





---

Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
Facultad de Ingeniería

**“Control de Posición de un Robot Industrial Sobre  
Superficies Arbitrarias Bajo el Enfoque de  
Desacoplamiento Cinemático.”**

Tesis  
que para obtener el grado de  
Maestría en Ingeniería Eléctrica

Presenta:  
Ing. Oscar Adrian Garay Molina

San Luis Potosí, S.L.P. a 29 de septiembre de 2001





Febrero 22, 2001.

**AL SR. OSCAR ADRIÁN GARAY MOLINA  
P R E S E N T E . -**

En atención a su solicitud de Tema y Temario, presentada por el Dr. Emilio Jorge González Galván Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de *Maestría en Ingeniería Eléctrica*. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 22 de febrero del presente año, fue aprobado el Tema y Temario propuesto:

**TEMARIO:**

**“CONTROL DE POSICIÓN DE UN ROBOT INDUSTRIAL SOBRE  
SUPERFICIES ARBITRARIAS BAJO EL ENFOQUE DE  
DESACOPAMIENTO CINEMÁTICO.”**

- INTRODUCCIÓN.
- I ANTECEDENTES DEL LABORATORIO DE ROBÓTICA Y DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIOS DE CÁMARA.
  - II CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.
  - III APLICACIÓN DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.
  - IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES.  
CONCLUSIONES  
BIBLIOGRAFÍA

**“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”**

ING. JOSÉ ARNOLDO GONZÁLEZ GÓMEZ  
DIRECTOR



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE SAN LUIS POTOSÍ  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCION



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI

FACULTAD DE INGENIERIA

CENTRO DE INVESTIGACION Y ESTUDIOS DE POSGRADO

MAESTRIA EN INGENIERIA ELECTRICA  
OPCION EN CONTROL AUTOMATICO

***“CONTROL DE POSICIÓN DE UN ROBOT INDUSTRIAL SOBRE  
SUPERFICIES ARBITRARIAS BAJO EL ENFOQUE DE  
DESACOPAMIENTO CINEMÁTICO.”***

---

Ing. Oscar Adrian Garay Molina.

Sinodales:

---

Dr. Emilio Jorge González Galván.  
(Asesor de tesis)

---

Dr. Edgardo Ugalde Saldaña.

---

M.A. José Guadalupe Nieto Navarro.

San Luis Potosí, S.L.P., Octubre del 2001

# Dedicatoria

---

Dedico el presente trabajo con el mayor amor y admiración a:

Lic. Jesús Garay Morales

Profa. María Guadalupe Molina Uresti

Por todo lo que para mi representan como mis padres y que no puedo expresar en unas cuantas palabras.

# Agradecimientos

---

Quiero expresar mis más sinceros agradecimientos a mis padres por haberme dado la vida y la libertad de escoger lo mejor para mí, a mis hermanos Jesús, Tonatiuh y Miriam, por darme su apoyo incondicional a mis cuñadas Lupita y Laura, a la pequeña Citlali, gracias a todos ellos por dar me una palabra de aliento y lo más importante, por ser una verdadera familia para mí.

Al Dr. Emilio J. González Galván, por todo el apoyo que me brindó durante la realización de este trabajo recepcional.

A todos mis compañeros de clase y de laboratorio: Elizabeth, Darío, Aída, Alfonso, Carlos, Carbajal, Margarito y a todos Aquellos con los que disfrute de fines de semana desestresantes: Gustavo, Sergio, Enrique (brasi), entre otros.

Al CONACyT, por el apoyo económico brindado durante mi estancia en el posgrado, a los profesores del CIEP por el apoyo académico brindado durante la realización de mis estudios.

A Dios por haberme dado el valor, la paciencia, la tolerancia y la sabiduría necesaria para lograr todos mis objetivos.

# Acrónimos

---

UASLP	Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
CIEP	Centro de Investigación y Estudios de Posgrado.
CSM	Camera Space Manipulation .
DT3155	Data Translation 3155.
NASA	National Aeronautics and Space Administration.
(3D)	Tridimensional
(2D)	Bidimensional
MFC	Microsoft Foundation Class .
GUI	Graphic User Interfase
PC	Personal Computer .
CPU	Process Control Unity .
RAM	Random Access Memory
TOL	Tolerancia
led	Light Emitting Diode
mm	milímetro
mseg	milisegundos
$\forall$	para todo
$\sim$	negación
$\beta$	beta
$\gamma$	gamma
$\theta$	theta
$\phi$	phi
$\mathbb{R}^n$	Espacio $n$ -dimensional
$\mathbb{R}$	Recta real
$\Delta$	Delta
$\Theta$	Theta
$\Sigma$	Sigma
$\Psi$	Psi
$\approx$	Aproximadamente Igual

# Índice General

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>III</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>IX</b>
<b>1 ANTECEDENTES DEL LABORATORIO DE ROBÓTICA Y DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.</b>	<b>1</b>
1.1 Descripción del Método de Manipulación de Espacio de Cámara. . . . .	3
1.2 Objetivos y Resultados Esperados. . . . .	4
1.3 Lenguajes de Programación. . . . .	5
<b>2 CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.</b>	<b>7</b>
2.1 Robótica. . . . .	7
2.1.1 Modelo Cinemático del Manipulador FANUC ARCMate 100i R-J2. . . . .	7
2.1.2 Matriz de Transformación Homogénea de la Herramienta del Manipulador. . . . .	15
2.1.3 Cinemática Inversa. . . . .	17
2.2 Visión por Computadora. . . . .	20
2.2.1 Características del Equipo de Video Utilizado en el Laboratorio. . . . .	20
2.2.2 Análisis y Procesamiento de una Imagen. . . . .	21
2.2.3 Características del Mapeo. . . . .	23
2.3 Manipulación de Espacio de Cámara. . . . .	25
2.3.1 Modelo de Cámara. . . . .	25
2.3.2 Modelo Ortográfico de Cámara. . . . .	26
2.3.3 Características de la herramienta. . . . .	27

<b>3</b>	<b>APLICACIÓN DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.</b>	<b>35</b>
3.1	Trayectorias Preplaneadas. . . . .	35
3.2	Estimación de Parámetros de Visión. . . . .	38
3.2.1	Mínimos Cuadrados. . . . .	38
3.2.2	Flattening . . . . .	42
3.3	Determinación de la Configuración Interna del Manipulador. . . . .	49
3.3.1	Determinación de los Tres Primeros Grados de Libertad. . . . .	49
3.3.2	Determinación de los Tres Últimos Grados de Libertad. . . . .	59
<b>4</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTALES.</b>	<b>67</b>
4.1	Posicionamiento del Manipulador Utilizando el Mapeo. . . . .	67
4.1.1	Descripción. . . . .	67
4.1.2	Aplicación. . . . .	71
4.2	Posicionamiento del Manipulador sin Utilizar el Mapeo. . . . .	76
4.3	El error en el posicionamiento del manipulador. . . . .	77
<b>5</b>	<b>CONCLUSIONES.</b>	<b>81</b>
5.1	Trabajo a Futuro. . . . .	83
<b>A</b>	<b>Descripción de la Interfaz Gráfica.</b>	<b>85</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>91</b>

# Resumen

La imaginación del hombre, como principio de cualquier proyecto a realizar y el afán de la perfección, ha llevado al ser humano a tratar de realizar máquinas tan complejas como su imaginación se lo permita. Ha llegado al punto de tratar de imitar a su propia especie y verla reflejada en una máquina llamada robot. A pesar de que esta palabra puede ser asignada a un tipo especial de mecanismos automáticos, la ciencia ficción se ha encargado de que, cuando escuchamos esta palabra, nuestro pensamiento lo relacione con un humanoide o con una máquina que sea sumamente amistosa y servicial al ser humano. Sin duda alguna la ciencia ficción ha contribuido al gran interés por la robótica, esto ha despertado en el ser humano un gran interés por obtener los conocimientos necesarios para el desarrollo de nuevos robots, nuevas tecnologías, hasta lograr lo que hoy solo podemos observar en películas de ciencia ficción o en nuestra imaginación.



Figura 1: Arturito y 3PO, dos de los robots más famosos creados por la ciencia ficción.

En la actualidad, no podemos hablar de un avance tecnológico sin mencionar la palabra robots. Este tipo de máquinas ha tomado una gran fuerza en nuestra vida diaria. Los niveles de producción son cada día mayores y con una mejor calidad en cada producto que se elabora, dando oportunidad a observar que tan versátil resulta ser esta tecnología, sin mencionar que ahora es menor el riesgo

que tiene que tomar el obrero en su línea de producción. Esta es otra de las grandes utilidades que el robot ofrece al ser humano, ya que en un pasado todas las tareas que ofrecían un peligro eminente para su supervivencia eran realizadas por ellos mismos, a pesar del conocimiento del peligro, las realizaban a costa de su propia seguridad física.

En nuestro país debido al atraso científico con el que se cuenta, es tan vasto y virgen el campo de acción de este tipo de tecnología. Sin embargo, a últimas fechas ha surgido un gran impulso para el desarrollo de nuestra propia tecnología en los centros educativos del país, como es el caso de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, lugar donde se trata de implementar métodos para el posicionamiento de un robot industrial.

Con los grandes avances de la ciencia, la robótica ha seguido diferentes líneas de investigación. En el presente trabajo recepcional, se toma una de estas líneas de investigación que actualmente están en proceso. El método de manipulación de espacio de cámara(CSM)<sup>1</sup>, ofrece un campo de investigación muy amplio. Este método se originó en 1987 por, el Dr. Steven B. Skaar, inicialmente este método tuvo como finalidad el programa de Telerobotica Espacial de la NASA, cuya tarea era la de realizar acciones no repetitivas por medio de una comunicación entre robot y computadora y viceversa. Todo esto tiene el propósito de que el robot pudiera tomar muestras en atmósferas que son realmente adversas para el hombre. Este método ofrece también la utilización de una herramienta, que a últimas fechas es indispensable en nuestra vida cotidiana. La computadora ha tomado una popularidad e influencia muy importante en el desarrollo de nuevas perspectivas científicas, para lo cual será de vital importancia en nuestro trabajo de investigación. El enfoque que se desea darle al trabajo es que cualquier persona con un nivel de escolaridad técnica, sea capaz de manejar el posicionamiento del robot sobre una superficie cualesquiera, para llevar a cabo cualquier tarea que tenga que realizar el robot. Para poder realizar este objetivo es de vital importancia que el sistema de operación del robot sea muy sencillo y amigable, para que el operador no tenga dificultad al hacer uso del sistema. Teniendo en mente esto, se propuso crear una interfaz gráfica, Para realizar ésta se utilizó Visual C++, como software de apoyo y haciendo la interfaz en un ambiente Windows, aunado a esta interfaz y con la misma importancia, se utilizaron dos cámaras de video, simulando con éstas los ojos de la computadora. Así cuando el operario haga uso de la interfaz, será capaz de ver el área de trabajo en la cual desea que el robot desarrolle una cierta tarea, para lo cual bastara únicamente posicionar el ratón en el punto deseado del área de trabajo. Debido a la vastedad del tema solamente abarcamos en este trabajo la tarea de posicionamiento del robot sobre el área de trabajo y dejando pendiente la realización de tareas repetitivas y una optimización del sistema.

---

<sup>1</sup>por sus siglas en inglés.

# Índice de Figuras

1	Arturito y 3PO, dos de los robots más famosos creados por la ciencia ficción. . . . .	III
1.1	Laboratorio de Robótica, Facultad de Ingeniería. . . . .	1
1.2	Robot PUMA 761 y FANUC, Facultad de Ingeniería. . . . .	3
1.3	Cámaras de video utilizadas en el laboratorio de robótica. . . . .	4
2.1	Dimensiones para la convención de Denavit-Hartenberg. . . . .	9
2.2	Dimensiones del Robot Fanuc. . . . .	10
2.3	Comportamiento del robot al accionar la junta 2 en un robot normal (A), Comportamiento del robot al accionar la junta 2 para una configuración de paralelogramo (B). . . . .	10
2.4	Modelo Cinemático del Manipulador. . . . .	12
2.5	Equipo de Soldadura con el que cuenta el Robot. . . . .	15
2.6	Robot FANUC sin Herramienta. . . . .	16
2.7	Robot FANUC con Herramienta de Soldadura. . . . .	17
2.8	Robot con dos grados de libertad. . . . .	18
2.9	Tarjeta de Video DT3155. . . . .	20
2.10	Cámara de Video SONY SPT-M304. . . . .	21
2.11	Imágenes de la Herramienta del Robot con el Led de Referencia y Todos los Led's encendidos. . . . .	22
2.12	Detección de los Centroides para cada Imagen. . . . .	22
2.13	Representación del mapeo con dos cámaras. . . . .	24
2.14	Sistema de referencia unido a la cámara. . . . .	25
2.15	Imagen de las señales luminosas adheridas a la herramienta del manipulador. . . . .	28
2.16	Representación del sistema coordinado para la antorcha y las señales visuales. . . . .	29
2.17	Visualización de las señales luminosas sobre una imagen bidimensional. . . . .	31

2.18 Imagen de la herramienta hexagonal y representación del vector unitario sobre la herramienta. . . . .	31
3.1 Trayectoria preplaneada para la cámara 1. . . . .	38
3.2 Método de cámara de orificio. . . . .	42
3.3 Distancia desde el sistema coordenado de la cámara hasta el sistema coordenado del robot. . . . .	43
3.4 Sistema de referencia unido a la cámara. . . . .	44
3.5 Proyección en perspectiva de dos objetos de altura similar. . . . .	45
3.6 Proyección en perspectiva, vista desde un plano bidimensional. . . . .	45
3.7 Sistema coordenado sobre el cuerpo del objeto no manipulado. . . . .	54
3.8 Diagrama de flujo para los 3 primeros grados de libertad. . . . .	58
3.9 Acoplamiento de los sistemas coordenados en forma paralela. . . . .	59
3.10 Sistema coordenado de la herramienta paralelo al sistema coordenado del plano de trabajo. . . . .	61
3.11 Diagrama de flujo para los 3 últimos grados de libertad. . . . .	66
4.1 Señales visuales marcadas sobre la superficie de trabajo. . . . .	68
4.2 Plataforma de 2 grados de libertad, proyectando un punto luminoso con la ayuda del láser. . . . .	69
4.3 Diagrama de flujo para el mapeo. . . . .	70
4.4 Selección del punto objetivo en la cámara-1( $x=-4, y=-73$ ) y la determinación del punto objetivo para la cámara-2( $x=-6.72336, y=-62.3572$ ). . . . .	71
4.5 Determinación de muestras para el mapeo. . . . .	72
4.6 Determinación de las coordenadas para la cámara-2. . . . .	73
4.7 Obtención de los valores para la primera estimación. . . . .	74
4.8 Posicionamiento del manipulador en la primera estimación. . . . .	74
4.9 Posicionamiento del manipulador sobre el punto objetivo. . . . .	75
4.10 Posicionamiento del manipulador a diferentes velocidades(10,5 y 3%). . . . .	76
4.11 Determinación del error al posicionar el manipulador sobre el punto objetivo. . . . .	78
4.12 Determinación del punto tridimensional, los puntos objetivos en el espacio de cámara y gama. . . . .	80
A.1 Interfaz Gráfica. . . . .	86
A.2 Menu. . . . .	86
A.3 Toolbar. . . . .	87
A.4 Configuración. . . . .	87
A.5 Mapeo. . . . .	88

A.6	Parámetros de Visión. . . . .	89
A.7	Posicionamiento del Manipulador. . . . .	89
A.8	Diagrama de flujo para la interfaz gráfica. . . . .	90

# Índice de Tablas

2.1	resultados obtenidos de aplicar el método de Denavit-Hartenberg. . . . .	11
2.2	Ubicación de los led's en el sistema de referencia de la herramienta. . . . .	29
3.1	Puntos obtenidos para realizar la trayectoria preplaneada en la cámara 1. . . . .	36
3.2	Puntos obtenidos para realizar la trayectoria preplaneada en la cámara 1. . . . .	37
4.1	Determinación entre las coordenadas óptimas y las calculada con el mapeo. . . . .	73
4.2	Obtención de valores de juntas a diferentes velocidades. . . . .	75
4.3	Comparación de las juntas sin mapeo. . . . .	77
4.4	Comparación de las juntas del manipulador. . . . .	77
4.5	Comparación del punto tridimensional a diferentes velocidades. . . . .	79
4.6	Comparación de los puntos objetivos. . . . .	79

# ANTECEDENTES DEL LABORATORIO DE ROBÓTICA Y DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.

## **Inicio y Objetivo del Laboratorio de Robótica.**

El Laboratorio de Robótica que se encuentra en las instalaciones de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, fue inaugurado en el mes de octubre de 1999, dando origen a una nueva línea de investigación en la Facultad de Ingeniería.

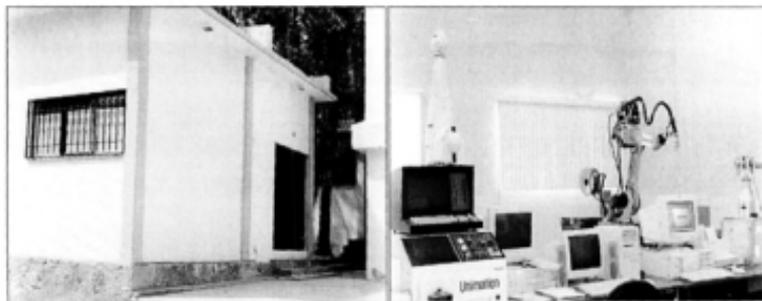


Figura 1.1: Laboratorio de Robótica, Facultad de Ingeniería.

El objetivo del Laboratorio de Robótica, no es solamente el de investigación en el área de posgrado (CIEP) de la Facultad de Ingeniería, sino también tiene la tarea de complementar la formación académica de los alumnos de licenciatura, con el fin de familiarizarlos con equipo disponible en los centros de trabajo en que se desempeñen al final de su carrera. Otra de las tareas que tiene este laboratorio es la de proporcionar una capacitación a los profesores, con el objetivo de que ellos se encuentren a la vanguardia en cuanto a los adelantos tecnológicos y científicos con los que cuenta la institución. En la actualidad el laboratorio cuenta con un equipo de vanguardia que a continuación se describe:

- Robot FANUC ARC Mate 100i con un sistema R-J2 , el cual cuenta con un equipo de soldadura de arco (MIG-TIG) especialmente diseñado para este tipo de robot, así como con 6 grados de libertad. Además, entre otros elementos, cuenta con un puerto de comunicación Ethernet, con un protocolo TCP/IP para establecer la comunicación entre el robot y una computadora personal.
- Robot UNIMATE PUMA 700 con 6 grados de libertad. A este tipo de robot se le puede instalar cualquier tipo de herramienta, siempre y cuando no sobrepase su capacidad de carga de 10 Kg.
- Dos Tarjetas de adquisición de Imágenes de Video (Data Translation con 640x480 pixeles de resolución) conectada a una computadora personal y Dos Cámaras de Video (SONY Modelo SPT-M304/Zoom 25-75mm).
- Apuntadores láser que requieren una alimentación de 6 Vdc, 5mW con un generador de luz estructurada que consiste en una matriz de 7x7 haces de luz. También se puede proyectar un solo punto.
- Plataforma de 2 grados de libertad, con la cual se pueden realizar diversos movimientos con los apuntadores.

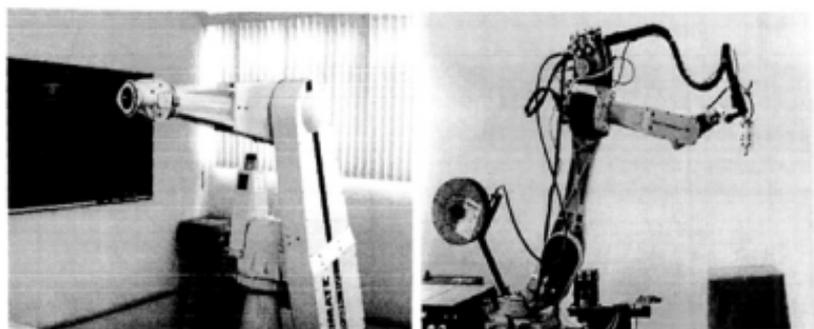


Figura 1.2: Robot PUMA 761 y FANUC, Facultad de Ingeniería.

## 1.1 Descripción del Método de Manipulación de Espacio de Cámara.

La descripción de este método será de forma muy general, con la idea de proporcionar una idea de los fundamentos de este método y qué se puede esperar del mismo. Algunos términos aquí utilizados no se explicarán sino hasta los siguientes capítulos.

La idea de este método es de posicionar de manera precisa, utilizando un robot y visión por computadora, un objeto manipulable con respecto a una pieza de trabajo, la cual puede denominarse como objeto no manipulable. Esto se logra observando la superficie de trabajo por medio de las cámaras de video como las que se ilustran en la fig.1.3, colocadas de tal manera que puedan cubrir toda la superficie de trabajo elegida, para poder posicionar exitosamente al robot en cualquier punto sobre esta superficie. Aunque parece simple realmente se necesita de un proceso complejo para llevar a cabo este objetivo. Lo primero que se tiene que resolver es la comunicación entre el robot y una computadora personal, para poder transmitir datos y que el robot pueda ser capaz de ejecutar la orden que se le da y al finalizar, pueda retroalimentar al algoritmo con la nueva posición que ha alcanzado, para determinar la siguiente posición. Ya solucionado el problema de la comunicación se implementa el método de manipulación de espacio de cámara (CSM)<sup>1</sup>. Este método es una técnica que usa visión por computadora y que no requiere de un proceso de calibración ni del robot ni del sistema de visión. Antes de iniciar una tarea de posicionamiento, se requiere de una determinación inicial de seis parámetros de visión. Para tal determinación se realiza una secuencia de trayectorias preplaneadas sobre la superficie de trabajo, a lo largo de la cual se toman muestras

<sup>1</sup>Camera-Space Manipulation

de la configuración del manipulador<sup>2</sup> así como de la posición en el espacio de cámara de las señales visuales colocadas sobre el objeto manipulable. Esta estimación inicial sirve para determinar la trayectoria de aproximación del manipulador hacia la pieza de trabajo, a lo largo de la cual se adquieren nuevas muestras de la posición del manipulador y de la localización en el plano de la imagen de las señales visuales que se usan para refinar aun más la estimación de los seis parámetros de visión. La configuración del manipulador se determina de tal manera que es posible reconciliar las señales colocadas en el manipulador con la posición final del objeto definida en el mismo plano de la imagen bidimensional, que puede observarse en el monitor de la computadora.

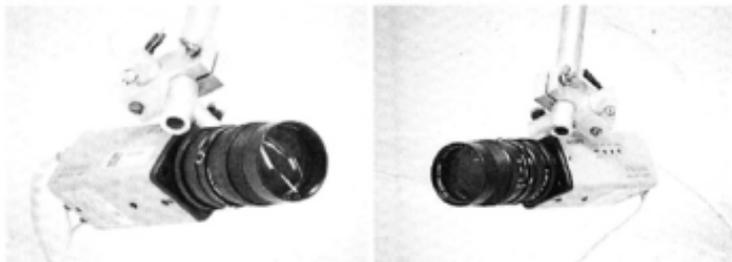


Figura 1.3: Cámaras de video utilizadas en el laboratorio de robótica.

## 1.2 Objetivos y Resultados Esperados.

El objetivo que se persigue, es el de posicionar el manipulador sobre una superficie cualquiera haciendo uso de un enfoque basado en el *desacoplamiento cinemático*. Dicho enfoque consiste en resolver los seis grados de libertad del manipulador en dos partes: Utilizando el método de manipulación de espacio de cámara para los tres primeros grados de libertad y para los tres últimos grados de libertad una metodología alternativa de estimación de la que se dará una explicación más amplia en los siguientes capítulos.

Al definir el objetivo ya mencionado, se describirán ahora los resultados que desean obtenerse:

- Implementación de un algoritmo que pueda detectar los centroides de las marcas luminosas en la herramienta del manipulador, así como en el objeto no manipulable.

<sup>2</sup>se refiere al robot.

- Determinación de un algoritmo basado en el método de manipulación de espacio de cámara, para obtener los tres primeros grados de libertad del manipulador.
- Determinación de un algoritmo que ejecute el método alternativo de estimación, para obtener los tres últimos grados de libertad del manipulador.
- La creación de una interfaz gráfica que permita reunir todos los algoritmos para realizar el posicionamiento del manipulador. Con esta interfaz es posible elegir el punto deseado donde se quiera posicionar al manipulador, por medio del ratón al colocar el puntero sobre la imagen que capte la cámara de selección de la superficie de trabajo. Una vez seleccionado, el sistema realizará los pasos necesarios para que el manipulador alcance esa posición, hasta ubicarlo lo más cercano al punto deseado.

