);

    disp('          Se aplica el Factor de Fase ');
    disp('          Con una fase random de -180° a 180° ');
% _____

r=rand(m,n);          % Factor de fase random
```

```
X=X.*exp(i*pi*(2*r-1));
```

```
if n==m % Definido solo para matrices cuadradas
```

```
disp(' Paso No 3. Definición de amplitud ');
```

```
% _____
```

```
disp(' Paso No 4. Transformada de Fourier');
```

```
% _____
```

```
X=fft2(X);
```

```
for k=1:n % Factor de fase (k+1)
```

```
for l=1:n
```

```
 X(k,l)=X(k,l)*exp(i*pi*(k+1));
```

```
end
```

```
end
```

```
X=fftshift(X); % Centra los datos
```

```
disp(' Paso No 5. Obtener la Magnitud y la Fase');
```

```
% _____
```

```
AMP=abs(X);
```

```
FASERAD=angle(X);
```

```
disp(' Paso No 6. Encontrar el máximo de la amplitud');
```

```
disp(' y normalizar');
```

```
% _____
```

```
valmax=max(AMP);
```

```

valmax=max(valmax);
AMPN=AMP./valmax;           % Norma del valor máximo(0 a 1)

disp('      Definición del tamaño del orificio rectangular');
disp('          w=arcsen(AMPN)/pi ');
% _____

W=asin(AMPN);
W=W/pi;

disp('      Posición de la fase de -0.5 a 0.5 ');
disp('      POSFASE=FASERAD/(2*pi)');
% _____

POSFASE=FASERAD/(2*pi);

disp('      Paso No 7. Calcular como se va la gráfica ');
% _____

fid=fopen('GRAFICA.ps','w'); % Abre un archivo Poscript

N=n;           % Número de celdas
xmax=8.0;     % Tamaño máximo que abarca la gráfica en la hoja en
ymax=8.0;     % pulgadas

dx=xmax/N;    % Tamaño de las celdas
dy=ymax/N;

for k=0:N-1
    for l=0:N-1

```

```

x0 = dx*k + 0.25;           % 0.25 es el margen de la página
y0 = dy*l + 0.25;           % x0=puntero de renglones; y0=punteros de columnas
width = dx*W(k+1,l+1);      % Ancho del orificio por el de la celda
offset= dx*(0.5 + POSFASE(k+1,l+1)) - width/2;
    % Esta POSFASE de -0.5 a 0.5, le sumamos 0.5 para manejar de 0 a 1 ; se multiplica
    % por dx, menos width/2, y se obtiene el punto donde inicia cada orificio
fprintf(fid,'newpath\n%.5f%.5f moveto\n',72*(x0+offset),72*y0);
                                % Posición de orificio a dibujar
% Las siguientes 4 instrucciones indican como va dibujando un orificio rectangular
fprintf(fid,'%.5f%.5f rlineto\n',width*72,0.0);
                                % Dibuja una línea de lo ancho del orificio
fprintf(fid,'%.5f%.5f rlineto\n',0.0,dy*72);
                                % Dibuja una línea de lo alto del orificio
fprintf(fid,'%.5f%.5f rlineto\n',-width*72,0.0);
                                % Dibuja una línea de menos lo ancho del orificio
fprintf(fid,'%.5f%.5f rlineto\n',0.0,-dy*72);
                                % Dibuja una línea de menos lo alto del orificio
fprintf(fid,'closepath\nfill\n'); % Llena el orificio
end
end

