



Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Facultad de Ciencias



Modelado del crecimiento urbano
en zonas marginales

TESIS

Que para obtener el Grado de

Maestro en Ciencias Aplicadas


P R E S E N T A :

I. F. Efraín Castillo Muñiz

ASESORES:

Dr. Edgardo Ugalde Saldaña

M. P. S. Antonio Aguilera Ontiveros



hay hombre que luchan un día y son buenos:
hay hombres que luchan muchos días y son mejores,
pero hay quienes luchan toda la vida,
esos son los imprescindibles
BERTOLT BRECHT.

Agradecimientos:

Quiero agradecer primeramente a gallo y a spivak por compartir algo lo mucho que saben conmigo, por su infinita paciencia y también por aguantarme tanto, de corazón gracias. También quiero agradecer a CONACYT por su apoyo financiero por medio de los proyectos : 29344-s y 35138-s

A mis sinodales: el doctor Urias y Gelasio por revisar esta tesis. También quiero agradecer al doctor Hugo Navarro por haberme motivado para tomar una de las mejores decisiones de mi vida, estudiar aquí en el iico.


A todos mis profesores: Dr. Vidal, Dr. Guel, Dr. Gustavo, Luis Felipe, Dr. Lastras y al Dr. Andrej, y al Angelito; gracias porque todos dejaron algo bueno en mí.

Al personal de aquí del iico que siempre tuvo una sonrisa para mí: a don Chato, a don Pepe, a Magda, a Sofí, a Lupita, a don Genaro, a Paco, a Jorge y a Toño. A los que desvelé varias veces: a Álvaro, al Enrique y a don Robert.

Quiero agradecer por su amistad a todos: primeramente a los parranderos del Medel, Baby, Héctor, pipope (no te enojés Magato), Carmelo (ya jubilado) y Caro (nos la pasamos padre ¿verdad?). A la verita, porque no se puede tener una mejor amiga y compañera de cubo (a ti ya te mencione arriba. ¿eh? Baby), igual que el chaparrito (ya jubilado) y por un ratillo también el Jesús (perdón, perdón).

Un agradecimiento muy especial al Héctor Juárez primeramente por su ayuda para escribir esta tesis (que hubiera hecho yo sin su ayuda) y por sus enseñanzas de matemáticas (en las olimpiadas, ¿te acuerdas?) y de cultura también, además de esas tardes de volcay-ball, al Toño, al Balderas (estoy bien bueno ¿verdad?), junto con el Saul y sus teoría sobre el amor, el Edgar, el Camacho, el Salo, el Erick, el Chavita y el Lleguega (Salvador), el Memo (que ya eshta viejitosh), el Irving y nuestras desveladas (¿te acuerdas?... es cosa de una sentadita.. ja,ja), Leti, Arturo, Joel (soy del Mante). Jorge, mi eterno rival de mate y física en el cobach.

También agradezco a todos los locos por esas tardes de fut-bol, al Isma, al Victor Hugo, al Jehová y a nuestro queridísimo capitán el Huicho, no te apures.. ya vamos para campeones.. ja,ja.. como no.. todo es cosa de que entre tu hijo a jugar con nosotros para que te mande a la banca... ja,ja.



Por último quiero agradecer a las personas mas importantes en mi vida, por compartir todo conmigo: mis hermanos, mi papá y Rocío. Oscar, Peque, Yoya, Fer, Lisa y pa, aunque no se los diga muy seguido, ustedes saben lo que son para mi, me siento muy orgulloso de ser lo que soy y de que ustedes sean como son, los quiero mucho. Perdón por dejarte al final corazón, pero, ¿qué puedo decir de ti?, solamente que te doy gracias por existir, por haber llegado a mi vida, por ser como eres y por hacerme sentir lo que siento ahora.

A todas las personas que aquí menciono las llevo de una u otra forma en mi corazón, y sólo me resta pedir disculpas porque de seguro me ha de haber faltado alguien, pero es que son bastantes.

Contenido

1	INTRODUCCIÓN	1
2	PRELIMINARES	4
2.1	AUTOMATAS CELULARES: UNA HERRAMIENTA PARA MODELAR CRECIMIENTO URBANO.	4
2.2	PROCESOS DE LA CRECIENTE URBANA EN LA CIU- DAD DE MÉXICO	7
2.2.1	LOS ÍNDICES DE EXPANSIÓN Y CONSOLIDACIÓN	9
3	UN MODELO PARA LA MANCHA URBANA	12
3.1	UNA FORMA FUNCIONAL PARA LOS ÍNDICES DE EX- PANSIÓN Y CONSOLIDACIÓN	12
3.2	UNA FORMA FUNCIONAL PARA EL CRECIMIENTO DE LA MANCHA URBANA	14
3.3	MODELO DE CRECIMIENTO URBANO	18
3.3.1	LOS ESTADOS DE LA CELDA DEL AUTÓMATA	19
3.3.2	LA CARRETERA	20

3.3.3	LA VECINDAD Y LA REGLA DE EVOLUCIÓN	21
3.4	CONCLUSIONES	24
4	CALIBRACIÓN DEL MODELO	26
4.1	PUEBLOS RURALES AISLADOS	29
4.2	BALDÍOS INTERMEDIOS	38
4.3	PUEBLOS EN PROCESO DE ABSORCIÓN	46
4.4	COLONIAS POPULARES	53
5	RESUMEN Y CONCLUSIONES FINALES	59
5.1	RECAPITULACIÓN DEL TRABAJO REALIZADO	59
5.2	DISCUSIÓN DE LOS HALLAZGOS Y CONSIDERACIONES FINALES	62

Lista de figuras

- 2.1 En la figura se muestra un espacio geográfico de 2 x 2 km. como el planteado por Bazant para sus observaciones. Este espacio se cuadrícula en 400 hectáreas. 9
- 2.2 La figura nos muestra un espacio geográfico hipotético de 10x10 hectáreas. Aquí se supone que cada cuadro rayado es una hectárea en expansión, y cada cuadro sólido, una hectárea en consolidación, mientras que un cuadro blanco es una hectárea no ocupada 10
- 3.1 Se muestran en (a), (b), (c) y (d) un comparativo entre las funciones ajustadas y los valores observados de los índices de exhaustión para los pueblos rurales aislados, pueblos en proceso de absorción, baldíos intermedios y colonias populares respectivamente 14
- 3.2 Se muestran en (a), (b), (c) y (d) un comparativo entre las funciones ajustadas y los valores observados de la mancha urbana para los pueblos rurales aislados, pueblos en proceso de absorción, baldíos intermedios y colonias populares respectivamente. 17
- 3.3 La figura nos muestra como se divide el terreno primeramente en 400 terrenos de una hectárea c/u y luego cada uno de estos se divide en 40 terrenos de 14.28x14.28 m aproximadamente 19
- 3.4 Se muestra el espacio geográfico de 2x2 Km. y la carretera hipotética que se va a construir puesto en el centro de dicho espacio. 21

3.5	Se muestra una celda (celda central) con su respectiva vecindad de Moore de radio 2.	22
3.6	Se muestran los posibles estados del autómata y las condiciones para que haya o no mutación.	23
4.1	Patrón espacial característico para los pueblos rurales aislados (tomado de [4])	30
4.2	Gráfico de dispersión en (a) α vs. U y en (b) α vs. U además de la recta de mejor ajuste	31
4.3	Se muestra en (a) un autómata de 140 x 140; en (b) se muestra el autómata después de 10 evoluciones con valores de $\alpha = 0$ y $U = 8.5$; en (c) el autómata después de 10 evoluciones con valores $\alpha = 0.2$ y $U = 5$	33
4.4	Se muestran los errores promedio de mancha urbana cometidos por 25 patrones iniciales aleatorios iterados con valores (α, U) de $(0, 8.5)$ y $(0.2, 5)$	34
4.5	Se muestra en (a) el comportamiento promedio de 25 configuraciones iniciales aleatorias de la mancha urbana contra la mancha urbana observada por Bazant, y en (b) el error promedio cometido por el modelo	35
4.6	Se muestra el gráfico α vs. U de la tabla 4.2 además de la recta $U = -8.045\alpha + 6.76$	37
4.7	Se muestra el comportamiento promedio de 25 configuraciones aleatorias iteradas 8 veces con valores de $(\alpha = 0.05, U = 8)$ seguidas con 7 iteraciones con valores (a) $(\alpha = 0.7, U = 1)$ y (b) $(\alpha = 0, U = 8.5)$	37
4.8	Se muestra el promedio de 25 configuraciones iniciales diferentes - y la desviación estandar en mancha urbana obtenida en el modelo en forma comparativa con la observada	38

4.9	Se muestra en (a) el cuadrículado de 20x20 usado para generar los patrones en el autómata de 144x144 y en (b), (c) y (d) la evolución de este patrón con la calibración hecha en los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.	39
4.10	Se muestra en (a) una configuración inicial del autómata de 140 x 140 y en (b), (c) y (d) la evolución de este autómata con los valores obtenidos durante la calibración para los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.	39
4.11	Patrón espacial característico para los baldíos intermedios (tomado de [4])	40
4.12	Se muestra el gráfico α vs. U de la tabla 4.3 además de la recta $U = -19.157\alpha + 8.133$	42
4.13	Se muestra el valor en mancha urbana observado contra el promedio de 25 iteraciones con valores (a) ($\alpha = 0, U = 8.5$) y (b) ($\alpha = 0.3, U = 3$)	42
4.14	Se muestra el promedio de 25 configuraciones iniciales diferentes \pm la desviación estandar en mancha urbana obtenada en el modelo en forma comparativa con la observada	44
4.15	Para los baldíos intermedios se muestra en (a) un cuadrículado de 20x20 generado por el programa a modo de un patrón inicial y en (b), (c) y (d) la evolución de este patrón con la calibración hecha en los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.	45
4.16	Para los baldíos intermedios se muestra en (a) un cuadrículado de 140 x 140 generado a partir de un patrón inicial junto con sus evoluciones y en (b), (c) y (d) la evolución de este autómata con los valores obtenidos durante la calibración para los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.	45
4.17	Patrón espacial característico para los pueblos en proceso de absorción (tomado de [4])	46
4.18	Se muestra el gráfico α vs. U de la tabla 4.4	48

4.19	Se muestra la mancha urbana observada además del promedio obtenido por el modelo en 25 iteraciones usando valores de (a) ($\alpha = 0, U = 1.5$) y en (b) ($\alpha = 0, U = 2.5$)	18
4.20	Se muestra la mancha urbana observada además del promedio obtenido por el modelo en 25 iteraciones usando valores de (a) ($\alpha = 0.15, U = 1.5$) y en (b) ($\alpha = 0, U = 2.5$)	49
4.21	Se muestran los errores promedio en mancha urbana cometidos por el modelo dado los valores de los parámetros de (a) ($\alpha = 0.15, U = 1.5$) y (b) ($\alpha = 0, U = 2.5$)	50
4.22	Se muestra el gráfico α vs. U de la tabla 4.5 además de la recta $U = -3.149\alpha + 2.73$	52
4.23	Se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y la obtenida en 7 iteraciones para valores de los parámetros de (a) ($\alpha = 0.1, U = 1.5$) y (b) ($\alpha = 0.7, U = 0.5$)	52
4.24	Se muestra el promedio de 25 configuraciones iniciales diferentes +/- la desviación estandar en mancha urbana obtenida en el modelo en forma comparativa con la observada	53
4.25	Se muestra en (a) el cuadrículado de 20x20 usado para generar los patrones en el autómata de 144x144 y en (b), (c) y (d) la evolución de este patrón tomando como valores de los parámetros ($\alpha = 0.15, U = 1.5$)	54
4.26	Se muestra en (a) un cuadrículado de 110 x 110 generado a partir del patrón inicial junto con sus evoluciones en (b), (c) y (d) tomando como valores de los parámetros ($\alpha = 0.15, U = 1.5$)	54
4.27	Patrón espacial característico para las colonias populares tomado de [1]	55
4.28	Se muestra en (a) el comportamiento promedio de la mancha urbana para 25 configuraciones iniciales diferentes, en (b) el error en mancha urbana promedio cometido por el modelo en dichas simulaciones	57

- 4.29 Se muestra en (a) el cuadrículado de 20×20 usado para generar los patrones en el autómata de 144×144 y en (b), (c) y (d) la evolución de este patrón 58
- 4.30 Se muestra en (a) un cuadrículado de 140×140 generado a partir del patrón inicial junto con sus evoluciones en (b), (c) y (d) 58

Lista de tablas

- | | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | En esta tabla se muestran las observaciones recabadas por Bazant para los índices y mancha urbana. | 11 |
| 3.1 | La tabla nos muestra las funciones ajustadas a los índices de expansión para los cuatro contextos de crecimiento. Aquí $t=1$ representa el año 1965, $t=2$ 1975, etc. | 13 |
| 3.2 | En esta tabla se muestran las observaciones recabadas por Bazant para los índices y mancha urbana. | 15 |
| 3.3 | Valores observados y predichos por el modelo de la mancha urbana en hectáreas. | 16 |
| 3.4 | Valores observados y predichos por el modelo de la mancha urbana en hectáreas. | 18 |
| 4.1 | Resultados obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 140×140 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto. | 31 |
| 4.2 | Resultados óptimos de (α, U) obtenidos de para los 25 diferentes autómatas de 140×140 iterados 8 veces con valores $(\alpha = 0.05, U = 8)$. | 36 |
| 4.3 | Resultados obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 140×140 generados por el programa. | 41 |

4.4	Valores óptimos de (α, U) obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 140 x 140 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto.	47
4.5	Resultados obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 140 x 140 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto.	51
4.6	Valores óptimos de (α, U) obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 110 x 140 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto.	56

MODELADO DEL CRECIMIENTO
URBANO EN ZONAS MARGINALES

Efraín Castillo Muñiz

junio del 2003

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Una ciudad es el lugar donde la mayoría de nosotros nacemos, crecemos, nos desarrollamos y morimos. Desde el siglo pasado, el ritmo de crecimiento y urbanización de éstas alrededor del mundo se ha dado de una forma acelerada e irreversible ocasionando que en 21 de éstas la población en su área metropolitana haya rebasado los 6 millones de habitantes [5].

Las personas encargadas del estudio de las ciudades son los urbanistas. Si reflexionamos un poco, nos podremos dar cuenta de lo difícil que es atacar este tema: una ciudad es el resultado de una serie de evoluciones historico-sociales de un grupo humano y su entorno físico. El estudio completo de una ciudad como tal no puede ser estudiado por una disciplina aislada, sino que debe ser objeto de estudio de grupos multidisciplinarios que puedan aportar diferentes niveles de entendimiento y puntos de vista de los procesos que dentro de éstas se encuentran ocurriendo.

Las ciudades pueden ser consideradas como un sistema formado por diferentes componentes como son: su estructura, sus líneas de comunicación, las interrelaciones entre éstas, etc. Este sistema fué denominado *sistema espacial complejo* por Wilson [3]. Para estudiar tales sistemas se han usado diferentes herramientas como son las ecuaciones diferenciales, los sistemas imitativos y los autómatas celulares.

Específicamente, los modelos de autómatas celulares han sido usados con éxito

para entender algunos de los procesos que ocurren dentro de las ciudades tales como: segregación, estructuración de usos de suelo, expansión y crecimiento.

Los elementos mínimos que debe contener un modelo de ciudad son dos: una representación del espacio físico y una representación del espacio socio-cultural. La interacción entre ambos espacios determina la evolución de la ciudad.

Los procesos que conllevan al crecimiento de las urbes se fundamentan principalmente en un conjunto de factores de índole mayoritariamente económica. En las ciudades latinoamericanas, donde la norma es la carencia de normas y reglamentos que definan y regulen los procesos de crecimiento urbano, las ciudades son construidas a través de procesos extralegales y/o de urbanización de beneficio social [4].

La Ciudad de México no es ajena al fenómeno antes señalado. Los procesos que han llevado al crecimiento de dicha ciudad, han sido recientemente estudiados por Jan Bazant. Bazant ha establecido cuatro contextos bajo los cuales se lleva a cabo el crecimiento urbano en la Ciudad de México:

En este trabajo se muestra un modelo basado en autómatas celulares de la dinámica de crecimiento de la mancha urbana de la Ciudad de México. El modelo desarrollado es una primera aproximación a los comportamientos típicos inmersos en el crecimiento de las ciudades. Dicho modelo fue desarrollado tomando en cuenta las observaciones realizadas por Bazant sobre el crecimiento de la periferia de la ciudad de México entre 1965 a 1995.

Para desarrollar el modelo han sido tomados en cuenta los mecanismos de crecimiento establecidos en los trabajos de Clarke [6] y Wible [12] y los observables considerados por Bazant. Dichos observables son los índices de consolidación y expansión y el tamaño de la mancha urbana. Los mecanismos son: el impacto que tienen la infraestructura de transporte en las nuevas urbanizaciones y el efecto que tienen los terrenos previamente urbanizados para atraer nuevas urbanizaciones.

El modelo se construyó para estudiar los 4 contextos de crecimiento descritos por Bazant: pueblos rurales aislados, pueblos en proceso de absorción, colonias populares y baldíos intermedios.

El modelo propone los mecanismos básicos que rigen el crecimiento de la mancha urbana, en cada uno de los 4 contextos antes mencionados. Dicho modelo fué contrastado con las observaciones de Bazant con el fin de mostrar su validez.

El presente trabajo se encuentra distribuido de la siguiente manera: en el presente capítulo se expone la problemática que propone ésa investigación, así como el alcance de la misma. En el capítulo 2 se explica el trabajo de Bazant y se expone , además de hacer una descripción de las observaciones mencionadas sobre el crecimiento de la ciudad de México. En el capítulo 3 se realiza el planteamiento formal del modelo y se proponen las relaciones funcionales que nos permitirán interpolar algunos valores a partir de las observaciones realizadas. El capítulo 4 trata sobre la calibración del modelo para los diferentes contextos y en el capítulo 5 se hace un recuento de los resultados obtenidos.

Capítulo 2

PRELIMINARES

2.1 AUTOMATAS CELULARES: UNA HERRAMIENTA PARA MODELAR CRECIMIENTO URBANO.

Un autómata celular d -dimensional (\mathcal{T}_1 o d -AC) es una cuadrúplica $\mathcal{A} = (Z^d, S, N, \delta)$, donde:

S es un conjunto finito, cuyos elementos son los estados de \mathcal{A} .

N es un subconjunto ordenado de Z^d , $N = \{\vec{n}_j | \vec{n}_j = (n_1, n_2, \dots, n_d) \in \{1, 2, \dots, n\}^d\}$ llamado la vecindad de \mathcal{A} .

$\delta: S_{n-1} \rightarrow S$ es la función local de transición o regla local de \mathcal{A} .

Los AC se han utilizado en forma exitosa en diversos campos. Por ejemplo han sido usados para entender fenómenos que se observan a nivel macroscópico pero que puede ser entendido por procesos que se dan a niveles microscópicos. Este tipo de fenómenos son llamados fenómenos *emergentes*.

Se puede identificar tres vertientes principales en donde se han utilizado AC para algún propósito [10].

Simulación de sistemas naturales. Dentro de este contexto se busca simular sistemas en donde el comportamiento de los mismos se rija por la interacción local de sus componentes. de este modo se han podido modelar el crecimiento de cristales, incendios forestales, modelos de reacciones químicas como la reacción de Belousov-Zhabotinsky, mecánica de fluidos, patrones de pigmentación de piel, crecimiento de conchas marinas y corales, comportamiento de colonias de microorganismos entre otros.

Estudios Teóricos. En este campo se utilizan a los AC para estudiar áreas como complejidad, sistemas caóticos, termodinámica, entropía, computación en paralelo, computación universal, teoría de lenguajes computacionales o estudio de patrones fractales.

Realización de tareas específicas. Aquí se busca construir un AC que sea capaz de desarrollar un proceso en especial, esto puede ser desde creación de fondos para diseños artísticos, procesamiento de imágenes o encriptación de datos.

Tenemos que en general es posible tener autómatas que caigan en dos o tres de estas vertientes, ya que éstas no son excluyentes. También los AC's se han utilizado exitosamente en áreas de investigación urbana como [2]:

- 1.- El crecimiento y la morfología urbanos
- 2.-La dinámica del mercado de bienes raíces.
- 3.-La ecología urbana.
- 4.-Modelado de sistemas de transporte urbano.
- 5.-La dinámica de los usos de suelo

Recientemente se han usado a los AC para modelar los fenómenos de dinámica urbana. Podemos imaginarnos a la ciudad como un sistema macroscópico donde se pueden observar fenómenos de muy diversa índole, como se plantea en la introducción a éste tesis, pero estos fenómenos macro se pueden entender como el reflejo de otros fenómenos que ocurren a nivel microscópico. Es posible dividir a la ciudad en un conjunto de terrenos pequeños, siendo cada uno de ellos un componente de ésta. Se pueden analizar diversas cuestiones

sobre estos terrenos, como que tipo de uso de suelo se tiene en él (comercio, industria, etc.), o nos puede interesar la densidad de población, etc. Podemos aplicar algunas teorías económicas y/o sociales a la interrelación entre estos terrenos. También es posible observar el comportamiento de éstos en el tiempo, y plasmar dicho comportamiento en reglas de transición de un automata. Todo esto se ha estado realizando dentro del estudio de las ciudades con CA's.