### 1.3 Lenguajes de Programación.

En el presente trabajo se podrá observar que una de las partes fundamentales para su realización, es la programación en diferentes lenguajes tales como C, Visual C++ y Arctool. A continuación se hará una breve descripción de cada lenguaje.

- C es uno de los lenguajes de programación más extendidos y apreciados por todo el mundo, pero C también tiene sus límites, esto es debido a que cuando se hacen programas demasiado grandes pueden ser muy complejos. Esto dio paso al origen de C++ que permite hacer divisiones de estos grandes programas. En esencia C++ permite al programador que administre y entienda programas más largos y complejos. Ahora que ya se dio una pequeña descripción de C/C++, se hará una descripción de Visual C++. Este tipo de programación permite ver como lucirá la aplicación antes de que se ejecute el programa. Con el teclado puede escribirse el código necesario para entrelazar las herramientas que se encuentran en la ventana de aplicación, para que cuando uno de estos controles sea accionado, realice o despliegue las operaciones que fueron asignadas a cada uno de estos controles.
- Arctool, es un tipo de lenguaje de programación que es de uso exclusivo para el robot FANUC ARC Mate 100i. Este lenguaje facilita la programación de las tareas de soldadura que pueden realizarse con este manipulador.



# CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.

## 2.1 Robótica.

### 2.1.1 Modelo Cinemático del Manipulador FANUC ARCMate 100i R-J2.

Antes de pasar directamente al análisis del modelo cinemático del manipulador (Fanic ARCMate 100i), se hará una breve descripción del análisis de cinemática directa. Al realizar el análisis cinemático, se puede considerar a un robot como un conjunto de eslabones rígidos conectados en varios puntos. El objetivo del análisis cinemático directo es determinar el efecto acumulativo de todo el conjunto de variables de junta para un manipulador dado. En otras palabras, se trata de relacionar a un conjunto de sistemas coordenados, con cada eslabón del robot. Considerando la base del robot como el marco de referencia fijo, a este eslabón se le considera número cero, a partir de éste se enumeran los demás eslabones,  $i=1, \dots, n-1$ , hasta la punta de la herramienta del manipulador y con una serie de rotaciones y traslaciones se puede relacionar el marco de referencia en la base con el último eslabón. Todo este análisis puede ser muy tedioso y laborioso de modo que para facilitararlo, se puede hacer uso de la representación de Denavit-Hartenberg, que es una convención usada para la selección sistemática de los sistemas coordenados asignados a cada eslabón.

En esta convención cada transformación homogénea  $A_i$ , está representada por un producto de cuatro transformaciones básicas, es decir:

$$A_i = Rot_{z, \theta_i} Trans_{z, d_i} Trans_{x, a_i} Rot_{x, \alpha_i}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \Theta_i & -\sin \Theta_i \cos \alpha_i & \sin \Theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \Theta_i \\ \sin \Theta_i & \cos \Theta_i \cos \alpha_i & -\cos \Theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \Theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Los parámetros  $a_i, d_i, \Theta_i$  y  $\alpha_i$  están relacionados al eslabón  $i$ . Al parámetro  $a_i$  se le conoce como longitud,  $\alpha_i$  representa un giro,  $d_i$  representa la distancia o el desplazamiento y finalmente  $\Theta_i$  representa el ángulo. La matriz  $A_i$  es una función de una sola variable y tres de los cuatro parámetros son constantes para un eslabón determinado. En el caso de una junta o articulación de revoluta  $\Theta_i$  es variable, mientras que  $d_i$  es variable para una junta de tipo prismático. Ver figura 2.1.

Los sistemas coordenados para cada eslabón deberán formar un sistema coordenado de mano derecha, tomando en cuenta que el eje Z de tal sistema representa el eje de la junta en cada eslabón y estableciendo el marco de referencia en el origen, se puede resumir el método de Denavit-Hartenberg en los siguientes pasos:

1. Localice el origen del sistema coordenado  $x_i, y_i, z_i$  en el punto donde la normal común a  $z_i$  y  $z_{i-1}$  intersece a  $z_i$ . Vea la fig.(2.1).

En caso que los ejes  $z_i$  y  $z_{i-1}$  se intersecten, localice el origen de  $x_i, y_i, z_i$  en esta intersección.

En caso que los ejes  $z_i$  y  $z_{i-1}$  sean paralelos, localice el origen de  $x_i, y_i, z_i$  en la junta  $i$ .

2. Establezca  $x_i$  a lo largo de la normal común entre los ejes  $z_i$  y  $z_{i-1}$ , a través del origen del sistema  $x_i, y_i, z_i$  localizado en el paso anterior. En el caso de que los ejes  $z_{i-1}$  y  $z_i$  se intersecten, establezca  $x_i$  en una dirección normal al plano formado por los ejes  $z_{i-1}$  y  $z_i$ .
3. Establezca  $y_i$  para completar un sistema coordenado de mano derecha.
4. Establezca un sistema de coordenadas en el extremo del manipulador o en la herramienta colocada en esta posición.
5. Defina una tabla de los parámetros de eslabón  $a_i, d_i, \Theta_i$  y  $\alpha_i$ .

- $a_i$  es la distancia medida a lo largo del eje  $x_i$ , desde el origen del sistema coordenado  $x_i, y_i, z_i$  hasta la intersección de los ejes  $x_i$  y  $z_{i-1}$ .
- $d_i$  es la distancia medida a lo largo del eje  $z_{i-1}$  desde el origen del sistema coordenado  $x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}$ , hasta la intersección de los ejes  $x_i$  y  $z_{i-1}$ . Este parámetro es variable si la junta  $i$  es prismática.
- $\alpha_i$  es el ángulo entre los ejes  $z_{i-1}$  y  $z_i$  medido alrededor del eje  $x_i$ .

- $\Theta_i$  es el ángulo entre  $x_{i-1}$  y  $x_i$  medido alrededor del eje  $z_{i-1}$ . Este parámetro es variable si la junta  $i$  es de revoluta.

Una vez realizados estos pasos, formaremos las matrices de transformación homogénea  $A_i$ , después formaremos la matriz de transformación  $A_{T0/n} = A_1 \dots A_n$ . Esta matriz proporciona la orientación y la posición de la herramienta en función del sistema coordinado en la base  $x_0, y_0, z_0$ .

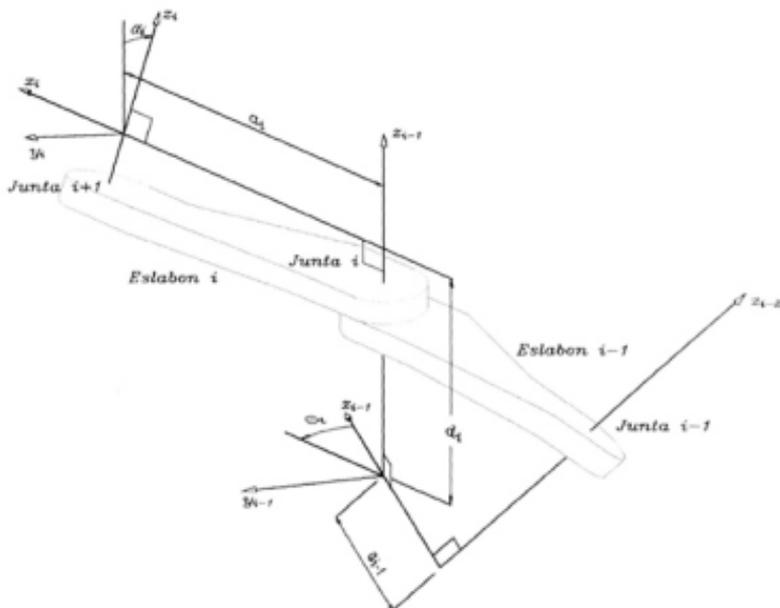


Figura 2.1: Dimensiones para la convención de Denavit-Hartenberg.

El método de Denavit-Hartenberg, no se puede aplicar directamente al manipulador FANUC ARC Mate 100i fig.2.2, debido a que éste tiene un comportamiento diferente en las juntas 2 y 3. Cuando se realiza un movimiento con éstas, la junta 3 permanece paralela al plano de trabajo, simulando una configuración de paralelogramo. Vea la fig.2.3.

## Fanuc ARCmate 100i

## Todas las dimensiones en mm

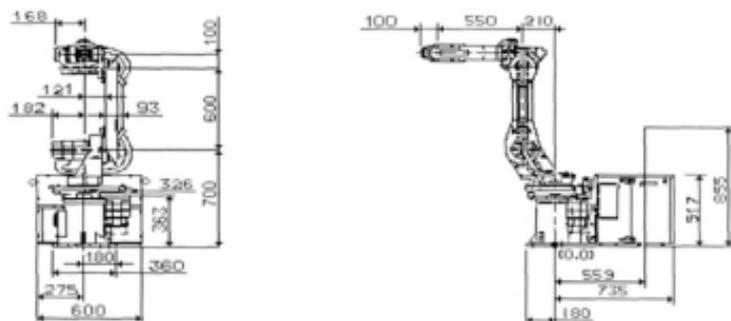


Figura 2.2: Dimensiones del Robot Fanuc.

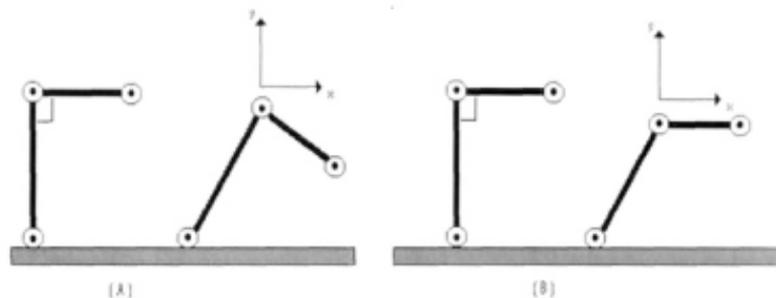


Figura 2.3: Comportamiento del robot al accionar la junta 2 en un robot normal (A), Comportamiento del robot al accionar la junta 2 para una configuración de paralelogramo (B).

Considerando el comportamiento de las juntas 2 y 3, solamente se pudo aplicar el método de Denavit-Hartenberg a las juntas 1,4,5 y 6. Un esquema cinemático del manipulador<sup>1</sup> se puede ver en la fig.2.4, una vez analizado éste, se obtienen los siguientes resultados que se pueden ver en la tabla 2.1.

Junta	$a_i$	$d_i$	$\alpha_i$	$\Theta_i$
1	100	0	-90	$\Theta_1$
2	-	-	-	-
3	-	-	-	-
4	0	-600	90	$\Theta_4$
5	0	0	-90	$\Theta_5$
6	0	-210	180	$\Theta_6$

Tabla 2.1: resultados obtenidos de aplicar el método de Denavit-Hartenberg.

Sustituyendo cada uno de los valores que se obtuvieron en la ec.2.1, se obtiene un conjunto de matrices homogéneas.

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_1 & 0 & -\sin \Theta_1 & 210 \cos \Theta_1 \\ \sin \Theta_1 & 0 & \cos \Theta_1 & 210 \sin \Theta_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_4 & 0 & \sin \Theta_4 & 0 \\ \sin \Theta_4 & 0 & -\cos \Theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -550 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_5 & 0 & -\sin \Theta_5 & 0 \\ \sin \Theta_5 & 0 & \cos \Theta_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_6 & \sin \Theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \Theta_6 & -\cos \Theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para las juntas 2 y 3 se hizo el siguiente análisis. En la junta 2, se obtuvo la siguiente rotación y traslaciones.

$$A_2 = Rot_{y,180} Trans_{z,a} Trans_{y,b}$$

<sup>1</sup>Todas las distancias del manipulador son en mm.

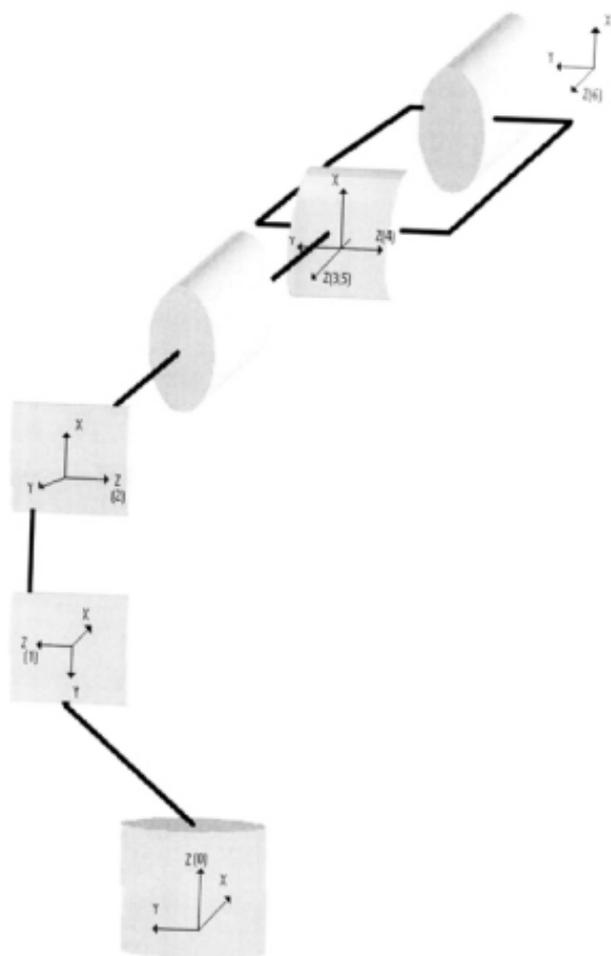


Figura 2.4: Modelo Cinemático del Manipulador.

donde

$$\begin{aligned}a &= -600 \sin \Theta_2 \\ b &= -600 \cos \Theta_2\end{aligned}$$

Al sustituir estos valores en un conjunto básico de transformaciones homogéneas y realizando sus productos se obtiene la siguiente matriz homogénea.

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -600 \sin \Theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & -600 \cos \Theta_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Para la junta 3, se realizó el siguiente análisis.

$$A_3 = Rot_{z, \Theta_3} Trans_{y, c} Rot_{z, \Upsilon_1} Rot_{x, \Upsilon_2}$$

donde

$$\begin{aligned}c &= -100 \\ \Upsilon_1 &= -90^\circ \\ \Upsilon_2 &= -90^\circ\end{aligned}$$

Al igual que para la junta 2, se hace la sustitución y el producto de matrices para obtener el siguiente resultado.

$$A_3 = \begin{bmatrix} \sin \Theta_3 & 0 & \cos \Theta_3 & 100 \sin \Theta_3 \\ -\cos \Theta_3 & 0 & -\sin \Theta_3 & -100 \cos \Theta_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Concluido el análisis para todas las juntas, se forma la matriz de transformación  $A_{T0/6}$ .

$$A_{T0/6} = A_1 * A_2 * A_3 * A_4 * A_5 * A_6 \quad (2.4)$$

Esta matriz también se puede representar de la siguiente forma:

$$A_{0/6} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & d_x \\ n_y & s_y & a_y & d_y \\ n_z & s_z & a_z & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Con el contenido de la matriz  $A_{T0,6}$ , se puede conocer la posición tridimensional del origen del último sistema coordenado en el robot FANUC realizando el siguiente producto.

$$\mathbf{P} = A_{T0,6} * [0, 0, 0, 1]^T \quad (2.6)$$

De donde el vector  $\mathbf{P}$  es de la siguiente forma:

$$\mathbf{P} = [x, y, z, 1]^T \quad (2.7)$$

De dicho vector ( $\mathbf{P}$ ), se pueden obtener las coordenadas  $(x,y,z)$  que corresponden al origen del último sistema coordenado del robot FANUC.

La matriz que describe la orientación del extremo del manipulador, es la siguiente:

$$R = Rot_{z,r} Rot_{y,p} Rot_{x,w}$$

realizando el producto matricial se obtiene la siguiente matriz:

$$R = \begin{bmatrix} C(r)C(p) & -S(r)C(w) + C(r)S(p)S(w) & S(r)S(w) + C(r)S(p)C(w) & 0 \\ S(r)C(p) & C(r)C(w) + S(r)S(p)S(w) & -C(r)S(w) + S(r)S(p)C(w) & 0 \\ -S(p) & C(p)S(w) & C(p)C(w) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

donde

$$C = \text{coseno y } S = \text{seno.}$$

En donde  $w, p$  y  $r$  representan los ángulos de orientación. De tal forma que las rotaciones sucesivas son relativas a un sistema de coordenadas fijos. Es decir, una rotación alrededor del eje  $z$  un ángulo  $r$ , así, sucesivamente para  $x$  un ángulo  $w$  y  $y$  un ángulo  $p$ . El siguiente paso será obtener el valor para cada una de las variables  $(w, p, r)$ , esto se puede obtener al igualar la ec.2.5 y la ec.2.8. De esta igualación se obtienen los siguientes resultados:

$$p = -\arcsin(nz)$$

$$r = \arctan(ny/nx)$$

Para calcular el ángulo  $w$  existen dos casos que dependen del ángulo  $r$ , si éste es igual a cero, el ángulo  $w$  se obtiene de la siguiente manera.

$$w = \arctan(-ay/sy)$$

si  $r$  es diferente de cero.

$$w = \arctan(sz/az)$$

Como resultado de la multiplicación de estas matrices, se obtendrá una matriz de transformación, que proporcionará la posición y la orientación del manipulador.

### 2.1.2 Matriz de Transformación Homogénea de la Herramienta del Manipulador.

Para la determinación de la matriz de la herramienta, llamada también matriz  $E$ , será necesario saber las dimensiones de la herramienta, para poder obtener los datos necesarios y así conjuntar esta matriz. La herramienta con la que cuenta el manipulador es un equipo de soldadura de arco(MIG-TIG), con el cual se pueden soldar diferentes tipo de materiales.

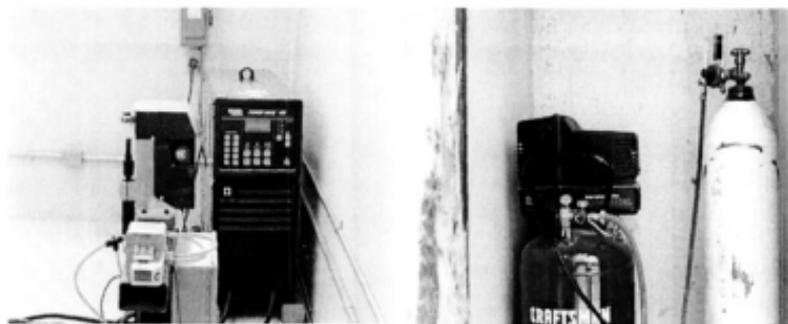


Figura 2.5: Equipo de Soldadura con el que cuenta el Robot.

Si las coordenadas en la punta de la herramienta del manipulador, estuvieran en la misma dirección que las coordenadas del último eslabón del manipulador<sup>2</sup>, es decir, si el eje  $z_0$  esta en la misma dirección que el eje  $z_e$  y lo único que los separa es una distancia  $x$ , la matriz  $E$  se podría obtener con una simple traslación. Ver fig.2.6.

<sup>2</sup>es decir hasta el extremo del robot (fig.2.6), sin herramienta.

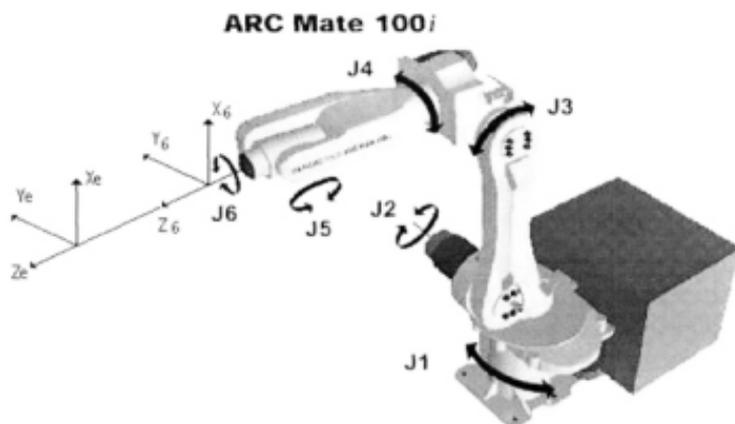


Figura 2.6: Robot FANUC sin Herramienta.

Pero como se puede observar en la fig.2.7, la herramienta no tiene un sistema coordenado con el cual se pueda hacer una traslación simple para obtener la matriz  $E$ . Para obtener esta matriz se utilizó el método de los seis puntos<sup>3</sup> que define la localización y orientación del marco de la herramienta, cuando los valores no pueden ser calculados. Siguiendo todos los pasos necesarios de este método se obtuvieron del sistema los siguientes valores:

$$\begin{aligned} x &= -217.5 & y &= 16.6 & z &= 125.4 \\ w &= 4.7^\circ & p &= -64.2^\circ & r &= 174.4^\circ \end{aligned}$$

Estos valores se sustituyen en las siguiente matriz que define a  $E$ .

$$E = \begin{bmatrix} C(r)C(p) & -S(r)C(w) + C(r)S(p)S(w) & S(r)S(w) + C(r)S(p)C(w) & x \\ S(r)C(p) & C(r)C(w) + S(r)S(p)S(w) & -C(r)S(w) + S(r)S(p)C(w) & y \\ -S(p) & C(p)S(w) & C(p)C(w) & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

donde

C = coseno y S = seno.

<sup>3</sup>Six Point Method, obtenido del Manual de Operaciones del manipulador FANUC.

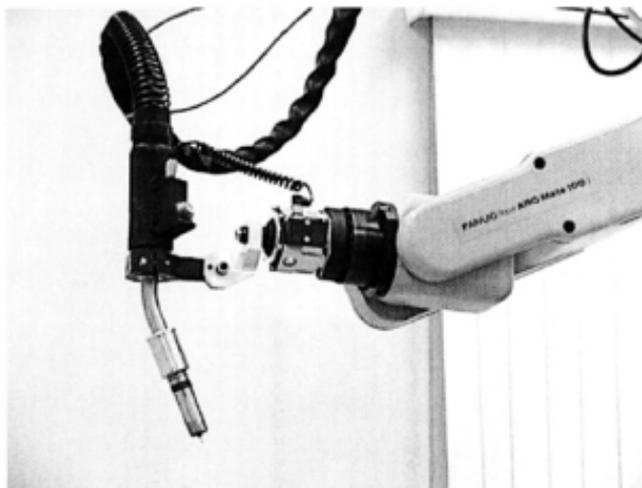


Figura 2.7: Robot FANUC con Herramienta de Soldadura.

Por lo tanto, el modelo cinemático es representado de la siguiente manera,

$$T(\theta) = A_1 * A_2 * A_3 * A_4 * A_5 * A_6 * E \quad (2.10)$$

### 2.1.3 Cinemática Inversa.

El objetivo de la cinemática inversa es el de encontrar las variables de las juntas en términos de la posición y orientación del extremo del manipulador. Este cálculo es en general más difícil de resolver que el problema de cinemática directa que se describió en la sección anterior, para el caso del robot FANUC usado en los experimentos.

La solución del problema de la cinemática inversa puede realizarse encontrando una solución explícita de las variables de junta o por medio de un algoritmo numérico. La solución numérica consiste en definir un procedimiento iterativo que lleve a la solución de las variables de junta a partir de una solución inicial conocida. En general se prefiere una solución explícita a una numérica por las siguientes dos razones:

1. Por la rapidez para obtener una solución. En este caso una solución explícita es más rápida de obtener que una numérica.
2. Por el hecho de que la solución de las ecuaciones del modelo cinemático producirán en general, múltiples opciones. Teniendo una solución explícita, es posible desarrollar reglas para la selección de una solución particular.

A continuación para explicar el concepto de cinemática inversa, se considerará un robot de dos grados de libertad que se muestra en la fig.2.8. Para poder alcanzar la posición  $(x,y)$  del origen del sistema coordenado  $x_2y_2$ , aplicaremos el análisis de cinemática inversa para obtener los valores de las juntas  $\Theta_1$  y  $\Theta_2$ .

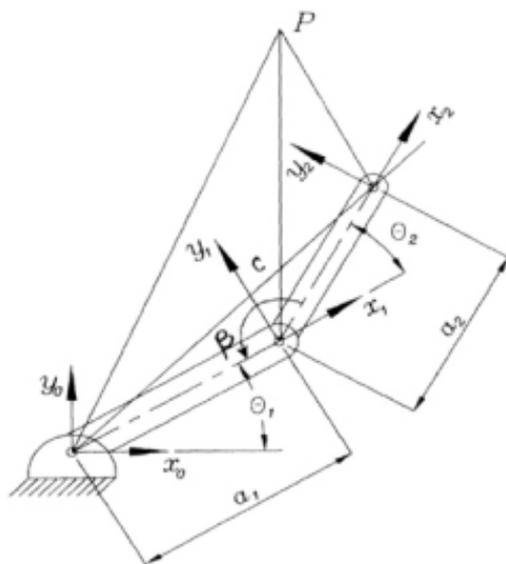


Figura 2.8: Robot con dos grados de libertad.