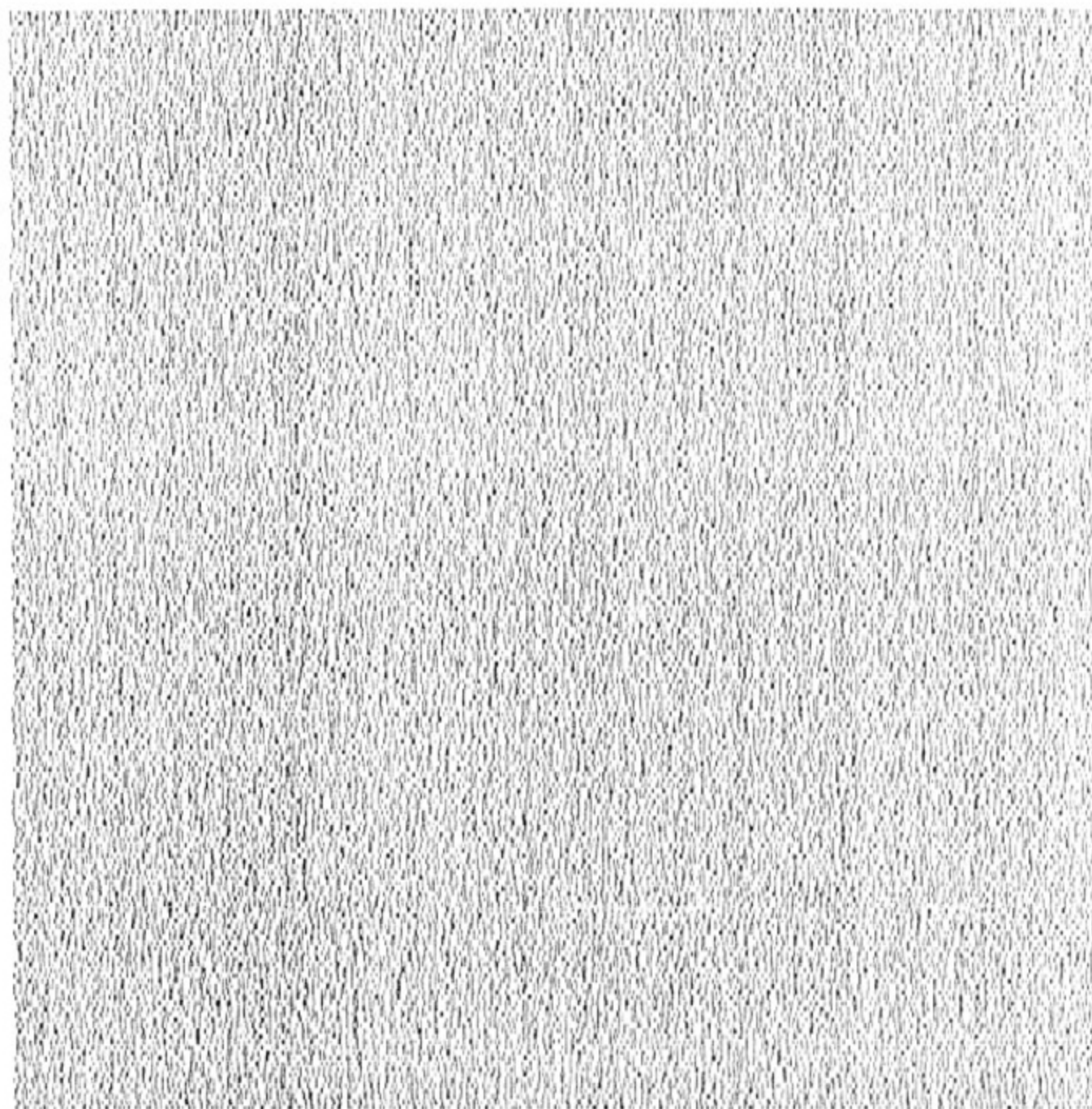
fprintf(fid,'showpage\n');
fclose(fid);
end

```

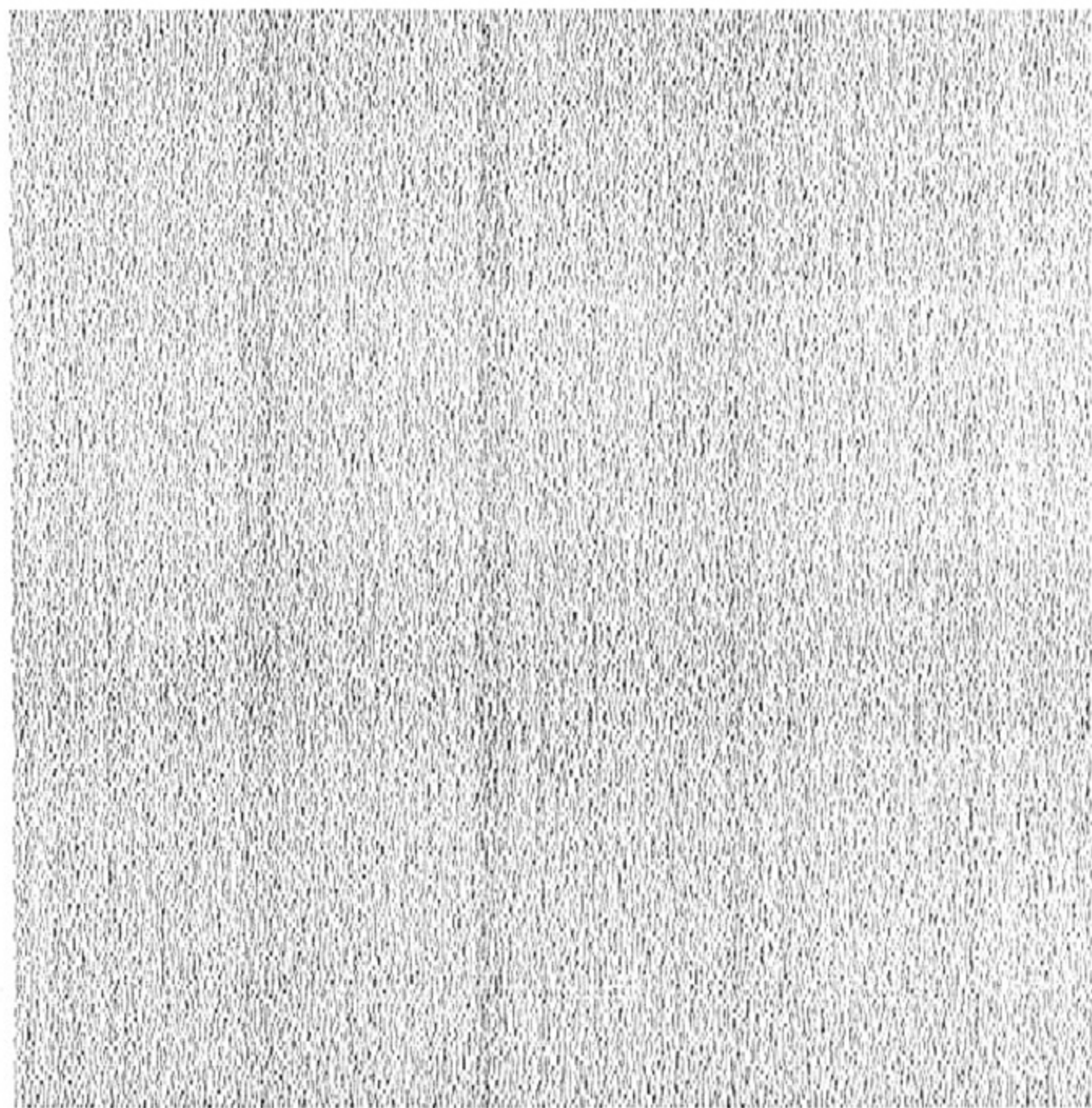
APENDICE C

HOLOGRAMAS

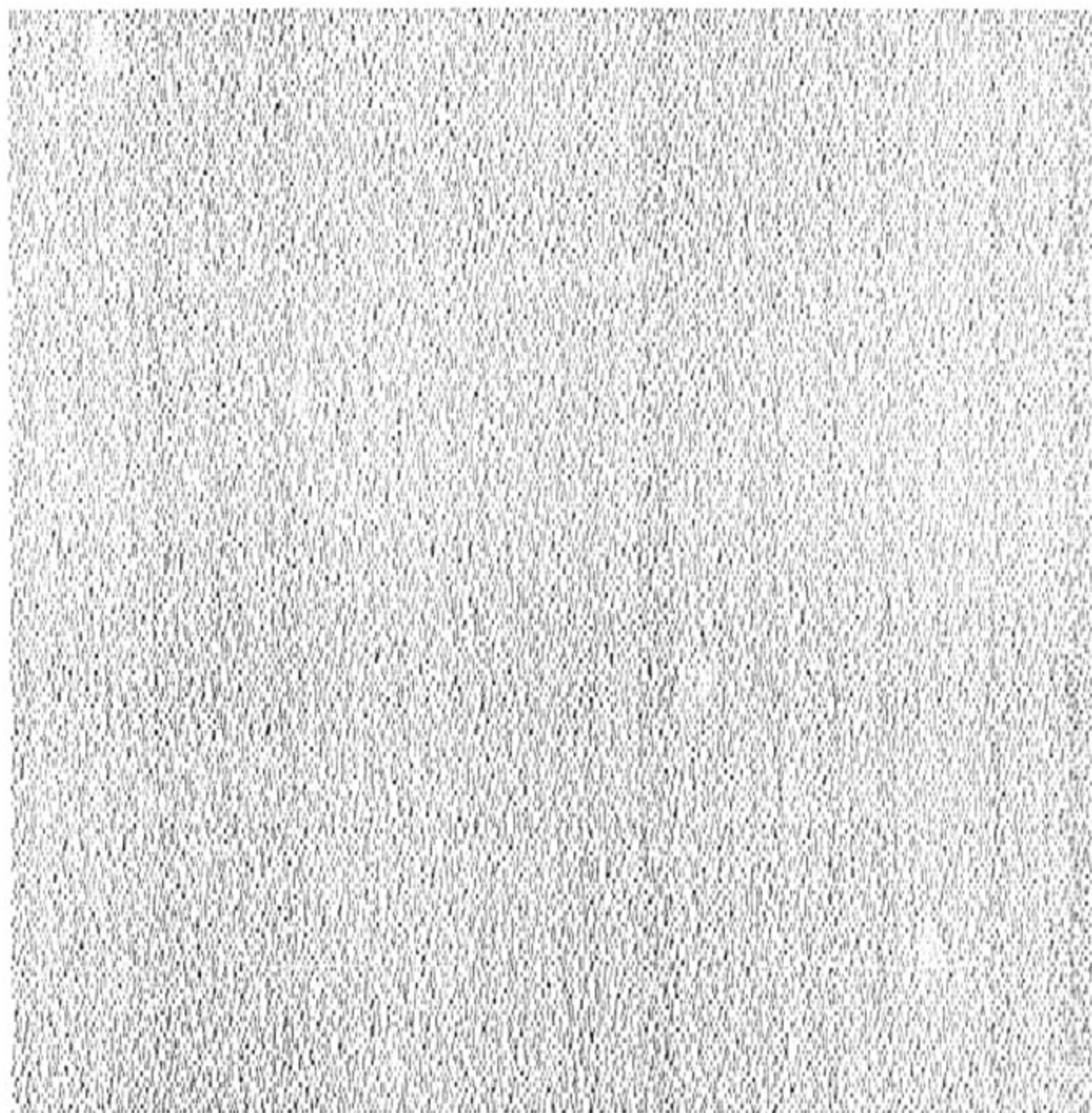
- 1) Holograma generado por computadora de dimensiones 200x200, sin un borde entre la imagen y la orilla. Y que corresponde a la figura (5.5).



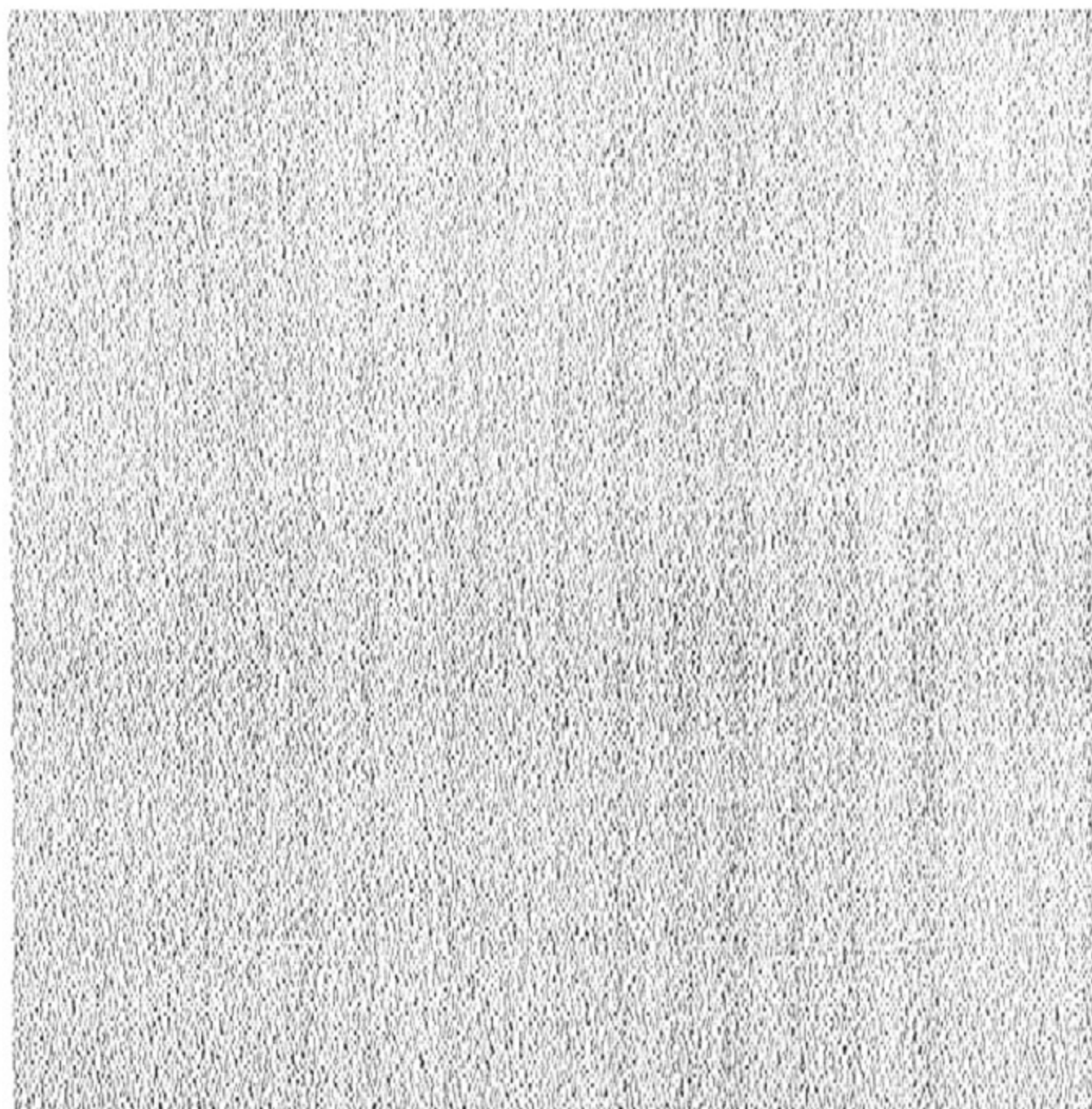
- 2) Holograma generado por computadora de dimensiones 230x230, con un borde entre la imagen y la orilla. Este corresponde a la figura (5.6).



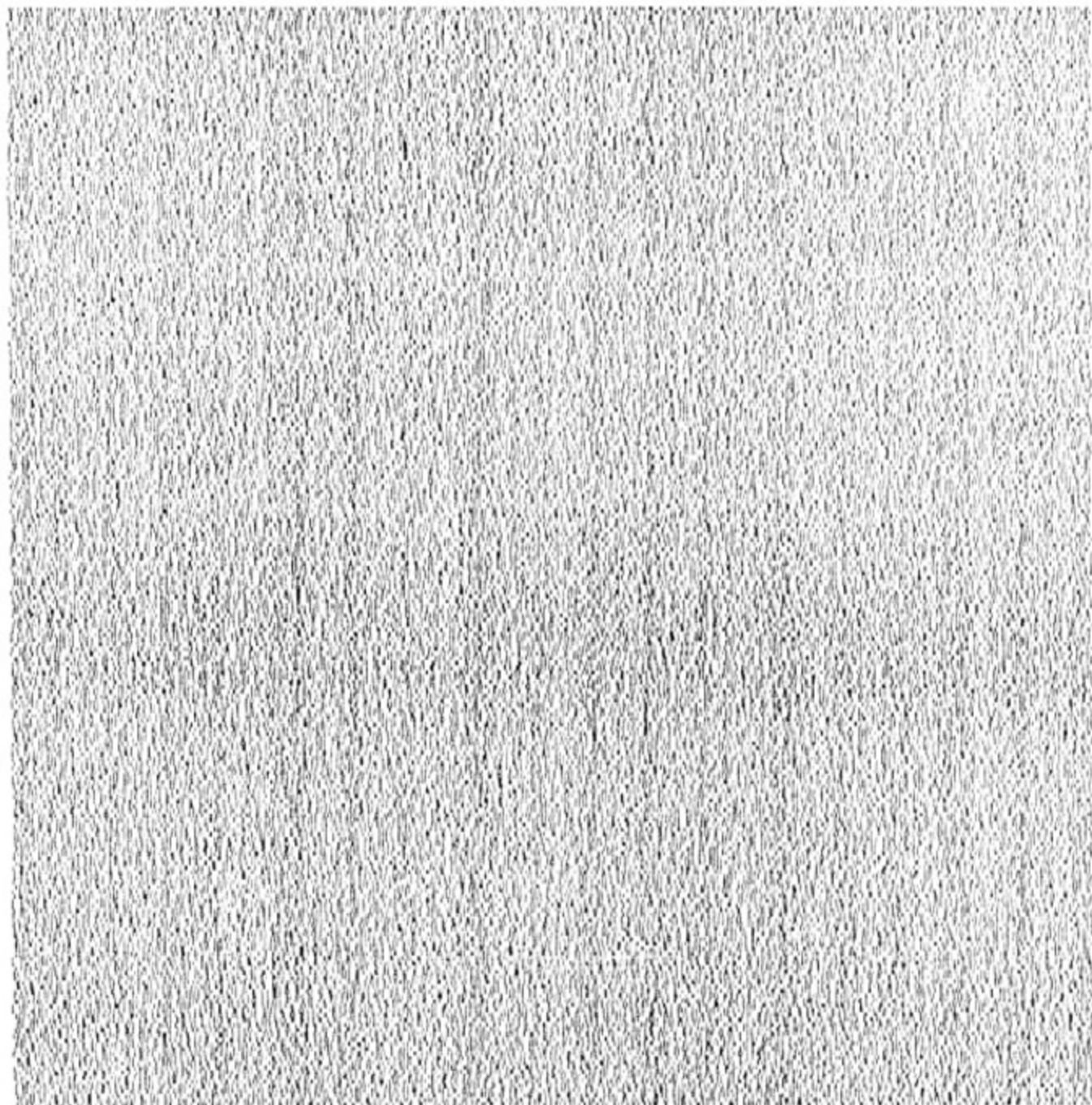