El primero en usar un autómata como base de un modelo geográfico fue Folber en 1979, idea que fue seguida por Couclebs y Takeyama [2]. Mencionaremos dos modelos que han sido desarrollados recientemente para modelar usos de suelo en las ciudades. Primeramente hablaremos de un modelo desarrollado por Roger White [12]. Este modelo fue usado para tratar de reproducir la ciudad de Cincinnati partiendo de algunas observaciones históricas. Incorpora algunas cuestiones interesantes que podemos mencionar como: considera algunas de las celdas como fijas, sin posibilidad de mutar, por ejemplo aquellas que corresponden a ríos o a áreas ocupadas por jardines protegidos por las leyes. En su regla de evolución se plantea la influencia económica que tienen las líneas de transporte en la ciudad. También la regla de evolución incorpora la necesidad de un parámetro aleatorio, en el cual se pretende recoger aquellas decisiones que toman las personas y que no pueden ser predecidas de alguna manera.

Otro modelo interesante que mencionamos es el modelo de Clarke [6]. Este modelo también pretende reproducir los patrones de uso de suelo, así como patrones geográficos de la Bahía de San Francisco. Para ello usa una serie de fotografías del crecimiento de dicha bahía desde el siglo XVI y usando métodos estadísticos y computacionales pretende predecir a futuro las estructuras urbanas que se formaran en la ciudad.

Con todo esto podemos observar como los CA's se han convertido en una prometedora herramienta para los modeladores urbanos y aun más para el estudio de los sistemas complejos en general.

2.2 PROCESOS DE LA CRECIENTE URBANA EN LA CIUDAD DE MÉXICO

En esta sección se presenta un resumen sobre los datos obtenidos en una investigación realizada por Jani Bazant S. [4]. Este investigador pretende dar una interpretación teórica acerca de la expansión urbana incontrolada en las periferias del sur de la ciudad de México, así como el impacto que dicha expansión tiene sobre el medio ambiente. Este trabajo fue realizado por medio de observaciones aerofotográficas y de investigación de campo de 1967 a 1995 en el sur de la ciudad de México.

La investigación se refiere a un estudio sobre la expansión de la periferia urbana tomándola como un proceso a lo largo del tiempo. Se realizó un análisis sistemático en un período de 3 décadas (1967-95) de una extensa periferia del sur de la ciudad de México.

Cuando una mancha urbana se expande, se inicia un proceso de subdivisión irregular e ilegal de parcelas de cultivo tanto de ejidatarios, comuneros, así como de pequeñas propiedades privadas y con ello se induce la conversión de uso de suelo del territorio rural a urbano. Se entiende como expansión urbana incontrolada al proceso de ocupación espacial por asentamientos en forma aislada y muy dispersa dentro de un territorio, ya que aunque conservan el medio natural, con el tiempo las parcelas dejan de ser cultivadas. Su densidad va de 10 a 20 parcelas por hectárea. Se entiende como proceso de consolidación a la gradual ocupación de baldíos entre los asentamientos iniciales; también ocurre de manera dispersa e irregular dentro de las parcelas ejidales, y va aumentando gradualmente la densidad hasta llegar a 50 viviendas por hectárea cuando se ocupan todos los lotes baldíos y las viviendas alcanzan varios niveles después de décadas de proceso constructivo.

Gracias al análisis de la cartografía y al abundante material aerofotográfico, y a un examen detallado de la zona de estudio se identificaron cuatro "patrones urbanos" que se reproducen una y otra vez en el proceso de expansión de las periferias, y solo varían de tamaño dependiendo de las parcelas ejidales comunales o privadas que las originan. Estos cuatro patrones son:

1. *Los pueblos rurales aislados* en torno a la mancha metropolitana pro-

sentan un polo de atracción hacia el cual tiende la expansión de las periferias, aun con los 10 km. o más que representan una barrera natural y económica para ambos.

2) *Los pueblos en proceso de absorción*, que son la tendencia natural que se sigue de los pueblos rurales aislados al transformarse en receptores de nuevos asentamientos, porque cuentan con transporte a la ciudad, con equipamientos y servicios propios que otras propiedades no tienen.

3) *Los baldíos intermedios* son las parcelas libres que van quedando conforme se expande la ciudad, y que son lotificadas en una variedad de formas para atender la demanda de diversos grupos de bajos y medianos ingresos.

4) *Las colonias populares* son grandes lotificaciones de origen ejidal o comunal con una traza muy regular y con lotes regulares, asentados generalmente sobre terrenos con problemas de suelos (volcánicos, salitrosos, en pendientes, inundables) que suelen ofrecer los lotes más baratos, pero en las peores condiciones de suelos.

La investigación utiliza información de dos fuentes de información. La primera incluye material aerofotográfico de esta extensa zona de estudio de los años: 1967, 1975, 1986 y 1995. Se definieron 8 zonas de estudio de 2x2 km., o sean 400 hectáreas, dos por cada uno de los patrones urbanos (figura 2.1). La segunda fuente de información y análisis fue trabajo de campo: se identificaron entre 3 y 4 manzanas por cada patrón urbano (34 manzanas en total) y en estas se levantaron 1079 encuestas familiares con las respectivas inspecciones a la viviendas.

Algunas consideraciones que se suponen relevantes para el modelo planteado son las siguientes.

a) El proceso de ocupación del territorio sitúa en un espacio y en un tiempo a todos los asentamientos de la periferia urbana.

b) En condiciones normales, el proceso de expansión y consolidación se realiza en forma paralela en el tiempo, de forma creciente e irreversible.

c) El proceso siempre se inicia con una ocupación dispersa en el territorio, que es la expansión, y continúa con la ocupación de los intersticios baldíos.

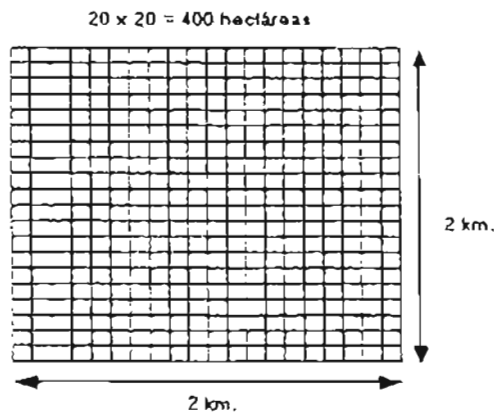


Figura 2.1: En la figura se muestra un espacio geográfico de 2 x 2 km., como el planteado por Bazant para sus observaciones. Este espacio se cuadrícula en 400 hectáreas.

que es la consolidación.

d) El proceso de expansión ocurre indistintamente sobre cualquier tipo de terreno: lomerío, plano, de cultivo, erosionado, con problemas geológicos, inundable y con frecuencia sobre las zonas de reserva ecológica.

2.2.1 LOS ÍNDICES DE EXPANSIÓN Y CONSOLIDACIÓN

La parte operativa del modelo son los índices, los cuales son extraídos de los análisis de aerofotos y nos dan las tasas porcentuales con las que se expandieron y consolidaron los patrones urbanos estudiados. Estas tasas siempre suman 1 en cualquier período de tiempo, es decir, son complementarias e interdependientes. Otro parámetro que se mide es la mancha urbana total, la cual representa el total de la superficie ocupada dentro de las 400 hectáreas. Estos índices se representarán por las siguientes variables: Índice de Expansión, IE ; Índice de Consolidación, IC ; y por último, Mancha Urbana, MU .

Para entender el significado de los índices mencionados, debemos primero

sabiet que entiende Bazant por hectarea en expansion y por hectarea en consolidacion. De acuerdo a sus propias definiciones, se dice que una hectarea se encuentra en expansion cuando al estar ya habitada, hay a lo mas 20 casas en este terreno. En caso de que haya mas de 20 casas, se dice que una hectarea esta en consolidacion. Tambien se debe hacer notar que segun las estimaciones, el maximo numero de casas en una hectarea son 30, en cuyo caso diremos que dicha hectarea esta "saturada".

Para ejemplificar esto retomemos una vez mas la figura 2. La h representa un caso hipotetico de un terreno de 10 x 10 hectareas. Prescibimos que los cuadros rayados representan hectareas que ya estan habitadas, pero que tienen a lo mas 20 casas, mientras que los cuadros en color negro solo representan hectareas tambien habitadas, pero que tienen mas de 20 casas. A los cuadros rayados los llamaremos hectareas en expansion, mientras que a los cuadros en color negro las llamaremos hectareas en consolidacion. Segun lo ya definimos eladio por Bazant, tenemos que la mancha rayada corresponde al numero total de hectareas habitadas es decir, a este caso el tambo es igual a 25.

Figura 2

25

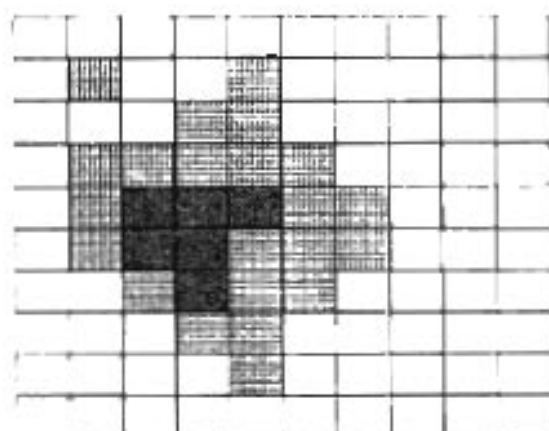


Figura 2. La figura nos muestra un caso hipotetico de un terreno de 10x10 hectareas. Aqui se supone que cada cuadro rayado es una hectarea en expansion y cada cuadro en color negro es una hectarea en consolidacion, mientras que los cuadros blancos son una hectarea no ocupada.

El índice de expansión es la razón del número de hectáreas en expansión entre la mancha urbana. Para este ejemplo tenemos:

$$IE = \frac{23}{29} \approx 0.79$$

Mientras que el índice de consolidación: o sea, la razón del número de hectáreas en consolidación a la mancha urbana queda como:

$$IC = \frac{6}{29} \approx 0.21$$

En la tabla 2.1 se muestra un cuadro con todas las observaciones recabadas por Bazant en su investigación. También se muestra una proyección hecha por él mismo para el año 2005.

	INDICES	1965	1975	1985	1995	2005
PUEBLOS RURALES AISLADOS	IE	0.9000	0.8452	0.7937	0.7454	0.7000
	IC	0.1000	0.1548	0.2063	0.2546	0.3000
	MU	46.20	56.70	90.60	116.20	140.90
PUEBLOS EN PROCESO DE ABSORCIÓN	IE	0.9000	0.6179	0.4243	0.2913	0.2000
	IC	0.1000	0.3821	0.5757	0.7087	0.8000
	MU	82	134.20	216.20	271.30	331
BALDIOS INTERMEDIOS	IE	0.9500	0.7881	0.6538	0.5424	0.4500
	IC	0.0500	0.2119	0.3462	0.4576	0.5500
	MU	74.10	144.50	208.90	282.50	350.20
COLONIAS POPULARES	IE	1.0000	0.8409	0.7071	0.5946	0.5000
	IC	0.0000	0.1591	0.2929	0.4054	0.5000
	MU	26.20	90.70	267.40	321.10	390.70

Tabla 2.1. En esta tabla se muestran las observaciones recabadas por Bazant para los índices y mancha urbana.

Capítulo 3

UN MODELO PARA LA MANCHA URBANA

3.1 UNA FORMA FUNCIONAL PARA LOS ÍNDICES DE EXPANSIÓN Y CONSO- LIDACIÓN

De acuerdo a lo ya estudiado, y refiriéndonos a la tabla 1 del capítulo 2, en la cual se tienen los valores observados de los índices y de la mancha urbana hechos por Bazant para cada contexto de crecimiento, es claro que nos topamos con una dificultad: sólo tenemos 4 puntos en el tiempo para cada uno de ellos, lo cual hace muy difícil el validar alguna propuesta de modelo que pretenda representar su evolución en el tiempo. Por otro lado, no es difícil encontrar una función que reproduzca de alguna manera los cuatro puntos observados en el tiempo.

Pensemos de una manera crítica cual debió ser el comportamiento de los índices durante los años que no se tiene información. Es lógico pensar, de acuerdo a lo anteriormente visto, que al transcurrir un gran período de tiempo, el índice de expansión debe decrecer hasta hacerse cero, es decir, los espacios vacíos debe ser llenados. Esto implica, que el índice de consolidación

debe tener una tendencia de llegar a la unidad. También vamos a pensar que la curva que nos da el comportamiento de tales índice sea una curva aproximadamente "suave". Una función que cumple con todas estas características es:

$$I E(t) = ce^{kt} \quad (3.1)$$

La validez de esta ecuación para representar al índice de expansión se refleja en el siguiente hecho: por medio de un algoritmo de ajuste numérico por mínimos cuadrados, observamos que esta curva puede reproducir los 4 datos observados en el tiempo para el índice de expansión en los cuatro contextos de crecimiento (pueblos rurales aislados, pueblos en proceso de expansión, colonias populares y baldíos intermedios) con un error promedio de menos del 1%.

En la tabla 3.1 se muestran las curvas obtenidas del ajuste para los 4 contextos de crecimiento. En dichos ajustes se tiene que $t=1$ representa el índice de expansión en 1965, $t=2$ en 1975 y así sucesivamente.

Pueblos rurales aislados	$0.95836e^{-0.66293t}$	Baldíos intermedios	$1.14514e^{-0.78687t}$
Pueblos en proceso de absorción	$1.31079e^{-0.2761t}$	Colonias populares	$1.7304e^{-0.172125t}$

Tabla 3.1: La tabla nos muestra las funciones ajustadas a los índices de expansión para los cuatro contextos de crecimiento. Aquí $t=1$ representa el año 1965, $t=2$ 1975, etc.

A continuación presentamos en la figura 3.1 las gráficas en donde se comparan los cuatro datos observados en el tiempo junto con la curva que generan las ecuaciones ajustadas para los índices de expansión en los 4 contextos estudiados.

De igual manera, dada el índice de expansión es posible encontrar el índice de consolidación recordando que la suma de ambos debe dar 1, por lo que

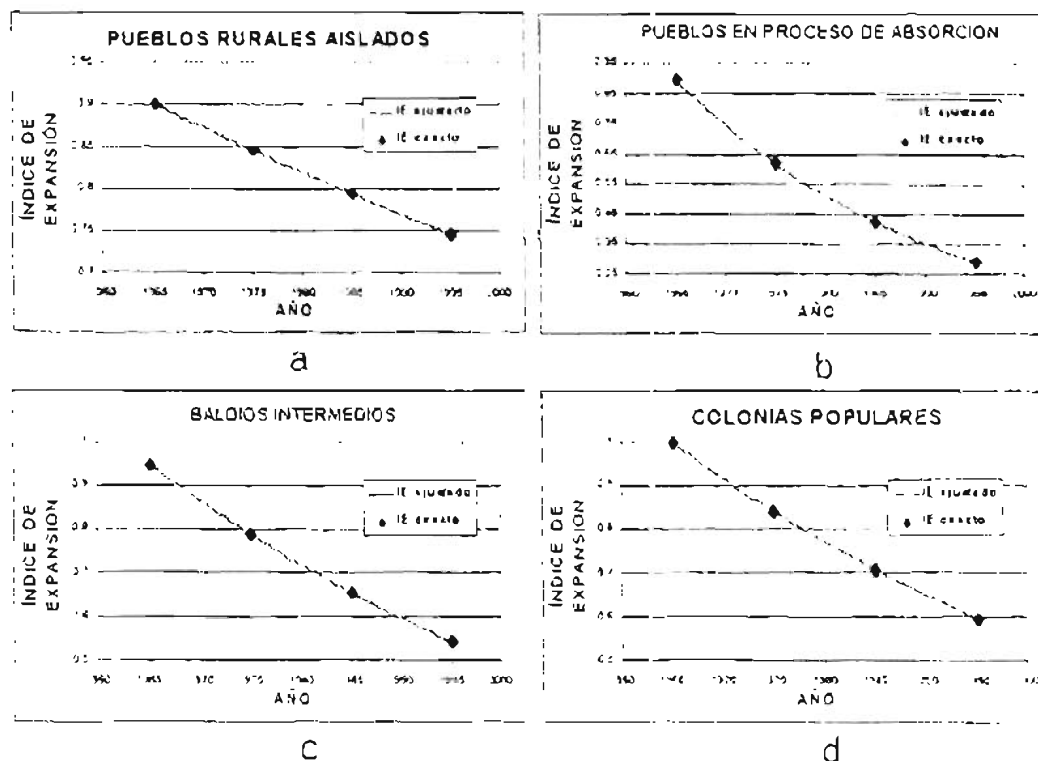


Figura 3.1. Se muestran en (a), (b), (c) y (d) un comparativo entre las funciones ajustadas y los valores observados de los índices de expansión para los pueblos rurales aislados, pueblos en proceso de absorción, baldíos intermedios y colonias populares respectivamente.

Este índice queda también ajustado.

3.2 UNA FORMA FUNCIONAL PARA EL CRECIMIENTO DE LA MANCHA URBANA

Antes de proponer una función para el crecimiento de la mancha urbana, creímos necesario hacer un ajuste de la tabla 2.1, para tener valores enteros de dicha mancha, ya que la intención a futuro será reproducir estos datos por medio de un autómata. Para hacer esto, simplemente tomamos los valores

de la mancha urbana total, y tomamos su valor máximo entero, obteniendo la tabla 3.2.

		1965	1975	1985	1995
MANCHA URBANA TOTAL EN HECTÁREAS	PUEBLOS RURALES AISLADOS	47	57	91	117
	PUEBLOS EN PROCESO DE ABSORCIÓN	47	125	217	272
	BALDIOS INTERMEDIOS	75	145	209	283
	COLONIAS POPULARES	27	21	268	322

Tabla 3.2: En esta tabla se muestran las observaciones recabadas por Bazant para los índices y mancha urbana.

Al tratar de ajustar una función que sea capaz de reproducir el crecimiento de la mancha urbana total, encontramos dos posibilidades, las cuales reproducen este crecimiento aceptablemente. En principio, se hará la siguiente consideración correspondiente a una primera aproximación del problema: tenemos exactamente 400 hectáreas para ocupar, no más, de tal forma que la mancha urbana debe tener 400 como límite. Teniendo en cuenta lo anterior proponemos la función logística ajustada de tal manera que en el límite cuando t tiende a infinito converja al valor de 400. Esta función (3.2) fué estudiada alrededor de 1840 por el matemático-biólogo belga P.F. Verhulst y usada para predecir el crecimiento de la población en varios países [13], y tiene la forma:

$$MU(t) = \frac{400}{1 + be^{-ct}} \quad (3.2)$$

Nuevamente tomamos esta función continua como una aproximación a nuestro número discreto de datos, tomando $t=1$ con 1965, $t=2$ con 1975, etc., de esta forma se trató de obtener la función de mejor ajuste usando el método de los mínimos cuadrados para los cuatro contextos de crecimiento. Se encontró que solo en dos de los casos ésta función era capaz de reproducir las observaciones de una forma aceptable: en el caso de los pueblos rurales ais-

lados y también para las colonias populares. Las funciones ajustadas fueron respectivamente:

$$MU(t) = \frac{400}{1 + 12.0989e^{-0.10513t}} \quad (3.3)$$

$$MU(t) = \frac{400}{1 + 54.65815e^{-1.18128t}} \quad (3.1)$$

En el cuadro 3.3 se hace un comparativo entre los valores observados y los ajustados con las funciones logísticas, y se añaden los resultados esperados para el 2005. También se presenta este comparativo de una manera gráfica en la figura 3.2 (a) y (c) para los pueblos rurales aislados y las colonias populares respectivamente.

		1965	1975	1985	1995	2005
PUEBLOS RURALES AISLADOS	OBSERVADA	47	57	91	117	
	PREDECIDA EN MODELO	44.1	61.5	82.11	117.3	154.98
COLONIAS POPULARES	OBSERVADA	27	91	268	322	
	PREDECIDA EN MODELO	29.3	194.6	243.5	349	387.15

Tabla 3.3: Valores observados y predichos por el modelo de la mancha urbana en hectáreas.