El primer paso será calcular  $\Theta_2$ . Conociendo  $a_1$ ,  $a_2$  y  $c$ , se puede determinar el ángulo  $\beta$  haciendo uso de la ley de los cosenos, que da como resultado lo siguiente:

$$\begin{aligned}\cos(\Theta_2) &= \cos(\pi - \beta) \\ c^2 &= a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2\cos(\pi - \beta)\end{aligned}$$

Usando identidades trigonométricas se puede deducir lo siguiente.

$$\Theta_2 = \arccos \frac{c^2 - (a_1^2 + a_2^2)}{2a_1a_2}$$

Ahora se encontrará  $\Theta_1$ , a partir de,

$$\tan(\Theta_2) = \frac{\sin(\Theta_2)}{\cos(\Theta_2)}$$

haciendo uso de las funciones trigonométricas se tiene que,

$$\Theta_2 = \arctan \frac{\pm \sqrt{1 - \cos(\Theta_2)^2}}{\cos(\Theta_2)}$$

La solución obtenida de  $\Theta_2$  muestra que existen dos soluciones para este problema, una que se denomina codo arriba, que representa la solución positiva y otra de codo abajo, que representa la solución negativa.

$$\Theta_1 = \arctan \frac{y}{x} - \arctan \frac{a_2 \sin(\Theta_2)}{a_1 + a_2 \cos(\Theta_2)}$$

Con la obtención de las juntas  $\Theta_1$  y  $\Theta_2$ , se concluye esta pequeña demostración sobre cinemática inversa, no sin antes mencionar que el análisis de la cinemática inversa, para manipuladores de seis grados de libertad puede separarse en dos problemas más sencillos. Esto se debe a que en manipuladores que cuentan con seis articulaciones (grados de libertad) con las tres últimas intersectándose en un punto es decir, con una muñeca de configuración esférica, se puede analizar al manipulador en dos partes, en la primera se resuelven los tres primeros grados de libertad y en la segunda los tres restantes. Una idea similar en el sentido de resolver por partes la configuración del robot, se utilizará para determinar los ángulos de las juntas del manipulador para que alcance una serie de objetivos definidos en espacio de cámara.

## 2.2 Visión por Computadora.

### 2.2.1 Características del Equipo de Video Utilizado en el Laboratorio.

El equipo de video que se utiliza en el laboratorio de robótica, cumple una de las más importantes funciones en el método de manipulación de espacio de cámara, es decir, este equipo de video tiene la tarea de proporcionar las imágenes que auxiliarán al posicionamiento del manipulador. Ahora se describirán las dos partes principales que conforman el equipo de video.

1. La tarjeta de video DT3155 (Fabricado por Data Translation), es recomendable para aplicaciones en las que se requiere de gran exactitud y un bajo índice de ruido. Este tipo de tarjeta puede trabajar hasta con 14 cámaras de video. En el presente trabajo solamente se ocuparon dos cámaras, que es lo mínimo que exige el método de manipulación de espacio de cámara para un posicionamiento tridimensional. Además, para tener un óptimo funcionamiento de la tarjeta, fue necesario que la computadora personal contara con suficiente memoria RAM para poder desplegar las imágenes captadas por las cámaras.

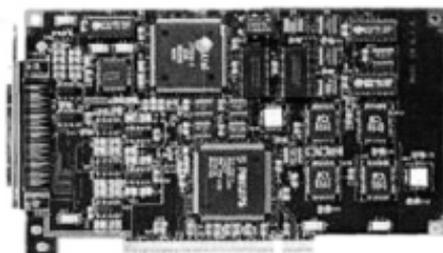


Figura 2.9: Tarjeta de Video DT3155.

2. Las cámaras de video SONY modelo SPT-M304 monocromáticas, las cuales cuentan con lentes que tienen un rango de 12.5 - 75 mm de distancia focal, además cuentan con una alta resolución y un buen desempeño. Con este tipo de cámaras se obtendrán las imágenes de la superficie de trabajo, que serán analizadas posteriormente usando la interfaz gráfica.

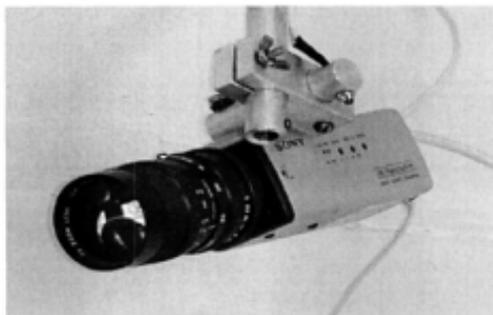


Figura 2.10: Cámara de Video SONY SPT-M304.

### 2.2.2 Análisis y Procesamiento de una Imagen.

El análisis que se utilizó para el procesamiento de imágenes fue la técnica de intensidad luminosa. Para este tipo de análisis existen otros tipos de técnicas, pero se consideró ésta debido a su rapidez y seguridad para el procesamiento de las diferentes imágenes que son captadas con las cámaras de video. Esta técnica consiste en hacer un barrido en la imagen, lo que puede considerarse como una matriz de  $640 \times 480$  píxeles, donde se tienen diferentes niveles de intensidad que van desde el color negro que tiene un valor de cero, hasta un color blanco que tiene un valor de 255. Cuando se analiza alguna imagen lo que se desea es encontrar los centroides de las manchas luminosas que se encuentran sobre la herramienta del manipulador o que se encuentran sobre la superficie de trabajo. Al hacer esto, lo primero que se escoge es un nivel de umbral muy cercano al color blanco, por ejemplo 250. Posteriormente se hará un barrido de izquierda a derecha hasta localizar todas las manchas que se encuentran en la imagen. Ya obtenidas todas, el algoritmo marca las condiciones necesarias para establecer cuales píxeles corresponden a una sola mancha. Cuando este paso termina, empieza el cálculo del promedio de todos los píxeles que corresponden a una sola mancha. Con la finalidad de encontrar el centroide  $(\bar{X}, \bar{Y})$  de cada una se utilizan las siguientes fórmulas matemáticas.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i I_i}{\sum_{i=1}^m I_i}; \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^m Y_i I_i}{\sum_{i=1}^m I_i} \quad (2.11)$$

donde  $X_i$  y  $Y_i$  son las coordenadas del  $i$ -ésimo píxel que pertenece a una misma mancha luminosa,  $I_i$  es la intensidad del píxel y  $m$  representa el número de píxeles con los que cuenta la mancha.

En las siguientes figuras, se podrá observar una imagen sin detectar sus centroides (fig.2.11) y en la siguiente (fig.2.12) se muestra otra imagen, pero ahora con sus centroides marcados por medio del análisis de imágenes. De esta manera es como se realiza la detección de los centroides. Cabe mencionar que la diferencia que existe entre ésta y otras técnicas de detección (la técnica de imagen binaria, la técnica de detección de bordes, etc.) es casi nula, por lo que podemos asegurar que si se utilizara otra técnica no se podrá observar una diferencia que sea realmente significativa.

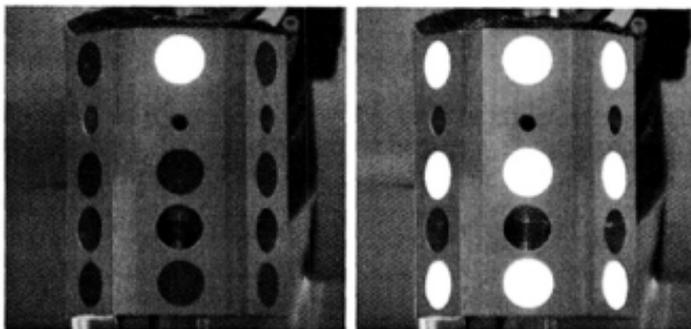


Figura 2.11: Imágenes de la Herramienta del Robot con el Led de Referencia y Todos los Led's encendidos.

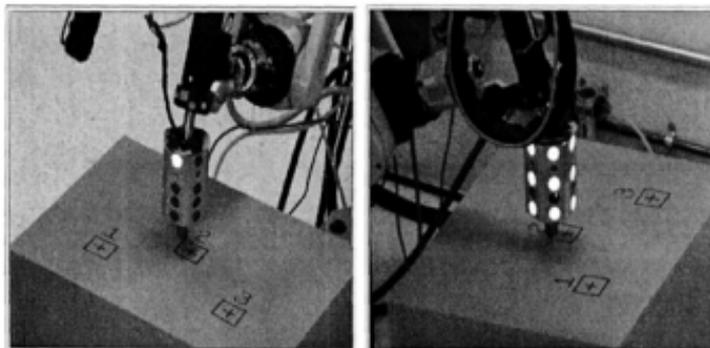


Figura 2.12: Detección de los Centroides para cada Imagen.

### 2.2.3 Características del Mapeo.

El método de manipulación de espacio de cámara, requiere como mínimo del uso de dos cámaras de video para poder realizar alguna tarea tridimensional con el manipulador. Actualmente en el laboratorio de robótica se cuenta con dos cámaras, a una de estas cámaras se le asigna el nombre de cámara de observación o cámara principal, con la cual se trabaja durante todo el proceso. Al contar con dos cámaras se enfrenta al problema de como relacionar los dos espacios diferentes que generan éstas. Para solucionar este problema, se utilizará un método de mapeo para poder relacionar estos espacios y esto se logrará utilizando una transformación lineal descrita por las siguientes ecuaciones:

$$X_i = ax_i + by_i + c; \quad Y_i = dx_i + ey_i + f \quad (2.12)$$

donde las coordenadas  $(X_i, Y_i)$  corresponden a las coordenadas del centroide de las marcas en el primer espacio y  $(x_i, y_i)$  corresponde al segundo espacio. Para realizar la estimación de los valores de  $a, b, c, d, e, f$  se requiere un mínimo de 3 puntos. Debido a la presencia de incertidumbre en las mediciones, se encontró experimentalmente que es conveniente usar 10 o más puntos para definir los parámetros  $a, \dots, f$ . Esto se hace por medio de la metodología descrita a continuación, la cual puede aceptar desde 3 hasta  $n$  puntos.

El proceso de estimación de los parámetros  $a$  a  $f$  puede ser obtenido al minimizar la siguiente función:

$$\phi = \sum_{i=1}^n [(X_i - ax_i - by_i - c)^2 + (Y_i - dx_i - ey_i - f)^2] \quad (2.13)$$

Las condiciones necesarias para lograr la minimización se resumen en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \phi}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n [(X_i x_i - ax_i^2 - by_i x_i - cx_i)] = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n [(X_i y_i - ax_i y_i - by_i^2 - cy_i)] = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} = -2 \sum_{i=1}^n [(X_i - ax_i - by_i - c)] = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial d} = -2 \sum_{i=1}^n [(Y_i x_i - dx_i^2 - ey_i x_i - fx_i)] = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial e} = -2 \sum_{i=1}^n [(Y_i y_i - dx_i y_i - ey_i^2 - fy_i)] = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial f} = -2 \sum_{i=1}^n [(Y_i - dx_i - ey_i - f)] = 0$$

que pueden manipularse para obtener el siguiente arreglo matricial:

$$\begin{bmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum X_i x_i \\ \sum X_i y_i \\ \sum X_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y_i x_i \\ \sum Y_i y_i \\ \sum Y_i \end{bmatrix}$$

Las sumatorias son evaluadas desde  $i=1$  hasta  $n$  puntos. Este modelo permite relacionar un punto que se encuentra en la cámara de observación con el mismo punto detectado en la imagen obtenida de una segunda cámara. Vea fig.2.13.

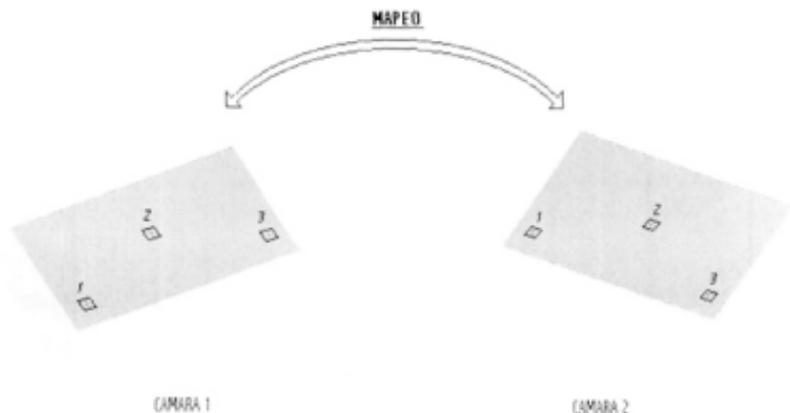


Figura 2.13: Representación del mapeo con dos cámaras.

## 2.3 Manipulación de Espacio de Cámara.

### 2.3.1 Modelo de Cámara.

Para lograr una correspondencia de un punto en un espacio físico tridimensional (3D) y el plano de la imagen bidimensional (2D), se usa una proyección en perspectiva descrita por medio del *modelo de cámara de orificio*. Cuando un punto de coordenadas  $(X_i, Y_i, Z_i)$  referidas a un sistema de coordenadas unida a la cámara es detectado, las coordenadas del punto correspondiente en el plano de la imagen  $(x_i, y_i)$  pueden modelarse de manera muy precisa utilizando las siguientes ecuaciones:

$$x_{ci} = f \frac{X_i}{Z_i}; \quad Y_{ci} = f \frac{Y_i}{Z_i} \quad (2.14)$$

donde  $f$  es la longitud focal efectiva de la cámara. En la siguiente figura 2.14, se aprecia que el eje  $Z$  está dirigido en la dirección del eje óptico de la cámara.

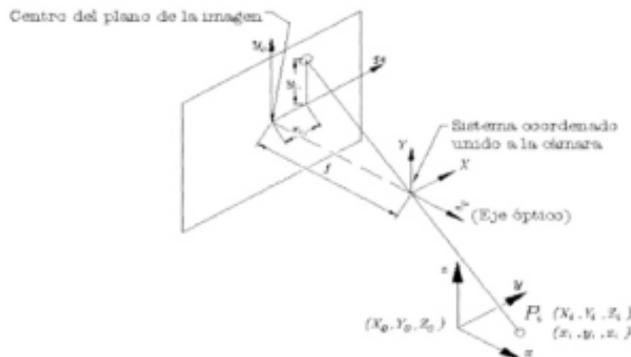


Figura 2.14: Sistema de referencia unido a la cámara.

Los puntos especificados en el marco de referencia unido a la cámara pueden referirse a un segundo sistema coordenado  $x,y,z$  usando la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 & 2(e_2e_3 + e_1e_4) & 2(e_2e_4 - e_1e_3) & X_o \\ 2(e_2e_3 - e_1e_4) & e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 & 2(e_3e_4 + e_1e_2) & Y_o \\ 2(e_2e_4 + e_1e_3) & 2(e_3e_4 - e_1e_2) & e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2 & Z_o \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde las cantidades  $e_1, \dots, e_4$  representan los cuatro parámetros de Euler, los cuales satisfacen la restricción  $e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 = 1$  y  $(X_o, Y_o, Z_o)$  localiza el origen del sistema de coordenadas  $xyz$  relativo al sistemas de coordenadas en la cámara  $XYZ$ . Por lo tanto, se puede observar que el modelo de cámara de orificio contiene siete parámetros independientes ( $X_o, Y_o, Z_o, f$  y tres de los cuatro parámetros de Euler).

### 2.3.2 Modelo Ortográfico de Cámara.

El modelo ortográfico ofrece una simplificación del modelo de cámara de orificio. Para lograr esta simplificación, se considera el límite asintótico obtenido cuando  $Z_o$  es mucho mayor que las cantidades  $x_i, y_i, z_i, X_o$  y  $Y_o$ . Las coordenadas en el plano de la imagen  $(x_{ci}, y_{ci})$  obtenidas de la ec.(2.14) pueden ser escritas como sigue:

$$x_{ci} = f \frac{X_i}{Z_i} = \frac{N_x}{D + \frac{1}{\epsilon}} = \Psi_x(\epsilon); \quad y_{ci} = f \frac{Y_i}{Z_i} = \frac{N_y}{D + \frac{1}{\epsilon}} = \Psi_y(\epsilon) \quad (2.15)$$

donde

$$\begin{aligned} N_x &= f[(e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2)x_i + 2(e_2e_3 - e_1e_4)y_i + 2(e_2e_4 - e_1e_3)z_i + X_o] \\ N_y &= f[2(e_2e_3 - e_1e_4)x_i + (e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2)y_i + 2(e_2e_4 - e_1e_3)z_i + Y_o] \\ D &= [2(e_2e_3 + e_1e_4)x_i + 2(e_2e_4 - e_1e_3)y_i + (e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2)z_i] \\ &\quad \epsilon = \frac{1}{Z_o} \end{aligned}$$

Expandiendo el valor de  $\Psi_x$  usando una serie de Taylor para  $\epsilon = 0$  se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \Psi_x(\epsilon) &= \Psi_x|_{\epsilon=0} + \frac{\partial \Psi_x}{\partial \epsilon}|_{\epsilon=0} \epsilon + \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial \epsilon^2}|_{\epsilon=0} \frac{\epsilon^2}{2} + \dots \\ &= 0 + N_x \epsilon - N_x D \epsilon^2 + \dots \end{aligned}$$

El mismo procedimiento puede repetirse para  $y_c$ . Si se considera únicamente la aproximación

de primer orden, entonces  $f/Z_0$  puede combinarse con el resto de los parámetros para formar un nuevo vector de parámetros  $\mathbf{C}=[C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6]^T$ . La aproximación resultante del modelo de cámara de orificio es:

$$\begin{aligned}x_{ci} &= (C_1^2 + C_2^2 - C_3^2 - C_4^2)x_i + 2(C_2C_3 + C_1C_4)y_i + 2(C_2C_4 + C_1C_3)z_i + C_5 \\ &\equiv f_x(x, y, z; \mathbf{C}) \\ y_{ci} &= 2(C_2C_3 + C_1C_4)x_i + (C_1^2 - C_2^2 + C_3^2 - C_4^2)y_i + 2(C_3C_4 + C_1C_2)z_i + C_6 \\ &\equiv f_y(x, y, z; \mathbf{C})\end{aligned}$$

Estas ecuaciones definen al modelo de cámara ortográfico, mientras que los parámetros  $C_1, \dots, C_6$  representan los *parámetros de visión*<sup>4</sup> los cuales definen la relación entre la localización física de puntos tridimensionales y su correspondiente localización en el plano de la imagen.

Para el modelo de cámara ortográfico las siguientes relaciones son válidas:

$$x_c \propto X_i \quad (2.16)$$

$$y_c \propto Y_i \quad (2.17)$$

Donde el factor de proporcionalidad inherente a cada expresión incluye no sólo un factor de escala, sino también una conversión entre las unidades usadas para la medición de la posición física de los puntos en un espacio tridimensional (como por ejemplo, mm, in, m, etc.) a las usadas para medir la posición de los puntos proyectados en el plano de la imagen (píxeles).

### 2.3.3 Características de la herramienta.

En el método de manipulación de espacio de cámara se utilizan cámaras de video para obtener imágenes del área de trabajo, en la cual se va a desarrollar alguna tarea de posicionamiento. Una característica de este método es que los objetivos de la maniobra se definen y se persiguen en el marco de referencia de las imágenes bidimensionales obtenidas por cada una de las cámaras participantes. Estos objetivos se establecen usando seis parámetros de visión, los cuales se determinan por un proceso de estimación no lineal. Estos parámetros, definen una relación algebraica no lineal entre la configuración interna del manipulador y la localización correspondiente en el espacio de cámara, de un cierto número de señales visuales colocadas sobre el cuerpo manipulable (herramienta) fig.2.15, por medio del modelo cinemático del manipulador y un modelo ortográfico de cámara.

<sup>4</sup>Para tener un mejor concepto de lo que son los parámetros de visión, se dará una explicación más detallada en el siguiente capítulo.



Figura 2.15: Imagen de las señales luminosas adheridas a la herramienta del manipulador.

Las señales visuales que fueron colocadas en la herramienta del manipulador se usan para facilitar el proceso de análisis de imágenes. Esta herramienta hexagonal, elaborada en aluminio con el fin de que no se excediera en peso el límite que tiene establecido en la muñeca del manipulador<sup>5</sup>, cuenta con 18 led's repartidos uniformemente en la herramienta. En cada lado del hexágono cuenta con tres led's, cada uno de los cuales está cubierto con acrílico para que la luz que emite se difunda uniformemente, facilitando el análisis de imágenes (para la detección de centroides). Para poder obtener los parámetros de visión, es necesario conocer la posición de las marcas luminosas, en el espacio de trabajo del manipulador. Las coordenadas de los puntos sobre la herramienta son descritas por un vector  $\mathbf{F} = [F_x, F_y, F_z]$ , donde  $F_x, F_y$  y  $F_z$  representan las coordenadas tridimensionales de cada una de las marcas visuales. Este vector está referido al sistema de coordenadas  $(X_0, Y_0, Z_0)$  unido a la antorcha. Vea la fig.2.16.

La determinación de las coordenadas físicas de cada uno de los puntos sobre la herramienta, se hizo considerando el modelo cinemático del robot. En la tabla 2.2, se representan las coordenadas para cada punto de la herramienta, con respecto al sistema  $X_E, Y_E, Z_E$ .

<sup>5</sup>El máximo peso que puede soportar el manipulador en la muñeca es de 6 kg.

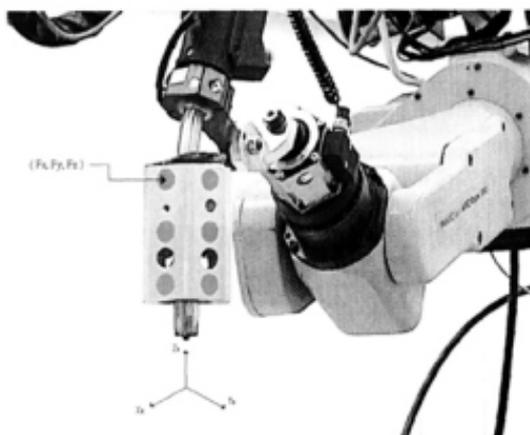


Figura 2.16: Representación del sistema coordenado para la antorcha y las señales visuales.

LED	$L_x$	$L_y$	$L_z$
$L_{(1,1)}$	36.0	0.0	124.0
$L_{(1,2)}$	17.5	30.0	124.0
$L_{(1,3)}$	-17.5	30.0	124.0
$L_{(1,4)}$	-36.0	0.0	124.0
$L_{(1,5)}$	-17.5	-30.0	124.0
$L_{(1,6)}$	17.5	-30.0	124.0
$L_{(2,1)}$	36.0	0	85.0
$L_{(2,2)}$	17.5	30.0	85.0
$L_{(2,3)}$	-17.5	30.0	85.0
$L_{(2,4)}$	-36.0	0	85.0
$L_{(2,5)}$	-17.5	-30.0	85.0
$L_{(2,6)}$	17.5	30.0	85.0
$L_{(3,1)}$	36.0	0	46.0
$L_{(3,2)}$	17.5	30.0	46.0
$L_{(3,3)}$	-17.5	30.0	46.0
$L_{(3,4)}$	-36.0	0	46.0
$L_{(3,5)}$	-17.5	-30.0	46.0
$L_{(3,6)}$	17.5	-30.0	46.0

Tabla 2.2: Ubicación de los led's en el sistema de referencia de la herramienta.

La estimación de los parámetros de visión es un proceso iterativo que comienza con un valor arbitrario. Por facilidad y comodidad el valor inicial asignado es un valor unitario ( $\mathbf{C}=[1,1,1,1,1,1]^T$ ). La información utilizada para la estimación de estos parámetros se obtiene al ejecutar un recorrido, en el cual, se cubre toda el área de trabajo para cada una de las cámaras. Al hacer el recorrido uno de los led's es encendido<sup>6</sup>, el led de referencia, con el cual se toma una serie de muestras de su posición en el espacio de cámara. Estos parámetros de visión se determinan independientemente para cada cámara, mediante un proceso de estimación que combina, además de la información de la ubicación de puntos en el espacio de cámara, la información de la configuración del manipulador con el modelo cinemático del mismo.

Cada uno de los led's son designados por las coordenadas  $L$  (Tabla 2.2) y su posición se describe de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}(\Theta) = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 E L$$

donde

$$L = [L_x, L_y, L_z, 1]^T$$

Con esta transformación, son obtenidas las muestras de la posición en el espacio físico del led encendido, para posteriormente realizar el procedimiento de estimación de parámetros de visión (este procedimiento se describirá en el siguiente capítulo). Con el vector  $\mathbf{F}$ , se pueden determinar las coordenadas tridimensionales para cada una de las señales con las que cuenta la herramienta. Es conveniente mencionar que no se ha tomado en consideración que de los 18 led's que conforman las señales luminosas en la herramienta, solamente pueden observarse un máximo de 9. Vea fig.2.17.