- 3) Holograma generado por computadora de dimensiones 200x200, sin borde entre la imagen y la orilla. La TF esta multiplicada por el factor de fase $\exp[-j\pi(K+L)]$.
Corresponde a la figura (5.8).



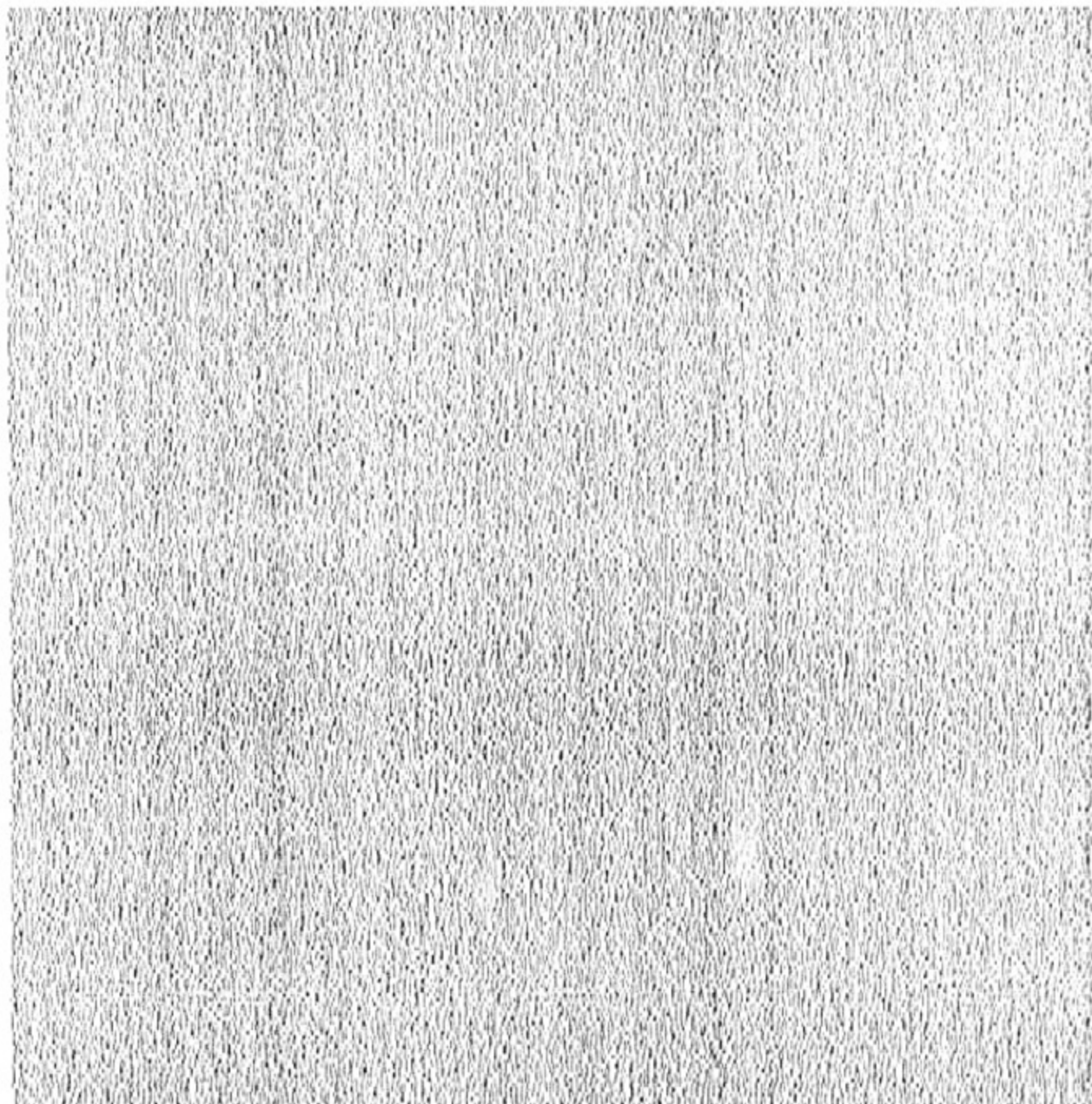
- 4) Holograma generado por computadora de dimensiones 230x230, con un borde entre la imagen y la orilla. La TF esta multiplicada por el factor de fase $\exp(-j\pi K)$.
Corresponde a la figura (5.9).



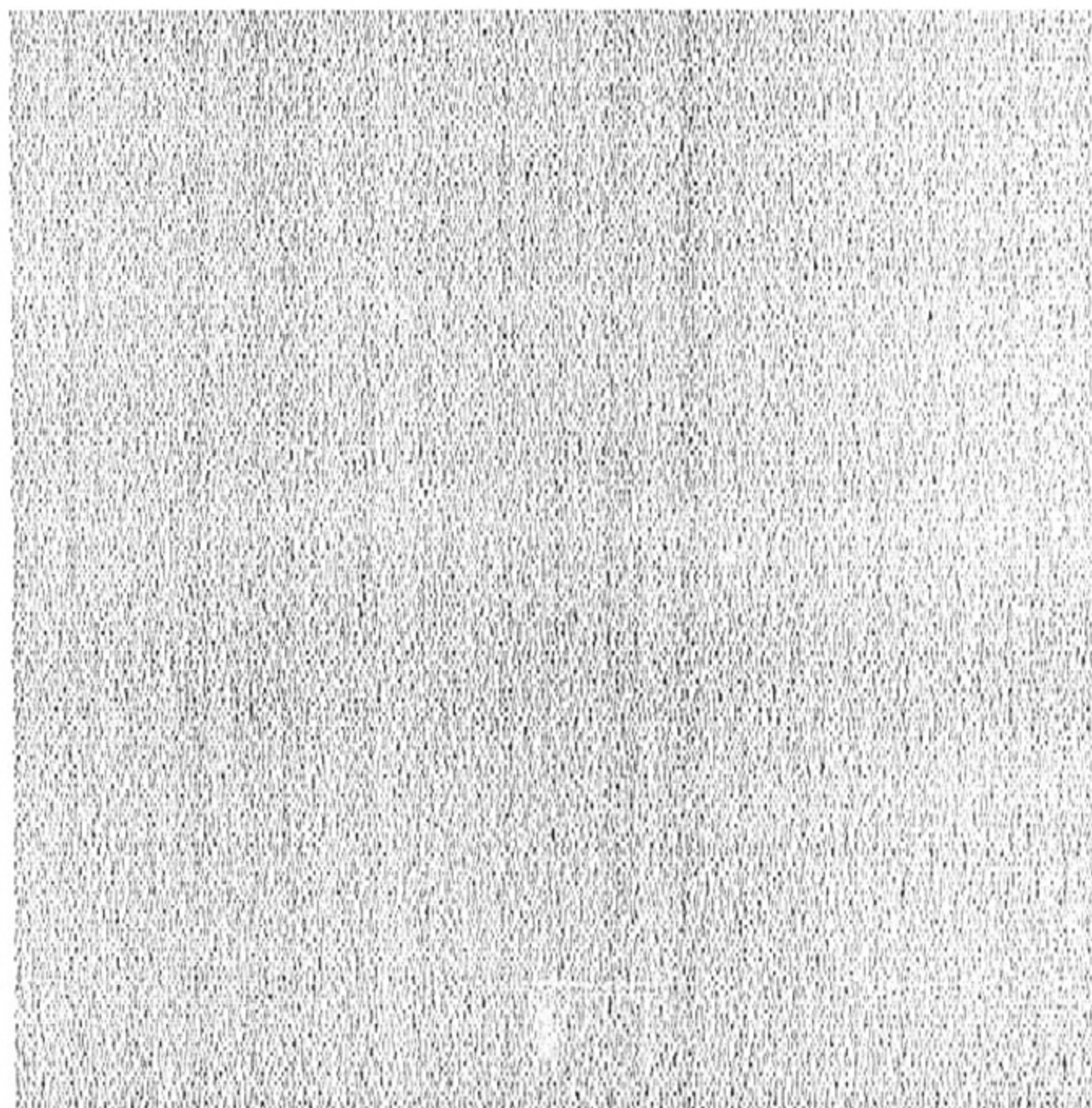