Esta función no se ajusta para los pueblos en proceso de absorción y para los baldíos intermedios con una buena precisión, por lo que se optó por proponer un nuevo modelo. El nuevo modelo está basado en la función de distribución de Weibull [8]. Debido a la flexibilidad de su forma y a su capacidad para modelar un amplio rango de radios de averías, ésta función ha sido usada ampliamente en muchas aplicaciones como un modelo puramente empírico, aunque también puede ser obtenida teóricamente como un modelo de distribución de valores extremos. Esta función también ha sido utilizada para algunos modelos en ingeniería civil [9], y tiene la siguiente forma:

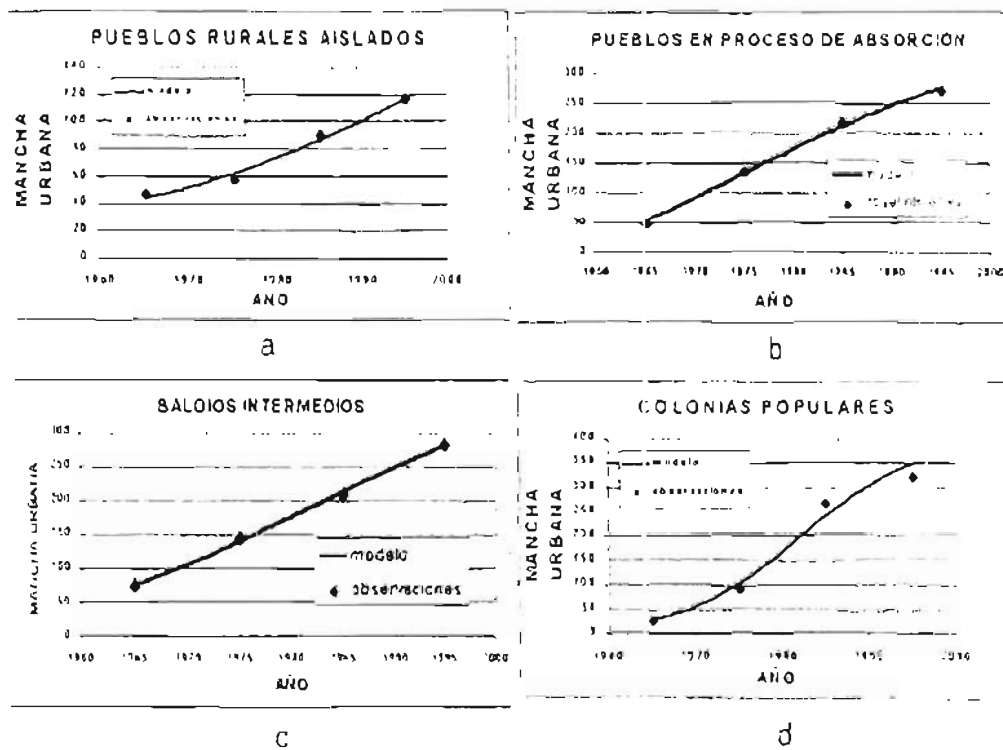


Figura 3.2: Se muestran en (a) (b), (c) y (d) un comparativo entre las funciones ajustadas y los valores observados de la mancha urbana para los pueblos rurales aislados, pueblos en proceso de absorción, baldíos intermedios y colonias populares respectivamente.

$$MU(t) = L - at^{-k} \tag{3.51}$$

Al realizar el mejor ajuste para los datos observados, obtuvimos las funciones 3.6 y 3.7 para los pueblos en proceso de absorción y los baldíos intermedios respectivamente

$$MU(t) = 100 - 400t^{-0.139132781} \tag{3.6}$$

$$MU(t) = 100 - 353.933t^{-0.049261280} \tag{3.7}$$

En la tabla 3.1 se muestra un comparativo entre los valores observados por Bazant y los valores predichos por el modelo. También se muestra en la figura 3.2 estos comparativos de una manera visual.

		1965	1975	1985	1995	2005
PUEBLOS EN PROCESO DE ABSORCIÓN	OBSERVADA	47	135	217	272	
	PREDICTA EN MODELO	52.05	133.15	212.03	275.5	323.7
BALDOS INTERMEDIOS	OBSERVADA	75	145	209	283	
	PREDICTA EN MODELO	75.3	139.5	214.7	281.3	330

Tabla 3.1: Valores observados y predichos por el modelo de la mancha urbana en hectáreas.

3.3 MODELO DE CRECIMIENTO URBANO

Después de entender las observaciones hechas por Bazant, estamos listos para proponer un modelo el cual pretendemos sirva como una primera aproximación a la complicada fenomenología inmersa en el crecimiento de las ciudades. Pretendemos que dicho modelo reproduzca de la mejor forma posible las observaciones hechas por Bazant durante los 30 años de observación.

El modelo estará compuesto de dos partes: Un autómata celular de dos dimensiones que pretenderá capturar de una manera "microscópica" el fenómeno estudiado; y como segunda parte una representación "macroscópica" del autómata, la cual servirá para compaginar el modelo con las observaciones realizadas por Bazant.

Bazant captura en forma "macroscópica" un fenómeno que está ocurriendo a un nivel "microscópico". Hablamos de un nivel macroscópico al referirnos a las 100 hectáreas del espacio geográfico de observación, debido a que la clasificación de éstas (hectárea en expansión o en consolidación) proviene del número de casas presentes en ellas. Al hablar de nivel microscópico nos

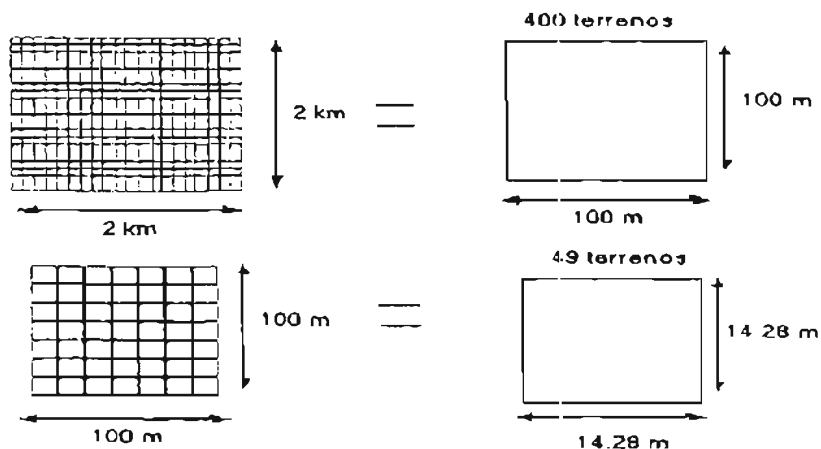


Figura 3.3: La figura nos muestra como se divide el terreno primeramente en 400 terrenos de una hectárea c/u y luego cada uno de estos se divide en 49 terrenos de 14.28x14.28 m aproximadamente

referimos entonces a las casas. Se considera que una hectárea esta saturada con 50 casas [4]. Para proponer el modelo vayamos de lo macro a lo micro. Pensemos en dividir cada hectárea en 49 terrenos cuadrados de iguales dimensiones de manera que cada uno de ellos represente el terreno que puede albergar una casa. Tomamos el 49 y no el 50 debido a que es muy sencillo de realizar el cuadrículado de la celda en 7x7. De esta forma, tenemos que el el espacio de 2x2 Km. contiene un total de $49 \times 100 = 19600$ terrenos individuales para casas (figura 3.3).

Comprendido lo anterior estamos en posibilidad de proponer el modelo, el cual consiste en un autómata celular bidimensional, de tamaño 140×140 . Pretendemos que el autómata completo represente el espacio geográfico de 2x2 Km., y que cada una de las celdas represente el terreno que puede albergar una casa. Teniendo esto en mente, seguiremos buscando e interpretando todos los elementos que componen dicho autómata.

3.3.1 LOS ESTADOS DE LA CELDA DEL AUTÓMATA

Al trabajar con el fenómeno de crecimiento aqui estudiado, muchas de las veces las personas se interesan en cuestiones como el uso de suelo o su factor

de ocupación COS [4]. Debido a los alcances del presente modelo, nosotros solo pensamos que en cada terreno de 14.28×14.28 solo pueden ocurrir dos cosas: que sea terreno desocupado o que ya se encuentre ocupado por una casa. Esto repercute en que las celdas del autómata solo pueden estar en uno de dos estados en cualquier tiempo: Diremos que una celda se encuentra en estado 1 cuando su respectivo terreno se encuentre ocupado, y se encontrará en estado 0 si terreno vacío. Vamos a suponer en este modelo, debido a la sencillez con la que queremos plantear el mismo, que después de que uno de estos terrenos se ocupe con una casa no se va a permitir que la casa vuelva a ser terreno vacío. Esto repercute en el autómata restringiendo a que sólo las celdas que se encuentren en estado 0 puedan mutar a estado 1, mientras que las celdas que ya hayan alcanzado estado 1 no puedan mutar, por lo cual este estado es estático.

3.3.2 LA CARRETERA

Un aspecto que queremos considerar en este modelo es el impacto que tiene la infraestructura de las comunicaciones para el crecimiento de una población. Algunos de los autores que trabajan con modelos de autómatas similares a este lo consideran este punto como fundamental en su trabajo (por ejemplo [12])

Para ello vamos a considerar que por nuestro espacio geográfico de 2×2 Km. va a pasar una carretera principal (hipotética) que lo comunique con la ciudad. Para hacer lo más simple posible el modelo, vamos a considerar que dicha carretera pasa justo por el centro, como se muestra en la figura 3.1.

De aquí en adelante, aunque no lo mencionemos y no se incluya en los dibujos, vamos a estar pensando que ahí se encuentra la carretera, a menos que se haga la indicación contraria. En las siguientes secciones trataremos de validar la aparición o no aparición de la carretera dependiendo del contexto de crecimiento del que estemos hablando.

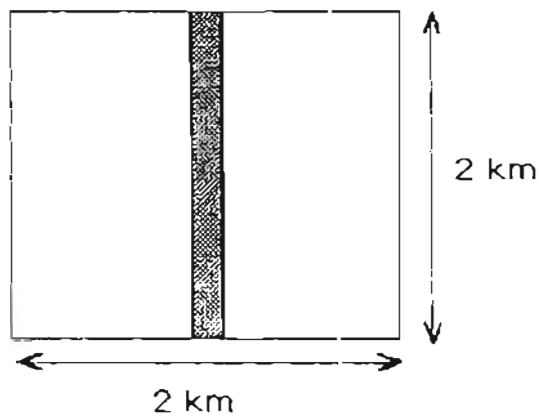


Figura 3.1. Se muestra el espacio geográfico de 2x2 Km. y la carretera hipotética que se va a considerar juesto en el centro de dicho espacio.

3.3.3 LA VECINDAD Y LA REGLA DE EVOLUCIÓN

Como podemos ver, aun nos falta para terminar de definir nuestro autómata la regla de evolución y la vecindad en la que dicha regla será basada. Hemos seleccionado primeramente una vecindad de Moore de radio 2 como se muestra en la (figura3.5). Con esto, estamos proponiendo que la construcción de una casa en un terreno esta influenciada por los primeros y segundos vecinos.

Hasta este punto solo nos falta definir cual será la regla de evolución que siga nuestro autómata. En general se sabe que las personas toman decisiones que tienen un cierto grado de aleatoridad, no es posible predecir de una manera precisa sobre su comportamiento, en particular sobre las decisiones de construir en tal o cual lugar una casa. Es debido a este hecho que la mayor parte de los autores sobre el tema seleccionan reglas estocásticas para la evolución de los autómatas. Un modelo estocástico se encuentra fuera de los alcances que sigue este trabajo, por lo tanto la regla de evolución que se escogerá será determinista, aunque al final, en las conclusiones, se plantea el hecho de mejorar el modelo proponiendo precisamente una regla de este tipo, quedando ésto como un posible trabajo a futuro.

Como ya vimos, las unicas celdas que pueden aspirar a mutar son las celdas en estado cero. Para cada una de estas celdas y en cada tiempo, se calcula

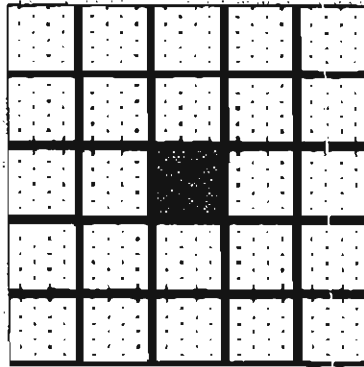


Figura 3.5: Se muestra una celda (celda central) con su respectiva vecindad de Moore de radio 2.

un potencial de transición ϕ . Este potencial dependerá exclusivamente de la vecindad asociada a cada celda y de su cercanía a la carretera. Cuando este potencial sea mayor que un valor umbral U , la transición tendrá efecto, mientras que en caso contrario la celda permanecerá en estado 0 (Figura 3.6). Pensamos en usar un valor umbral porque creemos que la dinámica del crecimiento de la mancha urbana se debe en gran medida a que las personas mismas que construyen sus casas en cierto lugar, se vuelven atractores de personas a dicho lugar.

El valor exacto de ϕ es la suma de todos los valores de los estados de las celdas vecinas (entendiéndose por celdas vecinas a todas las que se encuentran en una vecindad de Moore de radio 2, como ya se había mencionado) que se encuentren en estado uno multiplicado por la distancia euclidiana de la celda en cuestión a la carretera incrementada en uno y elevada a la potencia $-\alpha$. Aquí α es un parámetro de nuestro modelo que nos dice que tan importante es la presencia de la carretera para la evolución del autómata. De acuerdo a esto tenemos que $\phi = o(\alpha, U, d)$ donde d representa la distancia euclidiana de la celda a la carretera.

Tenemos un autómata celular de dimensión 2, donde la posición de cada celda está dada por el vector:

$$X = X(a, b) \quad 0 \leq a, b \leq 139 \quad (3.5)$$

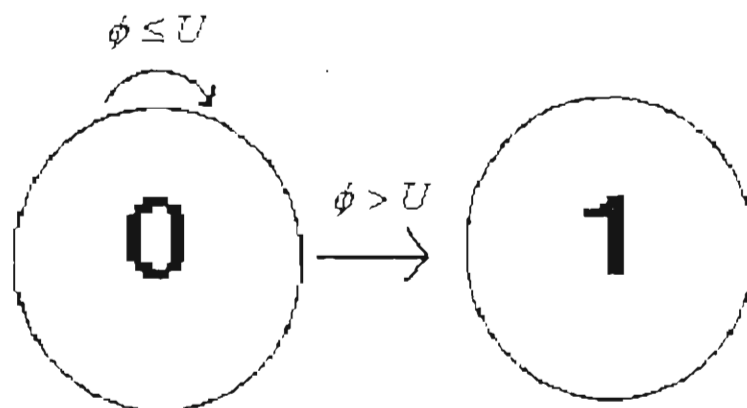


Figura 3.6: Se muestran los posibles estados del autómata y las condiciones para que haya o no mutación.

Cualquier celda del autómata al tiempo t debe estar en estado p donde $p \in \{0, 1\}$. Esto se puede escribir como:

$$W = W(a, b, t) \in \{0, 1\} \quad (3.9)$$

Para la celda que se encuentra en la posición (a, b) y en estado 0, a cada tiempo t se debe calcular el potencial de transición ϕ el cual se encuentra dado por:

$$\phi = \left(\sum_{a'=a-2}^{a+2} \sum_{b'=b-2}^{b+2} W(a', b') \right) (d+1)^{-2} \quad (3.10)$$

En este punto nos encontramos con un efecto de frontera que no hemos considerado. Para las celdas de las orillas del autómata la sumatoria anterior considera valores de celdas que no están dentro de la definición del autómata. Por convención diremos que estas celdas tienen un valor numérico de 0 para la sumatoria. El valor de d se calcula como:

$$d = \lfloor |60.5 - b| \rfloor \quad (3.11)$$

con lo cual decimos que las celdas que están justo al lado de la carretera tienen su valor de distancia $d = 0$, mientras que las celdas más alejadas de la carretera tienen un valor de $d = 69$

Además α es un parámetro tal que

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

Existe otro parámetro U tal que si al tiempo t_i con $i \in \{0, 1, 2, \dots\}$ la celda en estado 0 y en la posición (a, b) con potencial de transición ϕ se cumple que $\phi > U$ entonces el estado de la celda al tiempo t_{i+1} es 1.

Se restringe que α sea mayor que cero porque de modo contrario, el modelo indicaría que la carretera ahuyenta la ocupación de terrenos, lo cual difiere del sentido común. También restringimos que sea menor que 0.7, porque para valores mayores detiene la mutación del autómata por la forma del potencial de transición ϕ . Aún más, para permitir que el autómata pueda seguir evolucionando al transcurrir el tiempo, y no llegue a un estado tal que no se puedan dar mutaciones, debemos asegurarnos que:

Por último, los valores de U , de acuerdo a la vecindad propuesta en el modelo deben ser tales que $0 < U < 24$, ya que para U mayores el autómata no tendría mutaciones debido a la forma de ϕ .

3.4 CONCLUSIONES

En este capítulo se ha propuesto un modelo usando CA's. Este modelo se desarrolló pensando que la dinámica de crecimiento de la mancha urbana observada por Bazant y descrita en el capítulo 2 de ésta tesis puede ser entendida a través de mecanismos de interacción local, como los propuestos en el autómata descrito en este capítulo. Queremos nosotros demostrar que usando solamente los dos parámetros (α, U) descritos para el modelo, podemos entender al menos en parte la dinámica del crecimiento de la mancha urbana.

En el siguiente capítulo se hará una calibración del modelo aquí descrito para los cuatro contextos de crecimiento aquí estudiados, y se pretenderá

encontrar los valores óptimos de estos parámetros que representen a cada uno de estos 4 contextos.

Capítulo 4

CALIBRACIÓN DEL MODELO

Ahora que hemos propuesto y explicado nuestro modelo, debemos comenzar con la calibración del mismo. Aquí vamos entender por calibración la búsqueda de la pareja de parámetros (α, U) que mejor represente las observaciones hechas por Bazant para cada uno de los 1 contextos estudiados. En general, la primera meta que se persigue en este trabajo es analizar el comportamiento de dicho modelo y observar que tan bien puede representar la fenomenología observada por Bazant. También al proponer un modelo un investigador puede pretender dar predicciones sobre el fenómeno que está modelando, y la validez de las predicciones de este dependerán directamente de la capacidad que se tenga para calibrarlo [6].

La metodología que se usará para calibrar este modelo será empírica. Para una calibración formal de este se requieren métodos de optimización no lineales que saltan de los alcances del presente trabajo. Para entender esta metodología analicemos lo que tenemos hasta este punto: tenemos un modelo con el cual queremos representar el crecimiento de algunos patrones urbanos. Este modelo se encuentra en función de dos parámetros: α que representa la influencia de una carretera hipotética que pasa por el lugar y U que representa el valor umbral que debe vencer una celda en estado cero de nuestro autómata para mutar a estado uno.

La primera decisión que vamos a tomar en esta calibración será el considerar cuánto tiempo representará una transición del automata. Primeramente nos gustaría tener datos no tan espaciados en el tiempo como se observaron, pero lo que pensando en este fin se optó por tomar transiciones que correspondieran a 1 o 2 años. Realizando algunas pruebas empíricas se obtuvieron mejores resultados al considerar que las transiciones del automata correspondiesen a intervalos de tiempo de dos años. Debemos que ya tenemos las curvas que se ajustan con un alto grado de exactitud a las observaciones de las epidemias por medio de interpolar un valor a las observaciones intermedias a los intervalos de 10 años. En la primera fase de esta calibración vamos a considerar el mejor ajuste posible para el crecimiento de la mancha urbana y, a su vez, para una fase posterior el ajuste compatible con los índices de expansión.

Vamos a plantear la siguiente metodología para calibrar el modelo consistente con las observaciones hechas en 1977, entonces, partiendo nuestro modelo de ciudades rurales y áreas rurales a las observadas, vamos a clasificar la población total que en el futuro nuestro modelo separe de lo más posible a las observaciones. En este caso nos referimos al futuro total a la población total desde 1977 hasta 1995. Este proceso nos plantea una serie de cuestionamientos los cuales iremos tratando uno a uno.

El primer cuestionamiento se refiere a como hacer la transición de la población total (T) ya que en principio los valores de esas series se conocen por dentro de los recuentos antes del mita de los 80's. Salvo raras excepciones tratado las pocas observaciones de cada una de estas variables. En particular los valores de α se tomaron de 0.05 en 0.05 y los valores de β de 0.05 en 0.05 en otras palabras:

$$\alpha = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30$$

$$\beta = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$$

Otra cuestión que surge por la metodología que en solo es la de encontrar el mejor conjunto de valores (α, β) es mejor que otro. Como se esdrújula anteriormente nuestra primera meta al calibrar este modelo será reproducir los valores observados para la mancha urbana. Para ello vamos a definir el error porcentual en la mancha urbana como el cociente del valor absoluto de la diferencia

entre la mancha urbana observada y la calculada por medio del modelo dividida entre la mancha urbana observada, esto es :

$$e_{mu} = \frac{|mu_o - mu_r|}{mu_o} \quad (11)$$

donde,

e_{mu} representa el error en mancha urbana tal como se definió

mu_o la mancha urbana observada por Bazant y

mu_r la mancha urbana calculada haciendo evolucionar el automata.

Cabe hacer mención que la mancha urbana observada por Bazant se obtiene a partir de las formas funcionales que se trataron en el capítulo anterior. Al obtener el valor absoluto de la diferencia entre la mancha urbana observada y la calculada, tenemos una idea precisamente de cuanto se alejan ambas pero al tomar el cociente sobre la mancha urban observada, obtenemos una fracción que nos dice exactamente cuantas veces es mayor o menor la mancha obtenida en el autómata en relación con la mancha real.

La calibración que nosotros estamos haciendo es para un total de 30 años o, en otras palabras, para 15 iteraciones de nuestro automata (2 años cada iteración). En cada iteración obtendremos un error para la mancha urbana que se calculará como ya lo definimos, así, se debe calcular el error entre la iteración 1 y la mancha observada en 1967, entre la iteración 2 y la mancha observada en 1969, etc., por lo que dado un autómata inicial, tenemos 15 errores cometidos en mancha urbana hasta 1995. Sumemos estos 15 errores y llamémosle *error acumulado en mancha urbana* ó ea_{mu} . Entonces la pareja óptima (a, U) será aquella para la cual este error acumulado sea el mínimo posible.