Para tal caso, es necesario saber cuales son los led's que estamos observando en el espacio de cámara y así poder realizar una evaluación correcta. Para determinar que led's se pueden observar en el espacio de cámara, se asigna un vector unitario normal  $V_k$  a cada cara de la herramienta y, considerando el ángulo que forma el eje óptico que sale de la cámara con cada uno de los vectores que representan a cada led de la herramienta, se puede definir que toda marca luminosa podrá ser observada si el ángulo  $\Theta$  es mayor a  $90^\circ$ . Vea fig.2.18

---

<sup>6</sup>El encendido se hace desde el puerto serial de la computadora.

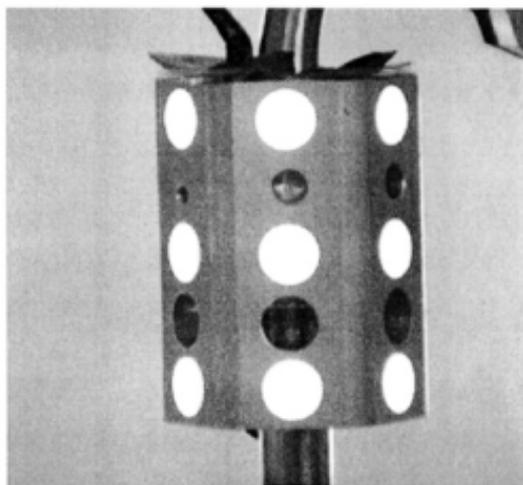


Figura 2.17: Visualización de las señales luminosas sobre una imagen bidimensional.

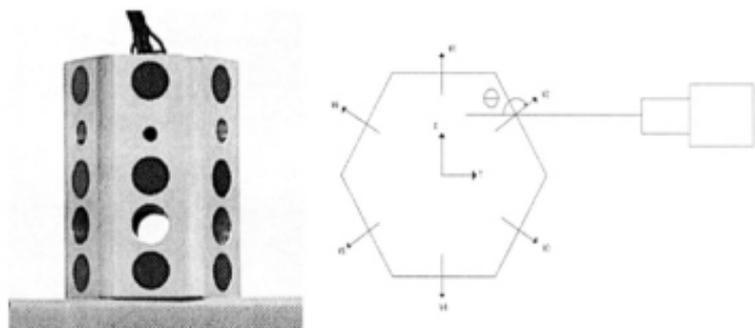


Figura 2.18: Imagen de la herramienta hexagonal y representación del vector unitario sobre la herramienta.

Como ya se ha observado en las figuras anteriores, las tres marcas luminosas que fueron colocadas verticalmente sobre la misma columna comparten un único vector unitario, por lo tanto, el ángulo que se forma con el eje óptico de la cámara es el mismo. Haciendo uso de las dimensiones físicas de la herramienta se obtuvieron los siguientes vectores:

$$V_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_5 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_6 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para relacionar cada uno de estos vectores, con el sistema de coordenadas del manipulador que se encuentra en la base, se hace lo siguiente:

$$V_{T_k} = T(\Theta)V_k \quad \text{donde } k = 1, \dots, 6$$

donde  $V_{T_k}$  representa cada uno de los vectores que son referidos a la base del manipulador y  $T(\Theta)$  representa el modelo cinemático del manipulador, ec.(2.10). Ahora se realizará una descripción del vector que se relaciona con el eje óptico de la cámara. Esto se realiza tomando en cuenta los parámetros de Euler, en la cual se representa la transformación del sistema coordenado de la base del manipulador hasta el sistema coordenado de la cámara como:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 & 2(e_2e_3 + e_1e_4) & 2(e_2e_4 - e_1e_3) & X_o \\ 2(e_2e_3 - e_1e_4) & e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 & 2(e_3e_4 + e_1e_2) & Y_o \\ 2(e_2e_4 + e_1e_3) & 2(e_3e_4 - e_1e_2) & e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2 & Z_o \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde  $(x_i, y_i, z_i)$  son coordenadas referidas a la base del manipulador y  $(X_i, Y_i, Z_i)$  al sistema coordenado de la cámara. Esta ecuación puede ser alterada de tal forma que ahora pueda describir una posición en el sistema coordenado en la cámara  $(X_i, Y_i, Z_i)$  en términos del sistema coordenado de la base del manipulador  $(x_i, y_i, z_i)$ .

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

donde,

$$R = \begin{bmatrix} e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 & 2(e_2e_3 + e_1e_4) & 2(e_2e_4 - e_1e_3) & X_o \\ 2(e_2e_3 - e_1e_4) & e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 & 2(e_3e_4 + e_1e_2) & Y_o \\ 2(e_2e_4 + e_1e_3) & 2(e_3e_4 - e_1e_2) & e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2 & Z_o \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como resultado del producto de la ec.(2.18), se obtiene un vector asociado al eje óptico Z, el cual será representado por  $\overrightarrow{EO}$ :

$$\overrightarrow{EO} = R^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

El eje óptico Z del sistema coordinado de la cámara, se puede describir como si estuviera entrando hacia la imagen. Esto se debe a que la orientación de los ejes (x,y) en la imagen es la misma orientación que el sistema de coordenadas de la cámara (X,Y), el cual forma un sistema de coordenadas de mano derecha. Por lo tanto, como el vector sale de la imagen se considera en sentido negativo. Al realizar el producto que se describe en la ec.(2.19), se obtiene el siguiente resultado:

$$\overrightarrow{EO} = \begin{bmatrix} -2(e_2e_4 + e_1e_3) \\ -2(e_3e_4 + e_1e_2) \\ -e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Para saber si algún punto se encuentra a la vista de la cámara, será necesario saber si el producto punto de dos vectores es negativo ( $\overrightarrow{EO} \cdot V_{T_k}$ ), es decir, si el ángulo entre éstos es mayor a 90°:

$$\overrightarrow{EO} \cdot V_{T_k} < 0 \quad (2.20)$$



# APLICACIÓN DEL MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.

En este capítulo se realizará una descripción detallada del método de manipulación de espacio de cámara (CSM). Se analizarán cada uno de los métodos utilizados para determinar la configuración interna del manipulador, así como las técnicas utilizadas para la determinación de los parámetros de visión. Además, se hará una descripción detallada de todas las modificaciones que sufrirá el método de manipulación de espacio de cámara para obtener la configuración interna del manipulador, usando el enfoque del desacoplamiento cinemático.

## 3.1 Trayectorias Preplaneadas.

En el método de manipulación de espacio de cámara (CSM) se requiere, en principio, de evaluar los parámetros de visión (ec.3.1) a partir de la información obtenida al ejecutar una serie de trayectorias preplaneadas, que cubran todo el espacio donde el manipulador podría ser posicionado. Esto se realiza antes de comenzar alguna tarea de posicionamiento. Al realizar la trayectoria preplaneada, se obtendrá una serie de muestras de la posición en el espacio de cámara, para la señal o señales visuales que se encuentran colocadas sobre el objeto manipulable. Al tiempo que se obtienen estas muestras, se obtiene la configuración del manipulador en ese instante. Los parámetros de visión son determinados independientemente para cada cámara mediante un proceso de estimación no lineal. En el capítulo anterior (sec. 2.3.3), se explicó como se obtiene la información sobre las señales visuales con las que cuenta el objeto manipulable. Una vez que se determina como se puede obtener la información de las señales visuales del manipulador, se puede ejecutar nuevamente la trayectoria preplaneada, pero esta vez con todos los led's de la herramienta encendidos. Esto arrojará como

resultado una mayor cantidad de muestras, las cuales son evaluadas en el algoritmo de estimación para la obtención de los parámetros de visión.

En la realización de las trayectorias preplaneadas se considera conveniente el ejecutar una para cada cámara. Esto es debido a que el conjunto de muestras  $(x_c, y_c; \Theta)$  obtenidas para cada sensor es diferente. Así para la cámara 1 se hizo una serie de posicionamientos con el manipulador en toda el área de trabajo donde se realizarán las tareas de posicionamiento. Al ejecutar el movimiento, se toman los valores de cada junta del manipulador ( $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6$ ) y se hace una análisis de la imagen para determinar el centroide  $(x_{c1}, y_{c1})$  de la marca luminosa (led de referencia) sobre la herramienta del manipulador. En la tabla 3.1, se pueden observar los puntos obtenidos para la cámara uno, en un experimento típico.

Puntos	Configuración del Manipulador						Centroides	
	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$	$x_{c1}$	$y_{c1}$
1	-1.085	13.093	-39.419	-35.931	72.963	31.126	-303.672	219.690
2	7.112	57.106	-11.682	-54.670	62.919	62.552	274.464	211.089
3	-28.415	50.302	-17.584	-7.647	42.276	9.292	-298.847	-193.779
4	-12.589	69.775	0.520	-38.828	31.263	44.770	170.464	-48.321
5	0.075	14.965	-38.864	-40.586	75.247	35.067	-300.799	218.290
6	13.767	13.673	-53.943	-46.873	90.687	29.419	-309.313	216.294
7	15.619	48.836	-31.018	-46.594	72.961	44.394	278.459	210.660
8	-17.268	44.074	-35.034	-36.535	69.265	33.633	-300.186	-197.305
9	-10.325	71.795	-9.304	-36.044	41.859	40.880	214.035	-169.821
10	8.857	12.938	-54.195	-37.962	86.580	24.553	-300.480	189.559
11	15.807	12.381	-61.304	-38.475	92.382	20.430	-303.583	206.145
12	-15.777	36.174	-46.831	-25.894	75.420	20.432	-307.535	-169.892
13	19.710	48.197	-36.678	-44.404	76.048	39.306	285.812	219.062
14	18.433	12.252	-61.351	-41.811	93.620	21.826	-307.979	221.645
15	-8.315	67.023	-18.802	-25.250	47.397	27.597	269.735	-171.113
16	-1.085	13.093	-39.419	-35.931	72.963	31.126	-303.672	219.690

Tabla 3.1: Puntos obtenidos para realizar la trayectoria preplaneada en la cámara 1.

Para la cámara dos se hizo un procedimiento similar a la cámara uno, la diferencia es el espacio de trabajo del manipulador en el cual se toman las muestras. En la tabla 3.2 se muestran los puntos obtenidos para dicha cámara, en un experimento típico.

Puntos	Configuración del Manipulador						Centroides	
	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$	$x_{ci}$	$y_{ci}$
1	-13.275	52.152	-14.790	48.579	58.501	-51.430	-300.754	221.660
2	13.731	22.160	-33.838	-3.137	58.624	2.025	299.423	217.076
3	4.767	58.051	-8.612	25.357	36.568	-26.402	26.254	56.618
4	10.021	49.059	-16.379	26.291	45.228	-26.508	264.773	48.716
5	-12.124	53.742	-12.441	48.260	55.321	-51.810	-295.018	215.537
6	-18.458	42.435	-32.061	45.659	73.067	-40.406	-307.459	222.020
7	3.141	14.979	-48.283	25.233	76.564	-16.848	279.540	217.919
8	-2.842	71.650	-5.511	45.786	43.893	-50.243	-151.000	-25.518
9	11.453	58.311	-18.488	23.797	46.560	-23.542	273.773	-102.226
10	-9.848	65.202	-11.949	46.964	53.345	-50.411	-302.519	58.500
11	-18.037	42.654	-31.891	45.396	72.692	-40.272	-303.215	216.941
12	-23.415	39.007	-43.668	47.544	83.892	-34.563	-306.224	217.285
13	11.990	63.971	-21.058	22.274	48.727	-21.551	271.867	-204.132
14	0.282	10.669	-60.718	27.047	88.462	-12.837	292.041	216.541
15	-4.577	72.760	-12.299	42.769	49.955	-45.439	-203.576	-92.596
16	-22.724	37.955	-44.513	46.963	84.101	-33.600	-284.795	215.000

Tabla 3.2: Puntos obtenidos para realizar la trayectoria preplaneada en la cámara 1.

Después de haber obtenido todos los puntos necesarios para la ejecución de las trayectorias preplaneadas, se toman los datos de las juntas ( $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6$ ), para obtener las coordenadas  $X_i, Y_i$  y  $Z_i$  de cada led con respecto a un sistema en la base del robot. Estas coordenadas se pueden tomar directamente del *teach pendant*<sup>1</sup> o bien se determinan a partir del modelo cinemático del manipulador. Una vez realizada la trayectoria preplaneada, se puede realizar la estimación para obtener los parámetros de visión. En la figura 3.1, se puede observar una representación gráfica de la secuencia de una trayectoria preplaneada.

<sup>1</sup>También se le llama terminal de enseñanza, con el puede controlarse el movimiento del robot, programarse, determinar su posicionamiento y orientación, etc..

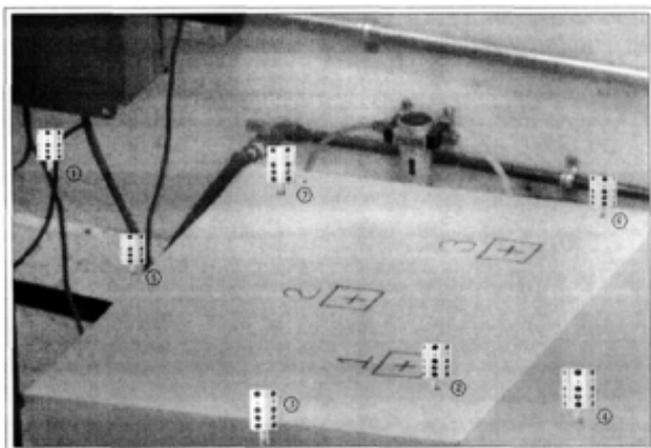


Figura 3.1: Trayectoria preplanada para la cámara 1.

## 3.2 Estimación de Parámetros de Visión.

La estimación de los parámetros de visión juega un papel muy importante en el método de manipulación de espacio de cámara. Apartir de estos parámetros es posible determinar la trayectoria de aproximación del manipulador hacia la pieza o lugar de trabajo. En el transcurso de esta aproximación se toman muestras de la señal luminosa que en ese momento está encendida, con el fin de depurar la estimación de dichos parámetros. En los siguientes apartados se dará una explicación más detallada sobre el proceso de estimación.

### 3.2.1 Mínimos Cuadrados.

La estimación de los parámetros de visión ( $\mathbf{C}=[C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6]^T$ ), determinados independientemente para cada cámara, se podrá obtener al minimizar la siguiente función,

$$J(\mathbf{C}) = \sum_{i=1}^m \{ [x_{ci} - f_x(x_i, y_i, z_i; \mathbf{C})]^2 + [y_{ci} - f_y(x_i, y_i, z_i; \mathbf{C})]^2 \} W_i \quad (3.1)$$

Donde  $m$  indica el total de mediciones localizadas en el plano de la imagen de las señales visuales  $(x_{ci}, y_{ci})$ , correspondientes a la localización física  $(X_i, Y_i, Z_i)$  de las mismas marcas. En este caso las coordenadas de la herramienta se obtienen a partir del modelo cinemático del manipulador.  $W$ , representa un peso relativo<sup>2</sup> dado a cada posición.

Las relaciones  $f_x(x_i, y_i, z_i; \mathbf{C})$  y  $f_y(x_i, y_i, z_i; \mathbf{C})$ , obtenidas mediante la suposición de un modelo ortográfico (sec.2.3.2), están definidas como:

$$f_x(x_i, y_i, z_i; \mathbf{C}) \equiv b_1(\mathbf{C})x_i + b_2(\mathbf{C})y_i + b_3(\mathbf{C})z_i + b_4(\mathbf{C}) \quad (3.2)$$

$$f_y(x_i, y_i, z_i; \mathbf{C}) \equiv b_5(\mathbf{C})x_i + b_6(\mathbf{C})y_i + b_7(\mathbf{C})z_i + b_8(\mathbf{C}) \quad (3.3)$$

Donde  $b_1, \dots, b_8$  agrupan a una expresión no lineal que depende de los parámetros de visión como sigue:

$$\begin{aligned} b_1(\mathbf{C}) &= C_1^2 + C_2^2 - C_3^2 - C_4^2 \\ b_2(\mathbf{C}) &= 2(C_2C_3 + C_1C_4) \\ b_3(\mathbf{C}) &= 2(C_2C_4 - C_1C_3) \\ b_4(\mathbf{C}) &= C_5 \\ b_5(\mathbf{C}) &= 2(C_2C_3 - C_1C_4) \\ b_6(\mathbf{C}) &= C_1^2 - C_2^2 + C_3^2 - C_4^2 \\ b_7(\mathbf{C}) &= 2(C_3C_4 - C_1C_2) \\ b_8(\mathbf{C}) &= C_6 \end{aligned} \quad (3.4)$$

La ecuación (3.1), puede ser representada en forma matricial como sigue:

$$J(\mathbf{C}) = \Delta Y^T W \Delta Y \quad (3.5)$$

donde el vector de residuos  $\Delta Y$  y la matriz cuadrada diagonal  $\mathbf{W}$  se expresan como:

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} x_{c1} - f_x(x_1, y_1, z_1; \mathbf{C}) \\ y_{c1} - f_y(x_1, y_1, z_1; \mathbf{C}) \\ \vdots \\ x_{cm} - f_x(x_m, y_m, z_m; \mathbf{C}) \\ y_{cm} - f_y(x_m, y_m, z_m; \mathbf{C}) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

<sup>2</sup>se puede entender también como la importancia que se le da a cada observación.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1 & \cdots & 0 \\ & W_1 & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & W_m \\ & & & W_m \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Como se observó anteriormente, los parámetros de visión incluidos en  $f_x$  (ec.3.2) y  $f_y$  (ec.3.3), aparecen en forma no lineal de manera que el proceso de estimación es iterativo y puede derivarse a partir del procedimiento de estimación no lineal de corrección de mínimos cuadrados [4]. Iniciando a partir de un valor inicial por ejemplo ( $\mathbf{C}=[1,1,1,1,1,1]$ ) para los parámetros de visión,  $C^c$ , un incremento subsecuente  $\Delta C = [\Delta C_1, \dots, \Delta C_6]^T$  se evalúa al considerar una linealización del vector  $\Delta Y$  alrededor de  $C^c$  usando una expansión en series de Taylor como sigue:

$$\Delta Y^p \approx \Delta Y^c - \mathbf{A} \Delta C \quad (3.8)$$

Donde  $\Delta Y^p$  puede considerarse como el vector de predicción de los residuos obtenidos cuando se aplica la corrección  $\Delta C$ . El vector  $\Delta Y^c$  representa a los residuos actuales obtenidos al sustituir  $C^c$  en la expresión para  $\Delta Y$  en la ec.(3.6). La matriz de  $2m \times 6$ ,  $\mathbf{A}$ , puede obtenerse como el siguiente producto matricial:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ & & & \vdots & & & & \\ x_m & y_m & z_m & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_m & y_m & z_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial C_1} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_y}{\partial C_1} & \cdots & \frac{\partial f_y}{\partial C_6} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Donde los valores de las derivadas parciales  $(\frac{\partial f_x}{\partial C_1}, \dots, \frac{\partial f_y}{\partial C_6})$  en la matriz de la parte derecha de la ec.(3.9) son evaluados con el valor actual de los parámetros de visión  $C^c$ . La corrección de  $\Delta C$  se obtiene al minimizar la siguiente función:

$$J'(\Delta C) = \Delta Y^{pT} \mathbf{W} \Delta Y^p \quad (3.10)$$

La condición necesaria para la minimización de la función anterior y la introducción de la ec.(3.8), da como resultado la siguiente solución para la corrección  $\Delta C$ :

$$\Delta C = [A^T W A]^{-1} [A^T W \Delta Y^c] \quad (3.11)$$

Donde se supone que la matriz  $[A^T W A]^{-1}$  no es singular. Este producto de matrices se puede obtener de la siguiente forma:

$$[A^T W A]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_1}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial b_1}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial b_8}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial b_8}{\partial C_6} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_0 & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & M_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial b_1}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial b_1}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial b_8}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial b_8}{\partial C_6} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$[A^T W \Delta Y^c] = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_1}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial b_1}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial b_8}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial b_8}{\partial C_6} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{xc} & \vdots & M_0 & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ M_{yc} & \vdots & \mathbf{0} & \vdots & M_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -b_1 \\ \vdots \\ -b_8 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Cada valor de  $b_1, \dots, b_8$ , es evaluado usando la estimación actual de los parámetros de visión ( $C^c$ ). Las matrices  $M_0, M_{xc}$  y  $M_{yc}$  se representan por medio de:

$$M_0 = \begin{bmatrix} \sum x_i^2 W_i & \sum x_i y_i W_i & \sum x_i z_i W_i & \sum x_i W_i \\ \sum y_i^2 W_i & \sum y_i z_i W_i & \sum y_i W_i \\ \text{Simétrica} & \sum z_i^2 W_i & \sum z_i W_i \\ & & \sum W_i \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$M_{xc} = \begin{bmatrix} \sum x_{ci} x_i W_i \\ \sum x_{ci} y_i W_i \\ \sum x_{ci} z_i W_i \\ \sum x_{ci} W_i \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$M_{yc} = \begin{bmatrix} \sum y_{ci} x_i W_i \\ \sum y_{ci} y_i W_i \\ \sum y_{ci} z_i W_i \\ \sum y_{ci} W_i \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Donde las sumatorias son evaluadas desde  $i=1$  hasta  $m$  observaciones. Cada una de estas matrices contienen una serie de sumatorias que se requieren para determinar los parámetros de visión.

El conjunto actualizado de parámetros de visión se obtiene al sumar al conjunto actual  $C^c$  el valor de  $\Delta C$  obtenido de la ec.(3.11). El proceso iterativo continúa con el conjunto actualizado, hasta que se obtiene la convergencia.

### 3.2.2 Flattening<sup>3</sup>.

El método para la estimación de parámetros de visión con Flattening, se puede considerar como un medio para corregir el error asociado al uso del modelo de cámara ortográfica, cuando las muestras obtenidas se ajustan mejor en un modelo de perspectiva o de orificio. Para explicar esta diferencia, considere el caso de colocar dos objetos que cuenten con la misma altura, de tal forma que uno de los objetos está más cerca al lente de la cámara que el otro. Esto dará como consecuencia que el objeto más cercano al lente se ve con una mayor altura que el segundo objeto.

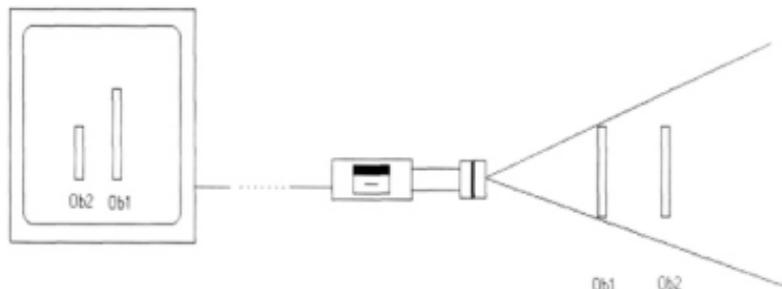


Figura 3.2: Método de cámara de orificio.

Por otro lado, el modelo ortográfico de cámara anula por completo este efecto, lo cual se explica al considerar  $Z_o$  muy grande ( $Z_o \rightarrow \infty$ ), donde  $Z_o$  representa la distancia desde el origen del sistema coordinado unido a la cámara hasta el origen del sistema coordinado desde el que se mide la posición física. Vea la fig.3.3.

<sup>3</sup>se optó por dejar el nombre de flattening, debido a que no se encontró una traducción apropiada a esta palabra.

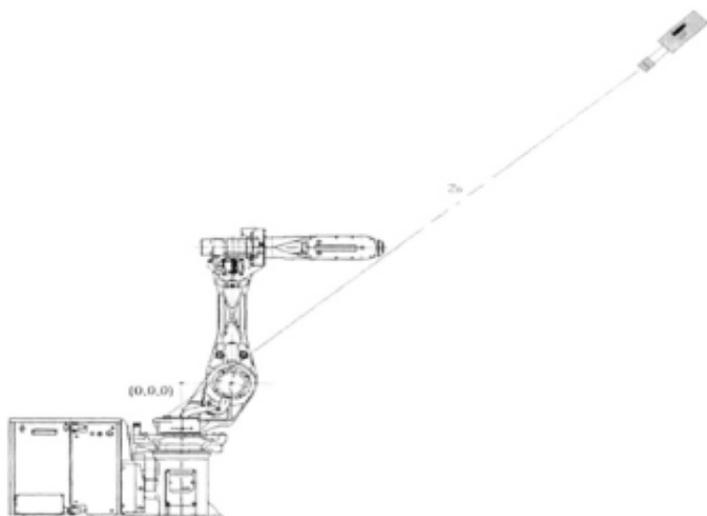


Figura 3.3: Distancia desde el sistema coordenado de la cámara hasta el sistema coordenado del robot.