- 5) Holograma generado por computadora de dimensiones 230x230, con un borde entre la imagen y la orilla. La TF esta multiplicada por el factor de fase $\exp(-j\pi L)$. La figura correspondiente es la(5.10).



- 6) Holograma generado por computadora de dimensiones 230x230, con un borde entre la imagen y la orilla. El factor de fase es $\exp(-j\pi/4)$. Corresponde a la figura (5.11).



- 7) Holograma generado por computadora obtenido de la suma de las figuras (5.5) y (5.9).
La correspondiente figura es la (5.12).



BIBLIOGRAFIA.

- [1] A. W. Lomhann. (Notas de comunicación personal): "*How to make a Computer Hologram*", Inaoe A. P., 51 y 216.
- [2] D. Gabor. "*A New Microscopic Principle*", Nature, **V161**, 777, (1948).
- [3] W. L. Bragg. "*The X-ray Microscope*", Nature, **149**, 470 (1942).
- [4] D. Gabor. "*Microscopy by Reconstructed Wavefront*", Proc. Roy Soc., **A197**, 454 (1949).
- [5] D. Gabor. "*Microscopy by Reconstructed Wavefront: II*", Proc. Phys. Soc., **B64**, 449 (1951).
- [6] G. L. Rogers. "*Gabor Diffraction Microscopy: The Hologram as a Generalized Zone Plate*", Nature, **166**, 237 (1950).