Hasta aquí sólo nos queda un punto por abordar, el modelo planteado es un autómata que puede decir terreno por terreno si está o no ocupado, mientras que las observaciones con las que contamos tienen un carácter más "macroscópico", ya que reflejan tendencias a una mayor escala. La manera de salvar esto será haciendo una interfaz que pueda convertir cada una ma-

triz de 140 x 140 a un cuadrículado de 20x20, siguiendo las reglas planteadas por Bazant. Esta interfaz, también tiene que operar de manera inversa, es decir, dada una cuadrícula de 20x20 debe ser capaz de generar una matriz de 140x140 siguiendo las mismas reglas.

Esto nos genera un problema; los datos de Bazant nos arrojan exactamente cuantas hectareas están en expansión y cuantas en consolidación, pero en realidad, para una sola configuración de tipo cuadrícula de 20x20, existen un gran número de configuraciones en la matriz de 140x140 que se pueden generar

Nosotros hicimos lo siguiente: primeramente y para cada contexto de crecimiento se generó una cuadrícula de 20x20 que cumple con las observaciones de Bazant, tanto en la parte numérica (índices y mancha urbana) como en la parte descriptiva. Al hablar de la parte descriptiva nos referimos a los patrones espaciales descritos por Bazant [1], para cada uno de los contextos. La interfaz programada genera de forma aleatoria la matriz de 140x140; es decir, en cada simulación el programa genera una matriz de 140x140 diferente, aunque cada una de estas matrices es consistente con las observaciones de Bazant de 1965.

De esta forma, para tratar de que los resultados obtenidos sean válidos en un contexto general, cada simulación del programa genera 25 matrices diferentes y el análisis de la pareja (α, U) óptima se hace de forma independiente para cada uno de ellos. Después de esto, en cada contexto se hace un análisis estadístico que nos permita hacer inferencias generales sobre el mismo. Cabe hacer notar que en esta tesis no pretendemos usar las herramientas más sofisticadas que se tienen para una calibración rigurosa, si no se trata de encontrar parámetros que sean satisfactorios para los objetivos que buscamos: es decir, comportamiento del autómata y posible observación de fenómenos emergentes.

4.1 PUEBLOS RURALES AISLADOS

Como ya se había mencionado estos pueblos son principalmente agrícolas y se encuentran aun alejados de la mancha urbana. Bazant presenta en su

libro un patrón espacial característico de este contexto, el cual presentamos en la figura 4.1. Como se ve, este patrón urbano puede ser descrito como una mancha que va creciendo en todas direcciones y va dejando muy pocos huecos (terrenos sin ocupar) durante este crecimiento.

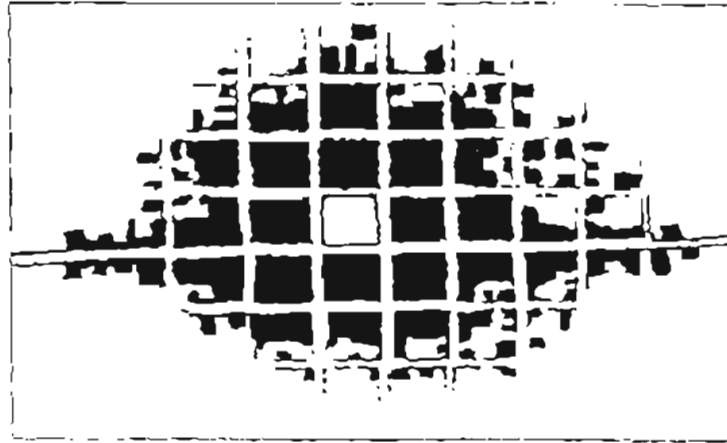


Figura 4.1: Patrón espacial característico para los pueblos rurales aislados (tomado de [1]).

Como ya se explicó antes, tomamos un patrón macroscópico para el cuadrículado de 20×20 . Este patrón se muestra en la figura 4.9 (a). También en la figura 4.10 (a) se muestra un autómata de 140×140 generado a partir del patrón inicial dado.

En nuestro primer intento de calibración, obtuvimos los resultados que se muestran en la tabla 4.1, para 25 autómatas de 140×140 diferentes generados por nuestro programa siguiendo la metodología antes descrita.

La primera impresión que se obtiene en esta tabla es que los valores óptimos (α, U) parecen ser aleatorios, pero ahora observemos la figura 4.13 (a) donde se muestra un gráfico de dispersión α vs. U .

Es muy claro notar en esta gráfica que entre ambos parámetros existe una relación altamente lineal. Debido a esto calculamos el coeficiente de correlación de Pearson para estas variables [11], obteniendo un valor de $r_{\alpha, U} = -0.972$. Ese valor nos indica que existe una relación lineal casi perfecta entre ambas variables. Usando el método de los mínimos cuadrados calculamos la

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMbral
0.870912	0.05	7.5
0.047754	0.05	7.5
0.686469	0.15	5.5
0.657068	0	8.5
0.829664	0.15	5
0.789068	0.05	7
1.04266	0.05	7.5
0.85749	0.05	7
0.91993	0.05	7.5
0.762032	0.2	5
0.808631	0.05	7
1.03402	0.05	7
0.864163	0.05	7
0.922162	0.05	7
0.480606	0	8.5
0.912179	0.15	7
0.943366	0.1	7
0.957984	0.15	5.5
0.711917	0.05	7.5
0.416527	0.1	6.5
0.669049	0.1	6.5
0.559501	0	0.5
0.733366	0.05	7
0.498686	0.15	5.5
0.766988	0.1	7

Tabla 4.1: Resultados obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 110×10 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto

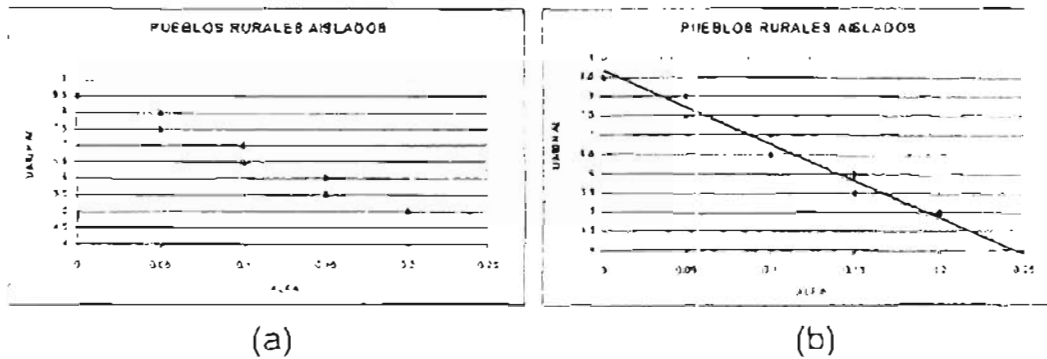


Figura 4.2: Gráfico de dispersión en (a) α vs. U y en (b) α vs. U además de la recta de mejor ajuste

recta de mejor ajuste, obteniendo la siguiente función:

$$U = -19.19\alpha + 8.677 \quad (4.2)$$

En la figura 4.13 (b) se muestra en la gráfica de dispersión, la recta que se

genera con esta ecuación. Cabe hacer mención que esta recta está definida para valores reales de α y U , pero según convenimos, nosotros vamos a tomar solo un par de conjuntos discretos para cada uno de éstos parámetros. Diremos que los valores que se deben tomar de la recta 4.2 no son los valores reales, si no los valores que más se aproximen a alguno de los conjuntos dados. Aunque más adelante no se vuelva a hacer la aclaración, se entenderá que al referirnos a ésta recta o a otra de éste tipo, estamos pensando en los valores discretos.

En este punto nos podríamos preguntar acerca de la validez de los resultados aquí encontrados. Primeramente escogimos el número de 25 patrones iniciales de una forma arbitraria; en realidad, debemos pensar que pasa si tomo otro número mayor de éstos. Para contestarla generamos primeramente otros 50 patrones arbitrarios y finalmente 75 más de estos patrones. Los resultados obtenidos aquí se repitieron, lo cual nos da una alta confiabilidad sobre dichos resultados. Por cuestión de espacio anexaremos éstos últimos cálculos en un apéndice al final de éste capítulo referente a los pueblos rurales aislados.

Pensemos en lo siguiente ¿Que diferencia debe existir durante la evolución del autómata, dado un patrón inicial, al cambiar el valor de α ? Para contestarnos esta pregunta recordemos que un $\alpha=0$ indica que la carretera no tiene ningún efecto en la evolución, mientras que para $\alpha > 0$ la carretera se convierte en un atractor de asentamientos, es decir, se deforma el espacio en nuestro autómata. De aquí que la respuesta a nuestra pregunta antes planteada es que el valor de α nos va a dar un cambio en la forma en la que crece nuestra "mancha" de terreno ocupado: para $\alpha=0$ el crecimiento se dará en todas las direcciones con igual oportunidad, como con forma de circunferencia, y mientras mas grande seleccionemos el valor de α , el crecimiento se irá dando alrededor de la carretera, como en forma de una elipse con eje mayor sobre la carretera.

Para verificar esto, veamos la figura 4.3. En (a) se muestra un patrón inicial para el autómata de 140 x 140. Se hizo evolucionar el mismo patrón 10 veces, pero con parámetros (α, U) diferentes. En (b) se muestra la evolución para $\alpha = 0$ y $U = 8.5$ y en (c) para $\alpha = 0.2$ y $U = 5$. Aquí se corrobora lo dicho anteriormente.

Hasta este punto tenemos un modelo entonces que es sensible a la forma

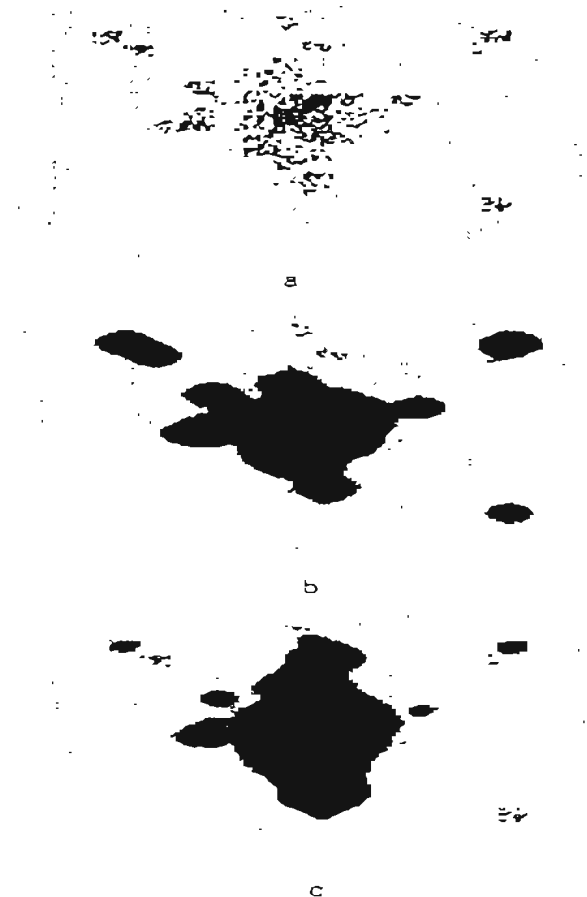


Figura 1.3: Se muestra en (a) un autómata de 110×110 ; en (b) se muestra el autómata después de 10 evoluciones con valores de $\alpha = 0$ y $U = 8.5$; en (c) el autómata después de 10 evoluciones con valores $\alpha = 0.2$ y $U = 5$.

que adopta la mancha urbana al ir creciendo. Se puede notar que cualquier pareja de valores (α, U) que tomemos y que este dentro de la recta 1.2 será una buena elección para tratar de reproducir la mancha urbana en nuestro autómata. Aún más: de acuerdo a la tabla 1.1 tenemos que la elección puede optimizarse si tomamos en cuenta la configuración inicial, es decir, dada dicha configuración inicial, existe una pareja óptima que hace que el error acumulado sea mínimo. Una pregunta que surge de forma natural en este punto es que, dada una configuración inicial, ¿Que tan diferente es tomar una pareja de valores u otra, numéricamente hablando, y sin pensar en la forma que el crecimiento de la mancha adopta? Para contestarla hicimos lo siguiente: generamos 25 patrones iniciales aleatorios, y a cada uno de ellos los hicimos evolucionar primero con la pareja de valores $(0.8, 5)$ y después con la pareja $(0.2, 5)$, ambas tomadas de la recta 1.2. Obtuvimos los errores

cometidos en cada iteración y promediamos dichos errores para cada tiempo. Estos resultados se muestran en la figura 4.4.

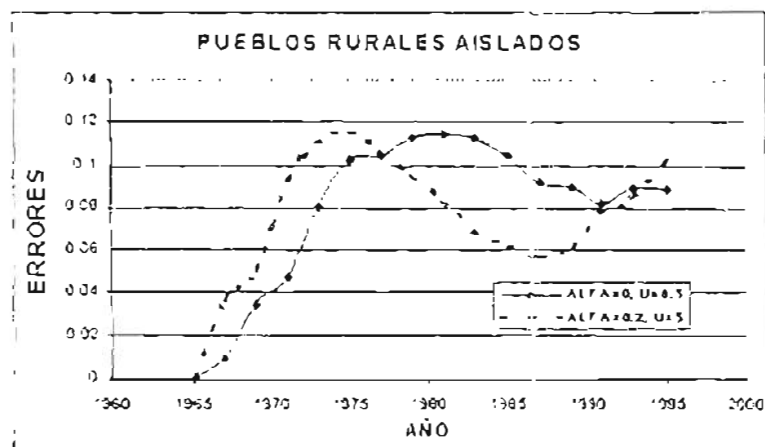


Figura 4.4. Se muestran los errores promedio de mancha urbana cometidos por 25 patrones iniciales aleatorios iterados con valores (α, U) de $(0, 8.5)$ y $(0.2, 5)$.

Esto nos da una idea más clara de lo que está sucediendo: cuando tomo una configuración inicial y la hago iterar con valores de (α, U) que caigan dentro de la recta 4.2, pero tomo un valor muy pequeño de alfa, los primeros años (1967-77) el error que cometa en reproducir la mancha urbana observada con el autómata será más pequeño que si tomase valores de alfa mayores, pero a partir de 1979 esta tendencia se hace contraria. Esto nos da una clara señal de que el autómata se comporta de acuerdo al sentido común. Los primeros años el valor de alfa es pequeño, es decir, donde está la carretera nos afecta muy poco, pero al transcurrir el tiempo, ésta se vuelve más importante.

Otra cuestión importante que se rescata de la figura 4.4 es lo referente a las magnitudes de los errores en mancha urbana, en especial en que estos errores son pequeños: esto nos da cuenta de que dada una configuración inicial, no es tan diferente, salvo en la forma de la mancha, tomar valores distintos de (α, U) siempre y cuando estos valores estén dentro de la recta.

Bueno, ahora podríamos pensar que la calibración ha terminado. Para dar el "toque final", vamos a ver el comportamiento de la mancha urbana observada por Bazant y el comportamiento de la mancha urbana en nuestro autómata. Como ya vimos, no es tan diferente tomar cualquier valor de (α, U) dentro

de la recta ajustada. Simplemente para checar este comportamiento, vamos a tomar el valor correspondiente a la pareja (α, U) que más probablemente minimizará el error para una configuración aleatoria dada ; es decir, vamos a escoger a la pareja que más se repita en la tabla 4.1, ó en otras palabras la moda de las observaciones, la cual resulta ser $(0.05, 3)$. En la figura 4.5 (a) se muestra el comportamiento de la mancha urbana promediada de 25 configuraciones iniciales diferentes junto con la mancha urbana observada, y en (b) el error cometido por el autómata respecto de las observaciones.

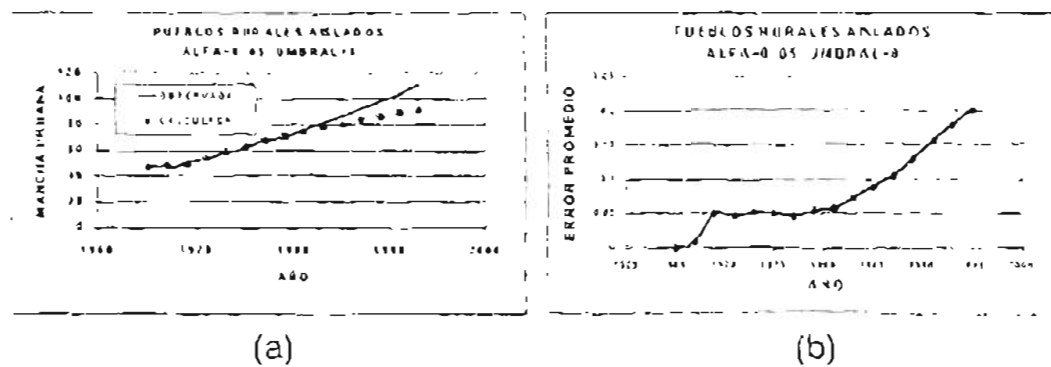


Figura 4.5: Se muestra en (a) el comportamiento promedio de 25 configuraciones iniciales aleatorias de la mancha urbana contra la mancha urbana observada por Bazant, y en (b) el error promedio cometido por el modelo.

Es sorprendente ver como el comportamiento del modelo y de las observaciones es practicamente el mismo hasta el inicio de la década de los 80's donde ambos se separan. Naturalmente esto da origen a una interrogante: ¿Existirá otra pareja de valores (α, U) tales que a partir de 1981 hagan que el modelo continúe comportandose de acuerdo a las observaciones? En caso de existir esta pareja, diremos que esto salta ya al modelo planteado en el capítulo anterior, esto desde el punto de vista que dicho modelo es de tipo autónomo al no considerar la posibilidad de que los parámetros cambien en el tiempo. Aun así, nos dimos a la tarea de buscar esta pareja nuevamente. Para ello hicimos un programa que genera 25 configuraciones aleatorias diferentes, a cada una de ellas la itera hasta 1981 (3 iteraciones) con la pareja de valores $(0.05, 3)$ y a partir de ahí realiza una nueva búsqueda de la pareja óptima que minimice el error acumulado en mancha urbana, definiendo este último solo para las siguientes 7 iteraciones, correspondientes a 1983-1995. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.2.

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
0.160478	0.55	1.5
0.256919	0.4	2
0.13292	0.7	1
0.110503	0.9	0.5
0.226189	0.85	0.5
0.0633144	0.15	5
0.0617945	0.4	2
0.0671219	0.7	1
0.11992	0.9	0.5
0.0759913	0.7	1
0.213223	0.85	0.5
0.0965972	0.05	7
0.0774258	0.85	1
0.153393	0.9	0.5
0.198795	0.85	0.5
0.0842384	0.55	1.5
0.0956932	0.45	2
0.14766	0	8.5
0.0922979	0	8.5
0.118676	0.65	1
0.14028	0.2	4.5
0.143909	0.15	5.5
0.0689037	0.25	4
0.0762058	0	7.5
0.0656129	0.7	1

Tabla 4.2: Resultados óptimos de (α, U) obtenidos de para los 25 diferentes autómatas de 140×140 iterados 8 veces con valores $(\alpha = 0.05, U = 8)$.