El objetivo que se persigue al utilizar Flattening es el de incrementar la precisión al reducir el error asociado al modelo utilizado. Esto se logra al modificar las muestras obtenidas en el plano de la imagen, de tal manera que sean más consistentes con el modelo de estimación basado en un modelo ortográfico de cámara. Las muestras modificadas  $(x_{fi}, y_{fi})$  se obtienen a partir de las muestras detectadas originalmente  $(x_{ci}, y_{ci})$ , como sigue:

$$x_{fi} = x_{ci} \frac{Z_i}{Z_c}; \quad y_{fi} = y_{ci} \frac{Z_i}{Z_c} \quad (3.17)$$

A las muestras modificadas se les da el mismo peso relativo  $W_i$  que a las originales. Considerando el sistema coordenado unido a la cámara, como el que se muestra en la figura 3.4, en el que el origen del sistema coordenado está localizado en el punto focal de la cámara, mientras que los ejes X y Y son paralelos a los ejes horizontales y verticales respectivamente, en el plano de la imagen. El eje Z está orientado a lo largo del eje óptico. Entonces de acuerdo a esta configuración,  $Z_i$  en la ec.(3.17) representa la coordenada en el eje Z de la  $i$ -ésima marca visual detectada, mientras que

$Z_r$  representa la coordenada a lo largo de Z de una marca visual cercana a la posición física donde finalizará la maniobra.

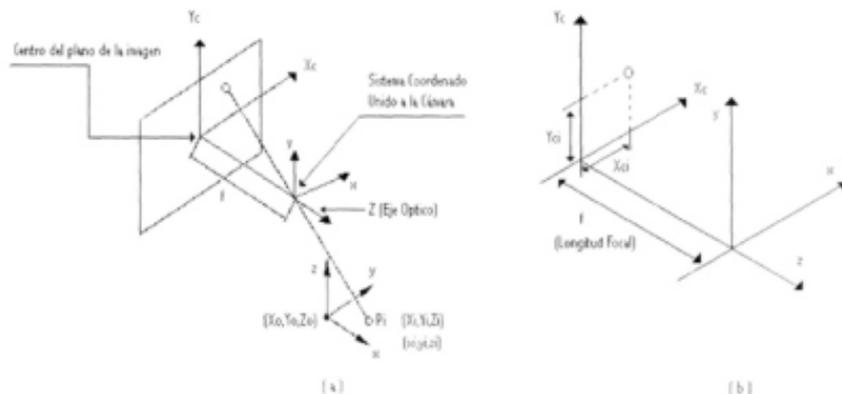


Figura 3.4: Sistema de referencia unido a la cámara.

Para formarnos una mejor idea de como se obtienen  $x_{f_i}$  y  $y_{f_i}$  en la fig.3.5, se pueden observar los dos objetos con la mismas características a los que se hizo referencia con anterioridad. Cada objeto está ubicado a una distancia diferente, medida desde el origen del sistema unido de la cámara (punto focal). Dichas distancias están representadas para cada objeto como  $Z_i$  y  $Z_r$ . Al proyectar estos objetos sobre una imagen bidimensional se puede observar que la altura para el objeto 1 ( $H_i$ ) que se encuentra más próxima a la cámara es mayor que la del objeto 2 ( $H_r$ ). Puede establecerse que la altura  $H_r$  puede obtenerse al multiplicar  $H_i$  por el factor  $Z_i/Z_r$ . Véase la fig.3.6.

Durante la ejecución de una maniobra de posicionamiento,  $Z_r$  será determinada cuando se tenga disponible una buena estimación de los parámetros de visión para cada cámara, cerca del final de la maniobra.

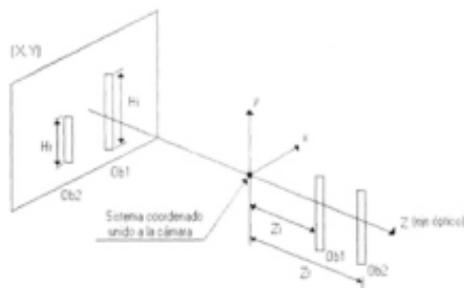


Figura 3.5: Proyección en perspectiva de dos objetos de altura similar.

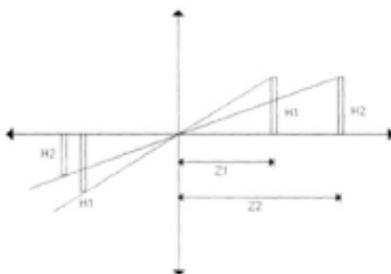


Figura 3.6: Proyección en perspectiva, vista desde un plano bidimensional.

Una relación entre las coordenadas físicas  $(x_i, y_i, z_i)$  de la  $i$ -ésima marca y sus coordenadas correspondientes  $(X_i, Y_i, Z_i)$  de la misma marca, cuando se refiere al sistema coordenado fijo en la cámara, puede obtenerse de:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \\ \beta_5 & \beta_6 & \beta_7 & \beta_8 \\ \beta_9 & \beta_{10} & \beta_{11} & \beta_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Donde cada valor de  $\beta_1$  a  $\beta_{12}$  depende de los cuatro parámetros de Euler  $e_1, \dots, e_4$ , así como del valor de  $X_o, Y_o$  y  $Z_o$ , como sigue:

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 & \beta_7 &= 2(e_1e_2 + e_3e_4) \\
 \beta_2 &= 2(e_2e_3 + e_1e_4) & \beta_8 &= Y_o \\
 \beta_3 &= 2(e_2e_4 - e_1e_3) & \beta_9 &= 2(e_2e_4 + e_1e_3) \\
 \beta_4 &= X_o & \beta_{10} &= 2(e_3e_4 - e_1e_2) \\
 \beta_5 &= 2(e_2e_3 - e_1e_4) & \beta_{11} &= e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2 \\
 \beta_6 &= e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 & \beta_{12} &= Z_o
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Cada uno de los parámetros de Euler puede aproximarse al normalizar los primeros cuatro parámetros de visión como,

$$e_{i-1} \approx \frac{C_i}{\|C\|}, \quad \|C\| = (C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + C_4^2), \quad i = 1, \dots, 4 \tag{3.20}$$

Considerando la ec.(3.18), las muestras modificadas se pueden obtener a partir de las siguientes ecuaciones:

$$x_{f_i} = x_{ci} \left( \frac{\beta_9}{Z_r} x_i + \frac{\beta_{10}}{Z_r} y_i + \frac{\beta_{11}}{Z_r} z_i + \frac{\beta_{12}}{Z_r} \right) \tag{3.21}$$

$$y_{f_i} = y_{ci} \left( \frac{\beta_9}{Z_r} x_i + \frac{\beta_{10}}{Z_r} y_i + \frac{\beta_{11}}{Z_r} z_i + \frac{\beta_{12}}{Z_r} \right) \tag{3.22}$$

suponiendo que los parámetros de Euler se conocen, el procedimiento para la estimación de los parámetros de visión usando *flattening* es similar al procedimiento iterativo usado para la estimación de estos parámetros, considerando que las muestras en el espacio de cámara están dadas por la ec.(3.21) y la ec.(3.22). La expresión para la determinación de un incremento  $\Delta C_f$  a una suposición inicial de los parámetros de visión en el proceso iterativo está dado por:

$$\Delta C_f = [A^T W A]^{-1} [A^T W \Delta Y_f] \tag{3.23}$$

La matriz  $[A^T W A]^{-1}$  se supone no singular y está descrita por la ec.(3.12). La matriz  $[A^T W \Delta Y_f^j]$  se define como:

$$[A^T W \Delta Y_f^j] = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_0}{\partial C_1} & \cdots & \frac{\partial b_0}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial b_8}{\partial C_1} & \cdots & \frac{\partial b_8}{\partial C_6} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{xf} & : & M_0 & : & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M_{yf} & : & 0 & : & M_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0/Z_r \\ \vdots \\ \beta_{12}/Z_r \\ -b_1 \\ \vdots \\ -b_8 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Donde cada uno de los valores de  $b_1, \dots, b_8$  y  $\partial b_1/\partial C_1, \dots, \partial b_8/\partial C_6$  en la expresión previa están evaluados en el conjunto actual de parámetros de visión, dentro del proceso iterativo. La matriz  $M_0$  está descrita en la ec.(3.14), mientras que las matrices  $M_{xf}$  y  $M_{yf}$  se describen por medio de:

$$M_{xf} = \begin{bmatrix} \sum x_{ci} x_i^2 W_i & \sum x_{ci} x_i y_i W_i & \sum x_{ci} x_i z_i W_i & \sum x_{ci} x_i W_i \\ & \sum x_{ci} y_i^2 W_i & \sum x_{ci} y_i z_i W_i & \sum x_{ci} y_i W_i \\ \text{Simétrica} & & \sum x_{ci} z_i^2 W_i & \sum x_{ci} z_i W_i \\ & & & \sum x_{ci} W_i \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$M_{yf} = \begin{bmatrix} \sum y_{ci} x_i^2 W_i & \sum y_{ci} x_i y_i W_i & \sum y_{ci} x_i z_i W_i & \sum y_{ci} x_i W_i \\ & \sum y_{ci} y_i^2 W_i & \sum y_{ci} y_i z_i W_i & \sum y_{ci} y_i W_i \\ \text{Simétrica} & & \sum y_{ci} z_i^2 W_i & \sum y_{ci} z_i W_i \\ & & & \sum y_{ci} W_i \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Donde las sumatorias son evaluadas desde  $i=1$  hasta  $m$  muestras disponibles. Note que la última columna de las matrices  $M_{xf}$  y  $M_{yf}$  corresponden a las matrices  $M_{xc}$  ec.(3.15) y  $M_{yc}$  ec.(3.16) respectivamente.

La idea de este procedimiento es determinar una adecuada configuración del manipulador en el punto en el que se termina la maniobra. Un punto específico se selecciona y su localización física  $(x_r, y_r, z_r)$  referida a un sistema coordenado unido al manipulador se define por medio del modelo cinemático del mismo. El valor de  $Z_r$  se encuentra por medio de la ec.(3.18), como sigue:

$$Z_r = \beta_9 x_r + \beta_{10} y_r + \beta_{11} z_r + \beta_{12} \quad (3.27)$$

donde  $\beta_9, \dots, \beta_{12}$  se encuentran por medio de las ec.(3.19) y ec.(3.20), basadas en los parámetros de visión disponibles y el parámetro  $Z_0$ .

Un procedimiento alternativo para la determinación de  $Z_r$  que permita obtener y refinar este parámetro cuando se tiene más información disponible, puede derivarse para el caso en que dos o más cámaras tienen contacto visual con un punto común en el objeto no manipulado. Este punto puede ser usado como referencia para definir un lugar físico cerca del final de la maniobra.

Las coordenadas físicas  $(x_r, y_r, z_r)$  del punto de referencia cerca del final de la maniobra pueden estimarse al minimizar la siguiente función:

$$\phi \sum_{i=1}^{n_c} (x'_{cr} - b'_1 x'_r - b'_2 y'_r - b'_3 z'_r - b'_4)^2 + (y'_{cr} - b'_5 x'_r - b'_6 y'_r - b'_7 z'_r - b'_8)^2 \quad (3.28)$$

donde  $n_c$  es el número de cámaras apuntando al mismo punto de referencia en el cuerpo no manipulado.

Las condiciones para la minimización de la función escalar  $\phi$  son,

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_r} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y_r} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z_r} = 0 \quad (3.29)$$

de donde se obtiene una solución para  $(x_r, y_r, z_r)$  como,

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = A_r^{-1} V_r \quad (3.30)$$

suponiendo que  $A_r$  no es singular,

$$A_r = \begin{bmatrix} \sum (b_1^2 + \sum (b_5^2)) & \sum (b_1 b_5 + \sum (b_3 b_6)) & \sum (b_1 b_3 + \sum (b_5 b_7)) \\ \text{Simétrica} & \sum (b_5^2 + \sum (b_6^2)) & \sum (b_5 b_3 + \sum (b_6 b_7)) \\ & & \sum (b_3^2 + \sum (b_7^2)) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$V_i = \begin{bmatrix} \sum (b_1^i(x_{c_i}^t - b_4^i) + \sum (b_5^i(y_{c_i}^t - b_8^i)) \\ \sum (b_2^i(x_{c_i}^t - b_4^i) + \sum (b_6^i(y_{c_i}^t - b_8^i)) \\ \sum (b_3^i(x_{c_i}^t - b_4^i) + \sum (b_7^i(y_{c_i}^t - b_8^i)) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Las sumatorias son evaluadas desde  $i=1$  a  $n_c$  cámaras. Una vez que  $(x_r, y_r, z_r)$  es obtenido, se puede obtener el valor de  $Z_r$  usando la ec.(3.27).

### 3.3 Determinación de la Configuración Interna del Manipulador.

En la determinación de la configuración interna del manipulador para los seis grados de libertad, se busca guiar la herramienta del manipulador (objeto manipulable), hacia el punto de posicionamiento (objeto no manipulable). Debido al hecho de que no se tiene una definición de la ubicación geométrica de las marcas visuales en el objeto no manipulable, no es posible establecer una relación entre dichas marcas visuales y su localización en el plano de la imagen. Por esta razón, la solución de la configuración del robot debe dividirse en dos partes, contrastando con el enfoque histórico que considera un solo proceso de optimización para obtener la mencionada configuración. En los siguientes apartados se da una descripción de cada una de estas partes.

#### 3.3.1 Determinación de los Tres Primeros Grados de Libertad.

Para la determinación de los tres primeros grados de libertad se buscará minimizar la ec.(3.33), tal y como se describe más adelante. La ubicación de un solo punto en el espacio de cámara permite calcular los tres primeros grados de libertad. Este punto, es el punto objetivo donde se realizará el posicionamiento del manipulador.

La determinación de la configuración angular del manipulador se realiza al minimizar la siguiente función escalar  $\gamma$  considerando las coordenadas angulares del robot (variables de junta), que se incluyen dentro del vector  $\Theta$ :

$$\gamma(\Theta) = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_o(i)} \left\{ \left[ x_{t_j}^i - f_x(r_{x_j}^i(\Theta), r_{y_j}^i(\Theta), r_{z_j}^i(\Theta); C^i) \right]^2 + \left[ y_{t_j}^i - f_y(r_{x_j}^i(\Theta), r_{y_j}^i(\Theta), r_{z_j}^i(\Theta); C^i) \right]^2 \right\} W_j^i \quad (3.33)$$

para  $n_c$  cámaras y  $n_o$  puntos objetivos, los cuales son en general diferentes para cada cámara participante. El  $j$ -ésimo punto objetivo para la  $i$ -ésima cámara se define como  $(x_{t_j}^i, y_{t_j}^i)$  y la localización física correspondiente se designa como  $(r_{x_j}^i, r_{y_j}^i, r_{z_j}^i)$ , la cual depende de la configuración angular del

robot, incluida en  $\Theta$ . Las funciones  $f_x(\dots)$  y  $f_y(\dots)$  corresponden a la suposición de un modelo ortográfico para la cámara como se describe en las ec.(3.2) y ec.(3.3).

El valor de los parámetros de visión se actualiza usando muestras adquiridas durante el proceso de la maniobra de posicionamiento. La versión más actualizada de estos parámetros para la  $i$ -ésima cámara está incluida en  $C^i$  y el peso relativo dado a cada punto objetivo se define en  $W_j^i$ , el cual, para propósitos prácticos se puede considerar como uniforme para todos los puntos.

En las siguientes líneas, se hará una descripción suponiendo que se conoce la ubicación geométrica de marcas visuales sobre el objeto no manipulable. Aunque no es fundamental en el desarrollo del presente trabajo, es ilustrativo dar un enfoque usando el método tradicional para especificar la trayectoria de aproximación del robot a su estado terminal. Dicho enfoque, hace uso de los parámetros de visión obtenidos a partir de las marcas visuales colocadas sobre el cuerpo no manipulable. Estos parámetros de visión se designan para la  $i$ -ésima cámara como  $\overline{C^i} = [\overline{C_1^i}, \dots, \overline{C_6^i}]^T$ . La importancia de este conjunto de parámetros de visión radica en el hecho de que se usan para definir una trayectoria de aproximación adecuada del objeto manipulado hacia el no manipulado, para la maniobra específica que se esté realizando.

En general, si la localización tridimensional de los puntos objetivo se define con respecto a un sistema coordenado fijo en el objeto no manipulado, las posiciones tridimensionales intermedias de los puntos objetivos, que constituyen la trayectoria de aproximación, pueden definirse por medio de una transformación homogénea de  $4 \times 4$ ,  $D^i$ , para la  $i$ -ésima cámara como sigue:

$$\begin{bmatrix} t_{xj}^i \\ t_{yj}^i \\ t_{zj}^i \\ 1 \end{bmatrix} = D^i \begin{bmatrix} t_{xj}^i \\ t_{yj}^i \\ t_{zj}^i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Las coordenadas  $(t_{xj}^i, t_{yj}^i, t_{zj}^i)$  representan la posición del  $j$ -ésimo punto objetivo en un destino intermedio que es parte de la trayectoria de aproximación, mientras que  $(t_{xj}^i, t_{yj}^i, t_{zj}^i)$  representa la localización de los puntos objetivos con respecto a un sistema coordenado unido al cuerpo no manipulable.

La localización de los puntos objetivos en el espacio de cámara se evalúa considerando un modelo de cámara ortográfico, usando las ecuaciones (3.2) y (3.3), y los parámetros de visión incluidos en  $\overline{C^i}$  como sigue:

$$x'_i = \bar{b}_1^i t'_{xj} + \bar{b}_2^i t'_{yj} + \bar{b}_3^i t'_{zj} + \bar{b}_4^i \quad (3.35)$$

$$y'_i = \bar{b}_5^i t'_{xj} + \bar{b}_6^i t'_{yj} + \bar{b}_7^i t'_{zj} + \bar{b}_8^i \quad (3.36)$$

donde  $\bar{b}_1^i, \dots, \bar{b}_8^i$  representa a los coeficientes descritos en la ec.(3.4), las cuales dependen de los parámetros incluidos en  $\bar{C}^i$  para la  $i$ -ésima cámara.

La transformación lineal de la ec.(3.34) que permite definir los objetivos en el espacio de cámara como una función de  $(t'_{xj}, t'_{yj}, t'_{zj})$  se presenta en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{xj} & t'_{yj} & t'_{zj} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{xj} & t'_{yj} & t'_{zj} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{i^T} & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & \mathbf{D}^{i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{b}_1^i \\ \vdots \\ \bar{b}_8^i \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Los valores de  $f_x(\dots)$  y  $f_y(\dots)$  dentro de la función escalar en la ec.(3.33) que dependen tanto de la localización física de las marcas manipuladas  $(r'_{xj}(\Theta), r'_{yj}(\Theta), r'_{zj}(\Theta))$ , definidas usando el modelo cinemático del manipulador, como de la versión más actualizada de los parámetros de visión incluida en  $\bar{C}^i$ , para la  $i$ -ésima cámara son:

$$f_x(r'_{xj}(\Theta), r'_{yj}(\Theta), r'_{zj}(\Theta)) = b_1^i r'_{xj}(\Theta) + b_2^i r'_{yj}(\Theta) + b_3^i r'_{zj}(\Theta) + b_4^i \quad (3.38)$$

$$f_y(r'_{xj}(\Theta), r'_{yj}(\Theta), r'_{zj}(\Theta)) = b_5^i r'_{xj}(\Theta) + b_6^i r'_{yj}(\Theta) + b_7^i r'_{zj}(\Theta) + b_8^i \quad (3.39)$$

donde los valores de  $b_1^i, \dots, b_8^i$  están definidos en la ec.(3.4), para los parámetros de visión estimados en la  $i$ -ésima cámara. La localización física dentro de las expresiones anteriores, pueden definirse en términos de los puntos buscados  $(t'_{xj}, t'_{yj}, t'_{zj})$ , usando el modelo cinemático del manipulador y la geometría conocida del objeto manipulado.

Una forma para determinar la relación del sistema coordinado del robot, unido a la base con el sistema coordinado de la herramienta, es por medio de una matriz de transformación  $T_k(\Theta)$ . Esta matriz no es otra cosa que el modelo cinemático directo del manipulador. Entonces, la siguiente relación puede obtenerse, para el  $j$ -ésimo punto de destino en la  $i$ -ésima cámara:

$$\begin{bmatrix} r'_{xj}(\Theta) \\ r'_{yj}(\Theta) \\ r'_{zj}(\Theta) \\ 1 \end{bmatrix} = T_k^j(\Theta) \begin{bmatrix} t'_{xj} \\ t'_{yj} \\ t'_{zj} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

La introducción de esta transformación dentro de las ec.(3.38) y ec.(3.39) conduce a la siguiente expresión en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} f_x(\dots) \\ f_y(\dots) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{xj} & t'_{yj} & t'_{zj} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{xj} & t'_{yj} & t'_{zj} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & \mathbf{T}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_1 \\ \vdots \\ b'_8 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Al sustituir la expresión previa y las ecuaciones para  $(x'_j, y'_j)^T$  definida en la ec.(3.37) dentro de la función  $\gamma(\Theta)$ , la función se escribe en forma matricial, como se muestra a continuación:

$$\gamma(\Theta) = \sum_{i=1}^{n_c} \Delta V^{i^T} \begin{bmatrix} M_T^i & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & M_T^i \end{bmatrix} \Delta V^i \quad (3.42)$$

Para  $n_c$  cámaras.  $M_T^i$  representa una matriz de momentos mientras que  $\Delta V^i$  es una matriz de  $8 \times 1$ , ambas matrices están definidas para cada cámara como:

$$M_T^i = \begin{bmatrix} \sum t'_{xj}{}^2 W_j^i & \sum t'_{xj} t'_{yj} W_j^i & \sum t'_{xj} t'_{zj} W_j^i & \sum t'_{xj} W_j^i \\ & \sum t'_{yj}{}^2 W_j^i & \sum t'_{yj} t'_{zj} W_j^i & \sum t'_{yj} W_j^i \\ & & \sum t'_{zj}{}^2 W_j^i & \sum t'_{zj} W_j^i \\ \text{Simétrica} & & & \sum W_j^i \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\Delta \mathbf{V}^i = \begin{bmatrix} D^{i^T} & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & D^{i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{b}_1^i \\ \vdots \\ \tilde{b}_8^i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T^{i^T} & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & T^{i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1^i \\ \vdots \\ b_8^i \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Las sumatorias en la matriz de momentos ( $M_T^i$ ) se desarrollan en  $j$  desde 1 hasta el total de puntos objetivos para cada cámara,  $n_i(i)$ . Esta matriz de momentos contiene toda la información requerida de la posición física de los puntos objetivos, para la configuración interna del manipulador. Esta matriz se determina una sola vez al inicio de la maniobra. Es posible simplificar aún más el proceso de determinación de la configuración del robot. Esta simplificación consiste en diagonalizar la matriz de momentos y obtener una matriz  $M_T^i$  tal que:

$$M_T^i = L^i M_T^d L^{i^T} \quad (3.45)$$

donde,

$$M_T^d = \begin{bmatrix} \lambda_1^i & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_4^i \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Como ya se mencionó anteriormente los puntos objetivos en el espacio de cámara se definen usando un conjunto de parámetros de visión, obtenidos a partir de las marcas visuales colocadas sobre el cuerpo no manipulable. Para este caso no es necesario (ni es posible) definir estos puntos objetivos, ya que no se conoce la geometría de las marcas visuales colocadas sobre el objeto no manipulable. Además, únicamente se definirá un solo punto sobre el cuerpo no manipulable y ese punto es el objetivo del posicionamiento del manipulador. En otras palabras, es el punto donde deseamos posicionar a la herramienta sostenida por el robot. Se puede considerar que el punto que se coloca define el origen de un sistema coordinado en el objeto no manipulable (fig.3.7). Por lo tanto la definición de la matriz de momentos ( $M_T^i$ ) es de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}_T^i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

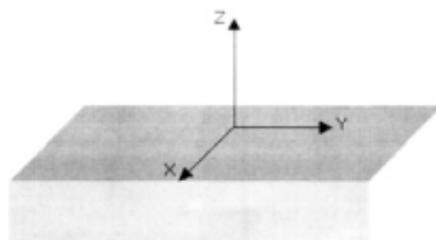


Figura 3.7: Sistema coordenado sobre el cuerpo del objeto no manipulado.