- [7] H. M. A. El-Sum. "*Reconstructed Wavefront Microscopy*", doctoral dissertation, Stanford University, (1952).
- [8] A. Lomhann. "*Optical Single - Sideband Transmission Applied to the Gabor Microscope*", Opt. Acta, **3**, 97 (1956).
- [9] E. N. Leith and J. Upatnieks. "*Reconstructed Wavefronts and Communication Theory*", J. Opt. Soc. Am., **52**, 1123, (1962).
- [10] E. N. Leith and J. Upatnieks, "*Wavefronts Reconstruction with Diffused Illumination and Three - dimensional Objects*", J. Opt. Soc. Am., **54**, 1295 (1964).
- [11] J. W. Goodman. "*Introduction to Fourier Optics*", McGraw Hill Physical and Quantum Electronics Series, 198-199, (1968)
- [12] J. C. Russ. "*The Image Processing Handbook*", Second Edition, CRC Press, 1-70, 285-289. (1995).

- [13] A. K. Jain. "*Fundamentals of Digital Image Processing*", Prentice Hall, 1-4, 11-27, (1986).
- [14] H. P. Hsu. "*Analisis de Fourier*", Addison-Wesley Iberoamericana, 218-219, (1970).
- [15] D. Nassar. "*Circuit Cellar Proyect. File*", Circuit Cellar press, **V1**, 45-65, (1993)
- [16] R. J. Collier, Christoph B. Burckhardt, y Lawrence H. Lin. "*Optical Holography*", Academic Press, 206-209, (1971).
- [17] A. V. Lugt. "*Signal Detection by Complex spatial Filtering*," IEEE Transmission Inform. Theor. IT-**10**, 139, (1964).
- [18] W. H. Lee. "*Progress in optics*", North Holland, **V16**, 121-229 (1978)
- [19] W. H. Carter and A. A. Dougal. "*Field Rangel and Resolution in Holography*", J. Opt. Soc. Am., **56**, 1754-1759, (1966).
- [20] A. D. Boadman and M. Es. Chapman. "*Physics Programs*", John Wiley & Sons Ltd., Cap. 3, 79-123, (1980)
- [21] J. N. Butters. "*Holography and its Thecnology*", Peter Peregrinus Ltd., (1971)