Nuevamente calculamos el coeficiente de correlación lineal para los datos de esta tabla encontrando un valor de $r_{\alpha, U} = -0.9411$, con lo cual concluimos que nuevamente el valor óptimo de (α, U) cae dentro de una recta. Esta recta resulta ser:

$$U = -8.045\alpha + 6.76 \quad (4.3)$$

En la figura 4.6 presentamos un gráfico de dispersión de los datos obtenidos en la tabla 4.2, además se agrega la recta 4.3

De nueva cuenta tratamos de entender la diferencia que había entre escoger un valor de alfa pequeño contra uno mayor, para ello simulamos el comportamiento promedio de 25 configuraciones aleatorias iteradas 8 veces con valores $(\alpha = 0.05, U = 8)$, y a partir de ahí se hicieron iterar 7 veces más, primeramente con valores de $(\alpha = 0.7, U = 1)$ y luego con $(\alpha = 0, U = 8.5)$. Los resultados promedio de estas simulaciones se muestran en la figura 4.7

Basados en estos resultados y en la tabla 4.2 podemos afirmar que los parámetros óptimos (α, U) a partir de 1981 toman los valores de la recta 4.3, además que para la gran mayoría de las configuraciones, estos valores óptimos deben tomarse de tal forma que el valor de alfa sea grande. De acuerdo a la tabla

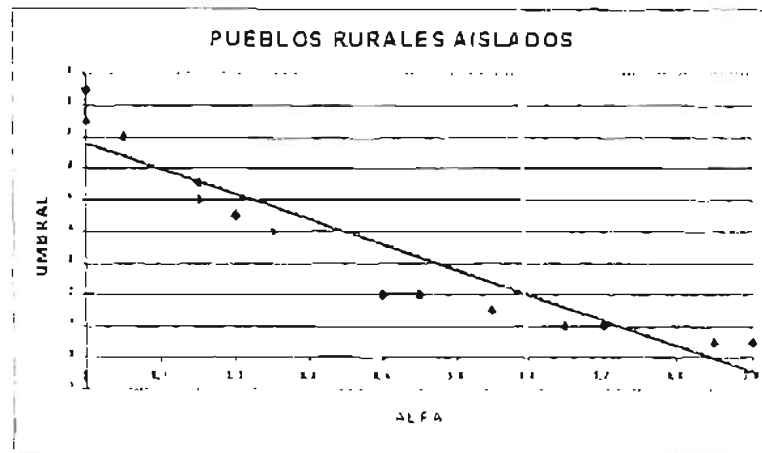


Figura 4.6: Se muestra el gráfico α vs. U de la tabla 4.2 además de la recta $U = -8.045\alpha + 6.76$

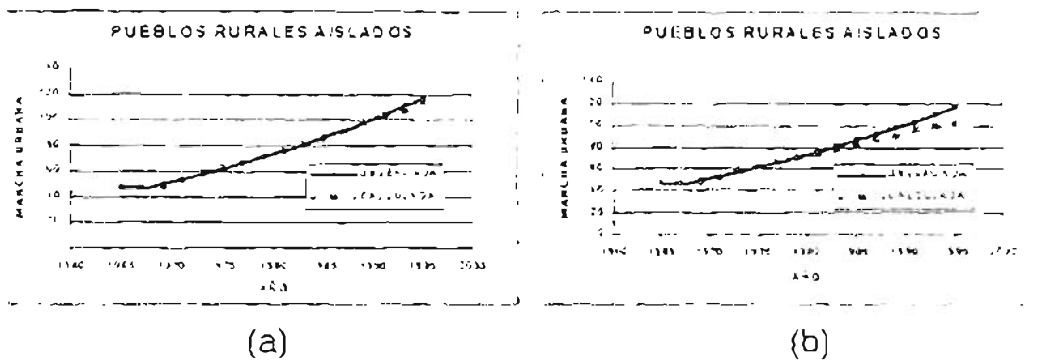


Figura 4.7: Se muestra el comportamiento promedio de 25 configuraciones aleatorias iteradas 8 veces con valores de $(\alpha = 0.05, U = 8)$ seguidas con 7 iteraciones con valores (a) $(\alpha = 0.7, U = 1)$ y (b) $(\alpha = 0, U = 8.5)$

si existen aún configuraciones tales que acepten un valor de alfa cercano a cero, pero para la gran mayoría se concluye que el valor óptimo de alfa debe ser mayor, del orden de 0.7

Como una prueba final, realizamos un programa que simula 25 patrones iniciales diferentes. Estos patrones los itera 8 veces con valores $(\alpha = 0.05, U = 8)$ y luego 7 veces con valores $(\alpha = 0.7, U = 1)$, los cuales corresponden nuevamente al valor modal de la tabla 4.2. Este programa calcula el valor

promedio de la mancha urbana para cada tiempo, así como su desviación estandar. En la figura 4.8 se muestra la mancha urbana observada de 1965 a 1995, además con líneas punteadas se muestra el valor promedio \pm la desviación estandar obtenido en las 25 simulaciones. En el apéndice correspondiente a los pueblos rurales aislados se muestra la tabla obtenida con éstos datos. También en el apéndice se hace el mismo análisis para otros 50 patrones iniciales aleatorios, corroborándose los resultados aquí obtenidos.

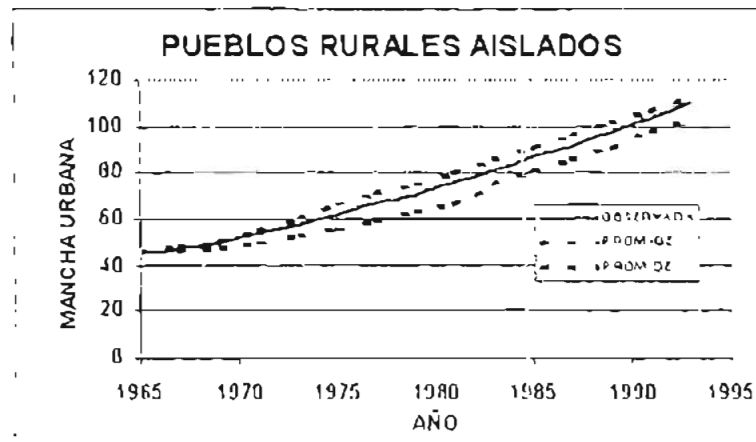


Figura 4.8: Se muestra el promedio de 25 configuraciones iniciales diferentes \pm la desviación estandar en mancha urbana obtenida en el modelo en forma comparativa con la observada

En la figura 4.9 mostramos el cuadrículado de 20×20 que sirvió como patrón inicial, así como los patrones que se generaron en 1975, 1985 y 1995 con los valores de (α, U) ya mencionados

Por último, presentamos una de las evoluciones que se generarán en el autómatata de 110×110 para estos mismos valores ajustados en 1965, 1975, 1985 y 1995

4.2 BALDÍOS INTERMEDIOS

Cuando se da el proceso de expansión de una ciudad hacia poblados cercanos a esta, éste se da de una manera gradual de tal forma que entre ellos van

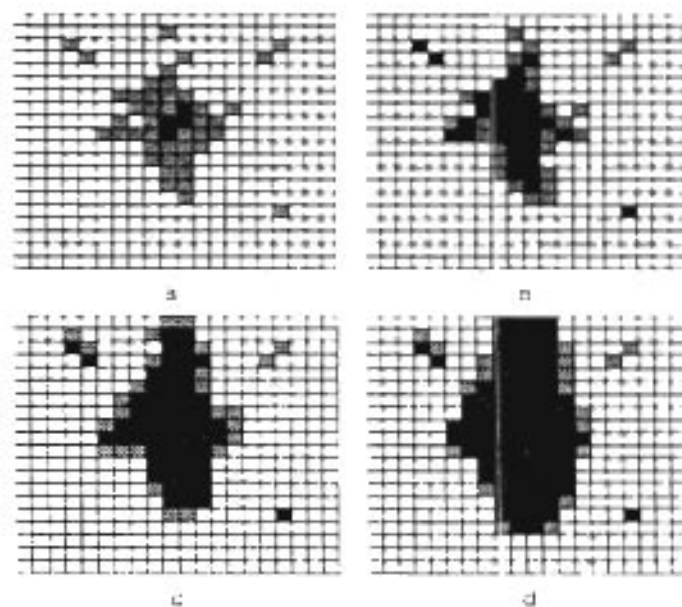


Figura 19. Se muestra en (a) el cuadrado de 20×20 usado para generar los patrones en el automata de 14×14 y en (b), (c) y (d) la evolución de ese patrón con la calibración hecha en los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.

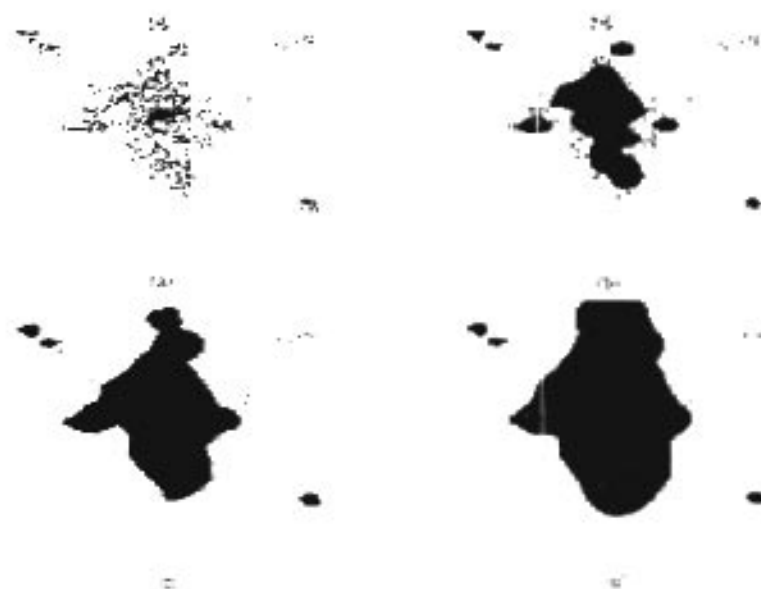


Figura 10. Se muestra en (a) una configuración inicial del automata de 14×14 y en (b), (c) y (d) la evolución de ese automata con los valores obtenidos a través la calibración para los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.

quedando extensiones de baldíos que con el tiempo llegan a ocuparse. Un patrón característico de este tipo de crecimiento se presenta en la figura 4.11



Figura 4.11. Patrón espacial característico para los baldíos intermedios (tomado de [6])

Como puede verse, este patrón de crecimiento difiere sustancialmente del patrón anteriormente estudiado y de hecho difiere de los otros dos que restan por estudiar desde el punto de vista estructural, entendiéndose por estructura a la forma que adopta una configuración específica — antes se tenía un conglomerado bien estructurado, quizá con terrenos en la periferia dispersos — mientras que en éste caso no se tiene en sí ningún conglomerado, si no un conjunto aleatorio de asentamientos. Debido a este hecho, no proponemos un patrón inicial en forma de caudricula de 20×20 único, si no que cada vez el programa generará un patrón inicial aleatorio que sea congruente con las observaciones de Bazant de 1965. De igual forma, después de generar este patrón, también generará un autómata de 140×140 acorde a dicho patrón. En la figura 4.15(a) se muestra un patrón inicial generado por el programa, y en la figura 4.16 (a) se muestra el autómata de 140×140 generado con el patrón inicial antes mencionado.

Siguiendo la metodología ya conocida, obtuvimos la tabla 4.3. Igual que antes, calculamos el coeficiente de correlación de Pearson para los datos obtenidos obteniendo un valor de $r_{n,L} = -0.983$. Esto indica que para este

caso nuevamente existe una relación lineal entre las variables (α, U) . Por mínimos cuadrados calculamos la recta de mejor ajuste obteniendo:

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
0.818779	0.3	3
0.842376	0.05	7.5
1.03586	0	8.5
1.05098	0	8.5
0.536598	0.1	6
0.864554	0.1	6
1.14013	0.05	7.5
0.897487	0.2	4.5
0.703562	0.15	5
0.972056	0.05	7.5
0.994266	0.25	3.5
1.09547	0	8.5
0.564163	0.15	5
0.632996	0.25	3.5
0.796461	0.1	5.5
0.857936	0.05	7
0.889188	0.05	7
0.719653	0.25	3.5
0.752774	0.05	7
0.933059	0.15	5
0.489144	0.25	3.5
0.612167	0.2	4
0.714674	0.15	5
0.762953	0.05	7
0.70022	0.2	4

Tabla 4.3: Resultados obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 110×110 generados por el programa.

$$U = -19.157\alpha - 8.133 \quad (4.1)$$

Este resultado fue corroborado realizando los mismos cálculos primero para 50 patrones iniciales diferentes, después para 75. Éstos resultados se muestran en el apéndice baldíos intermedios. En la figura 4.12 presentamos la gráfica de dispersión correspondiente a la tabla 4.3 junto con la recta 4.1.

Nuevamente queremos comparar que diferencia hay entre la evolución de un patrón con valores iniciales pequeños o grandes de α , por supuesto, que se encuentren dentro de la recta 4.1. Para ello Generamos 25 patrones iniciales aleatorios y se hacen evolucionar primeramente con valores $(\alpha = 0, U = 8.5)$ y luego $(\alpha = 0.3, U = 3)$; para cada iteración se calculó el valor de la mancha urbana y al final se promediaron estos valores. Los resultados se muestran en la figura 4.13.

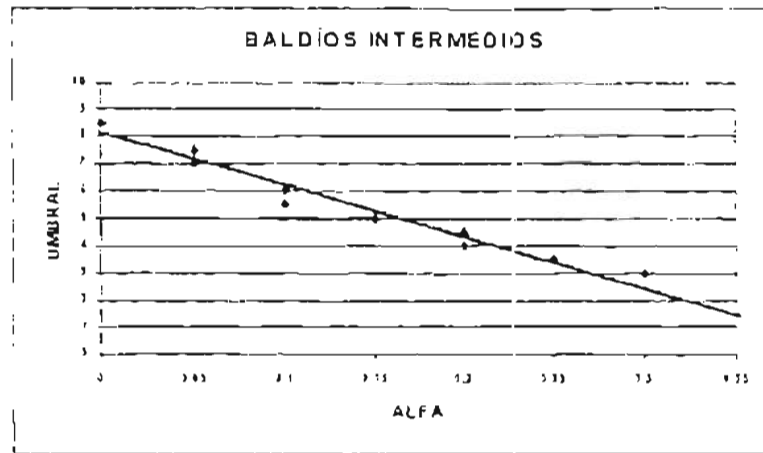


Figura 4.12: Se muestra el gráfico α vs. U de la tabla 4.3 además de la recta $U = -19.157\alpha + 8.133$

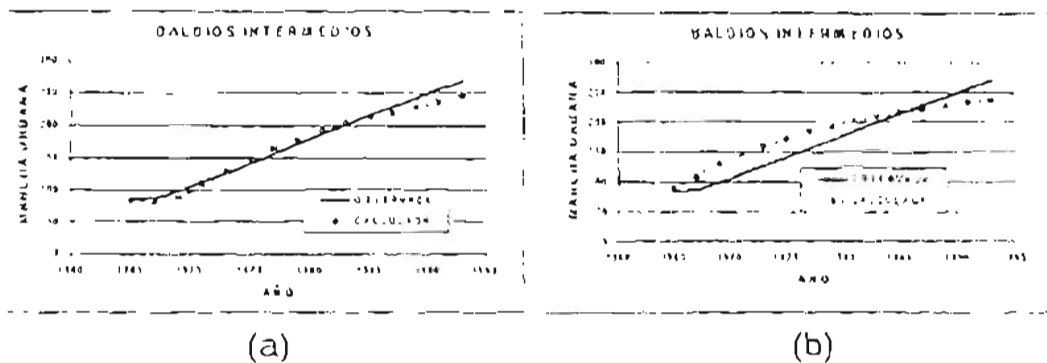


Figura 4.13: Se muestra el valor en mancha urbana observado contra el promedio de 25 iteraciones con valores (a) $(\alpha = 0, U = 8.5)$ y (b) $(\alpha = 0.3, U = 3)$

Es claro ver como la tendencia en el modelo para ambos valores de los parámetros casos es diferente, pero los errores se compensan durante el transcurrir del tiempo, de aquí que ambos sean soluciones para la calibración. Si nos preguntamos cual sería el seleccionado por nosotros, diríamos que el caso del $\alpha = 0$ ya que este tiene la misma tendencia que los valores observados prácticamente desde que inicia hasta 1985, ya que después de esto tiende a

frenarse mientras que las observaciones continúan creciendo a ritmos aproximadamente constante. Valemos más allá es como hablamos de un contexto en el cual una carretera no está justificada, ya que nos encontramos en la periferia de la ciudad por lo cual decimos que tal carretera no existe lo cual implica que α vale cero. Luego la calibración del modelo es más estricta que en el contexto anterior, los valores óptimos de las variables son $\alpha = 0$ ($\beta = 9.5$).

Como ya mencionamos, el algoritmo sigue los valores observados hasta 1987, es decir, durante las primeras 10 iteraciones. Nuevamente nos preguntamos si existe un valor de U tal que a partir de la iteración 11 el modelo siga reproduciendo las observaciones de Bazant (recordando que ya fijamos el valor de α en cero). Seguimos igual que antes generando 25 patrones diferentes usando 10 veces los valores de los parámetros $\alpha = 0$, $\beta = 9.5$ cambiando después un valor diferente de U que reprodujera las observaciones. En resumidas cuentas decimos que no encontramos dicho valor, debemos utilizar este mismo procedimiento nuevamente para finalmente encontrar los siguientes valores como óptimos para reproducir las observaciones sobre el crecimiento de la marcha urbana en este contexto:

$$\begin{cases} \alpha = 0.1 = 4.5 & (1965 - 85) \\ \alpha = 0.1 = 6.5 & (1985 - 91) \\ \alpha = 0.0 = 9.5 & (1991 - 95) \end{cases} \quad (17)$$

La justificación de, última ajuste se hace en el apéndice correspondiente a los datos intermedios. Como una prueba final realizamos igual que para los pueblitos iguales aislados un programa que simula 25 patrones diferentes. Estos patrones los usamos de acuerdo a los valores dados en (17) el programa calcula el valor promedio de la marcha urbana para cada tiempo así como su desviación estándar. En la figura 111 se muestra la marcha urbana observada de 1965 a 1995, además con las simulaciones se muestra el valor promedio \pm la desviación estándar obtenido en las 25 simulaciones. En el apéndice correspondiente a los pueblitos iguales aislados se muestra la tabla obtenida con estos datos. También en el apéndice se hace el mismo análisis para otros 50 patrones iniciales aleatorios, corroborándose los resultados aquí obtenidos.

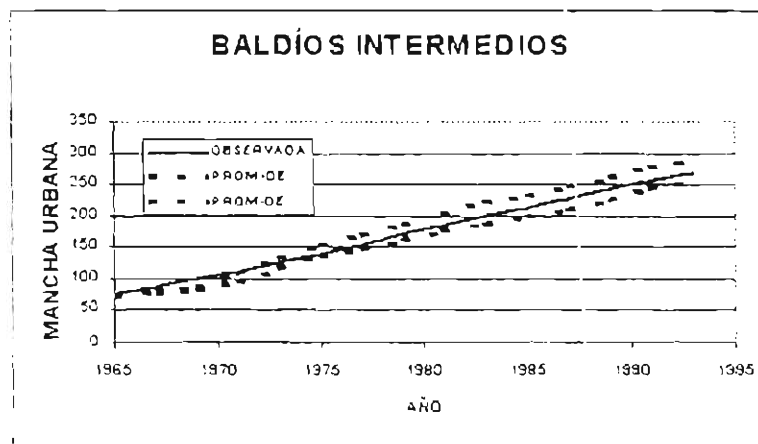


Figura 4.14: Se muestra el promedio de 25 configuraciones iniciales diferentes \pm la desviación estandar en mancha urbana obtenida en el modelo en forma comparativa con la observada

Se puede observar en la figura 4.15(a) un patrón de 20 x 20 usado para generar los autómatas de 140 x 140, así como la evolución de este patrón para los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente en (b), (c) y (d) usando los valores dados en 4.15.

En la figura 4.16 (a) presentamos el autómata de 110 x 140 generado a partir del patrón inicial dado en la figura 4.15 (a) y las evoluciones correspondientes a los años 1975, 1985 y 1995 en (b), (c) y (d) respectivamente.

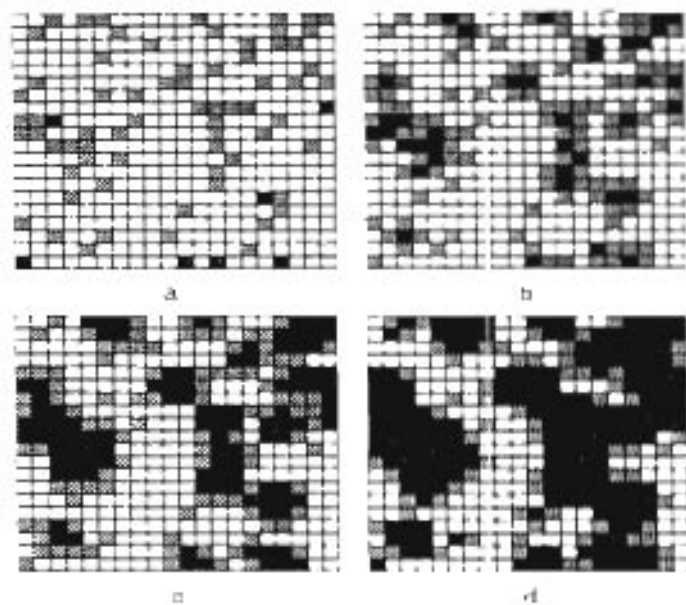


Figura 4.15 Para los halos intermedios se muestra en (a) un cuadrado de 20×20 generado por el programa a modo de su patrón inicial y en (b), (c) y (d) la evolución de este patrón con la calibración hecha en los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.

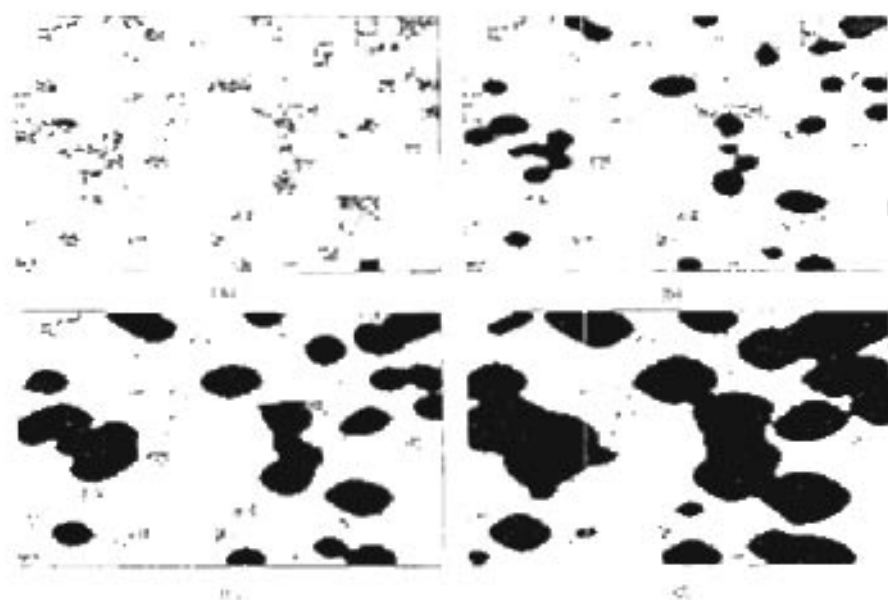


Figura 4.16 Para los halos intermedios se muestra en (a) un cuadrado de 140×140 generado a partir de un patrón inicial partiendo sus evoluciones a (b), (c) y (d) la evolución de este automata con los valores observados durante la calibración para los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente.