La simplificación de la matriz de momentos, como se pudo observar anteriormente, facilita el proceso de estimación al que se hace referencia en esta sección. Esto se debe a que la matriz de momentos quedó reducida a un solo valor y ese valor es el peso relativo de ese punto, que para el presente análisis es uno. La aplicación del procedimiento antes explicado para determinar la configuración del robot requiere de evaluar las siguientes expresiones:

$$M_T^g = L' M_T^g L'^T \quad (3.48)$$

donde,

$$M_T^g = \begin{bmatrix} \lambda_1^i & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_4^i \end{bmatrix} \quad L' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Los valores de  $\lambda_1^i$  a  $\lambda_3^i$  son cero y el valor de  $\lambda_4^i$  es uno.

La sustitución de la ec.(3.48) dentro de la función  $\gamma(\Theta)$  definida en la ec.(3.33) conduce a la siguiente expresión simplificada para  $\gamma(\Theta)$ , expresada en forma matricial:

$$\gamma(\Theta) = \sum_{i=1}^{n_c} \Delta \mathbf{Y}_M^{i^T} \Delta \mathbf{Y}_M^i \quad (3.50)$$

donde,

$$\Delta \mathbf{Y}_M^i = \mathbf{R}_c^i - \mathbf{R}_0^i \quad (3.51)$$

Los vectores de  $8 \times 1$ ,  $\mathbf{R}_7^i$  -  $\mathbf{R}_0^i$  se definen como sigue:

$$\mathbf{R}_7^i = \begin{bmatrix} M_T^{c^{\frac{1}{2}}} & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & M_T^{c^{\frac{1}{2}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^{s^{\prime T}} & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & D^{s^{\prime T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{b}_1^i \\ \vdots \\ \vec{b}_8^i \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{R}_0^i = \begin{bmatrix} M_T^{c^{\frac{1}{2}}} & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & M_T^{c^{\frac{1}{2}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^{s^{\prime T}} & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & T^{s^{\prime T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{b}_1^i \\ \vdots \\ \vec{b}_8^i \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

donde,

$$D^{s^{\prime T}} = D^{\prime} L^i; \quad T^{s^{\prime T}} = T^{\prime} L^i \quad (3.54)$$

La matriz  $M_T^{c^{\frac{1}{2}}}$  contiene la raíz cuadrada de los elementos contenidos en la diagonal principal de la matriz  $M_T^c$ , como sigue:

$$M_T^{c^{\frac{1}{2}}} = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

El vector  $R_0^i$  contiene la configuración interna del manipulador, incluida en  $\Theta$ . El vector  $R_7^i$  contiene la información de los puntos objetivos, y esta basada en los parámetros de visión incluidos en  $\bar{C}$ . También depende de la matriz de transformación  $D^i$ , la cual puede cambiar en cada intervalo de la trayectoria de aproximación del objeto manipulado hasta el no manipulado.

Para obtener la matriz  $R_7^i$ , se realizó el producto de matrices que se muestran en la ec.(3.52). Se observa que la matriz de momentos  $M_T^{c^{\frac{1}{2}}}$ , solo contiene un valor ( el peso relativo). La matriz  $D^{s^{\prime T}}$  consta de una matriz de transformación  $D^i$ , que proporciona un medio conveniente para definir una trayectoria de aproximación del objeto manipulado hacia el no manipulado, pero debido a la validez local de los parámetros de visión para el objeto no manipulado, incluidos en  $\bar{C}$ , se restringirá a la matriz  $D^i$  a ser unitaria. La matriz  $L^i$  como se observó en la ec.(3.49), también es una matriz unitaria. Los valores  $\vec{b}_1^i, \dots, \vec{b}_8^i$ , son evaluados en las ecuaciones (3.35) y (3.36), para la localización de los puntos objetivos en el espacio de cámara, pero al considerar un solo punto sobre el área del cuerpo no manipulable ( $t_x^i = t_y^i = t_z^i = 0$ ), obtenemos el siguiente resultado:

$$x_1^i = \vec{b}_4^i; \quad y_1^i = \vec{b}_8^i \quad (3.56)$$

donde,

$$\bar{b}_4 = \bar{C}_5; \quad \bar{b}_8 = \bar{C}_6 \quad (3.57)$$

Estos valores de  $\bar{C}_5$  y  $\bar{C}_6$ , son las coordenadas del punto en donde se desea posicionar al manipulador dentro de una imagen bidimensional. Como resultado de hacer el producto de estas matrices se obtiene la matriz  $R_c^i$  de la siguiente manera:

$$R_c^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ x_i^c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_i^c \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

De igual forma para la matriz  $R_\theta^c$  se realiza el producto de matrices que se representa en la ec.(3.53), donde la determinación de la matriz de momentos  $M_T^{c\frac{1}{2}}$  es fácil de determinar (vea ec.3.55). La matriz  $T^{c\frac{1}{2}}$ , no es más que el producto de la matriz  $T_i^c$ , que es equivalente al producto matricial que representa el modelo cinemático del manipulador, multiplicado por una matriz  $L^i$  que es unitaria. Por último la determinación de los valores  $b_1^c, \dots, b_8^c$ , los cuales representan los coeficientes descritos en la ec.(3.4), al realizar el producto de todas las matrices descritas, se obtiene lo siguiente:

$$R_\theta^c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_{1,4}b_1^c + T_{2,4}b_2^c + T_{3,4}b_3^c + T_{4,4}b_4^c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_{1,4}b_5^c + T_{2,4}b_6^c + T_{3,4}b_7^c + T_{4,4}b_8^c \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

donde  $T_{i,j}$  representa el elemento en el  $i$ -ésimo renglón y  $j$ -ésima columna. Los elementos  $T_{1,4}, T_{2,4}, T_{3,4}, T_{4,4}$ , son obtenidos de la matriz del modelo cinemático del manipulador. Para la minimización de  $\gamma$  definida en la ec.(3.33) en  $\Theta$ , se procede de manera iterativa, empezando de una configuración inicial dada, la cual es modificada por un incremento  $\Delta\Theta = [\Delta\Theta_1, \dots, \Delta\Theta_{dof}]$ , donde  $dof$  representa el número de grados de libertad del manipulador, hasta que se obtiene la convergencia. El valor de  $\Delta\Theta$  aparece dentro del proceso de linealización del vector de residuos

$\Delta Y_M^i$  usando una expansión de Taylor como sigue:

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_M^1 \\ \vdots \\ \Delta Y_M^{n_c} \end{bmatrix}^p \approx \begin{bmatrix} \Delta Y_M^1 \\ \vdots \\ \Delta Y_M^{n_c} \end{bmatrix}^c - A_\theta \Delta \Theta \quad (3.60)$$

Para  $n_c$  cámaras participantes, donde la parte izquierda de la expresión en la ec.(3.60) representa los residuos que se esperan cuando se aplica la corrección  $\Delta \Theta$ , mientras que el término medio representa a los residuos actuales. La matriz  $A_\theta$  puede obtenerse de:

$$A_\theta = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_0^1}{\partial \theta_1} & \vdots & \frac{\partial R_0^1}{\partial \theta_{a,j}} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \frac{\partial R_0^{n_c}}{\partial \theta_1} & \vdots & \frac{\partial R_0^{n_c}}{\partial \theta_{a,j}} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Como se mencionó anteriormente, se obtendrán únicamente los tres primeros grados de libertad, por lo tanto la matriz  $A_\theta$  se describe de la siguiente forma:

$$A_\theta = \begin{bmatrix} \partial R_0^1 / \partial \theta_1 & \partial R_0^1 / \partial \theta_2 & \partial R_0^1 / \partial \theta_3 \\ \partial R_0^2 / \partial \theta_1 & \partial R_0^2 / \partial \theta_2 & \partial R_0^2 / \partial \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Para los tres restantes, como se consideran constantes, su derivada es cero. La condición necesaria para la minimización de  $\gamma(\Theta)$ , conduce a una solución para  $\Delta \Theta$  como sigue:

$$\Delta \Theta = [A_\theta^T A_\theta]^{-1} A_\theta^T \begin{bmatrix} \Delta Y_M^1 \\ \vdots \\ \Delta Y_M^{n_c} \end{bmatrix}^c \quad (3.63)$$

suponiendo que  $[A_\theta^T A_\theta]$  no es singular. En la figura 3.8, se representa un diagrama de flujo que representa la solución para los tres primeros grados de libertad.

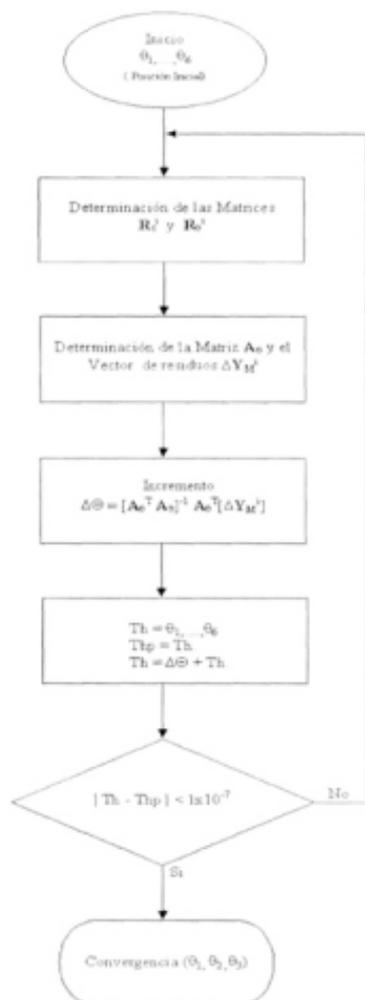


Figura 3.8. Diagrama de flujo para los 3 primeros grados de libertad.

### 3.3.2 Determinación de los Tres Últimos Grados de Libertad.

La determinación de los tres últimos grados de libertad del manipulador, se logra aplicando la técnica de optimización conocida como el método del descenso más rápido [9]. La finalidad que se persigue en esta sección es la de poder determinar la orientación (tres últimos grados de libertad) de la herramienta, así como el direccionamiento de las coordenadas tridimensionales que se localizan en la punta de la misma, de tal manera que éstas se posicionen en forma paralela con las coordenadas que forma el punto objetivo sobre la superficie de trabajo (vea fig.3.9), para completar el posicionamiento del manipulador.

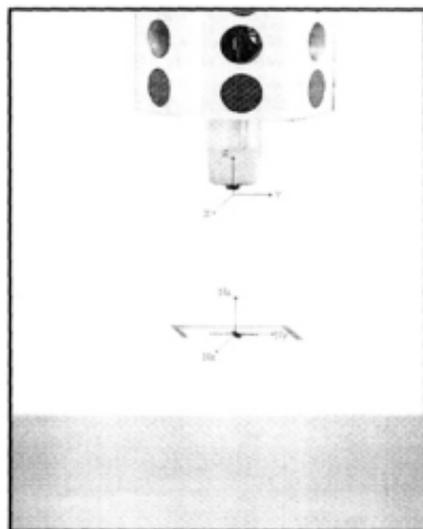


Figura 3.9: Acoplamiento de los sistemas coordenados en forma paralela.

Para poder aplicar este método será necesario determinar las ecuaciones con las que se podrá realizar la convergencia. Antes de aplicar el método del descenso más rápido, será necesario obtener una serie de vectores ( $V_x, V_y, V_z$ ). Los vectores están adheridos a la herramienta sostenida por el robot, como se muestra en la fig.3.10. Al obtener estos vectores, se puede realizar el producto punto con los vectores que definen un sistema coordenado sobre la pieza de trabajo. Dichos vectores ( $N_x, N_y, N_z$ ), se ilustran también en la fig.3.10. Cabe mencionar que únicamente se trabajó con dos

vectores direccionados en  $x$  y  $z$ . Esto se debe al hecho de que al establecer la orientación de dos de sus ejes, con esto se define completamente la orientación del sistema coordenado en la herramienta con respecto a la pieza de trabajo. Después de obtener los vectores  $\mathbf{V}_x, \mathbf{V}_z, \mathbf{N}_x$  y  $\mathbf{N}_z$ , se obtendrá un valor escalar ( $\mathbf{Z}$ ), que se obtendrá al realizar el producto punto entre estos vectores. Al obtener el valor de  $\mathbf{Z}$ , se podrán obtener las funciones con las cuales se establecerá la convergencia para los tres últimos grados de libertad. A continuación se da una descripción detallada del proceso:

1. Para determinar los vectores  $\mathbf{V}_x$  y  $\mathbf{V}_z$ , se realiza el producto entre la matriz  $T_k$  (que representa el modelo cinemático del manipulador) y un conjunto de vectores ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z$ ). Cada uno de estos vectores ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z$ ) es un vector unitario en la dirección de cada uno de sus ejes respectivamente.

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_x &= T_k \mathbf{e}_x \\ \mathbf{V}_z &= T_k \mathbf{e}_z\end{aligned}$$

donde,

$$\begin{aligned}T_k &= T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 E \\ \mathbf{e}_x &= (1, 0, 0, 0)^T \\ \mathbf{e}_z &= (0, 0, 1, 0)^T\end{aligned}$$

El producto de matrices  $T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 E$ , representa el modelo cinemático del manipulador (ec.2.10), tal y como se describe en capítulo 2 (sección 2.1.1). Por lo tanto se tiene que:

$$\mathbf{V}_x = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} & T_{1,3} & T_{1,4} \\ T_{2,1} & T_{2,2} & T_{2,3} & T_{2,4} \\ T_{3,1} & T_{3,2} & T_{3,3} & T_{3,4} \\ T_{4,1} & T_{4,2} & T_{4,3} & T_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{2,1} \\ T_{3,1} \\ T_{4,1} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$\mathbf{V}_z = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} & T_{1,3} & T_{1,4} \\ T_{2,1} & T_{2,2} & T_{2,3} & T_{2,4} \\ T_{3,1} & T_{3,2} & T_{3,3} & T_{3,4} \\ T_{4,1} & T_{4,2} & T_{4,3} & T_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1,3} \\ T_{2,3} \\ T_{3,3} \\ T_{4,3} \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

2. Una vez que se obtienen los vectores  $\mathbf{V}_x, \mathbf{V}_z$ , se tratará de obtener el valor escalar para  $\mathbf{Z}$ . Esto se logrará al realizar el producto punto entre los vectores  $\mathbf{V}_x, \mathbf{V}_z$  y  $\mathbf{N}_x, \mathbf{N}_z$  (Estos dos últimos vectores se localizan sobre el área de trabajo). Los vectores  $\mathbf{N}_x$  y  $\mathbf{N}_z$  son unitarios y

se localizan sobre la superficie no manipulada.

$$\mathbf{Z} = \mathbf{V}_x^T \mathbf{N}_x + \mathbf{V}_z \mathbf{N}_z^T = T_{1,1} + T_{3,3} \quad (3.66)$$

donde

$$\mathbf{N}_x = [1, 0, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{N}_z = [0, 0, 1, 0]^T$$

Estos vectores son definidos de esta forma porque son paralelos respecto a los ejes,  $X_0$  y  $Y_0$  en la base del robot. Esta situación representa un caso especial, en el que se busca determinar la precisión en el posicionamiento del extremo de la herramienta y no la precisión en su orientación. Al realizar este producto, se está asegurando de que el eje  $x$  y el  $z$  del sistema coordenado que se localiza en la punta de la herramienta, va a colocarse en forma paralela al sistema coordenado del objeto no manipulado como se puede ver en la figura 3.10.

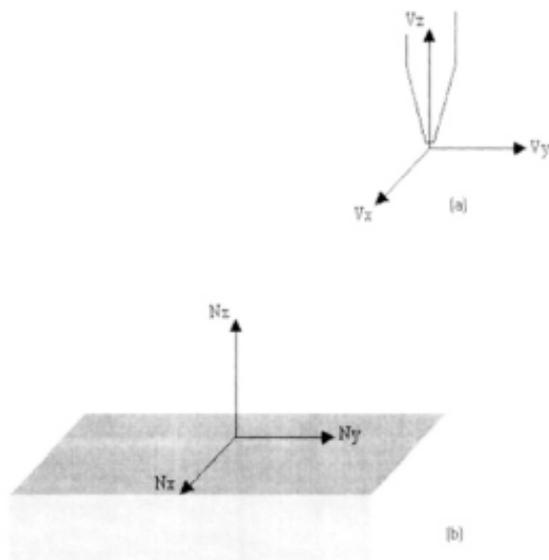


Figura 3.10. Sistema coordenado de la herramienta paralelo al sistema coordenado del plano de trabajo.

3. Ahora se derivará el valor de  $\mathbf{Z}$ , con respecto a  $\Theta_4, \Theta_5$  y  $\Theta_6$ , para obtener las funciones con las que se obtendrá la convergencia de los tres últimos grados de libertad.

$$f_1 = \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \Theta_4}; \quad f_2 = \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \Theta_5}; \quad f_3 = \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \Theta_6}; \quad (3.67)$$

4. Al obtener las funciones  $(f_1, f_2, f_3)$ , el siguiente paso será la aplicación del método del descenso más rápido. Este método está basado en una linealización de la función escalar  $\mathbf{Z}$ , cuya convergencia puede ser afectada por la elección del punto de partida de la solución iterativa.

El método del descenso más rápido determina un mínimo local para una función de varias variables de la forma  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . La conexión entre la minimización de una función de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$  y la solución de un sistema de ecuaciones no lineales se debe al hecho de que un sistema lineal de la forma:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$\vdots$$

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

tiene una solución en  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  justo cuando la función  $g$  definida por:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n |f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)| \quad (3.68)$$

tiene un valor mínimo.

El método del descenso más rápido para encontrar un mínimo local de una función arbitraria  $g$  de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$  puede describirse paso a paso de la siguiente forma:

- Evalúe  $g$  en una aproximación inicial  $x^0 = [x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0]^T$ .

- Determine una dirección desde  $x^0$  que origine una disminución del valor de  $g$ .
- Desplace una cantidad apropiada hacia esta dirección y llame al nuevo vector  $x^1$ .
- Repita los tres anteriores pasos y reemplazando  $x^0$  con  $x^1$ .

Como la finalidad es reducir  $g(x)$  a su valor mínimo, una elección apropiada de  $x^1$  será

$$x^1 = x^0 - \alpha \nabla g(x^0), \quad \text{para alguna constante } \alpha > 0. \quad (3.69)$$

donde,

$$\nabla g(x) = \left[ \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial f_3(\theta)}{\partial \theta_6} \right]^T$$

El problema se reduce así a escoger  $\alpha$  tal que  $g(x^1)$  sea significativamente menor que  $g(x^0)$ . Si se desea determinar una elección apropiada del valor  $\alpha$ , se considera la función de una sola variable,

$$h(\alpha) = g(x^0 - \alpha \nabla g(x^0)). \quad (3.70)$$

El valor de  $\alpha$  que minimiza  $h$  es el valor que se requiere en la ec.(3.69). Para obtener directamente un valor mínimo de  $h$  se requiere diferenciar a esta expresión, y luego resolver un problema de cálculo de raíces para determinar los puntos críticos de  $h$ . Por lo general este procedimiento es costoso en términos de cálculos necesarios. Por ello se seleccionan tres números  $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$  que se espera que estén cerca de donde ocurre el valor mínimo de  $h(\alpha)$ . Después se construye el polinomio cuadrático  $P(x)$  que interpola  $h$  en  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y en  $\alpha_3$ . Se define  $\hat{\alpha}$  en  $[\alpha_1, \alpha_3]$  tal que  $P(\hat{\alpha})$  sea un mínimo en  $[\alpha_1, \alpha_3]$  y con  $P(\hat{\alpha})$  se aproxima el valor mínimo de  $h(\alpha)$ . Luego se usa  $\hat{\alpha}$  para determinar la nueva iteración con que se aproxima el valor mínimo de  $g$ :

$$x^1 = x^0 - \hat{\alpha} \nabla g(x^0)$$

Como  $g(x^0)$  está disponible, primero se escoge  $\alpha_1=0$  para disminuir en lo posible el cálculo necesario. A continuación se encuentra un número  $\alpha_3$  con  $h(\alpha_3)<h(\alpha_1)$ . Dado que  $\alpha_1$  no reduce el mínimo  $h$ , ese número  $\alpha_3$  si existe. Finalmente se decide que  $\alpha_2$  sea  $\alpha_3/2$ .

El valor mínimo  $\hat{\alpha}$  de  $P$  en  $[\alpha_1, \alpha_3]$  se presenta en el único punto crítico de  $P$  o en el punto extremo derecho  $\alpha_3$  porque, por su posición,  $P(\alpha_3)=h(\alpha_3)<P(\alpha_1)=h(\alpha_1)$ . Dado que  $P$  es un polinomio cuadrático, el punto crítico se puede determinar fácilmente. En este algoritmo, al comenzar una iteración, se asigna el valor 0 a  $\alpha_1$  y el valor de 1 a  $\alpha_3$ . Si  $h(\alpha_3)\geq h(\alpha_1)$ , entonces se efectúan divisiones consecutivas de  $\alpha_3$  entre 2 y se reasigna el valor de  $\alpha_3$  hasta que  $h(\alpha_3)<h(\alpha_1)$  y  $\alpha_3 = 2^{-k}$  para algún valor de  $k$ .

En las siguientes líneas se describirá el algoritmo del método del descenso más rápido, que se aplicó en el presente trabajo,

**Entrada:** Variables  $(\theta_1$  a  $\theta_6)$ , donde solamente son variables  $\theta_4, \theta_5$  y  $\theta_6$ ; Aproximación inicial  $x=(\theta_1$  a  $\theta_6)$ ; Tolerancia TOL; Iteración  $i=1$ .

**Paso 1 :** Tome  $g_1 = g(\theta_4, \theta_5, \theta_6)$ ;  $(g(\theta_4, \theta_5, \theta_6) = (f_1^2 + f_2^2 + f_3^2))$ ;  $F=[f_1, f_2, f_3]^T$

$$x=2^* \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_4} & \dots & \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_6} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_3(\theta)}{\partial \theta_4} & \dots & \frac{\partial f_3(\theta)}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} * F; x=[z_1, z_2, z_3]^T$$

$$z_0 = \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + z_3^2}$$

**Paso 2 :** Si  $z_0 = 0$  (Proceso terminado, puede tener un mínimo).

PARE

**Paso 3 :**  $z = x/z_0$ ;

$$\alpha_1 = 0;$$

$$\alpha_3 = 1;$$

$$g_3 = g(\theta - \alpha_3 z)$$

**Paso 4 :** Mientras  $(g_3 \geq g_1)$  haga los pasos 5 y 6.

**Paso 5 :** Tome  $\alpha_3 = \alpha_3/2$

$$g_3 = g(\theta - \alpha_3 z)$$

**Paso 6 :**  $\alpha_3 < TOL/2$  entonces mejora probable.

PARE.

**Paso 7 :** Tome  $\alpha_2 = \alpha_3/2$

$$g_2 = g(\theta - \alpha_2 z)$$

**Paso 8 :**  $h_1 = (g_2 - g_1)/\alpha_2$

$$h_2 = (g_3 - g_2)/(\alpha_3 - \alpha_2)$$

$$h_1 = (h_2 - h_1)/\alpha_3$$

**Paso 9 :** Tome  $\alpha_0 = 0.5(\alpha_2 - h_1/h_3)$

$$g_0 = g(\theta - \alpha_0 z)$$

Si  $g_0 < g_3$

$$\alpha = \alpha_0$$

Si no

$$\alpha = \alpha_3$$

$$g_4 = g(\theta - \alpha z)$$

**Paso 10 :** Tome  $R = g_4 - g_1$

Si  $R < 0$

$$R = -R$$

**Paso 11 :** Tome  $R < TOL$

$$\theta_4, \theta_5, \theta_6$$

**Paso 12 :**  $i=i+1$

En la figura 3.11, se puede observar el diagrama de flujo del algoritmo del método del descenso más rápido, en esta figura solamente se hizo referencia al número de paso que sigue el algoritmo (descrito anteriormente).

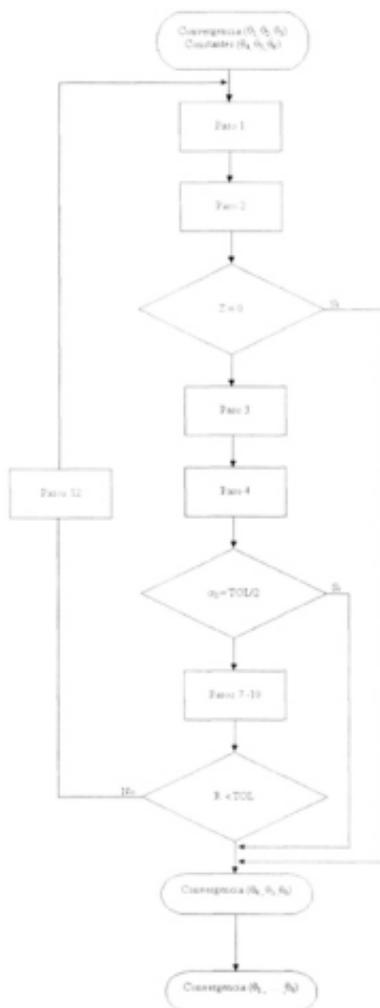


Figura 3.11: Diagrama de flujo para los 3 últimos grados de libertad.