4.3 PUEBLOS EN PROCESO DE ABSORCIÓN

Estos pueblos difieren en los pueblos rurales aislados en su cercanía con la ciudad. Debido a la búsqueda por parte de la población de bajos ingresos de terrenos baratos, estos pueblos ofrecen una buena alternativa para estas personas, aún cuando tienen insuficiencia de equipamiento y servicios. En la figura 4.17 se observa un patrón característico de este contexto de crecimiento.



Figura 4.17. Patrón espacial característico para los pueblos en proceso de absorción (tomado de [1])

Proponemos como patrón inicial el cuadrículado de 20×20 que se muestra en la figura 4.25 (a). Una configuración del autómata de 140×140 generada por el programa para este patrón inicial se muestra en la figura 4.26. Siguiendo con la metodología propuesta presentamos la tabla 4.1 donde se observan los valores óptimos de (α, t) obtenidos por el programa.

Aquí nuevamente calculamos el coeficiente de correlación de Pearson para éstos valores, encontrando un valor de $r_{\alpha, t} = -0.575$. Este valor no resulta aceptable para pensar que exista una relación lineal entre ambas variables. Quisimos corroborar este hecho tomando primeramente 50 patrones iniciales aleatorios seguidos de 75 más. El resultado no fue tan alentador como en los dos contextos calibrados anteriormente: los valores obtenidos del coeficiente

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
1.92869	0	4.5
1.78031	0	2.5
1.59284	0.15	1.5
1.98421	0	3.5
1.98423	0	4.5
1.8076	0.1	2.5
1.9101	0	4.5
1.91468	0.1	2.5
1.89126	0	2.5
1.97913	0	2.5
1.65731	0	3.5
1.8642	0	2.5
1.80694	0.15	1.5
1.92676	0	2.5
2.06185	0	2.5
1.80815	0.05	2
1.90988	0	2.5
1.74127	0	2.5
1.83547	0	2.5
1.95694	0	3.5
1.78577	0.1	1.5
2.01923	0	2.5
1.8447	0	2.5
2.00863	0	2.5
1.77025	0	3.5

Tabla 4.1: Valores óptimos de (α, U) obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 10×10 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto.

para estos dos casos fueron respectivamente $r_{x,U} = -0.62$ y $r_{x,U} = -0.66$. Las tablas donde se realizan estos cálculos se encuentran en el apéndice correspondiente a los pueblos en proceso de absorción.

Este hecho hace que el panorama tomado para los contextos anteriores cambie. Para tratar de entender el por qué resultan diferentes estos contextos observemos la figura 4.18 donde se muestra el gráfico α contra U tomado de la tabla 4.4.

Aquí es claro ver como para un sólo valor de α tenemos que existen varios casos en los cuales el valor de U cambia. Por ejemplo para $\alpha = 0$ existen valores de $U = 2.5, 3.5$ y 4.5 . Para entender la diferencia entre evolucionar con alguno de éstos dos últimos valores, generamos 25 configuraciones aleatorias a partir del patrón inicial, las hicimos evolucionar primeramente con valores de los parámetros $(\alpha = 0, U = 4.5)$ y después $(\alpha = 0, U = 2.5)$. Calculamos la mancha promedio para cada iteración y promediamos para las 25 muestras. Los resultados se muestran en la figura 4.19 (a) y (b) respectivamente.

Usando estos últimos resultados podemos afirmar lo siguiente: ambos valores de las variables son solución al problema propuesto por la forma de calibrar

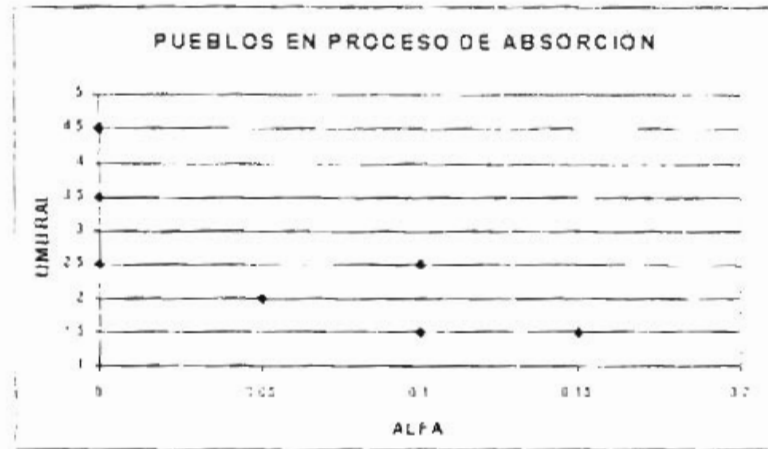


Figura 4.18: Se muestra el gráfico α vs. U de la tabla 4.1

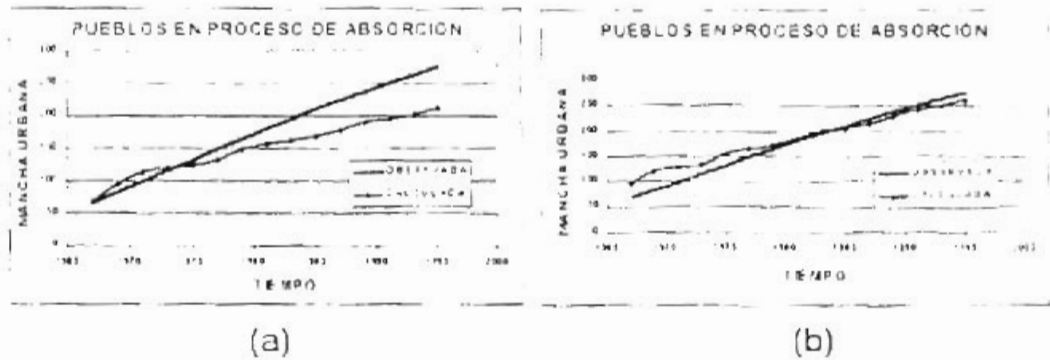


Figura 4.19: Se muestra la mancha urbana observada además del promedio obtenido por el modelo en 25 iteraciones usando valores de (a) ($\alpha = 0, U = 1.5$) y en (b) ($\alpha = 0, U = 2.5$)

debido a que la primera pareja cumple que al principio comete poco error, pero este error se acrecenta al pasar el tiempo, en contraste con la segunda pareja de valores, con la cual al principio se comete un error alto, pero después de un tiempo el error tiende a hacerse pequeño, de hecho es notorio ver como sigue la misma dinámica de las observaciones después de un cierto tiempo

Esto nos mejora el panorama en gran medida. Ahora podemos afirmar que tenemos una pareja de valores que hace que el modelo después de cierto tiempo siga la dinámica de las observaciones. Aún más, también podemos afirmar que igual que en los dos contextos anteriores podemos tener una recta que represente una relación lineal entre (α, U) . En esa recta deben caer por supuesto los valores $(\alpha = 0, U = 2.5)$, $(\alpha = 0.05, U = 2)$ y $(\alpha = 0.15, U = 1.5)$; y uno puede convencerse aún más de esto observando las tablas de resultados de valores óptimos (α, U) correspondientes a las 50 y luego a las 75 configuraciones aleatorias que se muestran en el apéndice referente a este contexto de crecimiento. A forma de comparativo mostramos en la figura 4.20 el comportamiento promedio de la mancha urbana en 25 iteraciones hechas primeramente con valores de los parámetros de $(\alpha = 0.15, U = 1.5)$ y luego $(\alpha = 0, U = 2.5)$

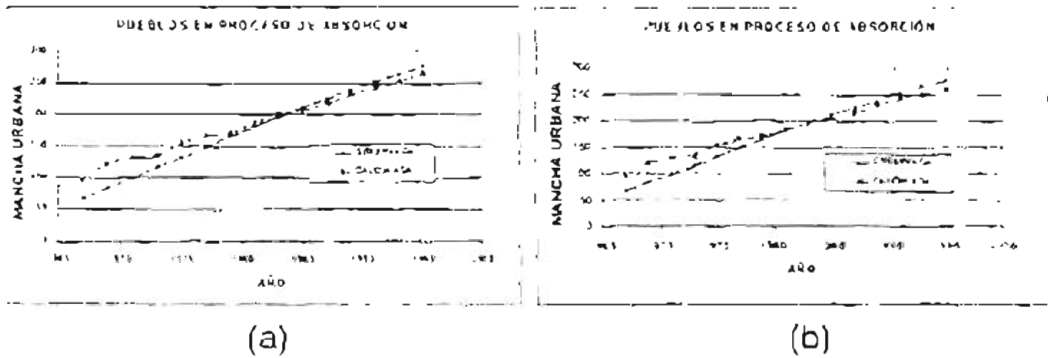


Figura 4.20: Se muestra la mancha urbana observada además del promedio obtenido por el modelo en 25 iteraciones usando valores de (a) $(\alpha = 0.15, U = 1.5)$ y en (b) $(\alpha = 0, U = 2.5)$

Como se puede observar, no existe prácticamente diferencia entre escoger un valor u otro de los parámetros, salvo por la forma del crecimiento de la mancha, recordemos que este forma será más esférica entre menor sea el valor de alfa. Veamos un aspecto más correspondiente al crecimiento de la mancha. Vamos a graficar el error promedio en cada iteración para los mismos valores de los parámetros de la figura 4.20. Aquí entendamos por error en mancha urbana a la definición que ya habíamos dado: el valor absoluto de la diferencia entre la mancha urbana observada y la calculada con el modelo

dividida entre la mancha urbana observada. Estas gráficas se muestran en la figura 1.21.

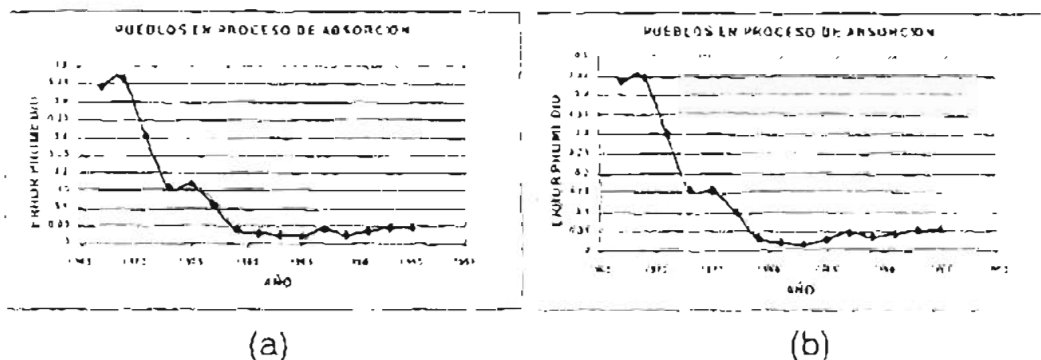


Figura 1.21: Se muestran los errores promedio en mancha urbana cometidos por el modelo dado los valores de los parámetros de (a) $(\alpha = 0.13, U = 1.5)$ y (b) $(\alpha = 0, U = 2.5)$

En este punto podríamos parar y decir que la calibración está concluida, pero observando esta última figura (1.21), nos podemos preguntar si existe una pareja de valores de (α, U) que hiciese que el comportamiento del automata antes de 1979 fuese similar al de las observaciones, como sucede a partir de esta fecha. Para responder esta pregunta volvemos a generar 25 patrones diferentes, y ahora vamos a buscar la pareja de valores optimos (α, U) tales que minimicen el error acumulado pero sólo para las primeras 7 iteraciones (1967-1979). Los resultados de esta búsqueda se dan en la tabla 1.5.

Calculando el coeficiente de correlación de Pearson para estos datos encontramos que tiene un valor de $r_{\alpha, U} = -0.95$. Nuevamente volvimos a encontrar una relación lineal entre los parámetros del modelo. Como antes calculamos la recta de mejor ajuste por mínimos cuadrados obteniendo:

$$U = -3.149\alpha - 2.73 \quad (1.6)$$

En la figura 1.22 mostramos un gráfico α contra U correspondiente a la tabla 1.5 además de anexar la recta 1.6.

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
0.575680	0.45	1.5
0.560159	0.35	1.5
0.549472	0.4	1.5
0.577787	0.4	1.5
0.474762	0.55	1
0.515077	0.4	1.5
0.600465	0.4	1.5
0.499462	0.4	1.5
0.570893	0.7	0.5
0.543592	0.55	1
0.639245	0.55	1
0.602501	0.4	1.5
0.553966	0.55	1
0.531779	0.35	1.5
0.519818	0.55	1
0.55641	0.45	1
0.548454	0.45	1.5
0.481596	0.55	1
0.58907	0.55	1
0.778169	0.4	1.5
0.518978	0.7	0.5
0.577219	0.4	1.5
0.535047	0.55	1
0.187578	0.55	1
0.513679	0.4	1.5

Tabla 4.5: Resultados obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 110×110 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto.

Para hacer un comparativo entre diferentes valores de los parámetros del modelo que caen dentro de esta zona se generaron 25 autómatas diferentes a partir del patrón inicial y se iteraron 7 veces con valores de ($\alpha = 0.1, U = 1.5$) y luego ($\alpha = 0.7, U = 0.5$). Se muestran los resultados promediados de la mancha urbana en la figura 4.23 (a) y (b) respectivamente.

Resulta sencillo entender lo que está sucediendo: con la primera pareja de valores los primeros años tiende el modelo a seguir la dinámica del autómata pero después ambas dinámicas se separan: caso contrario de la segunda pareja de parámetros donde al principio se separa más que la primera y luego tiende a ajustarse.

Siguiendo con el flujo natural de la calibración, vamos a tratar de encontrar una pareja de valores (α, U) óptima, pero en este caso iteramos el programa 4 veces con valores ($\alpha = 0.1, U = 1.5$), y la búsqueda se hará de la quinta iteración en adelante (1975-1995). Dicha búsqueda se realizó para 25 configuraciones iniciales diferentes, y se encontró que en todos los casos la pareja óptima fue ($\alpha = 0, U = 0.5$). A manera de comprobar que la calibración está-

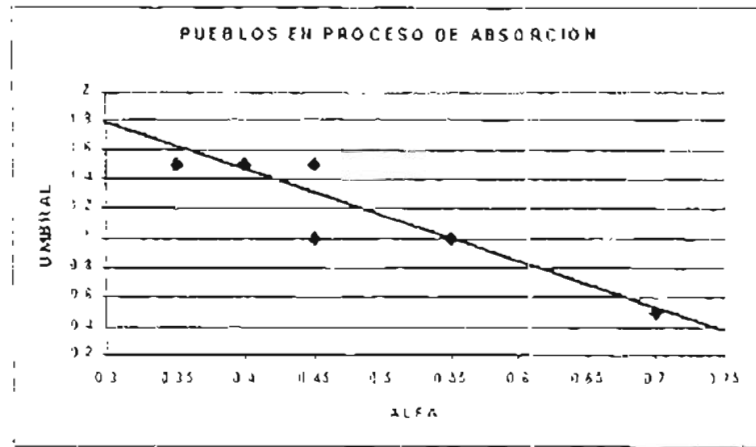


Figura 1.22: Se muestra el gráfico α vs U de la tabla 1.5 además de la recta $U = -3.119\alpha + 2.73$

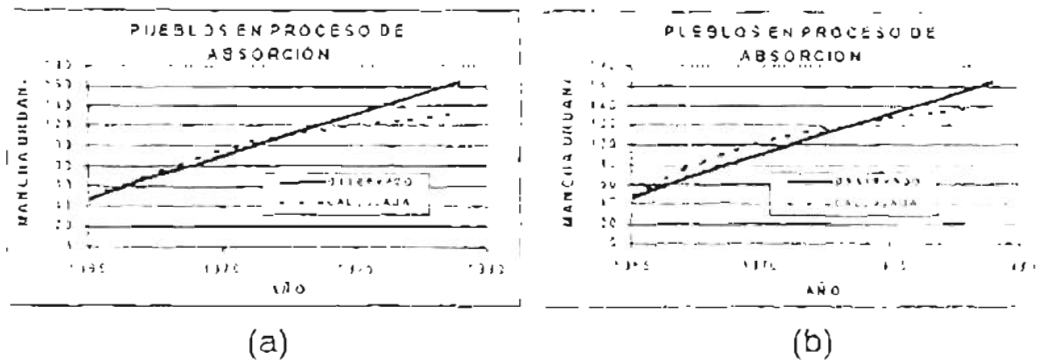


Figura 1.23. Se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y la calculada en 7 iteraciones para valores de los parámetros de (a) ($\alpha = 0.1$, $U = 1.51$) y (b) ($\alpha = 0.7$, $U = 0.3$)

Como se puede apreciar, el crecimiento de la mancha observada, comparado con la mancha urbana promedio \pm la desviación estándar de 25 configuraciones iniciales aleatorias.

En la figura 1.25 (a) podemos observar el patrón de 20×20 usado para

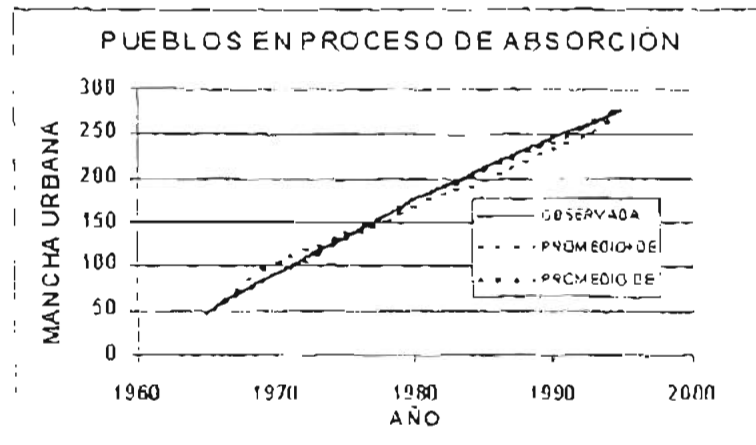


Figura 1.24: Se muestra el promedio de 25 configuraciones iniciales aleatorias \pm la desviación estándar en mancha urbana obtenida en el modelo en forma comparativa con la observada

generar los autómatas de 110×110 , así como la evolución de este patrón en (b), (c) y (d) correspondiente a los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente. Para esta muestra se tomó el valor ajustado de los parámetros

Por último presentamos en la figura 1.26 (a) un autómata en un cuadrado de 110×110 generado a partir del patrón inicial y las evoluciones correspondientes a los años 1975, 85 y 95 en (b), (c) y (d) respectivamente tomando como valores de los parámetros ($\alpha = 0.15$ $\beta = 1.5$)

4.4 COLONIAS POPULARES

Este contexto de crecimiento se refiere a asentamientos alejados de los pueblos, sobre terrenos de tenencia ejidal o comunal de baja productividad agrícola o inservibles para cultivos por ser rocosos. Estos terrenos tienen caminos poco accesibles y alejados de la ciudad, por lo cual no contaban con servicios y estuvieron destinados a un mercado de muy bajos ingresos. En la figura 1.27 mostramos un patrón característico presentado por Bazant

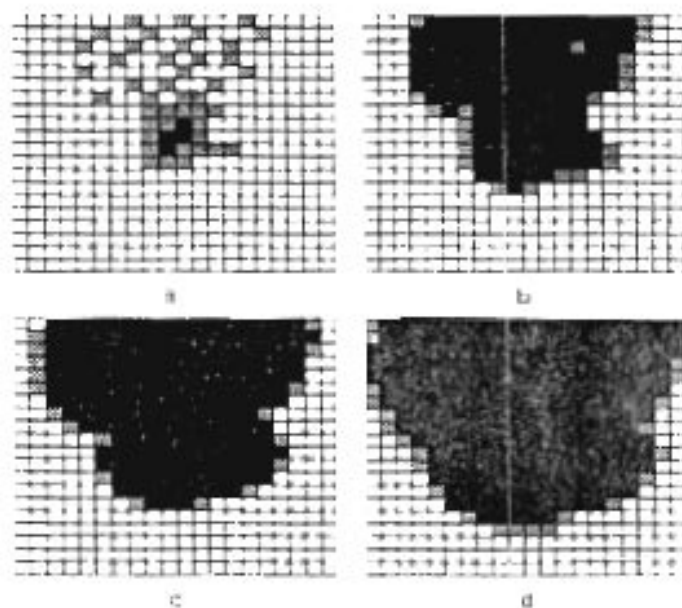


Figura 1.15. Se muestra en (a) el cuadrículado de 20×20 usado para generar los patrones en el algoritmo de la IFA y en (b) (c) (d) la evolución de este patrón, tomando los valores Maier de los datos en (a) $\alpha = 0.15$, $\beta = 1.5$.