## RESULTADOS EXPERIMENTALES.

En el presente capítulo se hará una descripción de cómo se realizó la unión de todas las herramientas, que se expusieron en los capítulos anteriores, para dar forma a la interfaz gráfica con la cual se va a poder realizar una tarea de posicionamiento. También, se detallarán los resultados obtenidos del posicionamiento del manipulador en un determinado punto seleccionado sobre el área de trabajo, así como la precisión y el error que se obtuvieron en la realización de una tarea de posicionamiento.

### 4.1 Posicionamiento del Manipulador Utilizando el Mapeo.

#### 4.1.1 Descripción.

En esta sección, se hará una descripción de los métodos utilizados para lograr el posicionamiento del manipulador, así como el medio ambiente en el que se realizaron las pruebas.

Para lograr obtener el éxito deseado al momento de posicionar el manipulador, una de las medidas que juega un papel esencial para lograr dicho posicionamiento es el *mapeo* descrito en el capítulo 2 (sección 2.2.3). La tarea principal del mapeo, es determinar las coordenadas equivalentes para la cámara-2 una vez que se ha seleccionado el punto objetivo en la cámara-1. Los puntos objetivos que se seleccionaron sobre la superficie de trabajo y están determinados por señales que fueron marcadas y enumeradas sobre la misma, fig.4.1. El objetivo de marcar estos puntos sobre la superficie de trabajo, es que al momento de seleccionar uno de estos, se pueda tener la seguridad del punto donde debe posicionarse el manipulador, así como de una mejor apreciación del error que se puede presentar al momento del posicionamiento. Además se puede verificar las coordenadas del mapeo para el punto objetivo en la cámara-2.

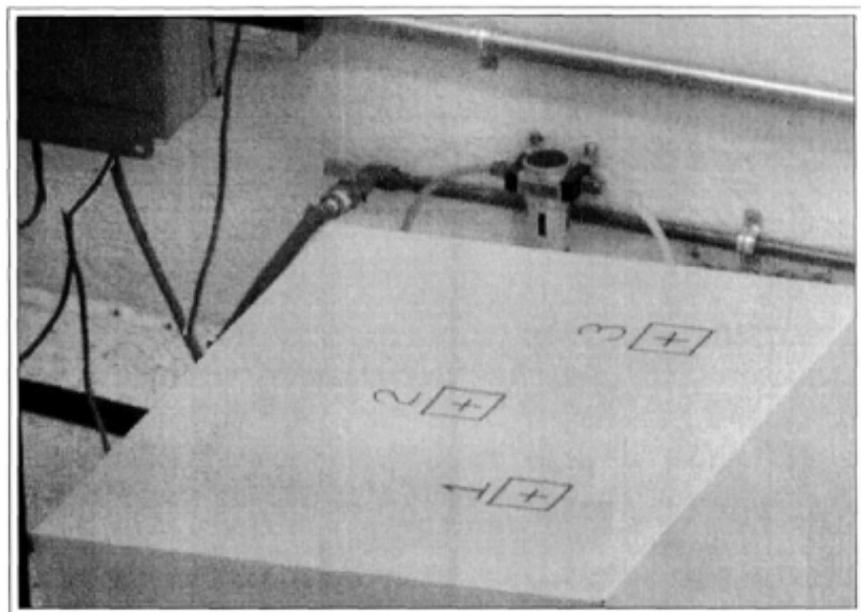


Figura 4.1: Señales visuales marcadas sobre la superficie de trabajo.

Para llevar a cabo el mapeo, se utiliza una plataforma de 2 grados de libertad (fig.4.2), sobre la cual se encuentra un rayo láser. Con éste, se puede proyectar un punto luminoso sobre el área en la cual se desea realizar el mapeo. Con la ayuda de la plataforma, el punto proyectado por el láser puede ser posicionado en cualquier lugar del área de trabajo. El área seleccionada para realizar el mapeo está limitada por un cuadrado que encierra el punto objetivo sobre la superficie de trabajo. En pruebas anteriores con el mapeo, se observó que al seleccionar una pequeña área en la cual se desea posicionar el manipulador y con un número de muestras adecuado (las muestras se obtienen al posicionar el láser sobre el área descada.), se obtiene una buena predicción de las coordenadas para el punto en la cámara-2.

Una vez que se han tomado y almacenado las muestras necesarias, se puede aplicar el método descrito en la sección 2.2.3, para obtener las coordenadas correspondientes al punto objetivo en la

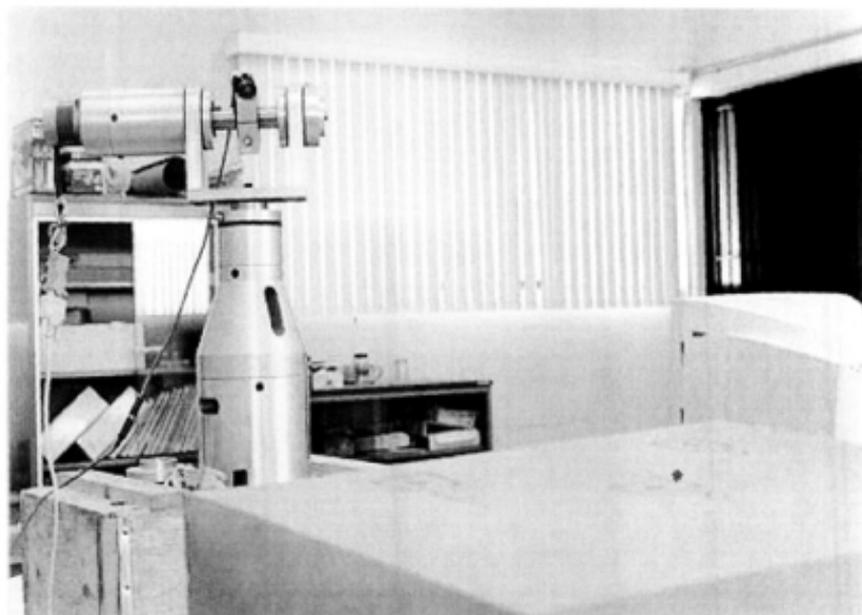


Figura 4.2: Plataforma de 2 grados de libertad, proyectando un punto luminoso con la ayuda del láser.

cámara-2. Al momento de seleccionar el punto objetivo para la cámara-1 (cámara de observación), se pueden presentar algunos errores, como el redondeo de las coordenadas. Como resultado de este error se puede obtener una incompatibilidad con el punto objetivo en la cámara-2. Otro de los problemas al que se enfrenta, es la velocidad con que el manipulador está tratando de alcanzar la posición deseada. La velocidad del manipulador tiene influencia sobre el número y exactitud de las muestras de las marcas manipuladas obtenidas en el espacio de cámara. Es decir, entre más lento se mueva el manipulador al ejecutar alguna tarea de posicionamiento, mayor y más precisa será la información que se obtendrá para corregir los parámetros de visión. Algunos de estos errores se retomarán en las siguientes secciones.

En la fig.4.3, se muestra el diagrama de flujo para realizar el mapeo sobre la superficie de trabajo.

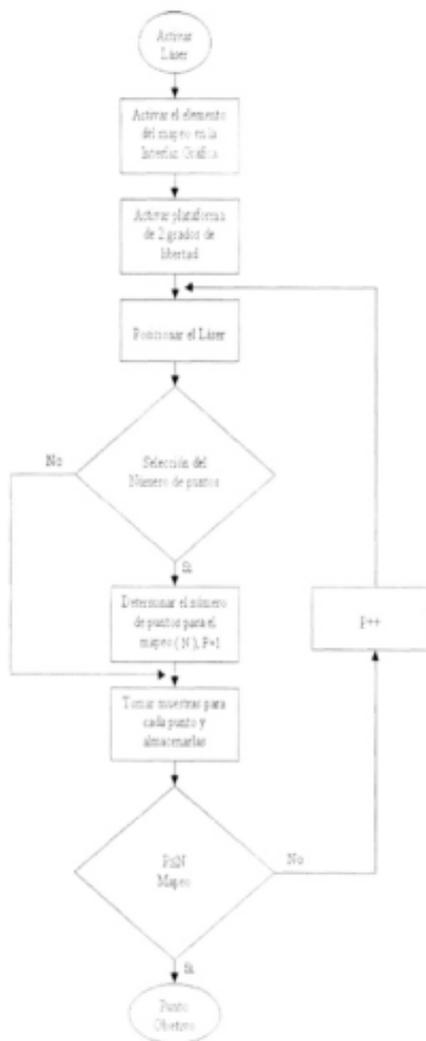


Figura 4.3. Diagrama de flujo para el mapeo.

### 4.1.2 Aplicación.

En la determinación de la configuración del manipulador que permita ubicarlo sobre el punto objetivo, el mapeo juega un papel muy importante para posicionar el manipulador exitosamente. Dicho procedimiento y sus limitaciones se han explicado en secciones anteriores. El objetivo que se persigue es el de posicionar al manipulador en cualquier punto que se ha seleccionado dentro del área de trabajo. El problema al que se enfrenta al realizar el mapeo dentro de la superficie de trabajo, es al momento de seleccionar el punto objetivo en cualquier lugar de la misma. Como se mencionó anteriormente, al momento de seleccionar el punto objetivo sobre la imagen proporcionada por la cámara-1, las coordenadas que se obtendrán son valores enteros, por lo que no se puede asegurar que las coordenadas obtenidas son las correctas para ese punto objetivo. En otras palabras, al instante de seleccionar el punto objetivo en la imagen proporcionada por la cámara-1, se puede obtener una incompatibilidad con el punto objetivo para la cámara-2. Esto se puede verificar fácilmente, ya que al momento de obtener el segundo punto objetivo, se puede comparar sus coordenadas dentro de la imagen proporcionada por la cámara-2, al realizar esto, se podrá determinar si el punto objetivo para la cámara-2 es el adecuado. En la fig.4.4, se puede observar un ejemplo de la incompatibilidad entre el punto objetivo para la cámara-1 y la cámara-2. En otras palabras, se realizó el mapeo sobre toda la superficie de trabajo para calcular las coordenadas en la cámara-2, y el resultado que se obtuvo al realizar esto, fue una incompatibilidad entre el punto objetivo para la cámara-1 y la cámara-2. Por ejemplo, en un experimento las coordenadas para el punto objetivo en la cámara-2 fueron;  $X = -6.723$  y  $Y = -62.357$ , cuando sus coordenadas deberían de haber sido;  $X = 26$  y  $Y = -80$ .

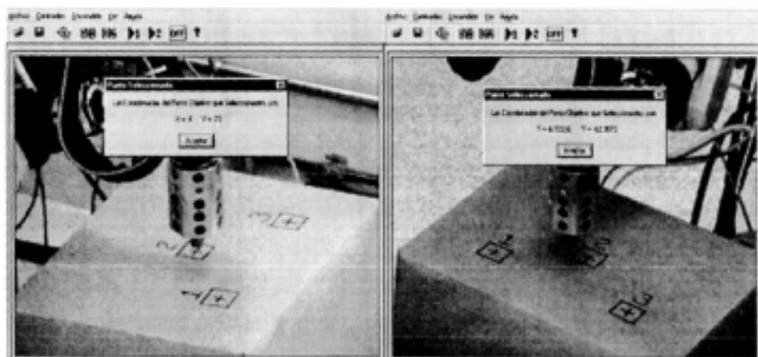


Figura 4.4: Selección del punto objetivo en la cámara-1( $x=4,y=73$ ) y la determinación del punto objetivo para la cámara-2( $x=-6.723,y=-62.3572$ ).

Como consecuencia de este error, el posicionamiento no tendría el éxito deseado. Para poder corregir el mapeo se hizo la consideración de realizarlo dentro de una pequeña zona donde se encuentra el punto objetivo deseado. Para esto, se consideró el punto objetivo número 2 (fig.4.1), el cual se encuentra sobre la superficie de trabajo. Como se mencionó anteriormente y como la finalidad es el de obtener el punto objetivo lo más exacto que se pueda, se realizó el mapeo con 16 puntos (muestras), fig.4.5. La consideración para tomar estos 16 puntos se basó en diferentes pruebas que se realizaron con diferentes cantidades de puntos. Como resultado de estas pruebas, se observó que la mejor aproximación que se obtuvo fue a partir de los 16 puntos. Si se toman más de 16 puntos, la variación en las coordenadas del punto no son muy significativas.

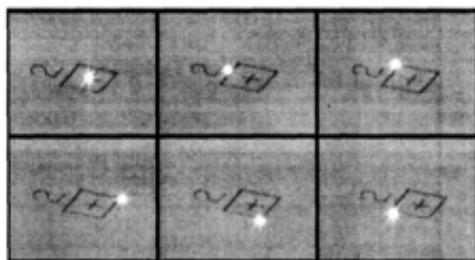


Figura 4.5: Determinación de muestras para el mapeo.

Al realizar el mapeo con estos puntos el error disminuyó considerablemente, al punto de considerar que el mapeo fue casi exacto. Por ejemplo, considere las coordenadas del punto objetivo seleccionadas en la cámara-2, las cuales son:  $X = 26$  y  $Y = -80$ . En la fig.4.6, se puede observar los valores que se obtuvieron al realizar el mapeo, para el mismo punto objetivo. Como se podrá observar, el mapeo fue muy aproximado al punto seleccionado en la cámara-2 (las coordenadas calculadas para este punto son:  $X = 25.05597$  y  $Y = -79.6152$ ).

Las coordenadas seleccionadas para el punto objetivo ( $X = 26$  y  $Y = -80$ ) en la cámara-2, podrían no ser las más adecuadas; esto se debe a que cuando se localiza el punto objetivo con el ratón, las coordenadas que se obtienen por medio de la interfaz son redondeadas, por lo cual no se tiene una seguridad de que sean las correctas. La utilización del mapeo para realizar la predicción del punto objetivo en la cámara dos, fue casi exacta con un error aproximado de un píxel. En la tabla 4.1, se puede observar el error que se obtiene al realizar el mapeo y que en un determinado momento afecta el posicionamiento del manipulador.

Camara 1     Camara 2  
 X     X   
 Y     Y

**Mapeo**  
         Muestra  
 Punto Tridimensional    xi =     yi =

**Parametros del Mapeo**  
 A     B     C   
 D     E     F

Figura 4.6: Determinación de las coordenadas para la cámara-2.

Coordenadas	Designada	Mapeo	Error
X	26	25.05597	0.94403
Y	-80	-79.6152	-0.3848

Tabla 4.1: Determinación entre las coordenadas óptimas y las calculada con el mapeo.

Una vez reducido el error asociado al mapeo, se procede a realizar la primera estimación para determinar la configuración interna del manipulador. Para lograr realizar esta estimación, se toman los valores más actuales de los parámetros de visión, los cuales pueden ser mejorados al realizar una de las trayectorias preplaneadas. En la fig.4.7, se pueden observar los valores de las juntas para la primera estimación.

Posicionamiento del Manipulador						
Configuración		Configuración Estimada del Manipulador				
	<input type="radio"/> Cámara 1	<input type="radio"/> Cámara 2				
Posicionamiento	X	4	X	25.09537		
			J1	0.3636171	J2	0.4222711
					J3	0.60649371
HOME	Y	73	Y	79.0152		
			J4	0.1037543	J5	0.695742
					J6	0.3423329

Figura 4.7: Obtención de los valores para la primera estimación.

Una vez que se ha realizado la primera estimación, se hace el posicionamiento del manipulador sobre el punto objetivo seleccionado. Cuando el manipulador está tratando de alcanzar la posición descrita, los parámetros de visión para cada cámara son refinados mediante la técnica de Flattening. Con esta nueva redefinición de los parámetros de visión se realizará una segunda estimación, con la cual se puede obtener una mejor aproximación al punto deseado. En la fig. 4.8, se puede apreciar el posicionamiento realizado para la primera estimación.

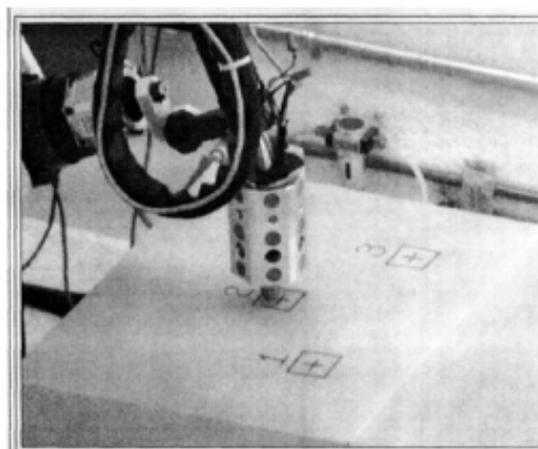


Figura 4.8: Posicionamiento del manipulador en la primera estimación.

Para la tercera y cuarta estimación de la configuración interna del manipulador, las variaciones en las juntas son mínimas. Esto se debe a que el mayor cambio que se puede observar en la configuración interna del manipulador, se presenta de la primera a la segunda estimación. En la fig. 4.9, se puede observar el posicionamiento del manipulador sobre el punto seleccionado.

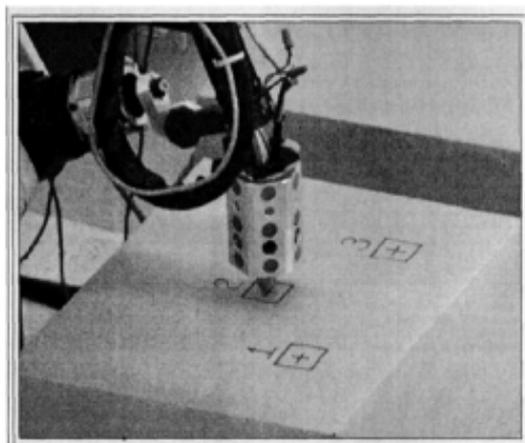


Figura 4.9: Posicionamiento del manipulador sobre el punto objetivo.

En la tabla 4.2, se puede observar la configuración con la cual debe posicionarse el manipulador sobre el punto objetivo obtenida manualmente. Además también se pueden observar las estimaciones realizadas a diferentes velocidades, así como las pequeñas diferencias que existen entre éstas. La velocidad máxima a la que operar el manipulador es de 2 m/seg (en forma lineal), que es el 100% de la velocidad con que trabaja. A partir de ésta se pueden derivar velocidades más pequeñas. Las diferencias provienen de los errores de muestreo que afectan la estimación de los parámetros de visión. La velocidad adecuada a la que se hace referencia, sería a la velocidad con la que se ha estado realizando las pruebas, en este caso entre el 10% y 15%.

Velocidad	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$
Posición Manual	2.702	35.427	-60.289	-0.403	85.995	-0.176
10%	2.7616140	35.052845	-59.681369	-0.4582590	85.388405	-0.1417550
5%	2.6640957	35.070227	-59.960459	-0.3699662	85.667133	-0.1929497
3%	2.6330602	35.102502	-60.115007	-0.3418537	85.821582	-0.2094549

Tabla 4.2: Obtención de valores de juntas a diferentes velocidades.

## 4.2 Posicionamiento del Manipulador sin Utilizar el Mapeo.

En el punto anterior se mencionó la importancia que tiene el mapeo para poder calcular la configuración interna del manipulador. En esta sección, se realizan las mismas pruebas que en la sección anterior, con la diferencia de que en lugar de realizar el mapeo, se le proporcionará al sistema las coordenadas del punto objetivo (número 2), tanto en la cámara uno como en la cámara dos, eliminando con ésto la incompatibilidad de los puntos objetivo. Todo esto con el fin de observar la diferencia en cuanto a la estimación de las juntas del manipulador, así como el error que se obtiene al realizar el posicionamiento del manipulador. Cabe mencionar que el error de redondeo, que se presenta al momento de seleccionar los puntos objetivos tanto en la cámara 1 como en la 2, no es eliminado, por lo cual no se puede asegurar que las coordenadas obtenidas sean las óptimas. Al no poder eliminar el error de redondeo, puede existir un pequeño error de incompatibilidad.

Se siguió el mismo procedimiento indicado en el diagrama de flujo de la fig.4.3. En este caso, por ejemplo, las coordenadas para el punto objetivo son las siguientes: Para la cámara-1  $X=-4, Y=-73$  y para la cámara-2  $X=26, Y=-80$ . La obtención de las coordenadas para la cámara-1 se hace al elegir el punto objetivo que se selecciona en la interfaz gráfica, para las coordenadas en la cámara-2, se tomó una imagen del área de trabajo con esta cámara y posteriormente con el mouse se localiza el punto seleccionado en la cámara-1, que corresponde al segundo sensor, el cual fue marcado sobre la superficie de trabajo. Ya obtenidas las coordenadas, se hace una pequeña modificación en el algoritmo que determinará la configuración interna del manipulador, para que considere estas coordenadas. El manipulador alcanzará la posición deseada en máximo cuatro estimaciones. En la fig.4.10, se muestran algunas de las posiciones que alcanzó el manipulador con estas coordenadas.

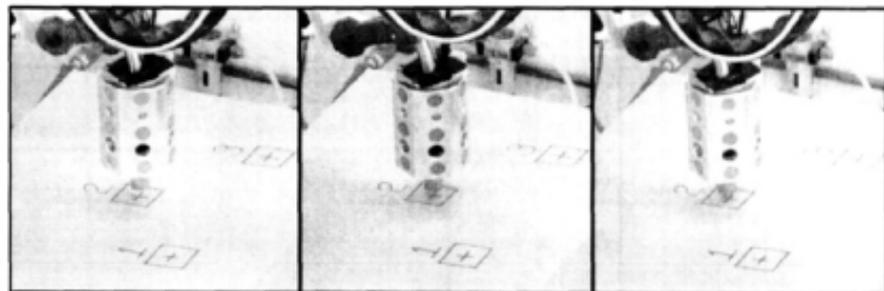


Figura 4.10: Posicionamiento del manipulador a diferentes velocidades(10.5 y 3%).

En la tabla 4.3, se pueden observar los resultados obtenidos al realizar el posicionamiento del manipulador a diferentes velocidades.

Velocidad	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$
Posición Manual	2.702	35.427	-60.289	-0.403	85.995	-0.176
10%	2.6266440	34.974063	-59.809554	-0.3361929	85.516115	-0.2108633
5%	2.7408246	35.144747	-60.170461	-0.4391801	85.877401	-0.1560445
3%	2.7123574	35.124364	-60.214777	-0.4134409	85.921609	-0.1705617

Tabla 4.3: Comparación de las juntas sin mapeo.

Como se puede observar, los resultados son mejorados un poco más. La diferencia que existe entre ésta y los resultados obtenidos al utilizar el mapeo es pequeña, pero 1 o 2 mm son muy significativos al momento de realizar el posicionamiento del manipulador.

### 4.3 El error en el posicionamiento del manipulador.

El posicionamiento del manipulador con o sin mapeo, arroja como resultado un pequeño porcentaje de error a pesar de las variaciones en la velocidad con las que se hicieron las pruebas. La mejor aproximación obtenida fue cuando el manipulador se encontraba a una velocidad del 3%. La información que se obtiene al momento de posicionar el manipulador (estimación de los parámetros de visión), puede verse afectada por la velocidad con la que se está trabajando en ese momento. La velocidad en cuanto a la comunicación que existe entre la PC y el controlador del robot, induce un error al obtener las muestras con las que se estiman los parámetros de visión. En otras palabras, la comunicación que existe entre estos dos elementos, sólo permite la obtención de un ángulo a la vez. Esto genera un retraso en la lectura, que es compensado por medio de un algoritmo de ponderación. En la tabla 4.4, se muestran los valores de las juntas que se determinan y los valores a los que se debería haber llegado. Como se puede observar son pequeñas las variaciones en cada una de las juntas.

Velocidad	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$
Posición Manual	2.702	35.427	-60.289	-0.403	85.995	-0.176
3%	2.7123574	35.124364	-60.214777	-0.4134409	85.921609	-0.1705617

Tabla 4.4: Comparación de las juntas del manipulador.

En la fig. 4.11, se puede apreciar el error obtenido al momento de realizar el posicionamiento del manipulador.