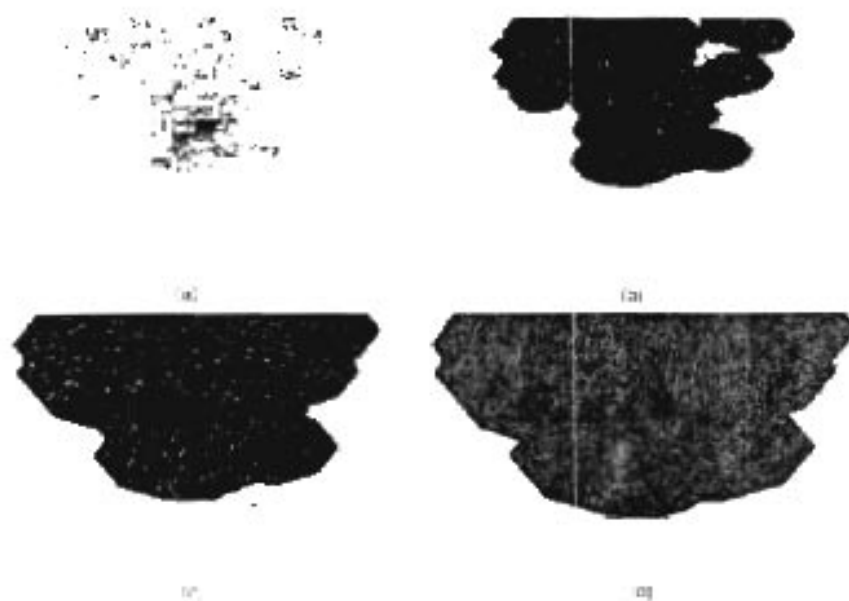


Figura 1.16. Se muestra en (a) un cuadrículado de 10×10 generado a partir del número maier, patrones con sus evoluciones en (b) (c) y (d) tomando otros valores de los parámetros $\alpha = 0.15$, $\beta = 1.5$.

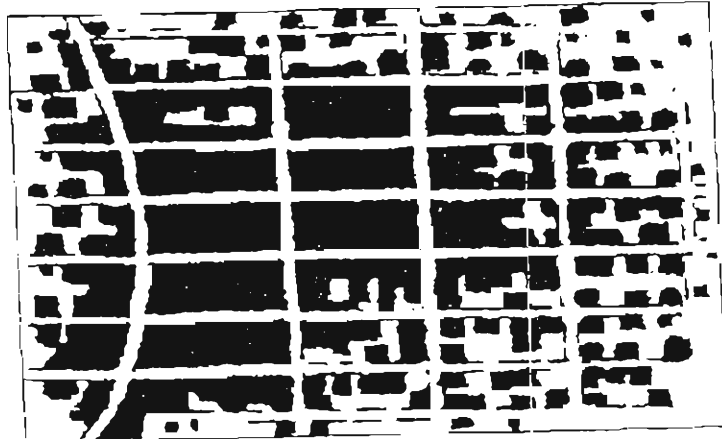


Figura 4.27: Patrón espacial característico para las colonias populares (tomado de [4])

Proponemos como patrón inicial el cuadrículado de 20×20 que se muestra en la figura 4.29 (a). Una configuración del autómata de 140×140 generada por el programa para este patrón inicial se muestra en la figura 4.30. Siguiendo con la metodología propuesta presentamos la tabla 4.6 donde se observan los valores óptimos de (α, U) obtenidos por el programa.

Aquí nuevamente calculamos el coeficiente de correlación de Pearson para éstos valores, encontrando un valor de $r_{\alpha, U} = -0.86$. Aunque este valor puede parecer aceptable para pensar que existe una relación lineal entre ambas variables, nuevamente quisimos corroborar este hecho tomando primeramente 50 patrones iniciales aleatorios seguidos de 75 más. El resultado aquí obtenido fue que los parámetros óptimos del modelo no guardan una relación lineal entre sí: los valores obtenidos del coeficiente para estos dos casos fueron respectivamente $r_{\alpha, U} = -0.62$ y $r_{\alpha, U} = -0.66$. Las tablas donde se realizan estos cálculos se encuentran en el apéndice correspondiente a las colonias populares.

Basta observar la tabla 4.6 para entender el por qué de la poca relación lineal entre los parámetros. Salta a la vista el siguiente hecho: aunque para la gran mayoría de las configuraciones el valor óptimo resulta ser $(\alpha = 0, U = 1.5)$, también se llega a presentar un caso en el cual la pareja de valores óptima es $(\alpha = 0, U = 5.5)$ y otra $(\alpha = 0, U = 3.5)$. Debido a este hecho, no se

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
3.93606	0.05	4
4.59849	0	4.5
3.17021	0	4.5
4.2284	0	4.5
4.1572	0	4.5
4.02442	0	4.5
4.3688	0	4.5
4.19277	0	4.5
3.82704	0.1	2.5
3.56419	0	4.5
4.08559	0	4.5
3.83718	0	4.5
3.34001	0.05	3.5
3.70136	0	4.5
4.2095	0	4.5
4.20581	0.05	3
4.24797	0	4.5
3.92672	0.1	3
3.8241	0.05	3.5
3.56912	0	4.5
3.68807	0	4.5
4.46184	0	4.5
3.5807	0	4.5
3.42807	0	4.5
4.09466	0	5.5

Tabla 4.6: Valores óptimos de (α, U) obtenidos para los 25 diferentes autómatas de 140×140 generados por el programa a partir del patrón inicial propuesto.

puede hablar de una relación lineal. Igual que para los pueblos en proceso de absorción se hicieron una serie de pruebas tendientes a entender este fenómeno. El valor que se debe tomar de estos tres planteados es el de $(\alpha = 0, U = 4.5)$, además que también se pueden considerar como factibles valores como $(\alpha = 0.5, U = 4)$ y $(\alpha = 0.1, U = 3)$.

Nuevamente como el caso de los baldíos intermedios: creemos que una carretera no se encuentra justificada para este contexto de crecimiento, por lo que preferimos concluir esta parte haciendo notar que nuestra pareja de parámetros óptimos que encontramos es justamente $(\alpha = 0, U = 4.5)$. En la figura 4.28 (a) se muestra el comportamiento promedio de la mancha urbana para 25 configuraciones iniciales diferentes, y en (b) se muestra el error en mancha urbana promedio cometido por el modelo en dichas simulaciones.

Es muy notorio como el comportamiento del modelo y de las observaciones siguen la misma dinámica a partir de 1977. Esto coincide en gran medida con los resultados obtenidos para los pueblos en proceso de absorción. Nuevamente se buscó si cambiando el valor del parámetro U durante las primeras

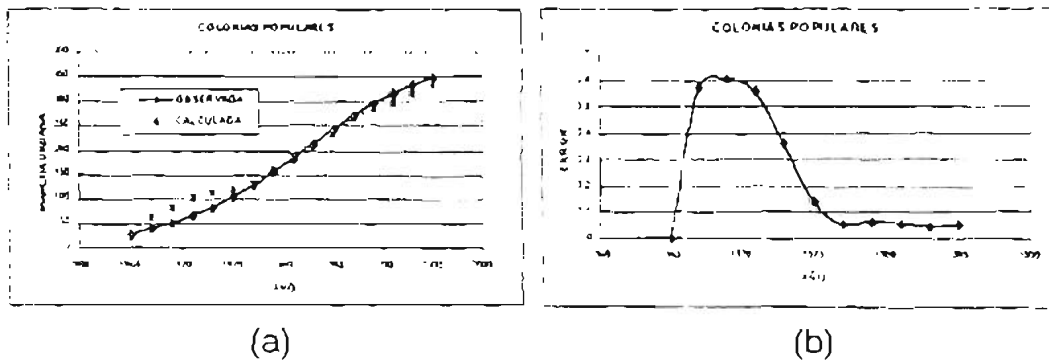


Figura 1.28: Se muestra en (a) el comportamiento promedio de la mancha urbana para 25 configuraciones iniciales diferentes, en (b) el error en mancha urbana promedio cometido por el modelo en dichas simulaciones.

6 iteraciones se lograba igualar la dinámica de las observaciones. Al tratar de encontrar la pareja óptima de valores para los parámetros, nos topamos con dificultades similares a las de los pueblos en proceso de absorción. Estas dificultades fueron salvadas de igual forma que antes, encontrando como parámetros óptimos los valores siguientes:

$$\begin{cases} \alpha = 0, U = 7.5 & 1965 - 71 \\ \alpha = 0, U = 3.5 & 1971 - 75 \\ \alpha = 0, U = 0.5 & 1975 - 95 \end{cases} \quad (17)$$

Se puede observar en la figura 4.29 (a) el patrón de 20 x 20 usado para generar los autómatas de 140 x 140 así como la evolución de este patrón en (b) - (c) y (d) correspondiente a los años 1975, 1985 y 1995 respectivamente usando los valores de los parámetros ajustados.

Por último presentamos también en la figura 4.30 (a) un autómata en un cuadrado de 140 x 140 generado a partir del patrón inicial y las evoluciones correspondientes a los años 1975, 1985 y 1995 en (b), (c) y (d) respectivamente tomando como parámetros del modelo los valores ya mencionados.

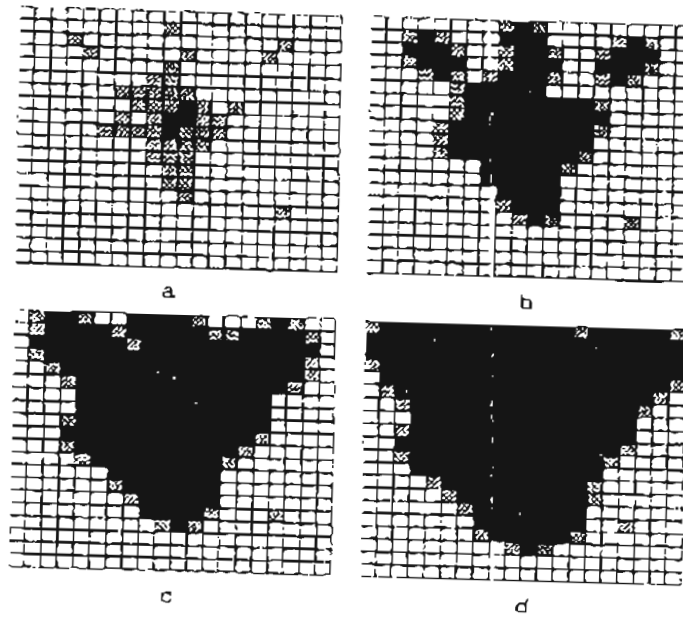


Figura 4.29: Se muestra en (a) el cuadrículado de 20x20 usado para generar los patrones en el autómata de 14x14 y en (b), (c) y (d) la evolución de este patrón

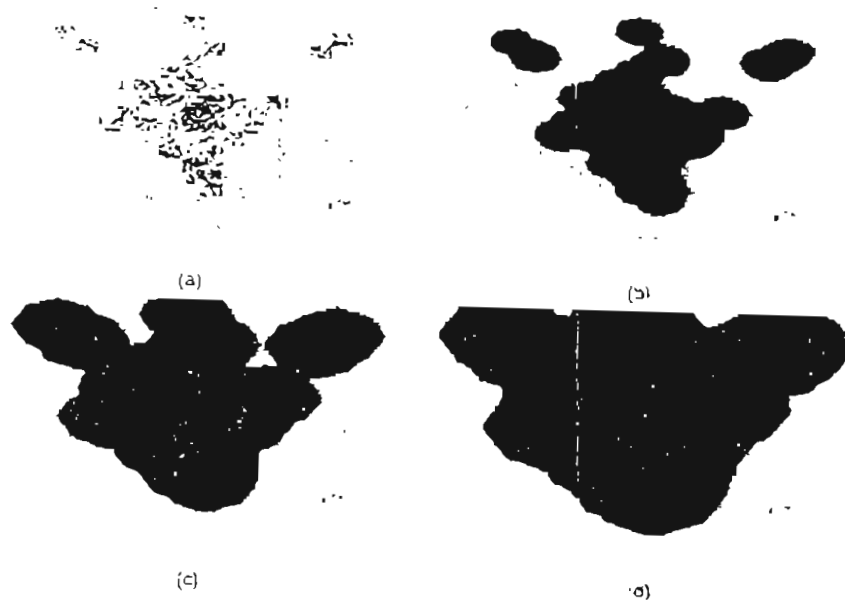


Figura 1.30: Se muestra en (a) un cuadrículado de 14x 14 generado a partir del patrón inicial junto con sus evoluciones en (b), (c) y (d)

Capítulo 5

RESUMEN Y CONCLUSIONES FINALES

5.1 RECAPITULACIÓN DEL TRABAJO REALIZADO

En este trabajo se desarrolló un modelo simple de crecimiento urbano bajo condiciones de procesos de urbanización de bajo ingreso. Este tipo de procesos comprende las urbanizaciones legales, tales como las colonias de interés social y los procesos de autoconstrucción realizados por familias de escasos recursos; mientras que los procesos extralegales son las invasiones y asentamientos irregulares los cuales son tolerados por las autoridades.

La dinámica de crecimiento fue establecida a través de dos observables a saber, el índice de expansión y tamaño de la mancha urbana. Dichos índices sirvieron para contrastar los resultados del modelo con las observaciones realizadas por Bazant. Fue necesario ajustar a una forma funcional de dichos observables ya que los datos presentados por Bazant para los cuatro contextos de crecimiento solo correspondían a cuatro puntos en el tiempo (años).

El modelo utilizó como mecanismo de evolución un autómata celular determinista bidimensional, basado en una regla de transición de tipo potencial.

Si el potencial es mayor que un valor umbral, entonces la regla establece una nueva urbanización (una casa) en una de las celdas del autómata. Las celdas del autómata representan predios urbanizables, que en un principio están vacíos. Existen dos dimensiones de trabajo con el espacio celular del autómata. Una dimensión es de tipo fina o microscópica y existen solo dos estados que se pueden distribuir sobre el espacio, esto es, el estado predio vacío y el estado predio ocupado. El espacio celular se estableció de 140 x 140.

La segunda dimensión que se usa en el modelo contempla una partición en regiones homogéneas del espacio celular. Estas regiones están conformadas por agregados de 49 celdas (7 x 7) para dar un nuevo espacio celular de 20 x 20.

Sobre este modelo se establecieron dos parámetros de control para la regla de transición de estado. El parámetro α que representa la influencia de las vías de transporte para atraer o repeler nuevas urbanizaciones y el parámetro U que es el valor umbral de transición.

Se estableció la diferencia entre el valor de la mancha urbana observada y la mancha urbana calculada como la medida de exactitud del modelo.

Después de realizar varios experimentos de simulación y calibrar los valores de los parámetros de control para que recrearan el comportamiento de las observaciones se encontró:

a.- En general los cuatro contextos de crecimiento son reproducibles, con ciertas salvedades, por el modelo. Siempre fue posible encontrar una pareja (α, U) que reproducía con errores inferiores al 5% la mancha urbana (el área) medida por Bazant.

b.- En todos los casos existían períodos de tiempo en los cuales el error se incrementaba sustancialmente y era necesario recalcular los valores de la pareja de control (α, U). Estos períodos de tiempo estaban localizados en entre finales de la década de los años 70 y principios de la década de los años 80.

c.- La relación entre los parámetros de control es, en todos los casos, lineal decreciente o bien aproximable a una función lineal. No obstante cabe

recaltar que en los casos de los pueblos en proceso de absorción y las colonias populares, la relación encontrada presenta dos conjuntos de parejas de parámetros, esto es, aquellas parejas que nunca se aproximan de forma adecuada a la curva observada y aquellas que solo en los primeros años no se ajustan a la dicha curva, pero que después tienen un ajuste óptimo.

d.- La forma geométrica de la mancha urbana depende de los valores de los parámetros. Como era de esperarse, para una vía de comunicación colocada en el centro de la mancha inicial, valores cercanos a cero del parámetro α resultan en formas circulares mientras que valores alrededor de 0.3 hasta 0.7 presentan formas que crecen sobre la dirección de la vía de comunicación establecida. Cabe aclarar que estos no son valores absolutos ya que están ligados a una U respectiva.

e.- Para cada configuración inicial existe una recta de valores óptimos α y U , aunque siempre es posible encontrar un óptimo global.

f.- Los respectivos contextos se comportan conforme a lo esperado. Esto es, los valores de los parámetros α y U tienen una lógica conforme a la experiencia empírica de los geógrafos urbanos tal y como lo menciona White [12]

g.- En particular, se tiene que los pueblos rurales aislados son esencialmente sensibles a la influencia de la vía de comunicación. Debe notarse que alrededor del año 1981, debe calcularse una nueva pareja (α, U), para poder seguir teniendo un buen ajuste a la curva observada. Otro comportamiento interesante, es que los nuevos valores de α de después de 1981 son mayores hasta tres veces que los valores de α para los años anteriores.

h.- Los baldíos intermedios son sensibles a la magnitud del área urbanizada, esto es, a mayor densidad de casas por unidad de área mayor propensión a la aparición de una nueva urbanización. Cabe recordar que en este caso no existe una vía de comunicación y por lo tanto de origen se fijó el parámetro α como cero. Este contexto también requirió ser ajustado en el año 1985 y 1991.

i.- Los pueblos en proceso de absorción presentan un comportamiento diferente a los anteriores. En primer lugar los primeros años, desde 1965 hasta 1979, el modelo no se ajusta a la curva observada, pero después el ajuste es

aceptable. Durante el primer intervalo de tiempo las alfas son mayores que cero, pero acotadas debajo de 0.7. Después de 1979, los alfas que reproducen las observaciones van de 0 a 0.15.

j.- Las colonias populares se comportan de forma similar a los pueblos en proceso de absorción. En este caso, los alfas óptimos están en el rango de 0 a 0.1.

5.2 DISCUSIÓN DE LOS HALLAZGOS Y CONSIDERACIONES FINALES

En primer lugar, se debe resaltar el hecho de que el modelo aquí propuesto logra recrear a través de un mecanismo simple, las complejas estructuras que gobiernan la dinámica real del crecimiento urbano para la Ciudad de México. Cabe resaltar en este punto, que si bien este no es el primer modelo que logra recrear una dinámica urbana real, sí es el primero que se sustenta en elementos extremadamente simples y deterministas. En este sentido, el modelo presentado por Clarke, si bien es exitoso para reproducir el crecimiento de la Bahía de San Francisco, es extremadamente complejo en comparación con el que aquí se presenta.

Es sumamente importante establecer el hecho de que el mecanismo de la atractividad-repulsión de las vías de comunicación, el cual fue planteado como esencial en los modelos de Clarke y White, demuestra una vez más su relevancia. Con esto se confirma la regla empírica encontrada por numerosos geógrafos urbanos.

Se considera que los dos aspectos anteriores son la aportación más importante de este trabajo.

Otra aportación del trabajo es el tener un modelo teórico para las observaciones de Bazant, el cual permite no solo reproducir las observaciones, sino también puede ser utilizado para predecir, siempre y cuando se mantengan las condiciones, el desarrollo futuro de la mancha urbana de la periferia de la Ciudad de México.

No obstante los éxitos del modelo, es necesario establecer las limitantes del mismo. En primer lugar el modelo no explica, ni establece las causas del crecimiento. Segundo, los mecanismos planteados en el modelo, si bien tienen relación con factores de la realidad, tales como las vías de comunicación, son en sí ficticios y no toman en cuenta los procesos de toma de decisiones de los agentes económicos y sociales que realmente intervienen y gobiernan los procesos de crecimiento urbano. Tercero, el modelo no reproduce completamente todos los observables de Bazant. Está limitado a la mancha urbana en el sentido del área de ésta. El índice de expansión no es reproducible por el modelo. En este sentido se puede conjeturar que se debe al mecanismo irreal que gobierna la transición, y que tal vez un mecanismo de tipo estocástico pudiera aproximarse a la complejidad de las tomas de decisiones de los agentes socioeconómicos que deciden urbanizar un espacio geográfico dado.

También realizamos una conjetura: de acuerdo a la calibración del modelo, la dinámica del crecimiento de la mancha, tanto para los pueblos en proceso de absorción, como para las colonias populares y para los baldíos intermedios, es idéntica a partir de la década de los 80, de tal forma que los tres contextos se transforman en uno solo.

Apéndice A

PUEBLOS RURALES AISLADOS

Primeramente presentamos la tabla A.1 y A.2 donde se muestran los 50 y 75 valores respectivamente obtenidos como óptimos de los parámetros en este contexto de crecimiento.