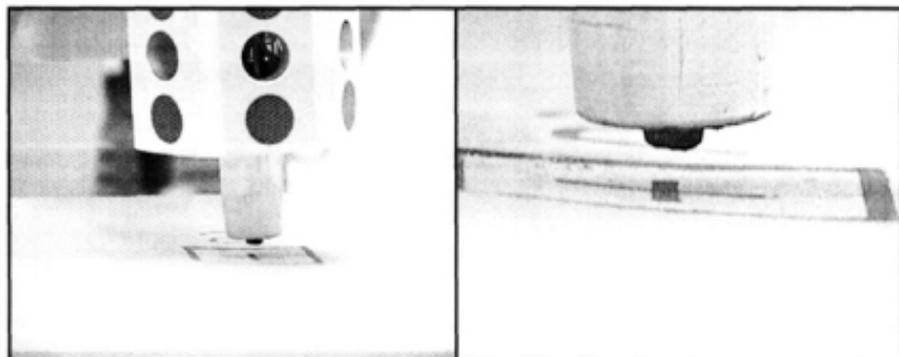


Figura 4.11: Determinación del error al posicionar el manipulador sobre el punto objetivo.

Con el afán de hacer más palpable el error y para establecer su magnitud al momento de realizar el posicionamiento del manipulador, se tomó la decisión de localizar el punto tridimensional en el cual el manipulador debe posicionarse. También se hizo una modificación en el algoritmo que determina la configuración interna del manipulador, para que cada vez que se realice su función se pueda localizar el punto tridimensional en la punta de la herramienta y así se pueda tener una idea más aproximada de la magnitud del error.

Las coordenadas del punto tridimensional al momento de finalizar alguna tarea de posicionamiento, pueden ser medidas directamente. El problema por el cual no se pudieron realizar las mediciones de esta forma, fue a causa de que la superficie donde se posiciona el manipulador no es rígida, y no se dispone de dispositivos apropiados para esta función.

En la tabla 4.5, se pueden observar las coordenadas del punto tridimensional en el cual tiene que posicionarse al manipulador, así como las coordenadas de los puntos a los cuales converge con diferentes velocidades de aproximación. El mayor error que se presenta, es en el eje Z, mientras que en las otras dos coordenadas ( $X, Y$ ) es mínimo el error obtenido.

Velocidad	$X(mm)$	$Error(X)mm$	$Y(mm)$	$Error(Y)mm$	$Z(mm)$	$Error(Z)mm$
Posición Manual	1214.035		39.844		-37.541	
10%	1213.774857	0.26014	38.630154	1.213	-31.802639	-5.73
5%	1212.468791	1.566	40.397005	-0.553	-35.107661	-2.43
3%	1212.985750	1.0495	39.918643	-0.0746	-35.263438	-2.3

Tabla 4.5: Comparación del punto tridimensional a diferentes velocidades.

Para tratar de justificar el error que se obtuvo al realizar una tarea de posicionamiento, se volvió a modificar el algoritmo que determina la configuración interna del manipulador,  $\gamma$ (gamma) y las coordenadas del punto objetivo en el espacio de cámara ( $X'_i, Y'_i$ ). La determinación de  $\gamma$ (gamma), se realizó en el capítulo 3 (sección 3.3.1), ec.(3.50), donde la determinación de las matrices  $R'_v$  y  $R'_g$ , fueron descritas en el mismo capítulo (sección 3.3.1). La matriz  $R'_v$  contiene la información de los puntos objetivos y está basada en los parámetros de visión. La matriz  $R'_g$  contiene la configuración interna del manipulador, incluida en  $\Theta$ . Al realizar las operaciones necesarias para obtener  $\gamma$ (gamma), se obtendrá como resultado un valor escalar, el cual se divide entre el número de cámaras (2) y al resultado se le extraerá la raíz cuadrada, dando como resultado el error (en píxeles) para cada una de las cámaras.

La localización de los puntos objetivos en el espacio de cámara, fueron definidos en el capítulo 3 (sección 3.3.1) en la ec.(3.35) y la ec.(3.36). La determinación de estos puntos es con respecto a la punta de la herramienta. En otras palabras, se localizarán las coordenadas bidimensionales ( $x, y$ ) sobre la imagen proporcionada por la cámara-1, para la punta de la herramienta, al realizar esto, se proporcionará una mejor perspectiva del error al momento de posicionar el manipulador. Para obtener estas coordenadas es necesario calcular el punto tridimensional en la punta de la herramienta y además se debe de incluir los parámetros de visión ( $C^v$ ). Al realizar la localización de estos puntos y compararlos con los puntos objetivos seleccionados en la interfaz, se puede determinar si existe algún error entre estos puntos. En teoría, no debe de haber ninguna diferencia entre estos puntos, ya que deben de ser iguales. En la tabla 4.6, se puede observar el error que se encontró al comparar el punto seleccionado en la interfaz con los calculados al finalizar el posicionamiento del manipulador.

Coordenada	Seleccionada	Calculada	Error
$X_1$	-4	-4.743086	0.743086
$Y_1$	-73	-71.674468	1.325532
$X_2$	26	25.237545	0.762455
$Y_2$	-80	-81.398301	1.398301

Tabla 4.6: Comparación de los puntos objetivos.

En la fig.4.12, se pueden observar los valores del punto tridimensional,  $\gamma$  (gamma) y los puntos objetivos calculados  $X_{ij}^i, Y_{ij}^i$ . El error puede explicarse por el redondeo en la designación de los puntos objetivos.

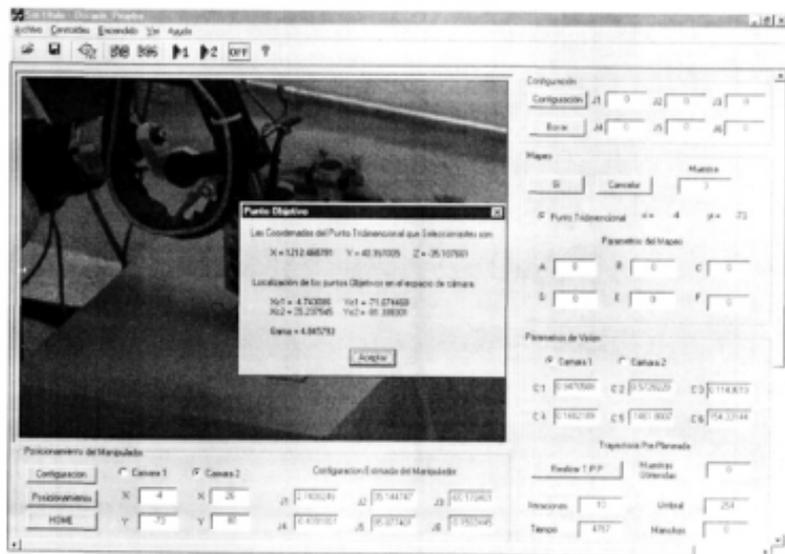


Figura 4.12: Determinación del punto tridimensional, los puntos objetivos en el espacio de cámara y gama.

## CONCLUSIONES.

Al concluir una serie de pruebas con el método de manipulación de espacio de cámara (CSM), se comprobó la efectividad y las ventajas que ofrece esta técnica. Por lo tanto se puede afirmar que algunos de los objetivos de este método se han cumplido satisfactoriamente, como por ejemplo:

- El uso de señales visuales no permanentes, producidas por un rayo laser que tiene las características de proyectar una matriz de puntos o un solo punto, sobre la superficie de trabajo. Cabe mencionar que el rayo laser esta montado sobre una plataforma de 2 grados de libertad, la cual se puede manipular para posicionarlo en el lugar deseado. Al objeto manipulable (herramienta) se le ha proporcionado con señales visuales luminosas, las cuales son activadas desde la interfaz en el momento de realizar alguna tarea.
- El realizar el posicionamiento del manipulador en cualquier punto del área de trabajo, a través de la interfaz gráfica desarrollada para este método.
- El acoplamiento del método de manipulación de espacio de cámara (CSM), con un sistema de comunicación entre la PC y el controlador.
- El realizar el modelo cinemático del robot FANUC ARCMate 100i.

Los puntos anteriores conforman un sistema de posicionamiento basado en el método de manipulación de espacio de cámara (CSM). Este sistema presenta un comportamiento confiable, estable y robusto, pero a pesar de estas características no se obtuvo el éxito deseado al momento de ejecutar

alguna tarea de posicionamiento. El error que se observó y que es del orden de 0.1 a 2 mm en promedio, es variable, y esta variación puede ser producida por las siguientes causas:

- Al momento de seleccionar el punto objetivo en la cámara-1, las coordenadas que se obtienen de ese punto son redondeadas, y no se tiene la certeza de que sean las más adecuadas. Como consecuencia de esto, se puede tener una incompatibilidad con el punto objetivo para la cámara-2.
- Al momento de tomar un número insuficiente de muestras sobre el área en la cual se desea ejecutar el mapeo, con lo que no se obtiene una buena correlación entre las coordenadas de los puntos objetivos seleccionados tanto en la cámara-1 como en la cámara-2.
- La velocidad del manipulador. Al momento de ejecutar alguna tarea de posicionamiento, si el manipulador cuenta con una velocidad muy alta, puede ser que no se adquieran las suficientes muestras para actualizar los parámetros de visión. Aunado a esto, la velocidad en la comunicación entre la PC y el controlador del robot, afecta la precisión de las muestras.

A pesar de todos estos inconvenientes, el método de manipulación de espacio de cámara es una buena alternativa para la realización de tareas no repetitivas.

En los capítulos anteriores se mencionó una herramienta con la que cuenta el manipulador llamada *Teach Pendant*<sup>1</sup>, con la que actualmente en cualquier fábrica o centro laboral se realiza el posicionamiento del manipulador. En otras palabras, es la única forma que se tiene para poder programar el robot, es decir, que si se desea que el manipulador realice diferentes tareas en diversos procesos, será necesario reprogramar el manipulador las veces que exija el cambio de algún proceso. Esto da como resultado una pérdida de tiempo en la producción y además puede generar algún error por parte del programador debido a la rapidez con que debe realizarse la programación. Con todos los problemas que arroja el cambiar la secuencia de movimientos de algún manipulador, muchas de las empresas deciden tener subutilizados a este tipo de máquinas, aplicándolas en tareas en las cuales no tengan que realizar una reprogramación sustancial. Con el desarrollo de la interfaz gráfica y la aplicación del método de manipulación de espacio de cámara (CSM), se puede considerar esta interfaz como una herramienta adicional para programación, pero con una mayor flexibilidad.

---

<sup>1</sup>Terminal de enseñanza

Para concluir, se puede afirmar que el método de manipulación de espacio de cámara (CSM), ha probado ser un método adecuado para lograr el posicionamiento del manipulador en superficies arbitrarias.

## 5.1 Trabajo a Futuro.

Como se puede observar a lo largo de este trabajo, algunos de los métodos aquí propuestos pueden aún ser mejorados o en un determinado caso, proponerse nuevas alternativas para el perfeccionamiento de la interfaz gráfica y del método de manipulación de espacio de cámara (CSM). A continuación se señalan algunos de los puntos que se consideran más trascendentes para el perfeccionamiento de dichos métodos:

- Una actualización continua al sistema (interfaz gráfica), tanto software como en hardware para lograr una optimización y un mejor desempeño en ésta.
- Una innovación en cuanto a los algoritmos que se utilizaron para el método de manipulación de espacio de cámara (CSM). A pesar de que los algoritmos utilizados en este método proporcionan los resultados requeridos, existen otros que pueden proporcionar una mayor exactitud y una mayor rapidez en cuanto a su ejecución, tal es el caso del método de descenso más rápido que se puede mejorar aún más usando métodos matemáticos más complejos.
- Establecer una comunicación más rápida y eficaz entre la PC y el robot.
- Integrar a la interfaz gráfica, el poder realizar una tarea de soldadura y tener el control de las herramientas de limpieza del manipulador.
- Mejorar la caracterización de superficies y optimizar el mapeo de tal forma que sea lo suficientemente confiable para poder predecir cualquier punto sobre una superficie arbitraria.
- Optimizar la selección del punto objetivo por medio de un *Zoom digital*, con el fin de reducir el error en la designación de objetivos de maniobra en el espacio de cámara.



## Descripción de la Interfaz Gráfica.

Para poder lograr la realización de una interfaz gráfica, donde se conjuntan todas las herramientas ya descritas en los capítulos anteriores, se decide realizar esta en un ambiente tipo Windows, utilizando Visual C++. Se hizo uso de este software por la versatilidad que ofrece este sistema de programación y por ser uno de los más populares.

Una vez que se obtiene el diagrama de flujo, se procede a realizar la programación de cada uno de los algoritmos. Por la gran extensión del código no se realizará una explicación detallada de cada uno de estos; solamente se realizará la explicación de cada uno de los elementos con los que cuenta la interfaz gráfica.

En la fig.A.1, se puede observar la interfaz gráfica desarrollada para el posicionamiento del manipulador.

Ahora se dará una explicación de cada uno de los elementos con los que cuenta esta interfaz gráfica.

**Menu** cuenta con los siguientes elementos, Archivo, Centroides, Encendido, Ver y Ayuda. El elemento Archivo se puede considerar igual al que se podrá encontrar en cualquier editor de textos, que permite abrir, guardar, imprimir entre otras cosas. El elemento Centroides permite realizar el análisis de una imagen, donde se pueden encontrar los centroides de la imagen analizada. También se pueden observar los resultados de dicho análisis. El elemento Encendido permite tener el control sobre el encendido de láser y de los led's de la herramienta. El elemento Ver y Ayuda sirven para poder visualizar las barras de herramientas y de estado, también permite encontrar información sobre la versión del programa. Vea la fig.A.2.

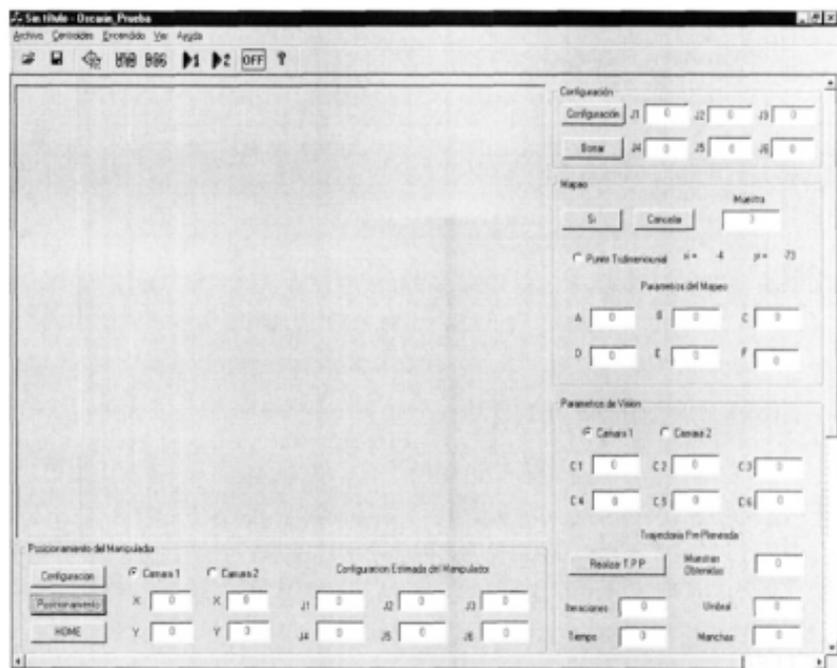


Figura A.1: Interfaz Gráfica.

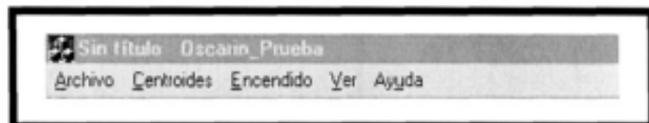


Figura A.2: Menu.

**Toolbar** cuenta con los siguientes elementos Abrir, Guardar, Centroides, Cámaras, OFF y Ayuda. El elemento Abrir como su nombre lo indica sirve para abrir algún archivo. El elemento Guardar únicamente guarda las imágenes proporcionadas por las cámaras. El elemento Cámaras muestra las imágenes del lugar donde se realizará el posicionamiento. Las imágenes pueden ser visualizadas en vivo o como una imagen fija. El elemento OFF proporciona el control del apagado del laser y de los led's de la herramienta y el elemento Ayuda es idéntico al ya mencionado en el párrafo anterior. Vea la fig.A.3.

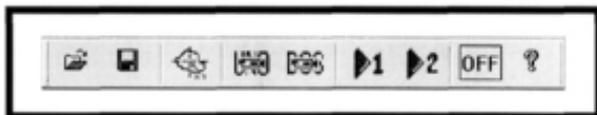


Figura A.3: Toolbar.

**Configuración** con este elemento se puede obtener la configuración del manipulador, en cualquier posición en la que se encuentre en ese momento. Vea la fig.A.4.

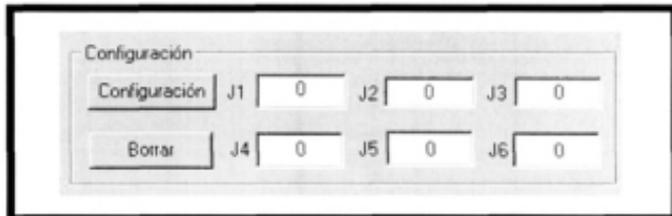


Figura A.4: Configuración.

**Mapeo** con este elemento se puede realizar el mapeo para el punto objetivo seleccionado. Como resultado se obtendrán las coordenadas de un determinado punto para la cámara dos. también se logra obtener el punto tridimensional en la punta de la antorcha, así como las coordenadas de los puntos objetivos en el espacio de cámara, para cada una de éstas. Vea la fig.A.5.

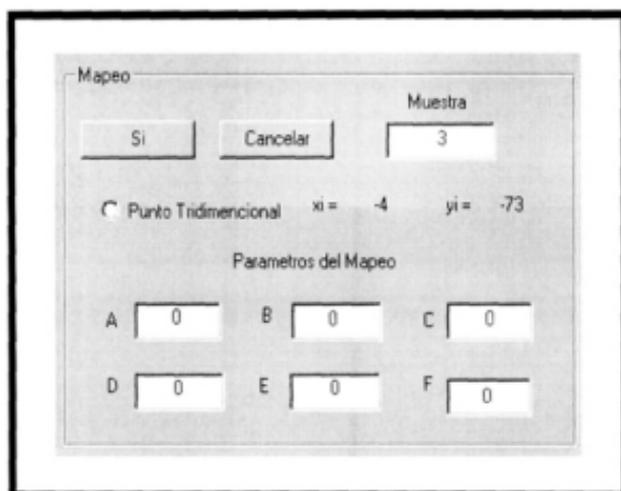


Figura A.5: Mapeo.

**Parámetros de Visión** en este elemento se establecen los parámetros de visión que toman por default cada una de las cámaras, con los cuales iniciará el desarrollo del posicionamiento del manipulador. En este mismo elemento se puede realizar las trayectorias preplaneadas para cada cámara. Estas se pueden hacer con el led de referencia o con todos los led's encendidos. Por último se observa el número de iteraciones que se realizaron y las manchas que se detectaron al realizar algún análisis de imagen. Vea la fig.A.6.

**Posicionamiento del Manipulador.** Este elemento es uno de los más importantes, debido a que este conjunto de instrucciones es el que realiza la primera estimación, para posteriormente realizar el posicionamiento del manipulador en el punto objetivo. Se puede apreciar el valor que va a tomar cada una de las juntas antes de realizar el siguiente posicionamiento, así como los puntos objetivos para las diferentes cámaras. Vea la fig.A.7.

Parámetros de Visión					
<input checked="" type="radio"/> Cámara 1		<input type="radio"/> Cámara 2			
C 1	<input type="text" value="0"/>	C 2	<input type="text" value="0"/>	C 3	<input type="text" value="0"/>
C 4	<input type="text" value="0"/>	C 5	<input type="text" value="0"/>	C 6	<input type="text" value="0"/>
Traectoria Pre-Planeada					
<input type="button" value="Realizar T.P.P"/>			Muestras Obtenidas:	<input type="text" value="0"/>	
Iteraciones:	<input type="text" value="0"/>	Umbral:	<input type="text" value="0"/>		
Tiempo:	<input type="text" value="0"/>	Manchas:	<input type="text" value="0"/>		

Figura A.6: Parámetros de Visión.

Posicionamiento del Manipulador						
<input type="button" value="Configuración"/>	<input checked="" type="radio"/> Cámara 1		<input type="radio"/> Cámara 2		Configuración Entrada del Manipulador	
<input type="button" value="Posicionamiento"/>	X	<input type="text" value="0"/>	X	<input type="text" value="0"/>	J1	<input type="text" value="0"/>
<input type="button" value="HOME"/>	Y	<input type="text" value="0"/>	Y	<input type="text" value="0"/>	J2	<input type="text" value="0"/>
					J3	<input type="text" value="0"/>
					J4	<input type="text" value="0"/>
					J5	<input type="text" value="0"/>
					J6	<input type="text" value="0"/>

Figura A.7: Posicionamiento del Manipulador.

En la siguiente fig.A.8 se muestra un diagrama de flujo, donde se describe como están conformadas todas estas herramientas en la interfaz gráfica.

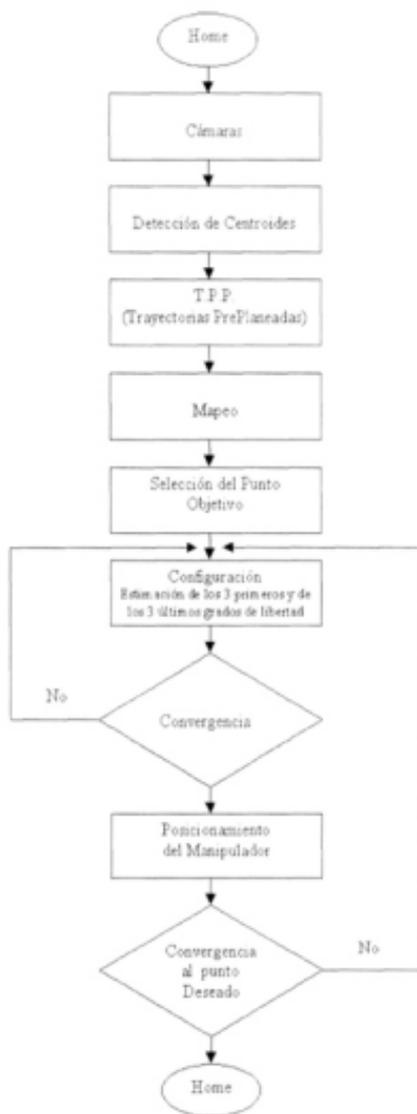


Figura A.8: Diagrama de flujo para la interfaz gráfica.

## Bibliografía

- [1] W. Z. Chen, U. A. Korde, and Steven B. Skaar. Position control experiments using vision. *The International Journal of Robotics Research*, 13(3):199–208, 1994.
- [2] Robert B. Davies. NEWMAT09: A Matrix Library in C++. Disponible gratis en internet: <http://webnz.com/robert>, 1997.
- [3] K. S. Fu, R. C. González, and C. S. Lee. *Robótica - Control, detección, visión e inteligencia*. McGraw-Hill, 1988.
- [4] Emilio J. González Galván. Introducción al Curso de Robótica y Visión por Computadora. Notas del curso impartido en el CIEP-FI, 1999.
- [5] Emilio J. González Galván, Steven B. Skaar, and Michael J. Seelinger. Efficient camera-space target disposition in a matrix of moments structure using camera-space manipulation. *The International Journal of Robotics Research*, 18(8):809–818, 1999.
- [6] Nathan Gurewicz and Ori Gurewicz. *Visual C++ 5 en 21 Días*. Ed. Prentice Hall, 1 edition.
- [7] John L. Junkins. *An Introduction to Optimal Estimation of Dynamical Systems*. Alphen Aan Den Rijn, The Netherlands: Sijthoff & Noordhoff, 1978. The University of Virginia.
- [8] David J. Kruglinski, George Shepherd, and Scot Wingo. *Programación Avanzada con Microsoft Visual C++*. Serie de Programación Microsoft. Microsoft Press - McGraw Hill, 1999.
- [9] Richard L. and J. Douglas Faires. *Análisis Numérico*. Ed. Thomson, 6 edition.
- [10] Leslie Lamport. *BT&X<sub>2</sub> - A document preparation system*. Addison Wesley, 1994.
- [11] William H. Press, William T. Vetterling, Saul A. Teukolsky, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing*. Ed. Cambridge University Press, 2 edition.
- [12] Herbert Schildt. *C Manual de Referencia*. Ed. McGraw-Hill, 1 edition.

- [13] Steven B. Skaar and Carl F. Ruoff. *Teleoperation and Robotics. Chap. 9: Versatile and Precise Vision-Based Manipulation*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- [14] Chuck Sphar. *Aprenda Microsoft Visual C++ Ya*. Microsoft Press - McGraw Hill, 1999.
- [15] Beck Zaratian. *Microsoft Visual C++, Manual del Programador*. Microsoft Press - McGraw Hill, 1999.

EX LIBRIS



SISTEMA DE  
BIBLIOTECAS  
U.A.S.L.P.  
No. DE REG. \*