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
0.892596	0.15	5.5	0.953183	0.05	8
0.814174	0.05	7.5	0.787512	0.05	8
0.898165	0.3	4	0.805315	0.05	8
0.825268	0.05	8	0.815845	0.15	6
0.794924	0.35	8	0.871308	0	8.5
0.542257	0.1	6.5	0.701246	0.05	8
0.688975	0.45	2.5	0.778666	0.05	8
0.769118	0.05	7	0.878064	0.05	8
0.604732	0.15	5.5	0.851525	0.1	6.5
0.668915	0.05	8	0.867508	0.05	8
0.494101	0.1	6.5	0.787006	0.05	7.5
0.864192	0.15	6	0.594038	0	8.5
0.662031	0.25	4.5	0.501883	0	8.5
0.971779	0.35	4	0.701364	0.05	7.5
1.05497	0.05	8	0.888547	0.15	6
0.902383	0.05	8	0.761156	0.1	6.5
0.754663	0.05	8	0.86579	0.3	4
0.877375	0.05	8	0.861156	0.05	8
0.80182	0.3	4	0.66587	0.05	8
0.662207	0.15	5.5	0.881799	0.05	8
0.676505	0.05	8	0.85887	0	8.5
0.811354	0.1	6.5	0.715717	0.15	6
0.675208	0.1	6.5	0.665211	0	8.5
0.803736	0.1	6.5	0.776084	0.1	6.5
0.944522	0.15	6	0.841007	0.05	7.5

Tabla A.1: Se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos del modelo con 50 configuraciones diferentes

La recta ajustada para los datos de la tabla A.1 es:

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
0.75536	0	0.5	0.799761	0.1	6
0.094836	0.05	0	0.066236	0.05	0
0.825162	0.05	0	0.910052	0	0.5
0.625638	0.05	0	0.771216	0	0.5
0.633353	0.05	7	0.707943	0.05	7.5
0.733628	0	0.5	0.71734	0	0.5
0.810768	0.05	0	0.69072	0.25	4.5
0.68982	0.05	7	0.735606	0.1	6
0.903234	0.1	7	0.939170	0.05	0
0.738792	0.05	7.5	1.07084	0	0.5
0.630145	0.15	6	0.565796	0	0.5
0.874517	0.1	7	0.59714	0.15	5.5
0.850696	0.15	6	1.04767	0.05	0
0.894992	0.05	0	0.620197	0.1	6
0.953324	0.05	0	0.745057	0.15	6
0.766033	0	0.5	0.66019	0.05	7
0.789388	0.25	4.5	0.750541	0.05	7.5
0.663369	0.05	7.5	0.779528	0.15	5.5
0.700367	0.05	7	0.633437	0.1	6.5
0.713582	0.1	6.5	0.83131	0.05	0
0.636958	0	0.5	0.768159	0.1	6.5
0.53045	0.2	4.5	0.646379	0.2	5
0.761732	0.3	4	1.12043	0.25	4.5
0.906499	0.05	7.5	0.876849	0.05	0
0.511557	0.05	0	0.772076	0.15	6
0.810587	0.05	7.5	0.981897	0.15	6
0.576107	0.05	0	0.560071	0.05	7.5
0.859278	0.05	0	0.486454	0.05	7
0.946934	0	0.5	0.641877	0.15	5.5
0.667168	0.25	4.5	0.745492	0.05	0
0.93516	0.05	0	0.388443	0.1	6
0.675701	0.05	7.5	0.668432	0.05	7.5
0.683536	0.1	7	0.692084	0.05	7
0.701896	0.1	6.5	0.692917	0.1	6.5
0.615741	0.05	7	0.710546	0.05	7.5
0.790769	0.05	0	0.587375	0	0.5
0.849045	0	0.5	0.757858	0.25	4.5
0.839387	0.05	0			

Tabla A.2: Se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos del modelo con 75 configuraciones diferentes

$$U = -14.76\alpha + 8.4 \quad (A.1)$$

y para la tabla A.2 es:

$$U = -16.19\alpha + 8.48 \quad (A.2)$$

Presentamos la tabla A.3, donde se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo.

σ PORCENTUAL	AÑO	OBSERVADAS	PROMO OBSERVADAS
0	1965	46	46
0.00994321	1967	47	47.3
0.0456736	1969	50	48.46
0.0506208	1971	54	52.3
0.0489571	1973	58	57.34
0.0545945	1975	62	61.58
0.0671484	1977	67	65.46
0.0677007	1979	71	69.44
0.0775467	1981	76	72.52
0.0546136	1983	81	80.12
0.0459898	1985	87	85.66
0.0432038	1987	92	91.1
0.0396192	1989	98	96.56
0.0416526	1991	104	101.54
0.0434551	1993	111	107.7
0.0557261	1995	117	112.2

Tabla A.3: Se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo.

Apéndice B

BALDÍOS INTERMEDIOS

Primeraamente presentamos la tabla B.1 y B.2 donde se muestran los 50 y 75 valores respectivamente obtenidos como óptimos de los parámetros en este contexto de crecimiento.

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
0.577437	0.1	6	0.342448	0	8.5
0.756457	0.05	7	0.5800	0.05	7
0.791061	0.05	7	0.555444	0	8.5
0.2327866	0.15	5	0.953155	0.05	7
0.690421	0.15	5	0.876124	0	8.5
0.721209	0	8.5	0.895419	0.05	7.5
0.991567	0.1	6	0.666117	0.1	6
0.73006	0	8.5	0.577654	0.2	4.5
0.843631	0.05	7.5	0.682167	0.05	7
0.736037	0.1	6	0.403066	0.25	3.5
0.493417	0.2	4	0.793396	0.3	3
0.537951	0.25	2.5	0.592273	0.15	5
0.14556	0.1	6	0.782133	0.1	6.5
0.790807	0.3	3	0.767261	0.25	3.5
0.945013	0.2	4.5	0.688445	0.2	4.5
0.829896	0.15	5	0.940057	0	8.5
0.667779	0.3	3	0.878113	0.25	3.5
0.767821	0.1	6	0.967496	0	8.5
0.783722	0.1	6	0.656711	0.15	5
0.728043	0.15	5	0.772045	0.35	2.5
0.728073	0.15	5	0.796593	0.15	5
0.313542	0.15	5	0.718419	0.1	6
0.727751	0.15	5	1.087	0.05	7.5
0.547498	0.05	7	0.707046	0.05	7.5
0.310688	0	8.5	0.544357	0.15	5

Tabla B.1: Se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos del modelo con 50 configuraciones diferentes

La recta ajustada para los datos de la tabla B.1 es:

$$U = -18.13\alpha + 8.07 \quad (B.1)$$

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
0.639709	0.2	4	1.89957	0.15	5
0.00972	0.1	6	0.91291	0.05	7.5
0.762484	0.15	5	1.84432	0.15	5
0.911415	0	0.5	0.525724	0.25	3.5
0.974435	0.2	4.5	0.55177	0.1	6
0.46326	0.1	6	0.90268	0	0.5
0.812534	0.1	6	0.57382	0.1	6
0.780489	0.2	4.5	0.72768	0.1	6.5
1.04128	0	0.5	0.68654	0.1	6
1.05000	0	0.5	0.933994	0.05	7.5
0.679574	0.15	5	0.90039	0.1	6
0.881205	0.1	6.5	0.847864	0.15	5
0.546016	0.15	5	0.908643	0	0.5
0.346918	0	0.5	0.878244	0.15	5
0.985833	0.2	4.5	0.83869	0.2	4.5
0.756032	0.15	5	0.927616	0.3	3
0.754272	0.05	7.5	0.809872	0.1	5.5
1.17658	0	0.5	0.645643	0.15	5
0.890393	0.2	4.5	0.498014	0.05	7
0.910042	0.1	6	0.553626	0.15	5
1.05516	0.2	4.5	0.97827	0.1	6
0.617931	0.15	5	0.596124	0.15	5
0.971041	0	0.5	0.81019	0	0.5
0.416144	0.1	6	1.11041	0.05	7.5
1.02587	0.05	7	0.815425	0.3	3
0.490584	0.15	5	0.82531	0.1	6
0.590366	0.25	3.5	0.886402	0.05	7.5
0.982952	0.25	3.5	0.850819	0.15	5
0.624118	0.1	6	1.30603	0.05	7.5
0.685527	0.3	3	0.588751	0.1	6
1.09174	0.3	3	0.917431	0.1	6
0.961132	0.15	5	0.916499	0.05	7
0.842445	0	0.5	0.778019	0	0.5
0.877289	0.25	3.5	0.881768	0.05	7
0.814986	0.15	5	0.800981	0.1	6
0.882611	0.2	4.5	1.13234	0.3	3
0.824568	0.3	3	0.935275	0.3	3
0.832039	0.1	6			

Tabla B.2: Se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos del modelo con 75 configuraciones diferentes

y para la tabla B.2 es:

$$U = -18.64\alpha + 8.11 \quad (B.2)$$

Presentamos la tabla B.3, donde se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo.

E PORCUBETA	AÑO	CONFIGNABAS	PROM INICIAL	DE LV ESTANDAR
0	1965	74	74	0
0.0912573	1967	87	79.36	2.12997
0.143442	1969	99	85.22	2.40311
0.0876721	1971	112	102.7	4.59913
0.0533661	1973	126	125.34	7.86926
0.0502723	1975	140	145.38	9.19556
0.060411	1977	155	159.06	11.2033
0.0653493	1979	170	174.42	12.9241
0.070605	1981	185	190.54	15.198
0.0735898	1983	199	204.96	17.1564
0.070162	1985	214	216.14	18.1797
0.0645015	1987	228	228.88	18.0864
0.0617807	1989	242	243.18	18.4531
0.0598108	1991	255	262.64	17.158
0.0561479	1993	268	272.6	17.9165
0.052257	1995	280	282.78	18.0864

Tabla B.3: Se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo.

Apéndice C

PUEBLOS EN PROCESO DE ABSORCIÓN

Primeramente presentamos la tabla C.1 y C.2 donde se muestran los 50 y 75 valores respectivamente obtenidos como óptimos de los parámetros en este contexto de crecimiento.

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
1.98719	0	2.5	1.84654	0	2.5
1.7027	0.1	2.5	1.40764	0.05	2
1.98315	0.05	3	1.52462	0	3.5
2.03159	0.1	2.5	1.67853	0.15	1.5
1.65957	0	2.5	1.82102	0	2.5
1.89426	0	4.5	2.13224	0	3.5
1.74405	0	2.5	1.90022	0	3.5
1.78277	0.15	1.5	2.14377	0	2.5
1.90402	0.1	2.5	1.81796	0.05	2
1.75325	0	2.5	1.87907	0.15	1.5
1.90861	0	2.5	1.96172	0	2.5
1.87805	0	2.5	1.63836	0.05	2
2.10206	0	2.5	2.00038	0	3.5
1.76117	0.15	1.5	1.75302	0.1	2.5
1.71403	0.15	1.5	1.7013	0.05	2
1.87743	0	2.5	1.98122	0	2.5
1.70581	0	3.5	1.74912	0	2.5
1.95112	0	4.5	1.77215	0	3.5
2.04876	0	2.5	1.71618	0	2.5
1.97006	0.1	2	1.79975	0.05	2
1.90172	0	2.5	1.61632	0.15	1.5
1.77608	0.05	3.5	2.08172	0	2.5
1.97559	0.05	3	2.11644	0	2.5
1.95714	1.15	1.5	1.83651	0.15	1.5
2.04656	0	2.5	1.78679	0.05	2

Tabla C.1: Se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos del modelo con 50 configuraciones diferentes

La recta ajustada para los datos de la tabla C.1 es:

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
1.8187	0	7.5	1.7745	0	7.5
1.8437	0.15	7.5	1.8086	0.1	7.5
1.8926	0.05	7	1.8658	0.1	7.5
1.7524	0.15	7.5	1.8789	0.15	7.5
1.8479	0.15	7.5	1.8784	0	7.5
1.7539	0	7.5	1.7817	0	7.5
1.7974	0	7.5	1.8207	0.15	7.5
1.7011	0	7.5	1.8159	0	7.5
1.8114	0.15	7.5	1.8543	0.15	7.5
1.7826	0	7.5	1.8497	0.1	7.5
1.8776	0	7.5	1.8785	0.1	7.5
1.8348	0.1	7.5	1.9587	0	4.5
1.8937	0.1	7.5	1.8388	0.1	7.5
1.8907	0.15	7.5	1.7350	0	7.5
1.8437	0.05	7	1.8395	0	4.5
1.8379	0.05	7	1.8447	0.05	7
1.8788	0.15	7.5	1.7794	0.15	7.5
1.7969	0	7.5	1.8479	0	7.5
1.8748	0.05	7	1.8495	0.15	7.5
1.8267	0	7.5	1.8819	0	7.5
1.8127	0.1	7.5	1.8288	0	7.5
1.8798	0	7.5	1.8674	0.15	7.5
1.8676	0.1	7.5	1.8567	0	7.5
1.7537	0	7.5	1.8159	0	7.5
1.8561	0	7.5	1.8434	0	7
1.8363	0.1	7.5	1.7968	0.1	7.5
1.8717	0	7.5	1.8877	0.05	7
1.8749	0.15	7.5	1.8025	0.15	7.5
1.7767	0	7.5	1.8749	0.05	7
1.7447	0	7.5	1.8297	0	7.5
1.8272	0	7.5	1.8879	0	7.5
1.8151	0	7.5	1.8405	0.1	7.5
1.8944	0	7.5	1.8115	0.05	7
1.8638	0	7.5	1.8427	0	7.5
1.8162	0.15	7.5	1.8487	0	7.5
1.8571	0	7.5	1.8863	0	4.5
1.8248	0	7.5	1.8618	0	7.5
1.8629	0.1	7.5			

Tabla C.2: Se muestran los resultados obtenidos para las parámetros óptimas del modelo con 75 configuraciones diferentes

$$U = -7.9\alpha - 2.87 \quad (C.1)$$

y para la tabla C.3 es:

$$U = -7.84\alpha + 2.87 \quad (C.2)$$

Presentamos la tabla C.3, donde se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo

PERCENTUAL	AÑO	OBSERVADAS	PROM. OBTENIDO	DESV. ESTANDAR
0	1965	74	74	0
0.0387356	1967	87	67.8	3.28607
0.0631282	1969	99	87.54	5.21839
0.0535295	1971	112	100.78	5.89257
0.0498005	1973	126	113.74	6.05172
0.0205883	1975	140	134.14	3.33155
0.0314475	1977	155	145.68	2.58188
0.0449042	1979	170	160.62	5.23565
0.0345984	1981	185	177.75	4.47544
0.0481045	1983	199	189.3	3.9624
0.0650216	1985	214	199.84	4.44697
0.0632987	1987	228	213.54	6.6585
0.0351505	1989	242	232.96	3.78016
0.0416278	1991	255	244.48	2.79841
0.0393844	1993	268	258.98	6.88357
0.017071	1995	280	278.3	5.46154

Tabla C.3: Se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo.

Apéndice D

COLONIAS POPULARES

Primeramente presentamos la tabla D.1 y D.2 donde se muestran los 50 y 75 valores respectivamente obtenidos como óptimos de los parámetros en este contexto de crecimiento.

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
1.95719	0	2.5	1.84654	0	7.5
1.7027	0.1	2.5	1.82764	0.05	7
1.98315	0.05	3	1.82462	0	1.5
2.02159	0.1	2.5	1.87893	0.15	1.5
1.85857	0	2.5	1.82102	0	7.5
1.89426	0	1.5	2.1224	0	3.5
1.74405	0	2.5	1.89022	0	3.5
1.76277	0.15	1.5	2.14377	0	2.5
1.80402	0.1	2.5	1.81796	0.05	2
1.75225	0	2.5	1.87907	0.15	1.5
1.80861	0	2.5	1.86173	0	2.5
1.87805	0	2.5	1.67836	0.05	7
2.10206	0	2.5	2.00008	0	1.5
1.76117	0.15	1.5	1.75302	0.1	2.5
1.71403	0.15	1.5	1.7013	0.05	2
1.87743	0	2.5	1.89122	0	2.5
1.70581	0	3.5	1.74912	0	2.5
1.95112	0	4.5	1.7215	0	3.5
2.04876	0	2.5	1.71618	0	2.5
1.83206	0.1	3	1.79975	0.05	2
1.89172	0	2.5	1.81632	0.15	1.5
1.77629	0.05	3.5	2.08172	0	2.5
1.87559	0.05	3	2.11644	0	2.5
1.86714	0.15	1.5	1.80651	0.15	1.5
2.04656	0	2.5	1.78679	0.05	2

Tabla D.1: Se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos del modelo con 50 configuraciones diferentes

La recta ajustada para los datos de la tabla D.1 es:

$$U = -7.22\alpha + 2.97 \quad (D.1)$$

ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL	ERROR ACUMULADO	ALFA	UMBRAL
4.13384	0	4.5	3.87509	0	4.5
4.82734	0	4.5	4.40882	0	4.5
4.33	0	4.5	4.25349	0	4.5
3.87874	0	3.5	3.48291	0.05	3.5
3.25768	0	4.5	3.80228	0	3.5
3.51143	0	4.5	3.48613	0	4.5
3.70988	0	4.5	4.0143	0	4.5
3.34664	0	4.5	3.70836	0	4.5
4.01752	0	4.5	3.81746	0	4.5
4.15257	0.15	2.5	3.71617	0	4.5
3.61203	0	4.5	4.01787	0.1	3
4.17387	0	4.5	3.58221	0	4.5
3.55778	0.05	3.5	3.23753	0	4.5
3.71308	0	3.5	3.59399	0	4.5
4.22576	0.1	5	3.34018	0	4.5
3.87922	0	4.5	4.22583	0	4.5
3.49272	0	4.5	4.18375	0	4.5
3.88534	0	4.5	4.05782	0	4.5
3.75335	0	4.5	3.68895	0	3.5
3.54247	0	4.5	4.33065	0	6.5
3.50246	0	4.5	3.23712	0	4.5
4.14026	0	4.5	3.98323	0	4.5
3.68075	0	4.5	3.87072	0	4.5
4.17672	0	4.5	3.74142	0	4.5
3.94132	0	4.5	4.17147	0	4.5
4.52186	0	4.5	3.70355	0.05	4
4.00248	0	4.5	3.881	0	4.5
4.28689	0	3.5	3.29564	0.05	3
4.83821	0	4.5	3.83663	0	4.5
4.01873	0	4.5	3.68592	0	4.5
3.95303	0	4.5	3.6716	0	3.5
3.63091	0	4.5	3.52105	0	4.5
3.62182	0	4.5	3.87958	0	4.5
4.85861	0	4.5	3.65734	0	4.5
4.31873	0	4.5	4.18023	0	4.5
3.73493	0.05	4	3.84164	0	4.5
4.86626	0	4.5	3.61795	0	4.5
4.08984	0.2	7			

Tabla D.2: Se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos del modelo con 75 configuraciones diferentes

y para la tabla D.2 es:

$$U = -10.09\alpha + 4.42 \quad (D.2)$$

Presentamos la tabla D.3, donde se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo.

PERCENTUAL	AÑO	OBSERVADA	PROM. OBTENIDO	DEVI. EST. ABGAS
0	1965	76	76	0
0.274514	1967	79	48.22	1.21197
0.0616636	1969	50	53.7	2.5226
0.0513386	1971	65	65.14	3.95463
0.0462653	1973	87	86.7	5.97949
0.061321	1975	104	105.76	7.30155
0.0325517	1977	128	126.6	5.00803
0.04679	1979	156	157.02	6.43677
0.047657	1981	185	186.42	10.3172
0.0347556	1983	214	217.56	8.44178
0.0480901	1985	243	231.9	5.18238
0.0354904	1987	270	264.14	9.67084
0.0361054	1989	299	285.88	9.69169
0.0459162	1991	316	301.58	5.34977
0.0539458	1993	334	316.3	6.79899
0.0503302	1995	349	331.46	6.84193

Tabla D.3: Se muestra un comparativo entre la mancha urbana observada y el promedio de esta calculada con 50 configuraciones iniciales diferentes. También se observa la desviación estandar y el error promedio cometido por el modelo en el tiempo.

Bibliografía

- [1] AGUILERA Ontiveros Antonio (2000), Simulaciones multiagentes de ambientes urbanos, *Revista Vetas del Colegio de San Luis*, número 5, pp 205-224, San Luis Potosí, México.
- [2] AGUILERA Ontiveros Antonio (2001), Autómatas celulares para modelar usos de suelo urbano: Una revisión del modelo de White, *Revista Vetas del Colegio de San Luis*, número 9, p 89
- [3] AGUILERA Ontiveros Antonio(2002), Ciudades como tableros de ajedrez, introducción al modelado de dinámicas urbanas con autómatas celulares, Colección investigaciones, el Colegio de San Luis, México, año 2002, p 7-38, San Luis Potosí, México.
- [4] BAZANT S. Jan (2000), *Periferias Urbanas, Expansión urbana incontrolada de bajos ingresos y su impacto en el medio ambiente*, Editorial Trillas
- [5] CLARKE, K.C. and Leonard J. Gaydos (1989), Loose-coupling a cellular automaton model and GIS: long term urban growth prediction for San Francisco and Washington/Baltimore, Keith C. Clarke and Leonard J. Gaydos, *Int. J. Geographical Information Science*, vol 12, No. 7, p 699-714
- [6] CLARKE, K.C., Hoppen, S. y Gaydos, L. (1996) "Methods and techniques for rigorous calibration of a cellular automaton model of urban growth", en *Third International conference/Workshop on integratin GIS and environmental Modeling*, Santa Fe, Nuevo México, Santa Bárbara, National Center for Geographical Information and Analysis.

- [7] DELORME Marianne . An introduction to cellular automata. Laboratoire de l'Informatique du Parallélisme, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Reserach Report No. 98-37
- [8] NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, date
- [9] RAMIREZ Beltrán Nazario D. Benjamín Colucci. Revista de desastres naturales, accidentes e infraestructura civil, Vol. 1, Num. 1, p 11. <http://civil.uprm.edu/RevistaDesastres/Vol1Num1/5RamirezColucci.pdf>
- [10] SECK Tuoh Mora Juan Carlos, Autómatas Celulares Lineales Reversibles. Universidad Nacional Autónoma de México http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcmoshi/oldweb/tesis_seck/tesis.html
- [11] SPIEGEL R. Murray , Jhon Schiller y R. Ali Srinivasan. Probabilidad y Estadística, segunda edición, editorial Mc Graw Hill
- [12] WHITE, R. y Engelen, G (1993). "Cellular dynamics and GIS modeling spatial complexity", en *Geographical Systems* 1, pp 237-253
- [13] ZILL, G. Dennis (1996). Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones, segunda edición. Editorial Iberoamérica